Supertubes and supercurves from M-ribbons

京大基研　百武慶文
E-mail: hyaku@yukawa.kyoto-u.ac.jp

IIA 型超弦理論には弦以外に D0-brane、D2-brane が存在するが、これらは M 理論では M2-brane として記述される。ここでは IIA 型理論において 1/4 susy を保つ supertube と supercurve を M 理論に持ち上げて M2-brane の配位として理解し、さらに双対性と矛盾のないように拡張する。

まず supertube と supercurve の性質について簡単に説明する。sueprtube はチューブ状の D2-brane で、かつその世界体積上には一様磁場 B とチューブに沿った電場 E がかかっている。磁場 B は任意でよいが電場は $E = 1/2\pi\alpha'$ のような値をとる。電磁場が存在しないチューブ状の D2-brane はその張力により潰れてしまうが、supertube の場合は電磁場による遠心力と張力が丁度均衡して任意の断面で安定となる。supercurve は任意の形状の弦であり、伸びている方向に光速で運動している。supertube、curve はともに 1/4 susy を保つ状態である。

では supertube を 11 次元に持ち上げて M2-brane の配位として表そう。電場は 11 方向への巻き付き、磁場は同方向への運動量に対応することに注意すると、M2-brane の世界体積座標 (ξ^0, ξ^1, ξ^2) を時空に

$$t = \xi^0, \quad \vec{x} = \vec{x}(\xi^1), \quad \phi_9 = \xi^2, \quad \phi_{11} = \varphi_{11}(\xi^0) + q\xi^1, \tag{1}$$

のように埋め込むことで supertube に対応する配位が実現されると考えられる。ここで 9 方向と 11 方向を半径 R_9、R_{11} で丸めて角度方向を ϕ_9、ϕ_{11} とした。$\vec{x}$ は残りの 8 次元空間での位置である。最後の項が 11 方向への巻き付き数 q と運動量を与える。この配位が実際に supertube と対応していることは、1/4 susy を保つことやエネルギーが弦と D0-brane の質量の和となって一致することから確認できる。また $\partial_t \phi_{11} = 1$ となり 11 方向には光速で運動していることが分かる。以下 supertube に対応する M2-brane の配位を M-ribbon と呼ぶことにする。

次に supercurve を表す M2-brane の配位についてだが、それは単に上式で 9 方向と 11 方向を入れ換えてやればよい。つまり M-ribbon の次元削減の仕方によって 10 次元では supertube に見えたり supercurve になったりするのである。これは 9 方向と 11 方向がトーラスになっていて、その $SL(2,\mathbb{Z})$ 変換のうちの S 変換を supertube に作用させると supercurve になることを意味する。ではより一般の $SL(2,\mathbb{Z})$ 変換の場合にはどうなるか。それは上式を

$$t = \xi^0, \quad \vec{x} = \vec{x}(\xi^1), \quad \phi_9 = \varphi_9(\xi^0) + p\xi^1 + m\xi^2, \quad \phi_{11} = \varphi_{11}(\xi^0) + q\xi^1 + n\xi^2, \tag{2}$$

のように一般化してやればよい。この配位は 1/4 susy を保つが、特に $SL(2,\mathbb{Z})$ 変換の作用と矛盾しないことを見るには T 双対性を使って IIB 型理論に移ると分かりやすい。このときエネルギーは

$$H = N\sqrt{n^2(2\pi R_9' T)^2 + m^2(2\pi R_9' T_1)^2} + \frac{mq - np}{R_9'} \tag{3}$$

となる。ただし R_9' は双対半径で N は元の運動量に対応する量子数である。これは 9 方向に運動量を持つ (n,m)-string のエネルギーを表すが、特に supertube は D-string の状態に対応することから、この配位は $SL(2,\mathbb{Z})$ 変換と整合していることが理解できる。

supertube は任意の断面で安定となる点で非常に特異な性質を持つ BPS 物体であるといえる。断面を変形することで 1/4 susy を保つ brane-anti-brane 系を実現することも可能であり、このとき通常 brane-anti-brane 系でタキオンと思われる状態はゼロ質量となる。このような場合の場の理論がどう記述されるかはまだ未解決である。特にゼロ質量状態がゲージ群の対称性を拡大するかどうか興味深い。