Superfield Description of Effective Theories on BPS Domain Walls

東北大理　阪村 豊
E-mail: sakamura@tuhep.phys.tohoku.ac.jp

4 次元 $\mathcal{N}=1$ 超対称模型における BPS domain wall は、理論の取扱いが容易であることに加えて様々なタイプの domain wall 解が存在することから非常によく調べられている。これらの BPS domain wall を構成した場合、その domain wall 上の有効理論を調べることは BPS wall 解の性質を理解する上で重要である。また現象論においても、domain wall を brane-world scenario の toy model として用いる際には wall 上の有効理論を導出することは重要である。

しかし、従来の導出方法では superfield の補助場を運動方程式を用いて完全に消去してしまうために、導出された有効理論においては wall が保存する 3 次元 $\mathcal{N}=1$ 超対称性が明白な形では見えなくなっている。このことは様々な面で議論の見通しを悪くしている。そこでここでは wall 上の有効理論を 3 次元 superfield で記述し、残っている超対称性が明白な表式を得ることを試みた。これは 4 次元 superspace の座標 $(x^m, x_2, \theta_1, \theta_2)$ の内、wall に沿った座標 x^m と保存する超対称性に対する半分の Grassmann 座標 θ_2 は残したままにして、破れた対称性に対する座標についてのみ積分することに対応する。結果は以下のとおりである。

ここでは、例として Generalized Wess-Zumino model を考える。Lagrangian は、

$$\mathcal{L} = \int \mathrm{d}^2\theta \mathrm{d}^2\bar{\theta}\, K(\bar{\Phi}, \Phi) + \int \mathrm{d}^2\theta\, W(\Phi) + \int \mathrm{d}^2\bar{\theta}\, \bar{W}(\bar{\Phi}). \tag{1}$$

θ_1 積分を実行すると、作用 S は、

$$S = \int \mathrm{d}^3x \int \mathrm{d}^2\theta_2 \int \mathrm{d}x_2 \left\{ K_{i\bar{j}} D_2^\alpha \varphi^i D_{2\alpha} \bar{\varphi}^{\bar{j}} - 2iK_i \partial_2 \varphi^i + 4\mathrm{Im}\left(e^{-i\delta} W(\varphi) \right) \right\}. \tag{2}$$

となる。ここで、4 次元 chiral superfield Φ と $\varphi(x^m, x_2, \theta_2)$ の関係は

$$\Phi(x^m, x_2 + \theta_1\theta_2, \theta_1, \theta_2) = e^{-i\theta_1 D_2 + i\theta_1^2 \partial_2} \varphi(x^m, x_2, \theta_2). \tag{3}$$

φ を 3 次元 superfield に mode 展開するために、mode equation を求めると、

$$i\left\{ \mathcal{D}_y \bar{u}_{(n)i}(x_2) - e^{-i\delta} \mathcal{D}_i W_j u^j_{(n)}(x_2) \right\} = m_{(n)} \bar{u}_{(n)i}(x_2). \tag{4}$$

ここで、

$$\bar{u}_{(n)i} \equiv K_{i\bar{j}}(A_{\mathrm{cl}}) \bar{u}^{\bar{j}}, \quad \mathcal{D}_y \bar{u}_i \equiv \partial_2 \bar{u}_i - i\Gamma^k_{ij} \partial_2 A^j_{\mathrm{cl}} \bar{u}_k, \quad \mathcal{D}_i W_j \equiv W_{ij} - \Gamma^k_{ij} W_k. \tag{5}$$

Eq.(4) の解 $u^i_{(n)}(x_2)$ を用いて、$\varphi(x^m, x_2, \theta_2)$ は

$$\varphi^i(x^m, x_2, \theta_2) = A^i_{\mathrm{cl}}(x_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} u^i_{(n)}(x_2) \varphi_{(n)}(x^m, \theta_2), \tag{6}$$

のように mode 展開される。この時、展開係数 $\varphi_{(n)}(x^m, \theta_2)$ は質量 $m_{(n)}$ の 3 次元 scalar superfield になっている。Eq.(6) を Eq.(2) に代入して、x_2 について積分すると求める 3 次元理論が得られる。

vector superfield を含む模型についても同様の操作で 3 次元有効理論を得ることができる。