Tachyons, time-dependent solutions and cosmology

N. Ohta (Osaka U.)

目 次

1　事の起こり

Open bosonic string theory $(d = 26)$ = D25-brane が 1 枚ある理論

摂動論的にはタキオンを含む。$\Rightarrow$ 不安定

Sen の予想 (hep-th/9805170, 9902105, 9904207)

1. より安定な非摂動的真空が存在して、そこでは D25 ブレインがすべて消失している。

   (a) 非摂動的真空のポテンシャルエネルギーと D25 ブレインの張力 T_{25} が相殺する。

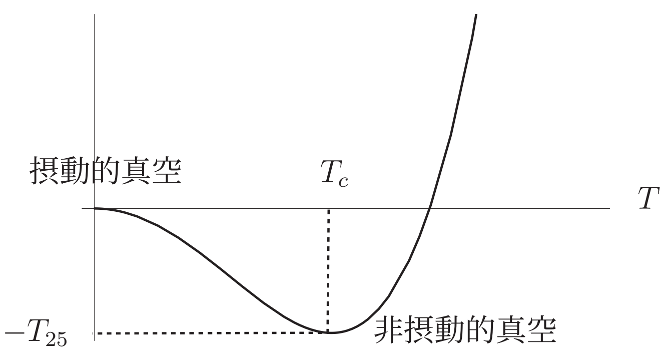

図 1: タキオンのポテンシャル

$$\boxed{V(T_c) + T_{25} = 0}$$

   (b) 非摂動論的真空上では開弦の励起モードの全くない閉弦だけの理論になる。
   —開弦が端を持つことのできる D25 ブレインが消えている。

2. 非摂動論的真空上のLump解(ソリトン解)が存在し、Dpブレイン($p \leq 24$)を表す。 [Descent relation]

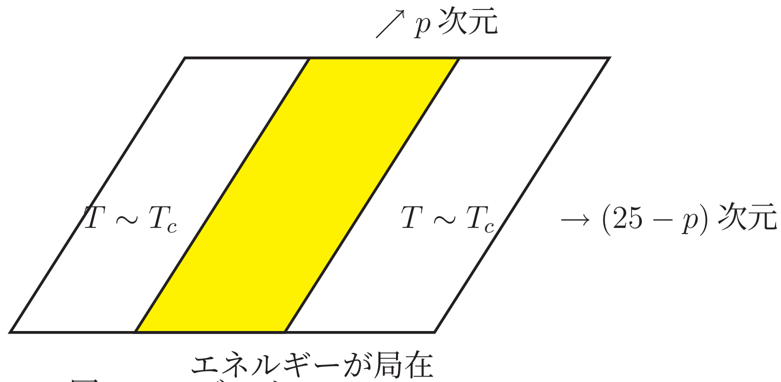

図 2: Dp ブレイン

kink解

$$\frac{T_{p-1}}{T_p} = 2\pi\sqrt{\alpha'}$$

ポテンシャルを取り扱うにはoff-shellの形式がよい。⇒ String field theory

- **WittenのCubic string field theory (CSFT)**

$$S = \frac{1}{2}\Phi \cdot Q_B \Phi + \frac{1}{3}\Phi \cdot (\Phi * \Phi)$$

Q_B: **BRST operator**

$\Phi[X(\sigma)]$: **string field**

Gauge invariance

$$\delta_\Lambda \Phi = Q_B \Lambda + \Phi * \Lambda - \Lambda * \Phi$$

$$Q_B = c_0 L + b_0 M + \tilde{Q}_B,$$
$$L = p_\mu^2 + N - 1, \quad M = -2\sum_{n\geq 1} n c_{-n} c_n, \quad \tilde{Q}_B : \ \textbf{nonzero modes}$$

具体的なFock表示： '87 Gross-Jevicki, Cremmer-Schwimmer-Thorn, Ohta, Samuel

- **Level truncation** ('88 Kostelecky-Samuel, '99 Sen-Zwiebach hep-th/9912249)

level 0: タキオンt のみ

$$V = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{27\sqrt{3}}{64}t^3 \quad \Rightarrow \quad \frac{V(t_c)}{T_{25}} = -0.68$$

level 4 $\Rightarrow$ 99 %

level 10 $\Rightarrow$ 99.9 % ('00 Moeller-Taylor)

