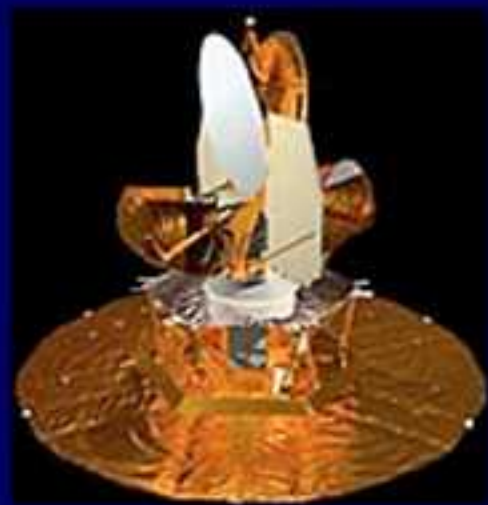
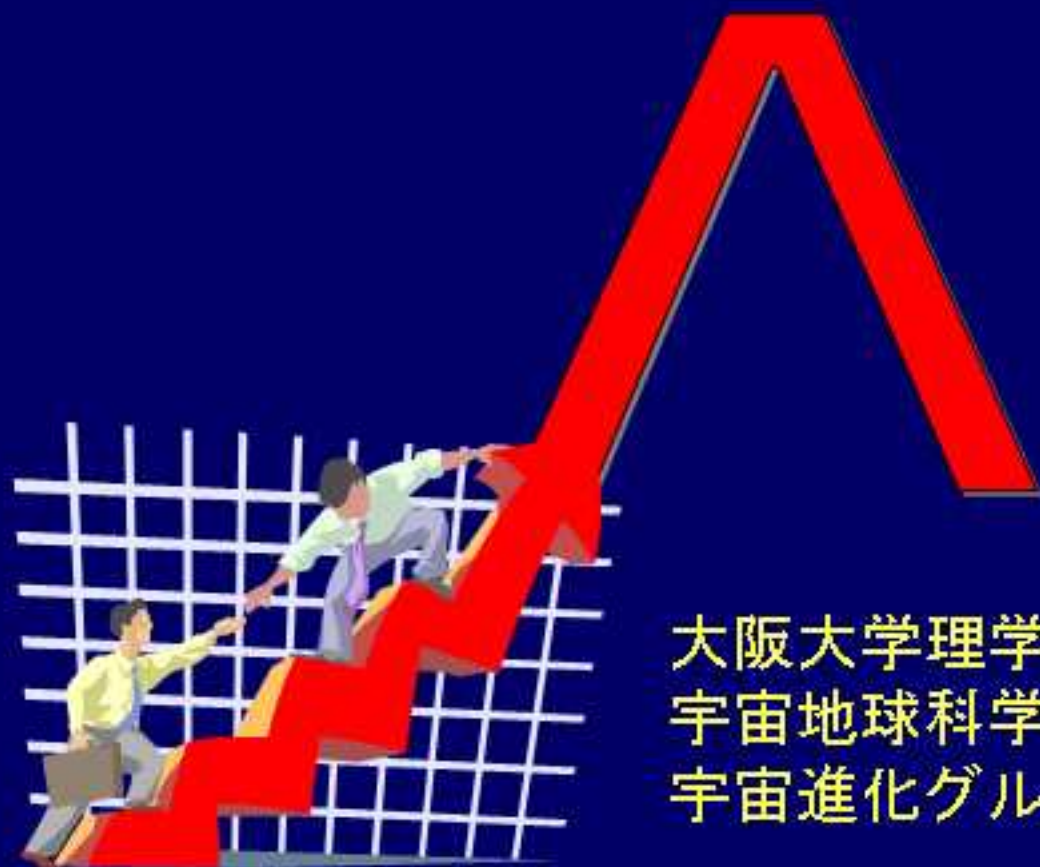


宇宙論：一步前へ



大阪大学理学研究科
宇宙地球科学専攻
宇宙進化グループ

横山順一

宇宙背景輻射探査衛星の全天マップ^①

$T=2.725\text{K}$

Cosmic Microwave Background
CMB

http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/cobe_images/m_d_53s_1111.gif

現在の宇宙: 大域的に一様・等方

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right)$$

スケールファクター

曲率

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$

$H = \frac{\dot{a}}{a}$ ハッブルパラメタ



$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{cr}} = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho$$

密度パラメタ
 Ω_m, Ω_b

$$\frac{K}{a^2} = (\Omega + \Omega_\Lambda - 1)H^2$$

$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$ 宇宙項(dark energy)

通常のインフレーションがあれば高精度で $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$

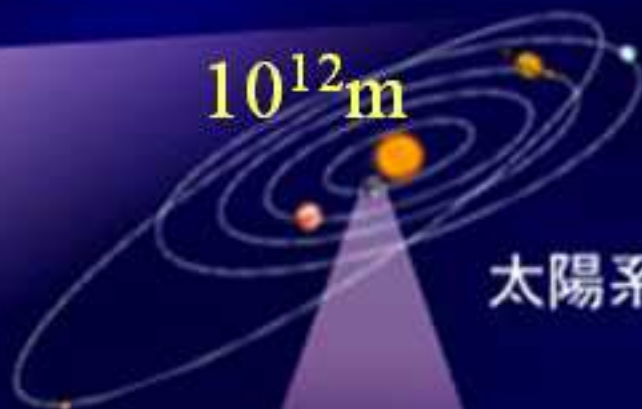
宇宙の階層構造

銀河団

10^{22}m

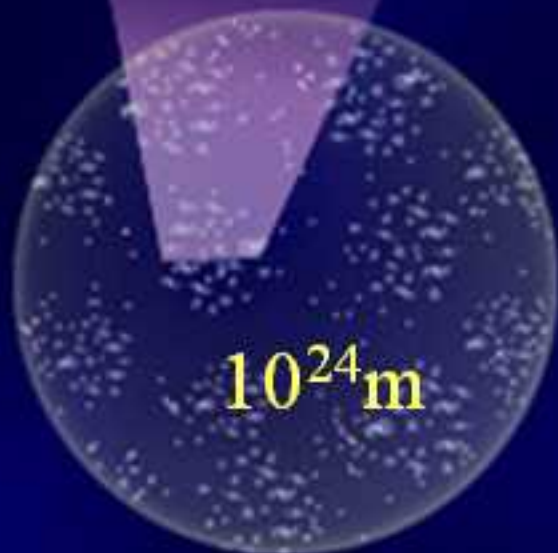


10^{20}m
銀河系



10^{12}m

太陽系



10^{24}m

超銀河団

1m



10^7m

地球

現在の宇宙：豊かな階層構造を持つ

初期線型密度・曲率揺らぎが重力で成長

線型摂動論

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi(\mathbf{x}, t))dt^2 + a^2(t)(1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t))d\mathbf{x}^2$$

