A systematic construction of quasi-solvable quantum many-body systems

大阪大学大学院 理学研究科　田中 敏晶
E-mail: ttanaka@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

古典力学から場の理論、弦理論に至るあらゆる階層の物理学の理論、及びあらゆる分野の数理的なモデルの解析は、解析的な制御によるアプローチと計算機による数値計算によるアプローチ、及びそれらの複合によって進められる。前者によるアプローチは、その時点までに知られている解析的制御の可能性の範囲によって限界が規定されてしまう。この事実が、新しいタイプの可積分系や可解系の発見、及びその構造の理解の重要性を端的に示している。準可解性 (quasi-solvability) とは、量子力学系において発見された新しいタイプの可解系であり、１９８７年に初めてそのような用語が付され [1]、量子力学の長い歴史の中でも比較的新しく発見された性質の一つである。調和振動子や水素原子のように全てのエネルギー固有値と固有関数が求まる訳ではないが、スペクトルの一部と対応する固有関数が (少なくとも) 代数的に求まる場合を準可解であるという [2]。この発見によって従来の可解性を準可解性の特別な場合と捉える新な視点から再定義され、一方で既存の様々な概念との結び付きが解明されながら、一方では新しい概念を生み出しながら、準可解性の研究は現在も活発に続いている。最近の進展としては、Bender と Dunne によって発見された新しいタイプの直交関数系の発見とその一般化、N 重超対称性という拡張された超対称性との関係の発見などがある。

一自由度の量子力学系に関しては、一部の例外を除いて殆ど全ての可解、及び準可解なモデルが共通した代数構造を背後に持っていることが知られていて、それを元に完全な分類が行われている。一方、多体の量子力学系における準可解性は最近ようやく大きな発展を遂げつつある。多体系における可解性は、１９７０年頃の Calogero, Sutherland, Moser らの発見、そして１９８０年代初頭の Olshanetsky と Perelomov による一般化が挙げられるが、逆に言えばそれ以外に顕著な進展の無い事が量子多体系の解析の困難さを端的に示している。１９９５年に Rühl, Turbiner によって Calogero 系の可解性が新しい代数構造の発見によって示された事によって breakthrough が起った [3]。この新しい可解性の証明は前述したような準可解性の立場から捉える現代的な方法が用いられたので、準可解な量子多体系が持つべき代数構造の大きなヒントを与えた。この研究会では、この新しい代数構造を出発点として最小限の労力によって準可解な量子多体系の一般形を系統的に構成する方法を紹介し、さらに対称性の考察によって具体的に得られるモデルの分類を示した。またこの構成法の複産物として、準可解性が可解性に引き上がるときに系が超対称性を持つことが判明した。詳細については文献 [4] を参照されたい。

参考文献

[1] A. V. Turbiner and A. G. Ushveridze, *Phys. Lett.* **A126** (1987) 181.

[2] A. G. Ushveridze, *Quasi-exactly solvable models in quantum mechanics*, (IOP Publishing, Bristol, 1994).

[3] W. Rühl and A. V. Turbiner, *Mod. Phys. Lett.* **A10** (1995) 2213.

[4] T. Tanaka, hep-th/0202101; T. Tanaka, OU-HEP 415.