高いlevelまで入れるといろいろな停留点$\Rightarrow$ これ以外のものはBRST 不変でない

('00 Hata-Shinohara)

- **BSFT** ('92 Witten)

タキオン場のみの作用を "厳密" に求める。

'00 Gerasimov-Shatashvili, Kutasov-Marino-Moore

$\Rightarrow$ **たしかにSenのconjecture 1(a)は成立している。**

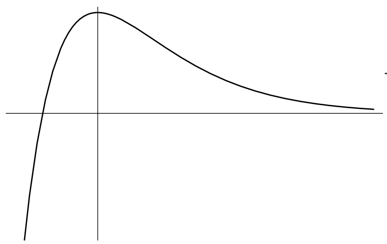

図 3: タキオンポテンシャル

$$U(T) = T_{25}(1+T)e^{-T}$$

- **その真空上では開弦のない閉弦理論になっているか？** $\Leftarrow$ **1(b)**

場の理論の古典解の周りの展開

$$\Phi = \Phi_c + \Psi, \qquad Q_B\Phi_c + \Phi_c * \Phi_c = 0$$
$$\Rightarrow S = S_c + \frac{1}{2}\Psi\cdot(Q_B + 2\Phi_c *)\Psi + \frac{1}{3}\Psi\cdot(\Psi * \Psi)$$

新しいBRST operator

$$Q'_B = Q_B + 2\Phi_c *, \Rightarrow (Q'_B)^2 = 0, \ \textbf{etc.}$$

- **開弦の自由度はない？** $\Rightarrow$ **2つの可能性**
  - **物理的ゆらぎの質量は∞。**('90 Kostelecky-Samuel, '00 David, Taylor)
  - **物理的ゆらぎの運動項が無い。**('00 Rastelli-Sen-Zwiebach)

$\Rightarrow$ **Vacuum string field theory (VSFT)**

BRST operatorのcohomologyは自明。

$$Q'_B = c_0, \quad c_n + (-1)^n c_{-n} \quad ??$$

これを与える解Φ_cは見つかっていない。

$$\text{Sliver state: } \Phi_c * \Phi_c = \Phi_c$$

1(b)は未解決？

関連してSFTについてたくさん論文が書かれた。

(W. Taylor, Ohmori, Furuuchi-Okuyama, Hata-Moriyama-Kawano-Kogetsu-Teraguchi, Takahashi, Bars-Matsuo-Kishimoto-Watanabe, Imamura, Okawa, 日本の若手たくさんect. ect.)

無限個の振動子があることのために、アノーマリなどが生じて、なかなかwell-defined な手続きが定義できない。例：Sliver state

2 タキオン凝縮過程及び時間に依存した解

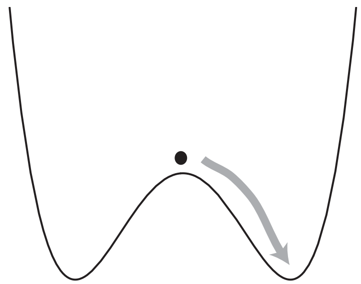

図 4: D-$\bar{\text{D}}$ のタキオンポテンシャル

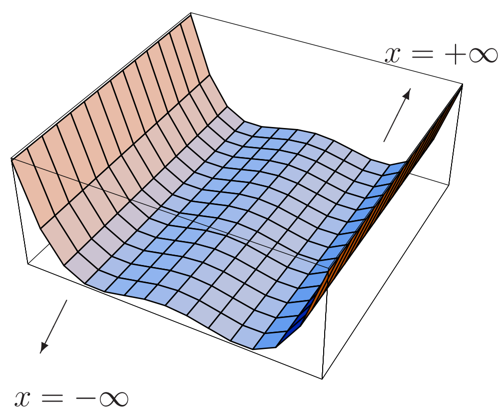

図 5: kink 解

Type IIB 理論の D-$\bar{\text{D}}$ 系の場合

不安定ブレインのタキオンが転がり落ちる過程

過去にさかのぼると、坂を駆け上がってくる
⇒ 時間方向の kink

通常の kink 解 (2 次元)

$$\phi(x=-\infty) = -a, \quad \phi(x=\infty) = a,$$

エネルギーは空間的に局在

時間的 kink 解（Gutperle & Strominger)

$$\phi(t=-\infty) = -a, \quad \phi(t=\infty) = a,$$

エネルギーは時間的に局在
⇒ Spacelike brane (S-brane)
world-volume は空間的にのびている。

D-brane charge ⇒ 時間的に一定の閉曲面で囲まれたところにある一定の charge
S-brane charge ⇒ 一定の閉曲面 (時間座標も含む) で囲まれたところにある一定の charge

