ガウス展開法の収束性及び行列模型への応用 [1]

名古屋大学大学院理学研究科　大久保敏之
E-mail: okubo@eken.phys.nagoya-u.ac.jp

これまで TypeIIB 超弦理論を構成的に定義するとされる IIB 行列模型を解析することは、摂動論が適用できないために非常に困難であったが、ガウス展開法を呼ばれる方法を用いることによって非摂動的に解析することができることが最近明らかになってきた。

ガウス展開法とは、物理量の計算の際に作用を Gaussian action $S_0 = \frac{1}{v_i}\mathrm{tr}\phi_i^2$ の周りで展開する方法である。ここで導入したパラメータ v は近似がよくなるように選ぶことができる。

この方法を IIB 行列模型に適用することによって Lorentz 対称性 $SO(10)$ の自発的破れを議論することができて、4 次元時空が生成されることが示唆されている [1][2] が、展開の高次での収束性が明らかではない等の問題も残っていた。

そこで、我々は厳密解のわかっている ϕ^4, ϕ^3 one matrix model 及び Monte Carlo シミュレーションの結果のある IIB 行列模型のうちボゾン部分を取り出した模型 (bosonic model) についてこの方法の収束性を調べた [3][4]。

ϕ^4 one matrix model については展開の次数を上げるごとにパラメータ空間 $\{v\}$ の中に plateau が形成されることが確認され、その上では物理量が厳密解に収束することが展開の 18 次までの範囲で確認することが出来た。また、ポテンシャルが二重底の場合は収束しない (振動する) ことがわかった。これはこの方法では固有値分布の Gaussian による近似がよくないためだと思われる。

ϕ^3 one matrix model の場合は Z_2 symmetry ($\phi \to -\phi$) が無いため、Gaussian term に加えて linear term $S_{\mathrm{linear}} = h\mathrm{tr}\phi$ を導入しなければならない。linear term を導入することで、2 パラメータ空間 $\{v, h\}$ の中で plateau が形成され、厳密解に収束することを展開の 13 次までで確認した。

Bosonic model については展開の 7 次まで行い、理論が定義される $D \geq 3$ においてパラメータ空間内に plateau が形成されることを確認した。また、物理量 $\langle \frac{1}{N}\mathrm{tr}A_\mu^2 \rangle$ についても plateau が形成され、Monte Carlo シミュレーションの結果 [5] に収束することを確認した。特に $D \gtrsim 10$ のときは展開の 3 次で正しい値を与えることがわかった。

参考文献

[1] J. Nishimura and F. Sugino, JHEP **0205** (2002) 001, hep-th/0111102.

[2] H. Kawai, S. Kawamoto, T. Kuroki, T. Matsuo and S. Shinohara, hep-th/0204240.

[3] J. Nishimura, T. Okubo and F. Sugino, hep-th/0205253.

[4] J. Nishimura, K. Nishiyama, T. Okubo and F. Sugino, in preparation.

[5] T. Hotta, J. Nishimura and A. Tsuchiya, Nucl. Phys. **B545** (1999) 543, hep-th/9811220

[1] 西村淳氏 (名大理)、西山国士氏 (名大理)、杉野文彦氏 (Saclay) との共同研究