重力ポテンシャル
の揺らぎ

曲率揺らぎ

宇宙の大規模構造

現在のパワースペクトル

$$P(k, t_0) = \langle |\Phi_k(t_0)|^2 \rangle$$

宇宙背景輻射CMB
の揺らぎ：非等方性

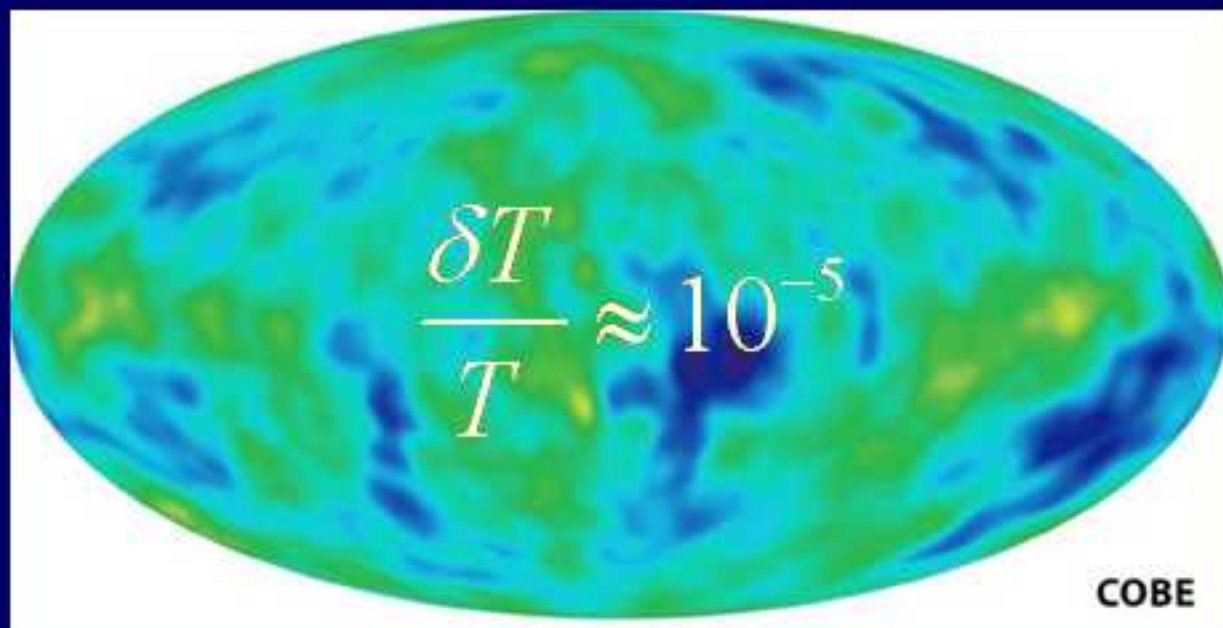
角度パワースペクトル
 C_l

初期揺らぎ
パワースペクトル

$$P(k, t_i) = \langle |\Phi_k(t_i)|^2 \rangle$$

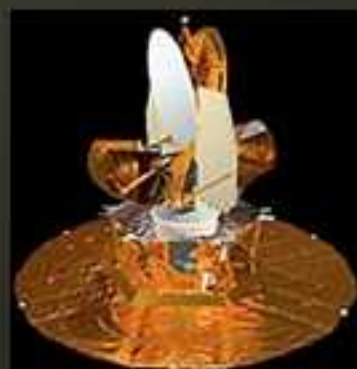
H、 Ω 、 Λ
パラメータ
宇宙論的

宇宙背景輻射探査衛星の全天マップ²

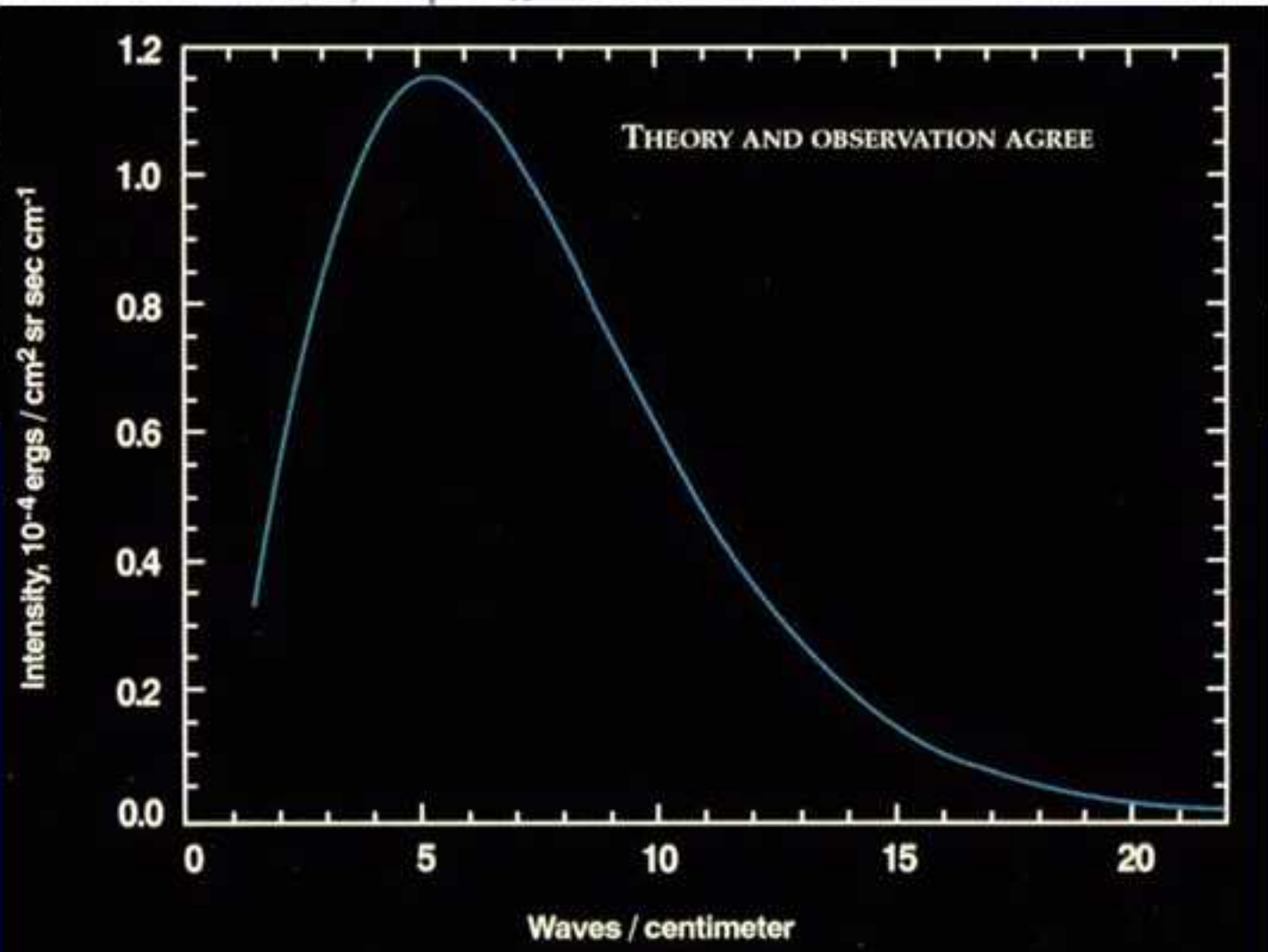


COBE
COsmic
Background
Explorer
1993

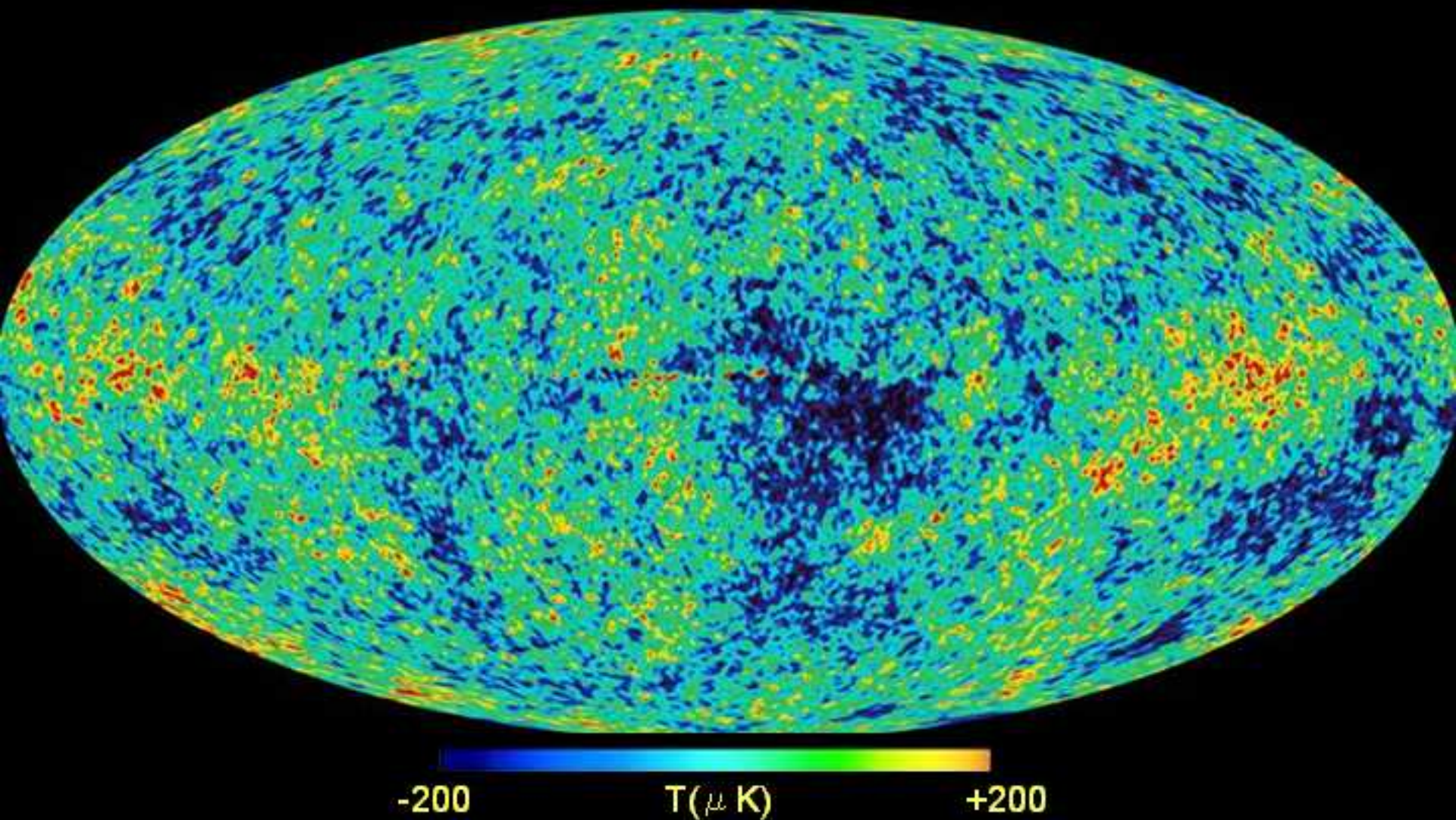
WMAP衛星



Item	K-Band	Ka-Band	Q-Band	V-Band	W-Band
Wavelength, λ (mm)	13	9.1	7.3	4.9	3.2
Frequency, ν (GHz)	22.8	33.0	40.7	60.8	93.5
Ant. them. conversion factor, $\Delta T / \Delta T_A$	1.014	1.029	1.044	1.100	1.251
Noise, σ					6.498
Beam width					0.21
No. of D					4
No. of R					8
No. of C					16



銀河面からの放射を取り除いたCMB温度揺らぎの全天マップ



温度揺らぎの分布はガウス分布であった

3次元空間の情報: フーリエモード展開

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \int \Phi_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{スケール} r: r \approx \frac{2\pi}{k}$$

★ パワースペクトル: $\langle \Phi_{\mathbf{k}}(t) \Phi_{\mathbf{k}'}^*(t) \rangle = P(k, t) \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$

★ 相関関数: $\langle \Phi(\mathbf{x}, t) \Phi(\mathbf{y}, t) \rangle = \mathcal{E}(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) = \int P(k, t) e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{x} - \mathbf{y})} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$

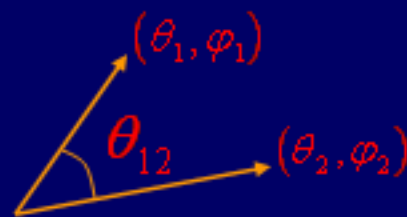
2次元面方向の情報: 球面調和関数展開

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad \text{角度スケール} \theta: \theta \approx \frac{\pi}{l}$$