この解はタキオンの凝縮過程を記述する。

- **SFTによる記述** (Sen, "Rolling Tachyon," hep-th/0203211)

$$Q_B|\Psi\rangle + |\Psi * \Psi\rangle = 0$$

$m^2 = -1$ で初期条件

$$T(0) = \lambda, \quad \frac{\partial T}{\partial x^0} = 0, \quad \Rightarrow \quad T(x^0) = \lambda \cosh(x^0)$$

となる場の方程式の解を λ の摂動で構成 (x^0 の大きいところでは無効)

- **BCFTによる記述**

$$-\frac{1}{2\pi}\int d^2z \partial_z X^0 \partial_{\bar{z}} X^0 + \tilde{\lambda}\int dt \cosh X^0(t)$$

$\tilde{\lambda}$ による変形は X^0 しか含まないので、Dirichlet 条件の空間方向は影響を受けない。

$\Rightarrow$ **系のエネルギー密度はもとのブレイン面にとどまる。**

実際に bulk modes $|k^0\rangle$ と $\alpha^0_{-1}\bar{\alpha}^0_{-1}|k^0\rangle$ との結合を評価

$\Rightarrow$ D ブレインのエネルギーは保存する！

• **Tachyon matter** (Sen, hep-th/0203265)

Dブレイン境界状態 $\Rightarrow$ **凝縮するタキオン解のエネルギー運動量テンソル**

境界状態は閉弦場のソースとなる $\Rightarrow (Q_A + \bar{Q}_A)|\Psi_c\rangle = |\mathcal{B}\rangle \Rightarrow (Q_A + \bar{Q}_A)|\mathcal{B}\rangle = 0$

$$\textbf{level 2:}\ [f(X^0) + \alpha^0_{-1}\bar{\alpha}^0_{-1} g(X^0)](c_0 + \bar{c}_0)c_1\bar{c}_1|k\rangle$$

$$f(x^0) = \frac{1}{1+e^{x^0}\sin(\tilde{\lambda}\pi)} + \frac{1}{1+e^{-x^0}\sin(\tilde{\lambda}\pi)} - 1,\ g = \cos(2\tilde{\lambda}\pi) + 1 - f(x^0).$$

$$T_{ij} = -T_p f(x^0)\delta_{ij} \to 0, \quad T_{00} = \frac{1}{2}T_p(\cos(2\tilde{\lambda}\pi)+1) \to \ \textbf{const}, \quad (x^0 \to \infty)$$

remnant として圧力のないエネルギーを持つガスが残る。

対応する supergravity 解 $\Rightarrow$ **K. Ohta-Yokono, hep-th/0204143.**

• **有効場の理論** (M.R. Garousi, hep-th/0003122, E.A. Bergshoeff et al., hep-th/0003221, J. Kluson, hep-th/0004106, Sen, hep-th/0204143)

$$S = -\int d^{p+2}x V(T)\sqrt{1+(\partial_\mu T)^2}$$

ポテンシャルの最小値の所には平面波解はない。しかし何らかの物質が残る。

- **時間に依存した解** (Sen, hep-th/0207105)

BCFT の方法を用いてタキオンがポテンシャルの最大値から転げ落ちる 1 パラメーター (エネルギー) の解を作る。
$\Rightarrow$ 解の存在は言えるが、厳密な解を構成することは一般にできない。

- **SFT での解を足しあげる試み** (Fujita-Hata, hep-th/0304163)

Witten's CSFT において level truncation をして、初期条件を課して解く試み。

- **有効作用のアプローチ** (Hashimoto-Ho-Nagaoka-Wang, hep-th/0211090, 0303172)

S ブレイン作用を用いて、タキオン凝縮とその remnant (fundamental string) を記述。

- **閉弦との結合** (Okuda-Sugimoto, hep-th/0208196, Mukhopadhyay-Sen, hep-th/0208142, Rey-Sugimoto, hep-th/0301049)

