An Approach to $\mathcal{N} = 4ADE$ Gauge Theory on $K3$

北海道大学理学部物理素粒子論研究室　佐々木　徹
E-mail: sasaki@particle.sci.hokudai.ac.jp

我々は、$K3$ 上の $\mathcal{N} = 4ADE$ ゲージ理論の分解関数を決定する 1 つの方法を提案する。分解関数は我々の前の $SU(N)$ に関する結果 [1] を一般化することで得られた。そしてこの分解関数は ADE ゲージ理論に関する Montonen-Olive 双対性を満足している。尚、この仕事は北大数学科の秦泉寺氏との共同研究である [2]。

よく知られているように、4 次元の $\mathcal{N} = 4$ 理論は共形不変で分配関数は有限である。特に、位相的にツイストした理論を考え、その分配関数を用いて 4 次元の S-双対性を調べることが可能である。この試みを最初に行ったのが Vafa と Witten である [7]。彼らは 4 次元多様体として $K3$ などのよく知られたものを考え、ゲージ群としては $SU(N)$ を用いて調べた。4 次元の S-双対性は Montonen-Olive の双対性である。Montonen-Olive の双対性とは結合定数の強弱の入れ換えに伴い、ゲージ群が双対なゲージ群に入れ替わる対称性である [5]。具体的にいうと、Vafa と Witten は $SU(N)$ 理論に対しこの Montonen-Olive の双対性を課す事によりどのように分配関数が決定されていくかを調べた。我々は一般の ADE ゲージ理論に対して同様の手順で、どのように分配関数が決定されていくかを調べた [2]。

我々は前の仕事で、$K3$ をオービフォールド $T^4/\mathbf{Z}_2$ と捉えて、それ上の $SU(N)$ 理論の分配関数を調べた [1]。この仕事の中で我々は、$SU(N)$ 理論の分配関数が η 関数を Hecke 変換したもので記述されている [6] ことに着目し、その η 関数を一種の blow-up 公式 [8] と見なせる事を解明した。この事実は affine Lie 環の分母公式に集約される [3]。そこで我々はこの affine Lie 環の分母公式との関係を用いて、D, E 型ゲージ理論の分配関数の決定を試みた。具体的にいうと、D, E 型ゲージ理論に関しては前の仕事の逆の過程をたどって blow-up 公式を η 関数の積（η 積）で表した。そして、この η 積に関して ADE ゲージ理論の Montonen-Olive 双対性を課すことで D, E 型ゲージ理論の分配関数を決定した。しかし、我々の D, E 型ゲージ理論の分配関数はギャップ条件という基本的な条件を満足していない。これは D, E 型ゲージ理論の場合、$SU(N)$ 理論ほど単純でなく、$K3$ 上ですら可約接続の寄与が分配関数に入ってきてしまっていることによると予想される。この問題を我々は分配関数の非正則部分の問題 [4] と捉え、現在解決に取り組んでいる。

以上まとめると、我々は $K3$ 上の $\mathcal{N} = 4D, E$ ゲージ理論の分解関数を affine Lie 環の分母公式を手がかりに決定しようと試みた。現状はこの分配関数の正則部分の決定に留まっている。しかし、この分配関数は Montonen-Olive の双対性を満足している。今後は、ギャップ条件を満たすように分配関数の非正則部分を決定し、完全な分配関数を得ることを目指している。

参考文献

[1] M.Jinzenji and T.Sasaki. Mad.Phy.Lett.A16(2001)411-428,JHEP 0112:002,2001.

[2] M.Jinzenji and T.Sasaki. hep-th/0203179.

[3] G.Kac.*Infinite dimensional Lie algebras*,Cambridge 1990.

[4] J. A. Minahan, D. Nemeschansky, C. Vafa, N. P. Warner. Nucl.Phys. B527 (1998) 581-623.

[5] C.Montonen and D.Olive, Phys.Lett.B72(1977)117;
P.Goddard,J.Nyuts and D.Olive, Nucl.Phys.B125(1977)1.

[6] S.Mukai. Inv.Math.77(1984)101;
L.Göttsche. Math.Ann.286(1990)193.

[7] C.Vafa and E.Witten. Nucl.Phys.B431(1994)3.

[8] K.Yoshioka. J.reine angew.Math.453(1994),193-220.