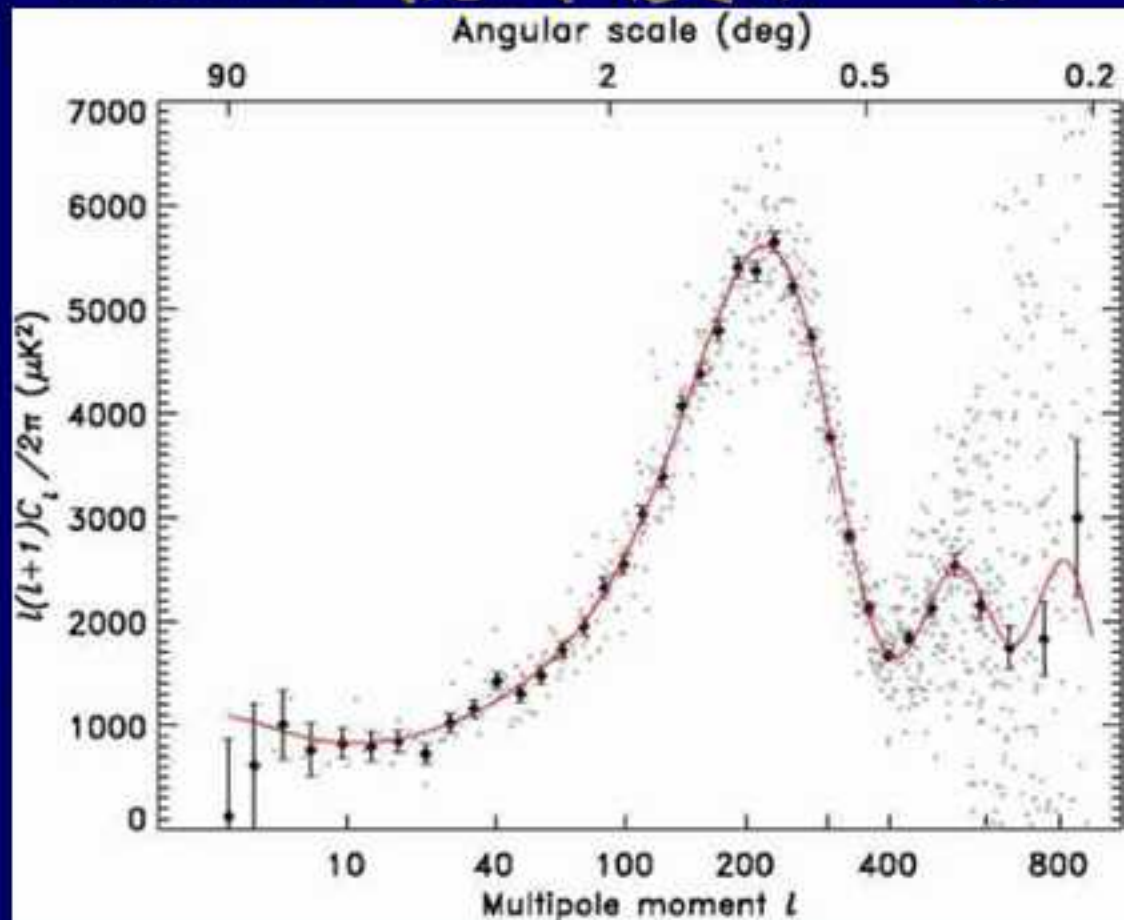
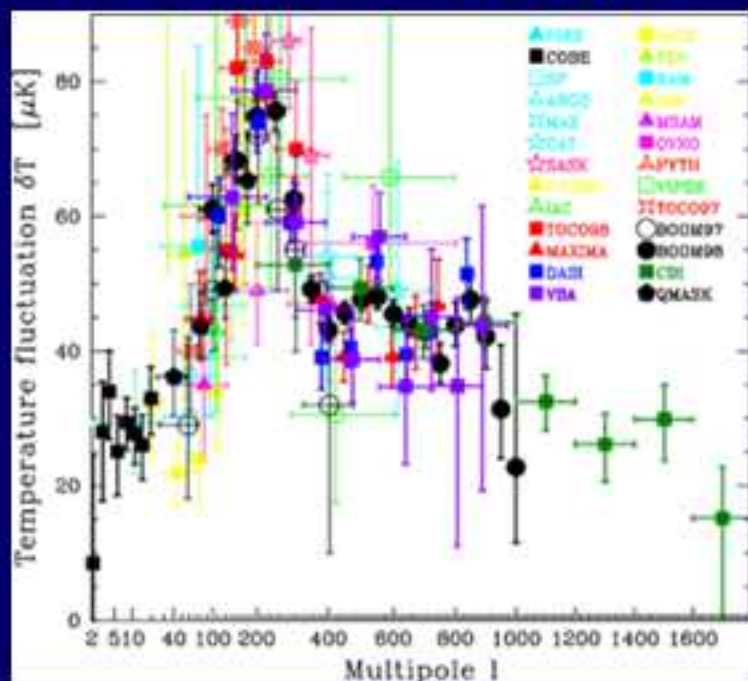
★ 角度パワースペクトル C_l : $\langle a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2}^* \rangle = C_{l_1} \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2}$

★ 角度相関関数 $C(\theta_{12})$:

$$\left\langle \frac{\delta T}{T}(\theta_1, \varphi_1) \frac{\delta T}{T}(\theta_2, \varphi_2) \right\rangle = C(\theta_{12}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos \theta_{12})$$



WMAP以前 WMAP初年度データ



実際はunbinned dataは予想以上にバラツキが大きかった。
それでも宇宙論的パラメタはずいぶん精度よく決まった。

Cosmological Parameters: WMAP以前

SNIa+CMB

+Matter density

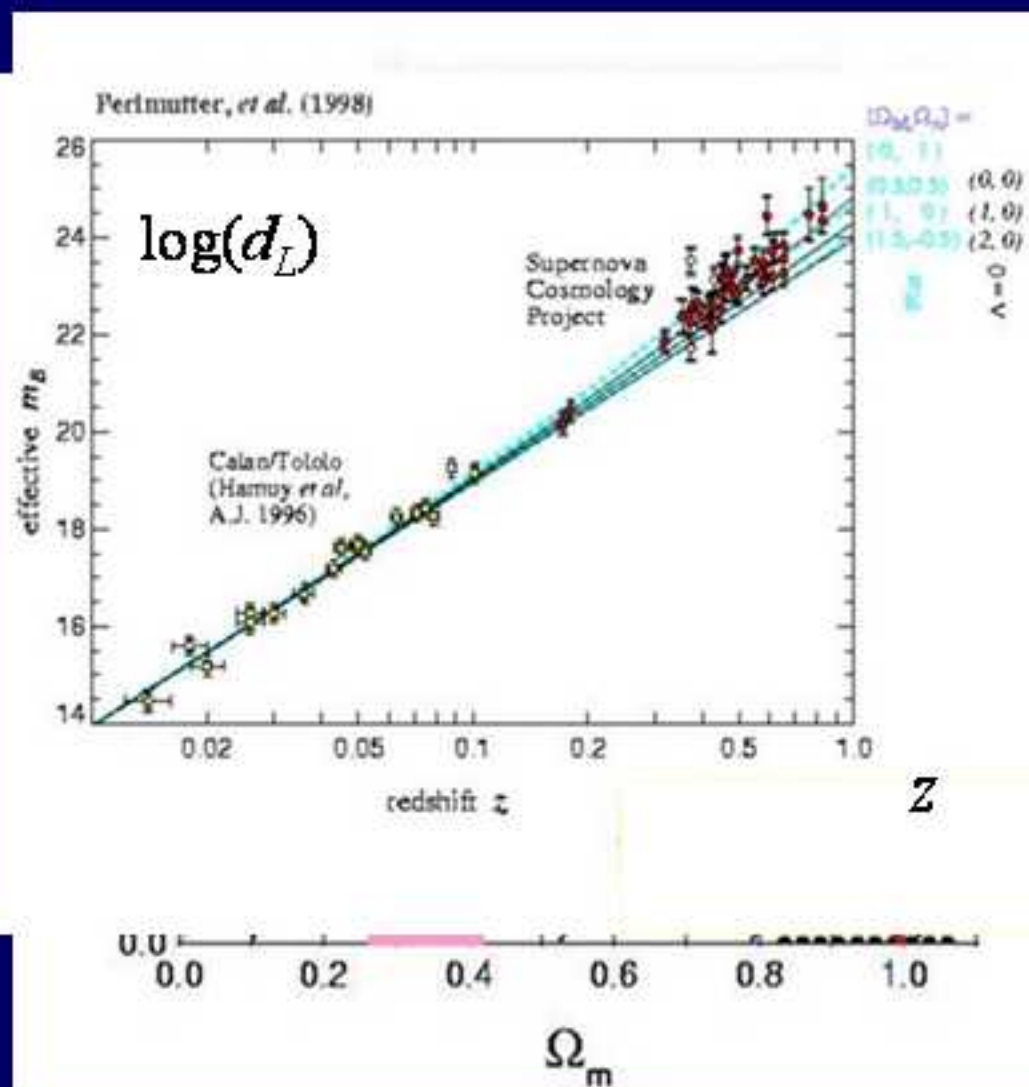
$$\Omega_{m0} \simeq 0.3 \quad \Omega_{\Lambda 0} \simeq 0.7$$

$$\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} = 1, \quad K = 0$$

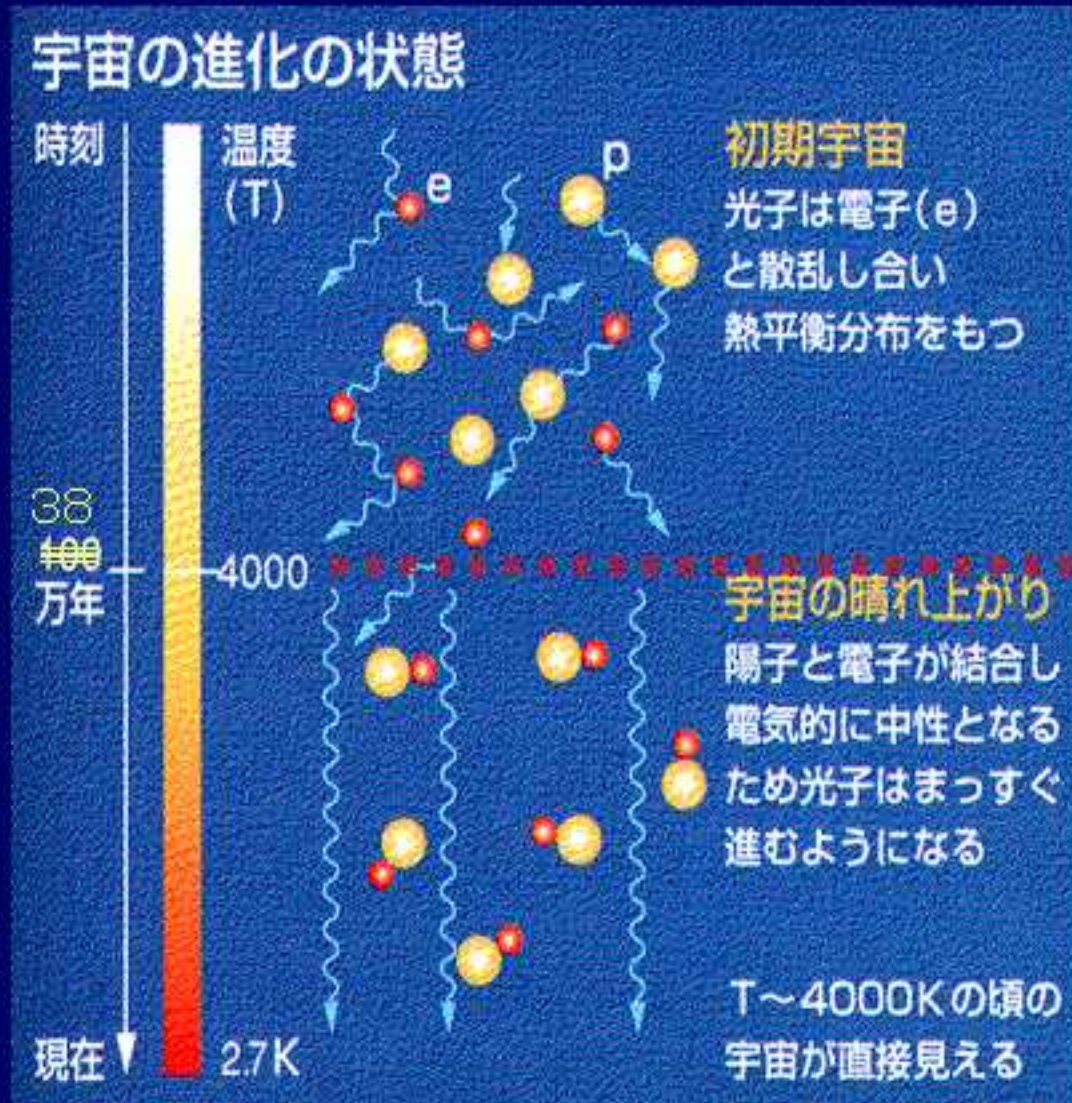
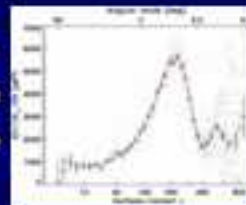
$$H_0 = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc,}$$

$$t_0 = 11 \sim 17 \text{ Gyr}$$

という **concordance model** が示唆されていたが、定量的な誤差評価はできなかった。



角度パワースペクトル曲線の由来



強結合時代

衝突項が大きく
局所熱平衡分布

最終散乱面 η_d

Last Scattering Surface
Decoupling epoch

Free stream時代

LSS上からくる光子を観測

CMB非等方性の起源

最終散乱面上

輻射の密度揺らぎ

輻射流体の運動によるDoppler効果

重力赤方偏移によるSachs-Wolfe効果



- ★ 当時の音地平線(見込む角にして1度ほど)以下のスケールでは揺らぎは振動している
ので、最終散乱面上のスナップショットをとると振動して見える。
- ★ 実際には晴れ上がりには有限の時間がかかり、最終散乱面は有限の厚さを持つため、
その間に何度も振動する短波長モード(0.1度角くらい)は減衰する。