Sen はもともと $(-1,-1)$ の状態との結合だけを考えたが、massive states への結合の方が大きい。

- **終状態** (Lambert-Liu-Maldacena, hep-th/0303139)

そのmassive modes**との結合は**on-shell physical modes**の生成には効かない**
しかし不安定Dp($p \leq 2$)**は完全に閉弦へ崩壊する。**

- **残る物質は何か？**

fundamental string? **Bergman-Hori-Yi-Gibbons-Hashimoto-Ho-Wang-Sen, '00 – '03)**

開弦は無い $\Rightarrow$ **good summary** **(Sen, hep-th/0305011)**

3 超重力理論のSブレイン解

(Chen-Gal'tsov-Gutperle, hep-th/0204071, Kruczenski-Myers-Peet, hep-th/0204144, Ohta, hep-th/0301095)

時間依存性を持ったブレイン的解 (S-branes)

Spブレインは$(p+1)$次元のユークリッド的世界体積を持つ。

ディラトンϕとm個の異なるn_A形式の入った重力理論:

$$I = \frac{1}{16\pi G_d}\int d^d x\sqrt{-g}\left[R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \sum_{A=1}^{m}\frac{1}{2n_A!}e^{a_A\phi}F_{n_A}^2\right].$$

場の方程式

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + \sum_A \frac{1}{2n_A!}e^{a_A\phi}\left[n_A\left(F_{n_A}^2\right)_{\mu\nu} - \frac{n_A-1}{d-2}F_{n_A}^2 g_{\mu\nu}\right],$$

$$\Box\phi = \sum_A \frac{a_A}{2n_A!}e^{a_A\phi}F_{n_A}^2, \qquad \partial_{\mu_1}\left(\sqrt{-g}e^{a_A\phi}F^{\mu_1\cdots\mu_{n_A}}\right) = 0, \qquad \partial_{[\mu}F_{\mu_1\cdots\mu_{n_A}]} = 0.$$

線素

$$ds_d^2 = -e^{2u_0}dt^2 + \sum_{\alpha=1}^{p} e^{2u_\alpha}dy_\alpha^2 + e^{2B}d\Sigma_{k,\sigma}^2,$$

$d = p + k + 1$, **場や計量はすべて時間 t だけの関数。**

$y_\alpha (\alpha = 1, \ldots, p)$ **は** p **次元世界体積方向**
残る座標: 時間 t**、** k **次元球面** ($\sigma = +1$)**、平面** ($\sigma = 0$) **または双曲多様体** ($\sigma = -1$, isometry group **の** discrete subgroup **で割ることにより有限体積にできる** (Thurston)) $d\Sigma^2_{k,\sigma}$.

一般解

$$
\begin{aligned}
ds_d^2 &= \prod_A [\cosh \tilde{c}_A (t - t_A)]^{2\frac{q_A+1}{\Delta_A}} \Bigg[e^{2kg(t)+2c_0 t+2c_0'} \left\{ -dt^2 + e^{-2(k-1)g(t)} d\Sigma^2_{k,\sigma} \right\} \\
&\quad + \sum_{\alpha=1}^p \prod_A [\cosh \tilde{c}_A (t - t_A)]^{-2\frac{\gamma_A^{(\alpha)}}{\Delta_A}} e^{2\tilde{c}_\alpha t + 2c_\alpha'} dy_\alpha^2 \Bigg],
\end{aligned}
$$

$$
\gamma_A^{(\alpha)} = \begin{cases} d-2 \\ 0 \end{cases} \quad \text{for} \quad \begin{cases} y_\alpha \ \text{belonging to } q_A\text{−brane} \\ \text{otherwise} \end{cases}.
$$

$$
E_A = \frac{e^{\tilde{c}_A (t - t_A)}}{N_A \cosh \tilde{c}_A (t - t_A)}, \qquad \tilde{c}_A = \sum_{\alpha \in q_A} c_\alpha - \frac{1}{2} c_\phi \epsilon_A a_A, \qquad c_0 = \sum_A \frac{q_A + 1}{\Delta_A} \tilde{c}_A - \frac{\sum_{\alpha=1}^p c_\alpha}{k-1},
$$

$$
c_0' = -\frac{\sum_{\alpha=1}^p c_\alpha'}{k-1}, \qquad \tilde{c}_\alpha = c_\alpha - \sum_A \frac{\delta_A^{(\alpha)}}{\Delta_A} \tilde{c}_A, \quad \tilde{c}_\phi = c_\phi + \sum_A \frac{(d-2)\epsilon_A a_A}{\Delta_A} \tilde{c}_A.
$$

