Comments on $1/N^2$ corrections in AdS/CFT correspondence [1]

東京大学宇宙線研究所　横井 直人
E-mail: yokoi@icrr.u-tokyo.ac.jp

AdS/CFT 対応とは, Anti-de Sitter (AdS) 背景時空上の超重力理論または超弦理論とその境界上の共形場理論 (CFT) との双対性です. 特に, $\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ 対応と呼ばれる双対性,

$(\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5)_N$ の上の IIB 型超重力理論 (または超弦理論) [2]
$\Updownarrow$ dual
4 次元 N=4 $SU(N)$ 超対称 Yang-Mills (SYM) 理論

は現在まで large N 極限において様々な計算がなされ, この極限においては確立された感があります. しかしながら, 両者における $1/N$ 補正については, 特に AdS 時空上の超重力理論や超弦理論の解析において, その量子補正を考慮する必要があり, その補正項に対する系統的な取り扱いは出来ていません.

我々は, この $1/N$ 補正項を含めて上記の双対性が成り立つかどうかの一つのチェックとして, N=4 SYM 理論において厳密に知られている量である Weyl anomaly を用いてチェックを試みました. AdS/CFT 対応の観点から AdS 時空上の重力理論を用いて境界上の CFT の Weyl anomaly を導出する一つの方法として Holographic 繰り込み群と呼ばれる手法が知られています [1]. Holographic 繰り込み群とは, AdS 時空上の重力理論の動系座標に関する古典的発展方程式を境界上の CFT のスケール依存性を表す繰り込み群方程式とみなすというもので, それを基にして large N 極限における N=4 SYM 理論の Weyl anomaly が AdS_5 上の古典重力理論を用いて再現できることが知られています. 我々は, この Holographic 繰り込み群方程式の量子論的拡張を, 非自明な境界を持つ AdS 時空上における量子場理論の Schrödinger 形式を基にして提案しました [2]. その量子論的 Holographic 繰り込み群方程式は, AdS 時空上の重力理論を含む場の理論の分配関数に対する汎関数 Schrödinger 方程式から得られたものであり, 単純に古典的運動方程式である Hamilton-Jacobi 方程式を Wheeler-De Witt 方程式にしたものとは異なっています.

我々は, 提案したその方程式を用いて, 実際に SYM 理論の Weyl anomaly に対する $1/N$ 補正項を系統的に計算し, AdS_5 上の IIB 型超重力理論に現れる S^5 コンパクト化に付随する無限個の Kaluza-Klein mode の寄与を全て足し上げることによって, この Weyl anomaly に対する $R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ の形の補正項が 0 になっていることを確かめ, $\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ 対応及び Holographic 繰り込み群に対する $1/N^2$ order の一つの consistency を確かめました. この結果は, large N 極限とは異なり, IIB 型超重力理論に現れる全ての場の寄与を足し上げた結果, consistent な補正項が得られた, という意味で上記の対応における 10 次元超重力理論や超弦理論の存在が示唆されているものと思われます. また次の課題として, この提案した方程式を用いた Weyl anomaly への補正項の完全な形の導出について現在解析中です. これらの具体的な詳細は文献 [3] を参照して下さい.

参考文献

[1] J. de Boer, E. Verlinde and H. Verlinde, JHEP **0008:003** (2000).

[2] P. Mansfield and D. Nolland, JHEP **9907:028** (1999).

[3] T. Kubota, T. Ueno and N. Yokoi, in preparation.

[1] この発表は, 窪田高弘氏 (大阪大学大学院理学研究科) と上野龍矢氏 (University of Northumbria) との共同研究に基づいています.

[2] AdS_5 及び S^5 の半径は self-dual 5-form flux N に依存しています.