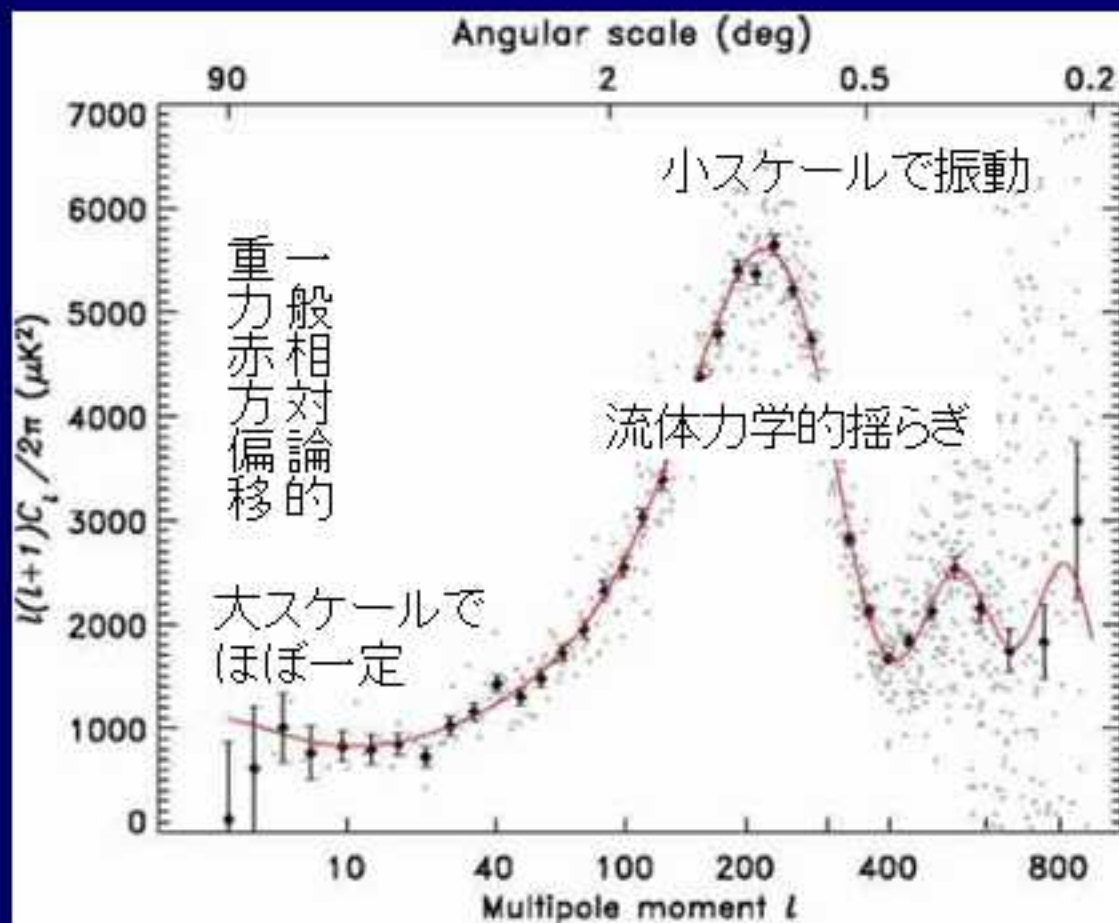
その後の伝搬

曲率の効果 曲率揺らぎの発展によるIntegrated SW効果

最終散乱面の音波の地平線は
 現在の見込む角度で1度くらい
 なので、

$$l \approx \frac{\pi}{\theta} = \frac{180^\circ}{\theta} \approx 200$$

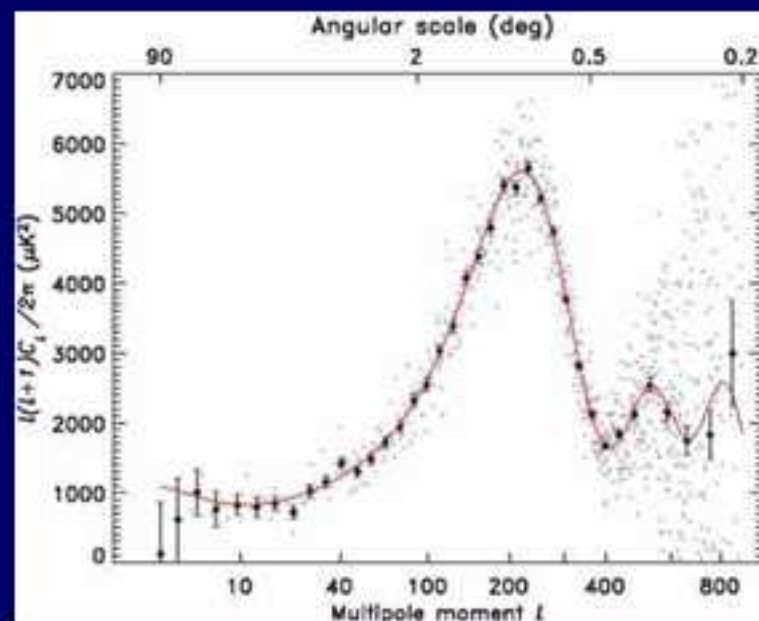
位のところにピークが来ることが
 理解できる。



この揺らぎの角度パワースペクトルの形状は初期揺らぎのスペクトルの形状

$$P(k, t_i) = \langle |\Phi_k(t_i)|^2 \rangle = Ak^{n_s-4}$$

(スペクトル指数 n_s 等)はもちろんのこと、宇宙論的パラメタにも大きく依存する。
($n_s = 1$ のとき、初期揺らぎの振幅はスケール不変な形をする。)



- バリオン数密度を上げると、輻射圧が相対的に下がるのでピークは高くなる。
- Ω を小さくすると、(開いた宇宙)最終散乱面を見込む角が小さくなるので、ピークの l は大きい方にずれる。
- H を小さくすると、最終散乱面が遠くなる。Early ISW効果もより効く。
- Λ があると、最終散乱面が遠くなり、ピークが右にずれる。Late ISW効果も効く。

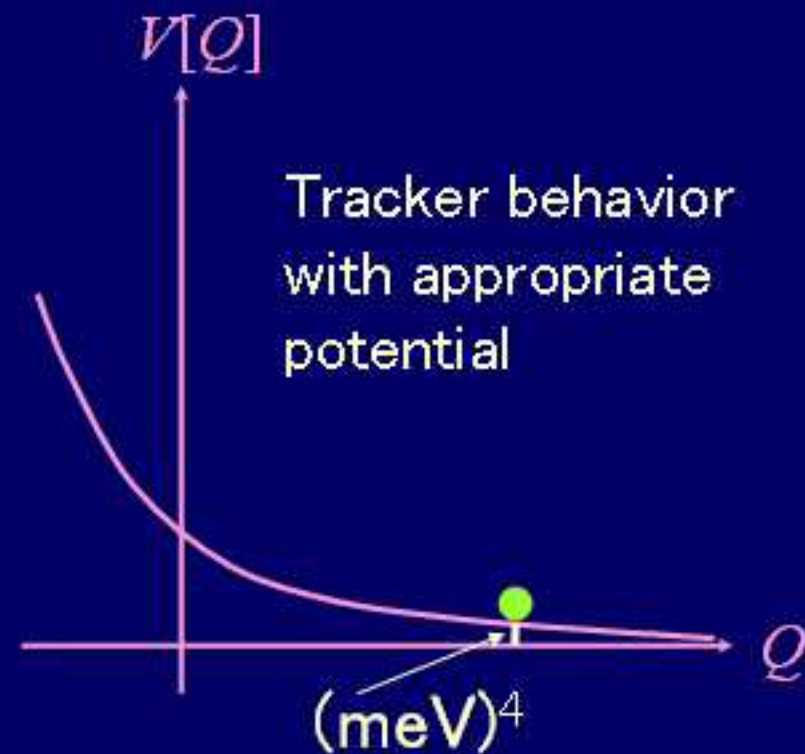
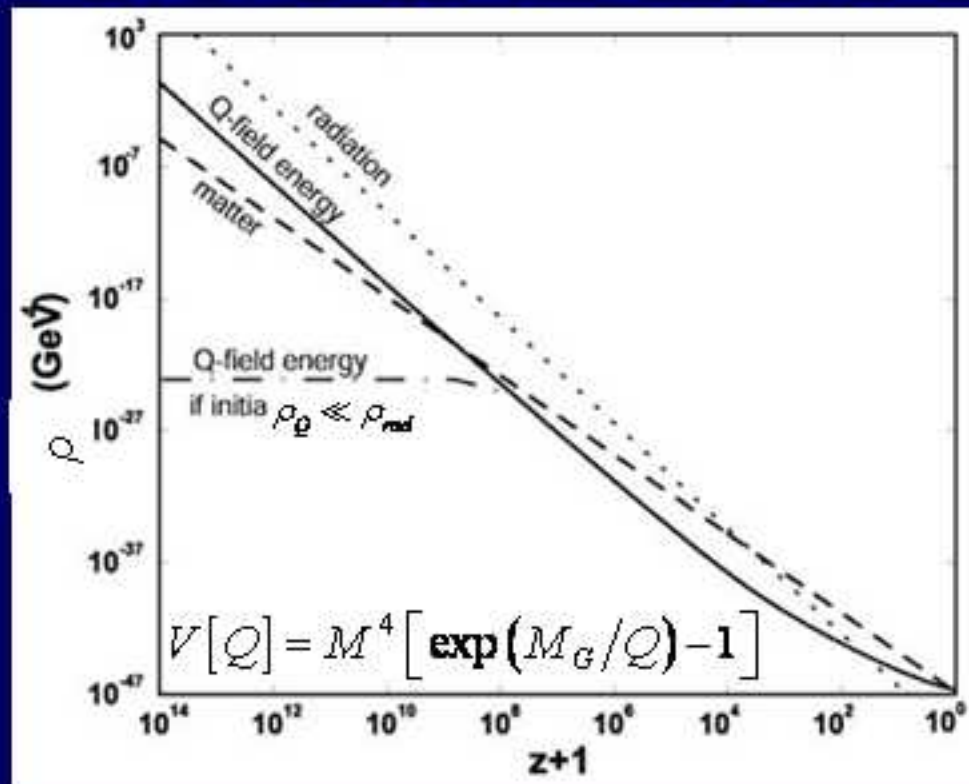
$$\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$$

宇宙は空間的に平坦
(インフレーションの予言通り)

Dark Energy: Quintessence ?