構成規則:

(1) すべての方向に $[\cosh \tilde{c}_A(t-t_A)]^{2\frac{q_A+1}{\Delta_A}}$ の因子をかける。

(2) ブレインの外の方向 (時間と k 次元の空間) には、因子 $e^{2c_0 t}[-e^{2kg(t)}dt^2 + e^{2g(t)}d\Sigma^2_{k,\sigma}]$ をつける。

(3) ブレインに属する座標には因子 $[\cosh \tilde{c}_A(t-t_A)]^{-2\frac{d-2}{\Delta_A}}$ をかける。

交差規則:

q_A ブレインと q_B ブレインが $\bar{q}(\leq q_A, q_B)$ 次元で重なるとき

$$\bar{q} = \frac{(q_A+1)(q_B+1)}{d-2} - 1 - \frac{1}{2}\epsilon_A a_A \epsilon_B a_B.$$

1. これらの解には超対称性は残っていない。
2. 時間方向に Dirichlet 条件をおいたブレインと解釈できる。$\Rightarrow$ D ブレインとのアナロジー
3. どこかの時間で特異点が発生 (Leblond-Peet, hep-th/0305059, Buchel-Walcher, hep-th/0305055)

4　S ブレインと宇宙論

最近の宇宙背景輻射の観測 $\Rightarrow$ 宇宙は現在膨張しているだけではなく、加速膨張している (インフレーション)。

10 次元または 11 次元の超重力を 4 次元にコンパクト化してインフレーションが出せるか?

6 次元または 7 次元内部空間が時間に依存せず、positive energy conditon を満たしていればいかず定理が成立：(e.g. Gibbons, hep-th/0301117, CQG 20 (2003) S321)

$$\text{Raychaudhuri eq.:} \qquad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P),$$

$$\text{Friedmann eq.:} \qquad \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho,$$

$\ddot{a} > 0$ のためには、エネルギー密度 ρ が $-\frac{1}{3}P$ 以上に負でなければならない (anti-gravitated)。

$$\rho + 3P = 2(T_{00} - \frac{1}{2}g_{00}T^\lambda{}_\lambda) = \frac{1}{4\pi G}R_{00}$$

により、Raychaudhuri 方程式は

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3}R_{00}$$

となるので、インフレーションが起こるためには

$$R_{00} < 0$$

でなければならない。$\Rightarrow$ Strong energy condition (SEC) の破れが必要。
しかし M/超弦理論では、これはほとんど不可能？
超重力理論では strong energy condition が満たされている！！(brane-world では、負の張力のブレインを入れてこれを破っているために超重力理論に埋め込むことができていない。)
実は時間依存性を許せば、一時的に SEC を破り、この種の模型を得ることが可能である。
例：真空解 (Townsend-Wohlfarth, hep-th/0303097, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 061302)
S ブレインの特殊な極限 (Ohta, hep-th/0303238, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 061303)
S ブレインで $E = 0, p = 3$ として、内部空間を双曲多様体に選ぶ。

$$ds^2 = e^{3kt/(k-1)} K^{-k/(k-1)} ds_E^2 + e^{-6t/(k-1)} K^{2/(k-1)} ds_k^2.$$

ここで

$$\begin{aligned} ds_E^2 &= -S^6 dt^2 + S^2 d\mathbf{x}^2, \\ S(t) &= e^{-(k+2)t/2(k-1)} K^{k/2(k-1)}, \qquad K(t) = \frac{\sqrt{3(k+2)/k}}{(k-1)\sinh(\sqrt{3(k+2)/k}\ |t|)}. \end{aligned}$$

時間座標

$$d\eta = S^3(t)dt$$

4次元宇宙は $\frac{dS}{d\eta} > 0$ **ならば膨張**

$$\Rightarrow n_1(t) \equiv -1 - \sqrt{\frac{3k}{k+2}} \coth\left(\sqrt{\frac{3(k+2)}{k}}\, ct\right) > 0,$$

$\frac{d^2S}{d\eta^2} > 0$ **ならば加速膨張**

$$\Rightarrow \frac{3(k-1)}{(k+2)\sinh^2[\sqrt{3(k+2)/k}\ ct]} - n_1^2(t) > 0.$$

$k = 7$ **の場合の左辺** $\Rightarrow$ **図 6、スケール因子** $S(t)$ **の振る舞い** $\Rightarrow$ **図 7。負の時間に、**

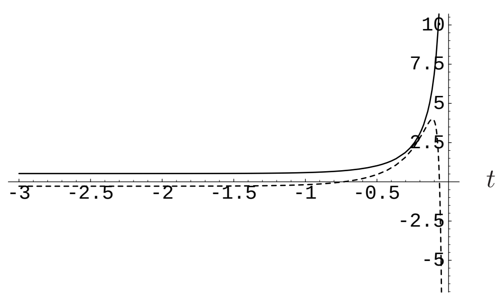

図 6: 第 1 の条件 (実線) と第 2 の条件 (破線) の左辺

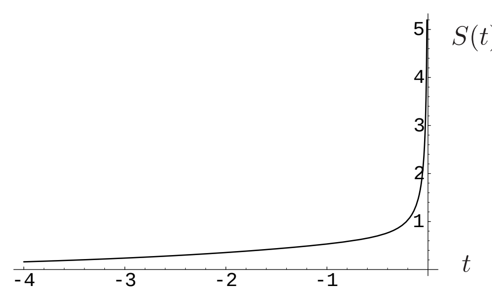

図 7: スケール因子 $S(t)$ の振る舞い

条件が満たされる時がある。($t < 0$ **と** $t > 0$ **はつながっていない異なる宇宙に対応し、我々は** $t < 0$ **に住んでいると考える。)**

S ブレインによるインフレーション

(N.O., hep-th/0303238, 0304172, S. Roy, hep-th/03040884, Wohlfarth, hep-th/0304089, Emparan-Garriga, hep-th/0304124, Chen-Ho-Neupane-Wang, hep-th/0304177, Gutperle-Kallosh-Linde, hep-th/0304225, Ito, hep-th/0305130, Chen-Ho-Neupane-Ohta-Wang, hep-th/0306291.)

$(4+k)$ 次元の解を

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= \delta^{-k}(t) ds_E^2 + \delta^2(t) d\Sigma_{k,\sigma}^2, \\
ds_E^2 &= -S^6(t) dt^2 + S^2(t) d\mathbf{x}^2,
\end{aligned}
$$

と書く。(これは 4 次元計量が Einstein frame になるようにしてある。)

SM2 ブレイン解

$$
\begin{aligned}
ds_d^2 = [\cosh 3c(t-t_2)]^{2/(k-1)} \Big[& - e^{2kg(t)-6c'/(k-1)} dt^2 \\
& + e^{2g(t)-6c'/(k-1)} d\Sigma_{k,\sigma}^2 + [\cosh 3c(t-t_2)]^{-2(k+2)/3(k-1) 2c'_\alpha} d\mathbf{x}^2 \Big].
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \delta(t) = [\cosh 3c(t-t_2)]^{1/(k-1)} e^{g(t)-3c'/(k-1)},
$$

$$
S(t) = [\cosh 3c(t-t_2)]^{(k+2)/6(k-1)} e^{kg(t)/2-(k+2)c'/2(k-1)}.
$$

$k=7$ で双曲型内部空間 $\sigma=-1$ の場合の条件 ($t_1=0$ として)

$$n_2(t) \equiv \frac{3}{4}\tanh[3c(t-t_2)] - \frac{\sqrt{21}}{4}\coth(3\sqrt{3/7}ct) > 0,$$
$$\frac{9}{8}\left(\frac{1}{\cosh^2[3c(t-t_2)]} + \frac{1}{\sinh^2(3\sqrt{3/7}ct)}\right) - n_2^2(t) > 0.$$

⇒ 図 9。これらの条件を満たす負の時間がある !! (パラメーターをうまくとると平坦や球面の場合でも可能。)