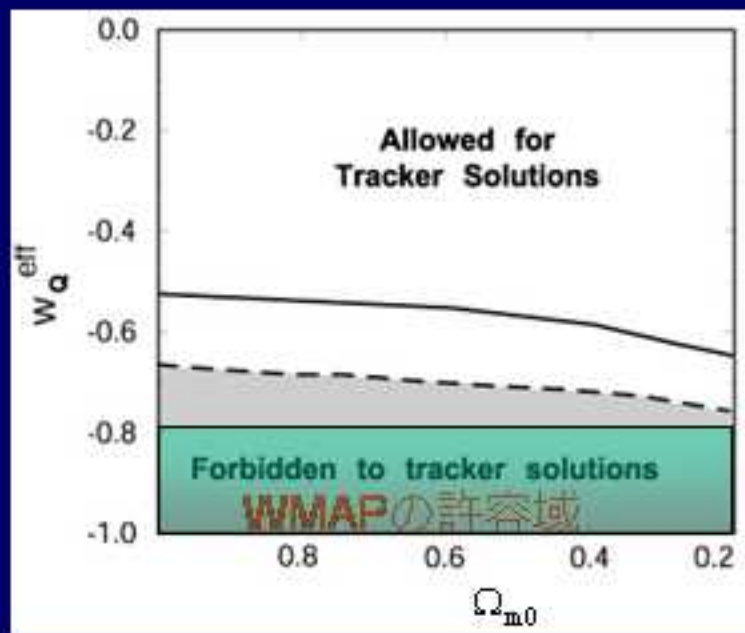
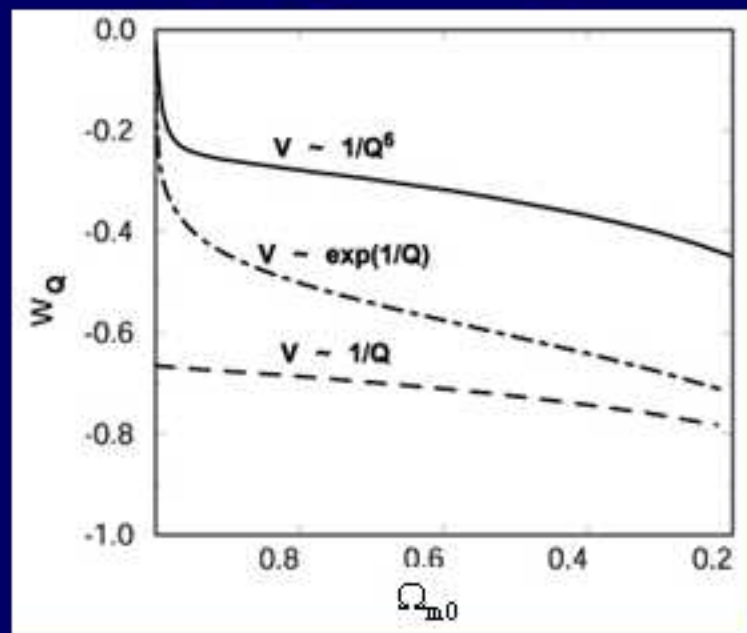
(Fujii 82, Ratra&Peebles 88, Yoshii&Sato 92, Terasawa, Sato&JY 92, Chiba,Sugiyama, &Nakamura 97, Caldwell, Dave &Steinhardt 98, Zlatev, Wang, Steinhardt 99,...)

- ☆ A runaway solution of an extremely light scalar field Q with some appropriate potential $V[Q]$.



- ☆ By nature of the tracking solution, the scalar field is still evolving today, so we find

$$w_Q = \frac{p_Q}{\rho_Q} = \frac{\dot{Q}^2/2 - V[Q]}{\dot{Q}^2/2 + V[Q]} > -1$$



- ☆ Huge Hierarchy

$$m_Q = \sqrt{V''[Q]} \approx H_0 = 10^{-33} \text{ eV} = 10^{-44} M_w$$

もともと無理があったのである。

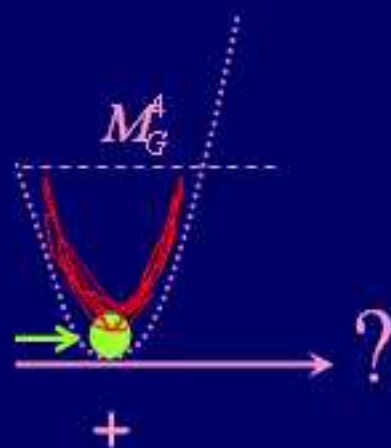
Dark Energy: Λ ?

宇宙項問題は摂動的な問題である

Contribution of zero-point energy of a quantum field

$$\langle \rho_v \rangle = \int_0^{M_{Pl}} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \sqrt{k^2 + m^2} \cong 4M_G^4 \text{ vs } \rho_{\text{vobs}} \approx 0.0000\dots$$

摂動的真空 $|+\rangle$ において宇宙項ゼロの状態が見事実現したとする。



このときもし、実は縮退した摂動的真空 $|-\rangle$ がもう一つあり、 $|-\rangle$ への量子的転移が可能だとすると、小さな宇宙項を自然に説明できる。

- ☆ Perturbative vacuum is expressed by a superposition of energy eigenstates with equal weight:

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|S\rangle \pm |A\rangle).$$

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \quad \dots\dots \rho_S = -m^4 e^{-S_0}$$

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle) \quad \dots\dots \rho_A = m^4 e^{-S_0}$$

- ☆ From $\rho_0 = 10^{-120} M_G^4$ and $\Gamma H_0^{-4} < 1$, we find

$$m > M_G, \quad S_0 = 120 \ln 10 + 4 \ln(m/M_G) \approx 276.$$

50%の確率で正の宇宙項を持つ。

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$$

$$w < -0.78 \text{ (95\% CL)}$$

$$\Omega_{\Lambda} = 0.73 \pm 0.04$$

$$\Omega_b = 0.044 \pm 0.004$$

$$\eta = (6.1^{+0.3}_{-0.2}) \times 10^{-10}$$

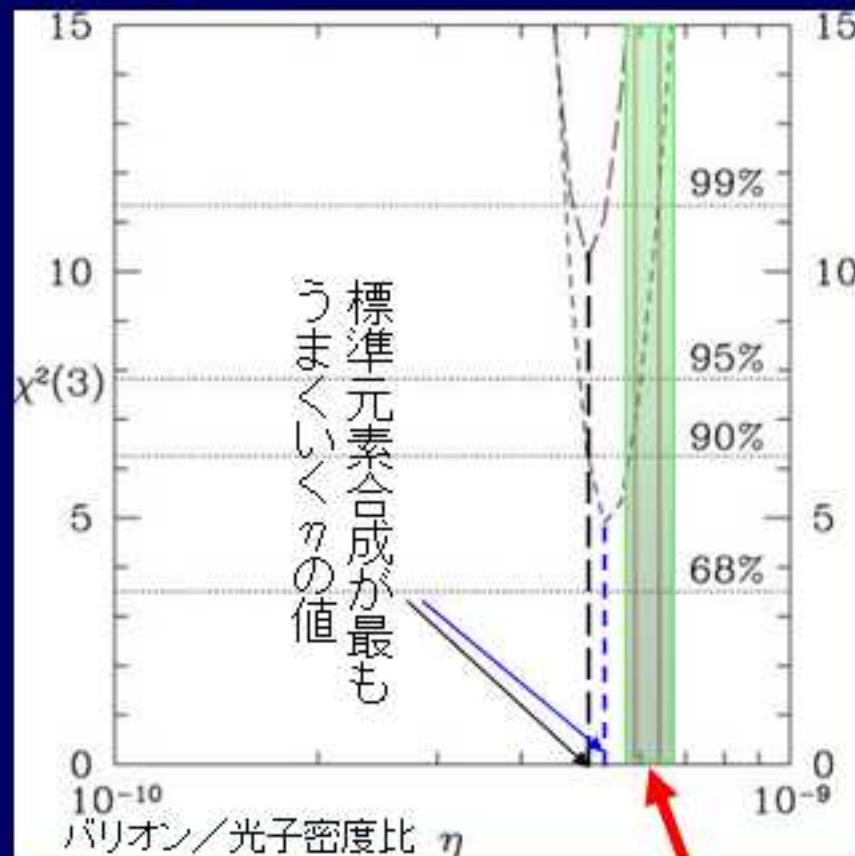
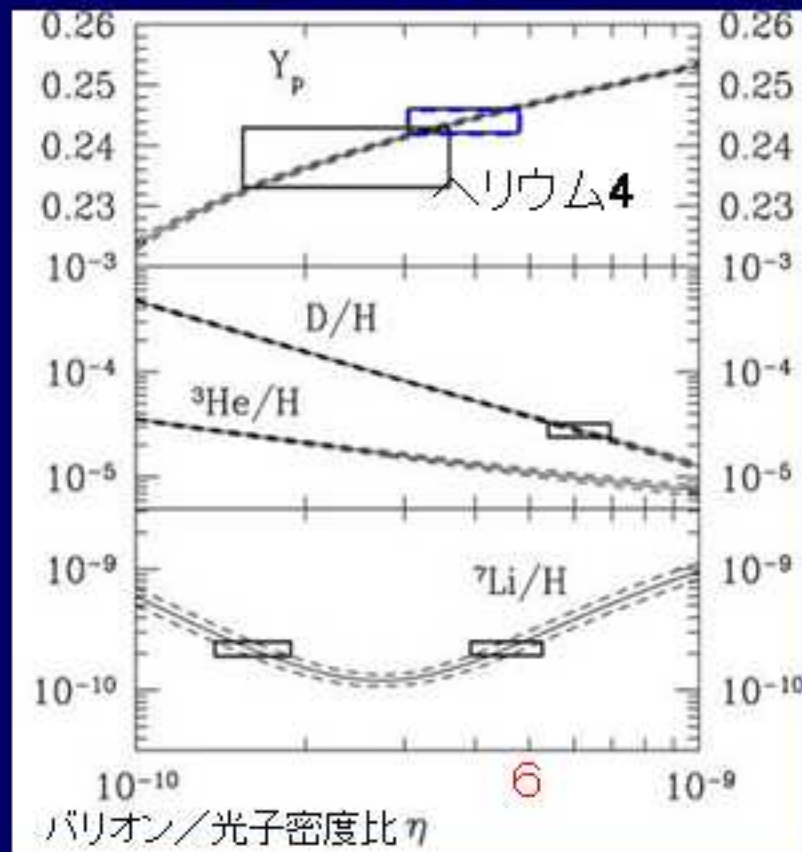
宇宙は空間的に平坦
(インフレーションの予言通り)

ダークエネルギーの状態方程式 $w = p/\rho$
Quintessenceは棄却。宇宙項でよい。

宇宙項がエネルギー密度を支配している。

バリオン数密度と軽元素合成は元素の
観測誤差を大きくとらないと、**あわない**。
 η はバリオン/フォトン数密度比。

元素合成との整合性？



箱の範囲は 1σ 許容域

観測誤差を 2σ にとると重なりもできるが、...