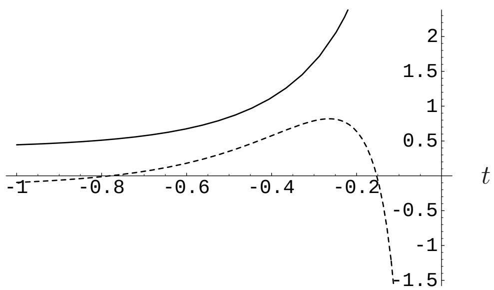

図 8: 条件の左辺

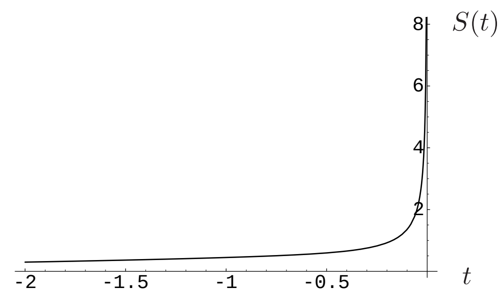

図 9: スケール因子 $S(t)$.

しかしこれで得られる膨張因子は、せいぜい 2-3 !!

基本的機構

4 次元の宇宙と次元が k の空間との直積空間を考える。内部空間の大きさを与えるスカラー場

$$ds^2 = \mathrm{e}^{-2\sum_i m_i\phi_i/(d-1)} ds^2_{d+1} + \sum_{i=1}^{3} \mathrm{e}^{2\phi_i(x)} d\Sigma^2_{m_i,\epsilon_i},$$

のポテンシャルは

$$V=\sum_{i=1}^{3}(-\epsilon_i)\frac{m_i(m_i-1)}{2}\mathrm{e}^{-\frac{2}{d-1}\left((m_i+d-1)\phi_i+\sum_{j\neq i}^{1\leq j\leq 3}m_j\phi_j\right)}-\epsilon_0\frac{(d-1)^2}{2a^2}.$$

指数関数ポテンシャル !!

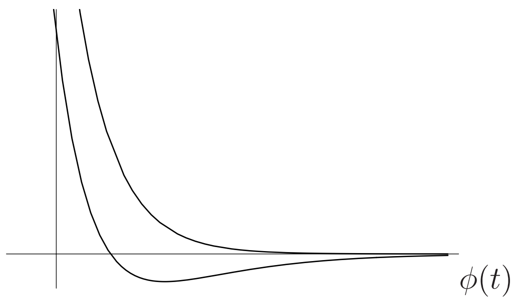

図 10: 半径のスカラー場のポテンシャル

初期条件により運動エネルギーをもって、右から入ってきたスカラー場は壁を上ってしばらくの間位置エネルギー=実質的な宇宙項として作用する。この間にインフレーションを起こす。そこから壁を落ちて 0 ポテンシャルエネルギーの状態へと近づいていく。このためインフレーションはそう長く続かず、得られる膨張因子も大きくない。

内部空間も双曲型空間にすると、eternal inflation が可能な模型が得られた。 (Chen-Ho-Neupane-Ohta-Wang, hep-th/0306291.)

もし上の式の $\epsilon_0=-1$ だと、ポテンシャルに底上げがある !!!

5 結論と展望

不安定Dブレイン系のタキオン凝縮は面白い物理を提供してくれる。

- Dブレインが消滅して閉弦の理論が実現するための必要条件として、条件1(a)は満たされている。
- 崩壊した後の状態については、完全な決着はついていない。
  - 圧力はないけれどエネルギー密度はあるtachyon matter
  - Dブレインの元の位置に残ったままで、バルクへ拡がっていかない。
  - 閉弦状態になる。
  - fundamental stringになる。
- 時間に依存した過程を考えること

  超弦理論の有効理論である超重力理論のSブレイン解
- Sブレイン解は、宇宙論のインフレーションを超弦理論から初めて与えた。

  しかし得られる膨張因子はせいぜい3程度であり、宇宙初期のインフレーションを与えるにはさらに工夫が必要。
- eternal inflationを与えるケースが発見された。

将来の展望:

- タキオン凝縮によって得られる終状態をきちんと同定し、その性質を調べる。
- 凝縮の過程を時間依存を含めて理解する。
- S ブレイン解を含め、時間に依存した解をさらに調べる。その特異性、宇宙論への応用などが重要。de Sitter 宇宙論は得られるのか？
- dS/CFT 対応はあるのか？
- 閉弦のタキオン凝縮はどうなるのか？