WMAPの $1, 2\sigma$ 許容域

ハッブルの法則・初期宇宙ヘリウム合成・3K宇宙背景放射の
三題噺が古典ビッグバン宇宙論の売り物だったのだが、...

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$$

$$w < -0.78 \text{ (95\% CL)}$$

$$\Omega_{\Lambda} = 0.73 \pm 0.04$$

$$\Omega_b = 0.044 \pm 0.004$$

$$\eta = (6.1^{+0.3}_{-0.2}) \times 10^{-10}$$

$$\Omega_m h^2 = 0.135^{+0.008}_{-0.009}$$

$$\Omega_m = 0.27 \pm 0.04$$

$$h = 0.71^{+0.04}_{-0.03}$$

$$\Omega_\nu h^2 < 0.0076 \text{ (95\% CL)}$$

$$m_\nu < 0.23 \text{ eV (95\% CL)}$$

宇宙は空間的に平坦
(インフレーションの予言通り)

ダークエネルギーの状態方程式 $w = p/\rho$
Quintessenceは棄却。宇宙項でよい。

宇宙項がエネルギー密度を支配している。

バリオン数密度と軽元素合成は元素の
観測誤差を大きくとらないと、**あわない**。
 η はバリオン・フォトン数密度比。

コールドダークマターの正体は何でしょう？
アキシオンか**LSP**、それとも、、、？
(アキシオンの残存量もようやく計算できる
ようになった。Yamaguchi & JY PRD (2003))

100km/s/Mpcで規格化したハッブルパラメタの値
は**0.5**以上でサーチした結果。**HST**と無矛盾。

ニュートリノ質量の制限は、大規模構造の
パワースペクトルのデータを援用

Λ CDMモデルでまずよくあう

パラメタ

揺らぎの規格化定数

スペクトル指数

バリオン数密度

ダークマター密度

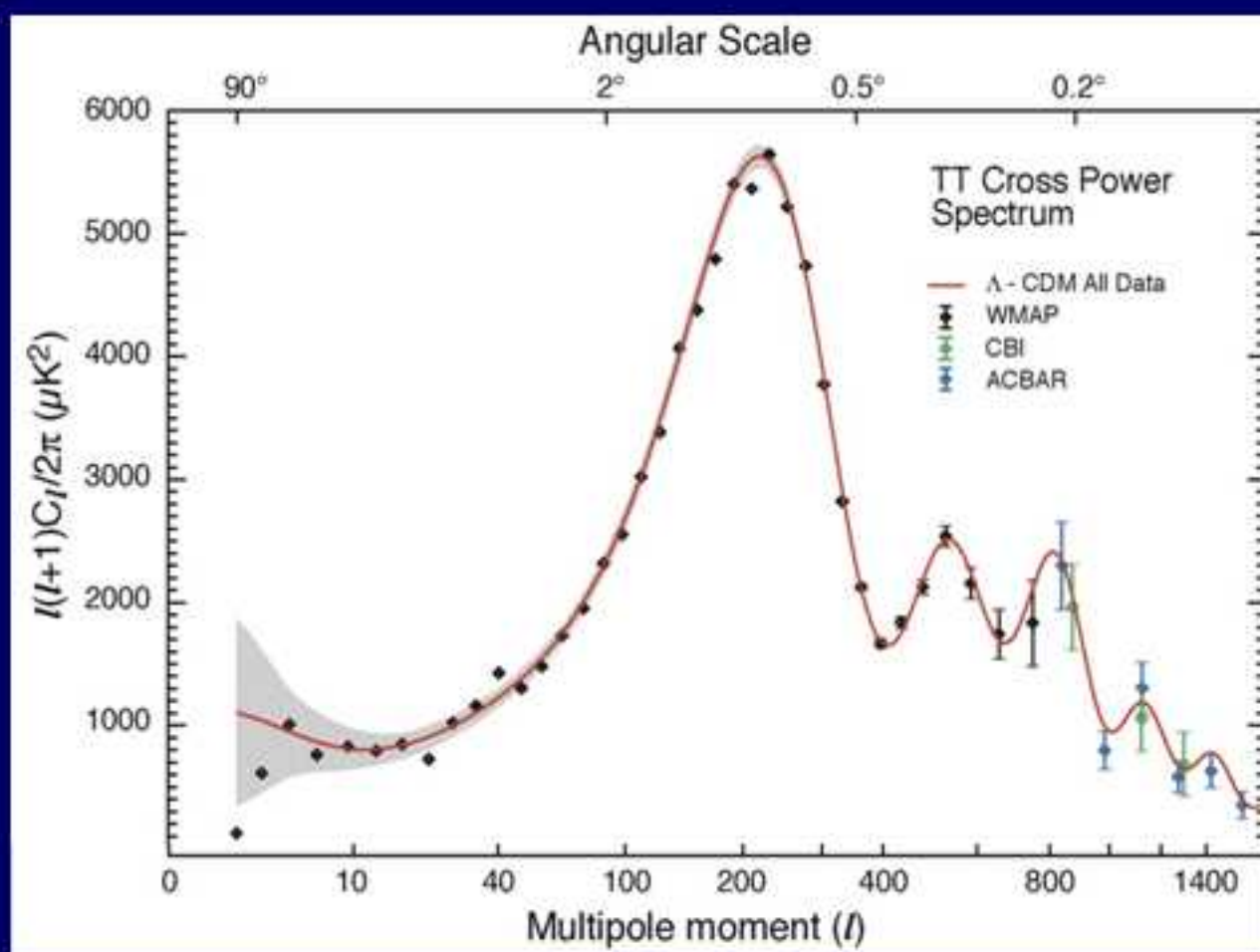
宇宙項

ハッブルパラメタ

の6個

空間的に平坦な宇宙

これで899個のデータ
点をよく説明。



スペクトル指数の値も通常のインフレーションが与えるほぼ1でよい。
しかし、細かい構造を見るといろいろ興味深い点がある。



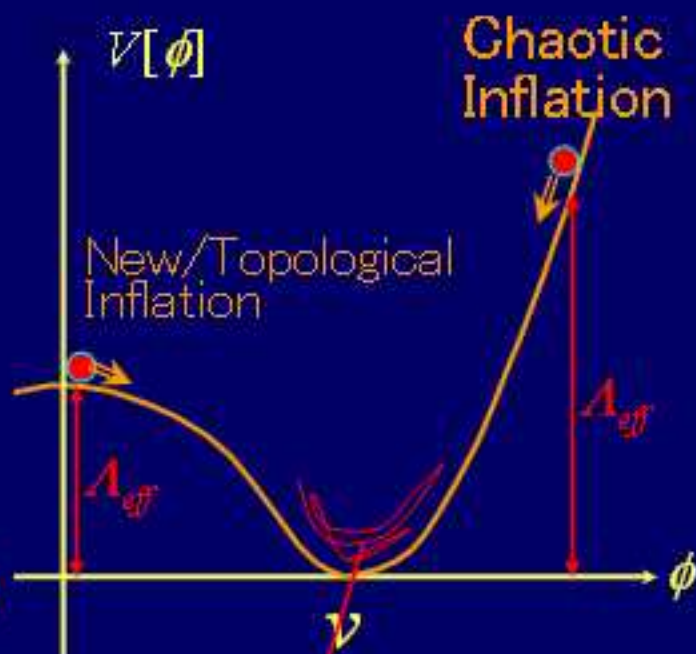
初期宇宙のインフレーション: 宇宙の一様・等方・平坦化

- ★ 緩慢な時間発展をするスカラー場のポテンシャルエネルギー（宇宙が膨張してもエネルギー密度が減衰しない）によってインフレーションが起こる

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V[\phi] \right) \approx \text{const}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'[\phi] = 0 \quad \text{Slow-roll近似}$$

$a(t) \propto e^{Ht}$ 加速的膨張により、非一様性が引き延ばされ、曲率半径も指数関数的に大きくなる。



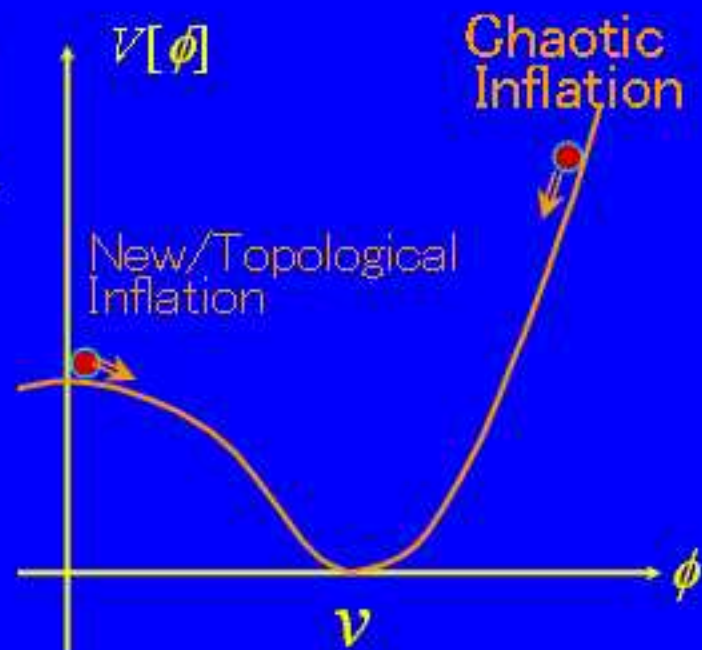
振動のエネルギーが熱化し、再加熱: hot big bang 宇宙へ

インフレーションによる密度・曲率揺らぎの生成

- ★ 古典解は $\phi(t, \mathbf{x}) = \phi_{cl}(t)$ 、 $a(t) \propto e^{Ht}$ のようになるが、実際には量子揺らぎにより、場の進化は一様でなく、場所に依存したズレが現れる。

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \phi_{cl}(t) + \delta\phi(t, \mathbf{x}) = \phi_{cl}(t + \delta t(t, \mathbf{x}))$$

$$\delta t(t, \mathbf{x}) = \frac{\delta\phi(t, \mathbf{x})}{\dot{\phi}}$$



$$a(t, \mathbf{x}) \propto e^{H(t+\delta t)} \cong a(t)(1 + H\delta t)$$

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2 \longrightarrow ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(1 + 2H\delta t)dx^2$$

$$H\delta t(t, \mathbf{x}) = H \frac{\delta\phi(t, \mathbf{x})}{\dot{\phi}}$$

曲率揺らぎ

量子揺らぎの性質

- ★ インフレーションを起こすスカラー場 ϕ の量子的性質～
De Sitter時空に於けるmassless scalar field の振る舞い

- ★
$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}} \varphi_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \varphi_{\mathbf{k}}^*(t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right)$$

モード関数は $\left[\frac{d^2}{dt^2} + 3H \frac{d}{dt} + \frac{k^2}{a^2(t)} \right] \varphi_{\mathbf{k}}(t) = 0$, $a(t) = e^{Ht}$ より、

$$\varphi_{\mathbf{k}}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{4}} H (-\eta)^{3/2} H_{3/2}^{(1)}(-k\eta) = i \frac{H}{\sqrt{2k^3}} \left(1 + \frac{ik}{Ha(t)} \right) e^{ik/Ha(t)} \quad \eta \equiv -\frac{k}{Ha(t)}$$

とかける。

- ★
$$|\varphi_{\mathbf{k}}(t)|^2 = \frac{H^2}{2k^3} \left(1 + \frac{k^2}{H^2 a^2(t)} \right) \rightarrow \frac{H^2}{2k^3} \quad \text{for } \frac{k}{a(t)} \ll H$$

長波長域で一定。

量子揺らぎの性質

- * $|\varphi_{\mathbf{k}}(t)|^2 \simeq \frac{H^2}{2k^3}$ を用い、対数(周)波数間隔 $k \rightarrow ke$ すなわち $\ln k \rightarrow \ln k + 1$ で積分すると

$$\langle \varphi^2(\mathbf{x}, t) \rangle \simeq \int_k^{ke} |\varphi_{\mathbf{k}}(t)|^2 \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2$$

という波数によらない値になる。

Hubble time H^{-1} 毎に、初期波長 $\sim H^{-1}$ 、振幅 $\delta\varphi \approx H/2\pi$ の揺らぎが次々と生成し、宇宙膨張によって引き延ばされていく

曲率揺らぎ

- * $\Phi \approx H\delta t \approx \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}}$ で与えられ、ポテンシャルとその微分に依存。

通常右辺はごく緩やかな変化しかしないので、
ほぼスケール不変なスペクトルが得られる。

$$|\Phi(\mathbf{k})|^2 \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} \propto k^{n_s-1} : n_s \equiv 1$$

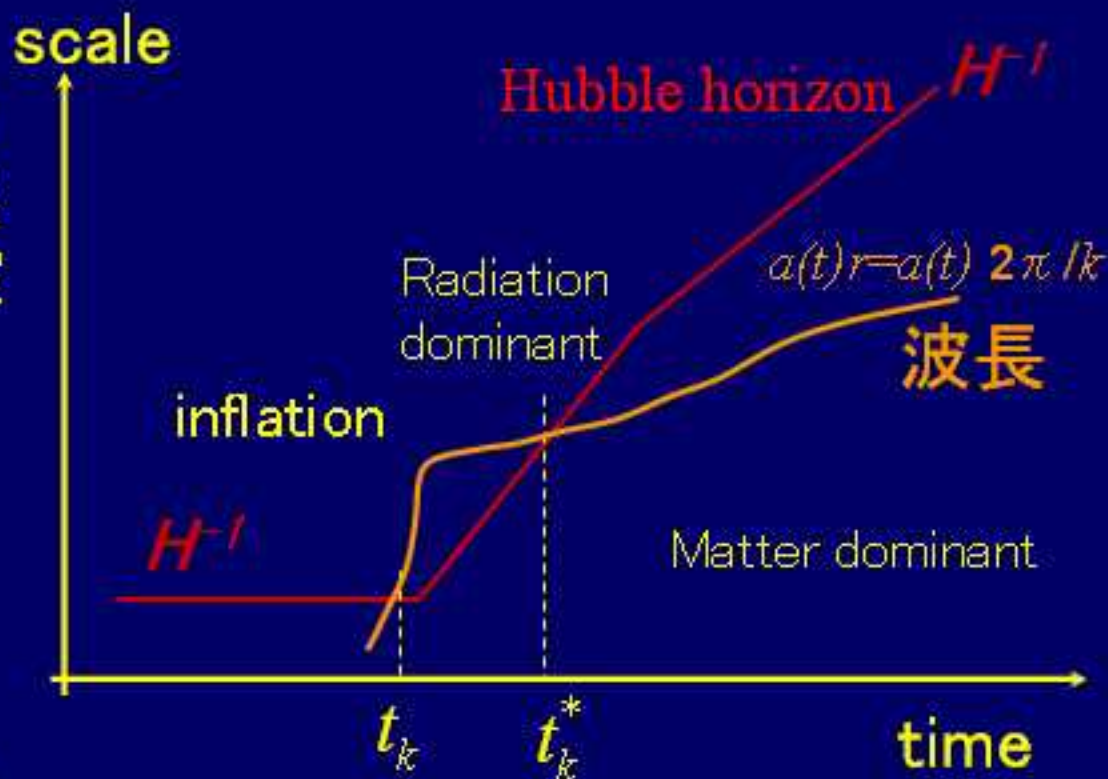
インフレーション宇宙におけるスケールの進化

* 図の波長の揺らぎの振幅は波長がホライズンより長い、 t_k から t_k^* の間は一定

$$\Phi(r) \approx H \delta t \approx \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \Big|_{t_k}$$

スケール $r=2\pi/k$ の揺らぎ

$$\Phi(r) = \sqrt{|\Phi(\mathbf{k})|^2 \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3}} \propto k^{(n-1)/2}$$





WMAPはインフレーションを検証したか？

- ★ **よくいわれたこと**： COBEはスケール不変揺らぎのスペクトルを見いだしたから、インフレーションが起こったことを証明した。
- ★ しかし、インフレーションが起こったこと自体は、われわれが一様・等方・平坦な宇宙に住んでいること(ゼロ次の現象)によって既に明らかであり、揺らぎ(1次の現象)を待つまでもない。

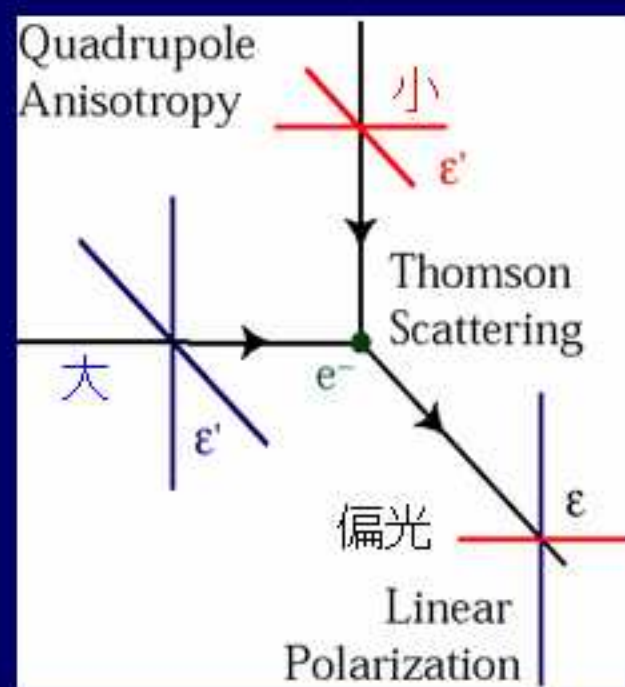
(ただし、時系列的にはゼロ次の観測事実の方がインフレーションの提唱よりたしかに先だった。)

- ★ 一方、インフレーション以外にも、スケール不変揺らぎを作る仕組みは存在する。インフレーションそっくりの C_l を作れるものさえある。(位相欠陥のように各時刻のホライズンスケール程度の揺らぎを徐々に作っていく。causal seed model)

(Turok, 96)

WMAPはインフレーションを検証したか？

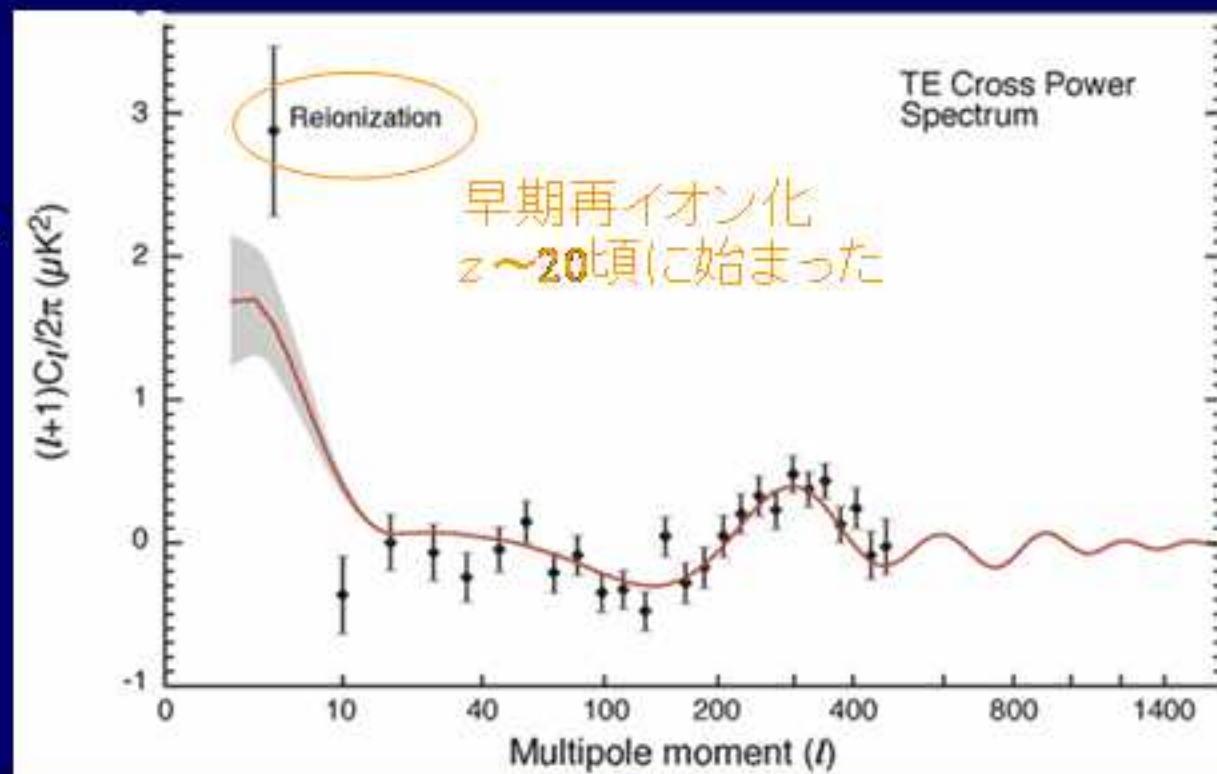
- ★ **インフレーション**: インフレーション中に全スケールの揺らぎを一気に作ってしまう。
- ★ **位相欠陥などのcausal seed model**: 宇宙の進化の途次に徐々に揺らぎを作っていく。



これらは偏光のスペクトルを見ると区別できる。

WMAPが観測した偏光と温度の相関スペクトル

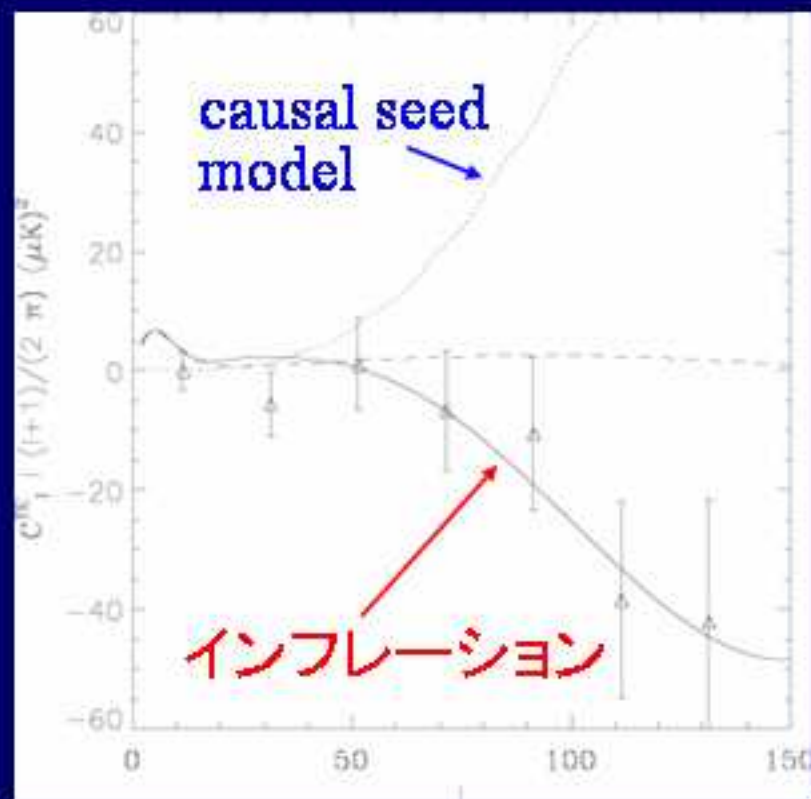
赤線は温度揺らぎを再現する Λ CDMモデルの予言を描いたものであり、このデータをフィットしたものではない！



- ★ 初期宇宙に断熱ゆらぎができたという、インフレーションに基づく Λ CDMモデルを強く支持する。
- ★ かなり早い時期に再イオン化が起こったことを示唆する。

- ★ インフレーション: 負の温度・偏光相関を予言
causal seed model: 正の温度・偏光相関を予言

WMAPは負の温度・偏光相関を検出し、インフレーションを検証した！





スケール不変スペクトルからの微妙なズレ

$$\Phi \approx H \delta t \approx \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \propto (\text{スケール})^{(1-n)/2}$$

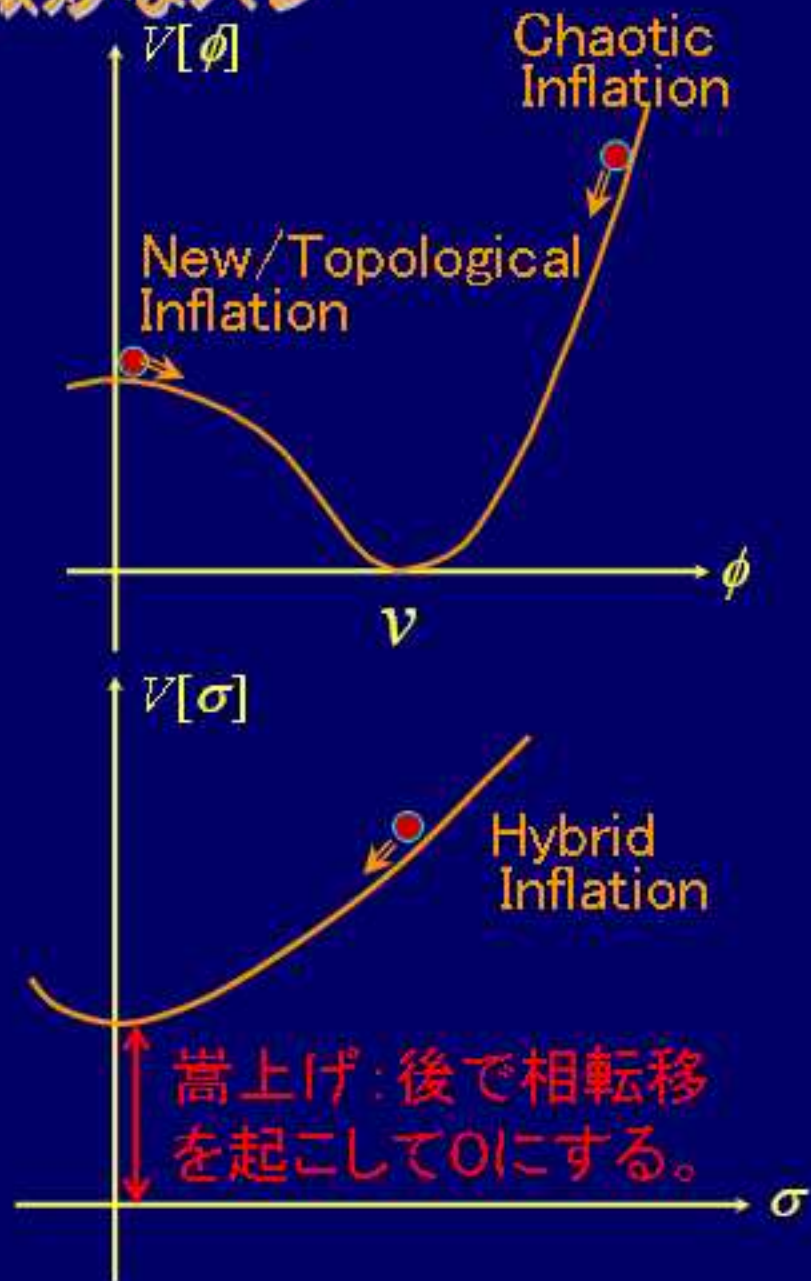
- chaotic inflation も new inflation も分子の方が分母より早く小さくなるのでスペクトル指数は1より小さい。

$$V[\phi] = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - v^2)^2$$

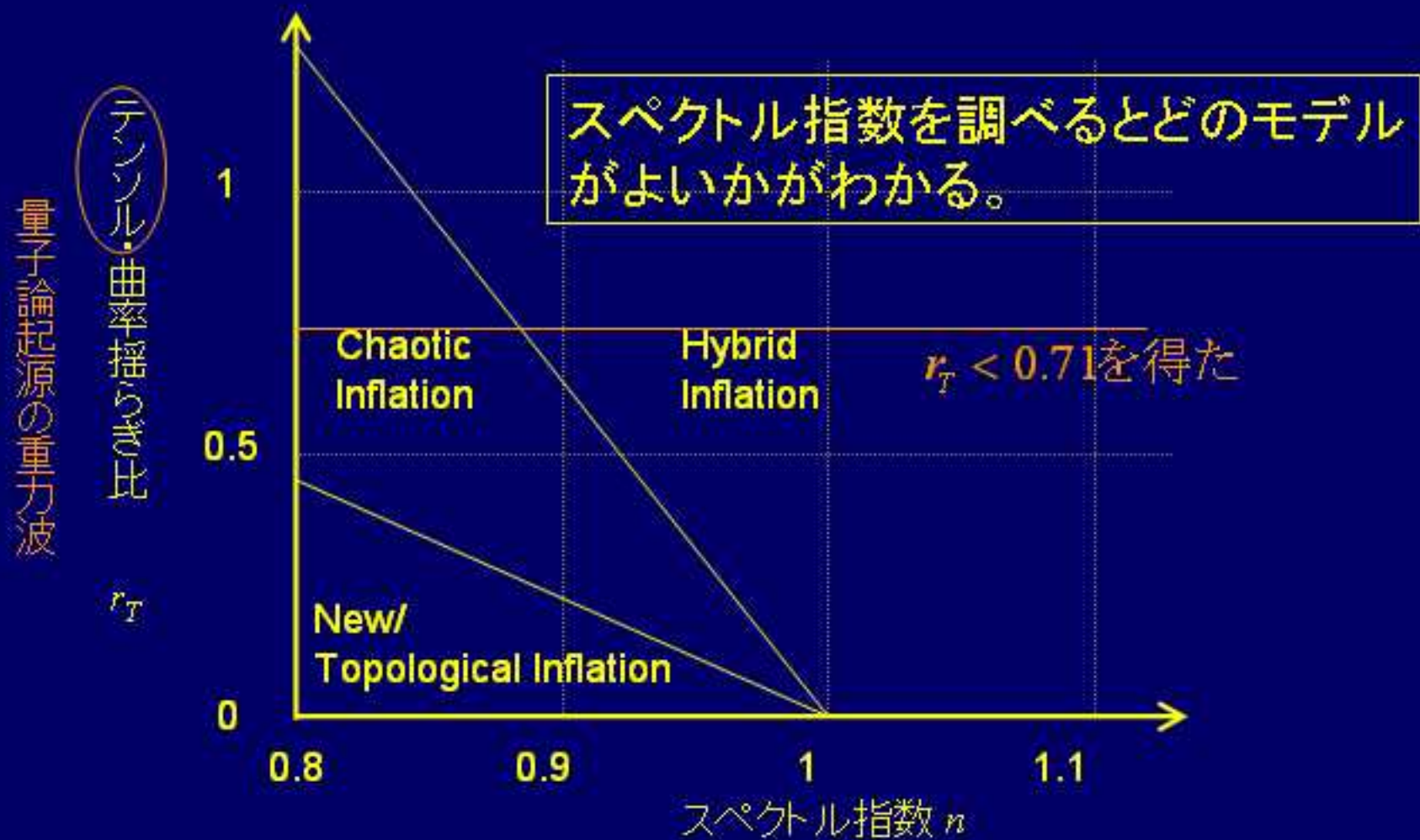
- エネルギー密度に嵩上げのある hybrid inflation なら分子はほぼ一定で、分母が小さくなるのでスペクトル指数は1より大きい。

$$V[\sigma] = \frac{\lambda}{4} (\chi^2 - v^2)^2 + \frac{g^2}{2} \sigma^2 \chi^2 + \frac{1}{2} m^2 \sigma^2$$

$$\sigma > \sqrt{\lambda v/g} \text{ で } \chi = 0, V \geq \lambda v^4/4$$



スケール不変スペクトルからの微妙なズレ



(Kinney, 98)

ところが、、、

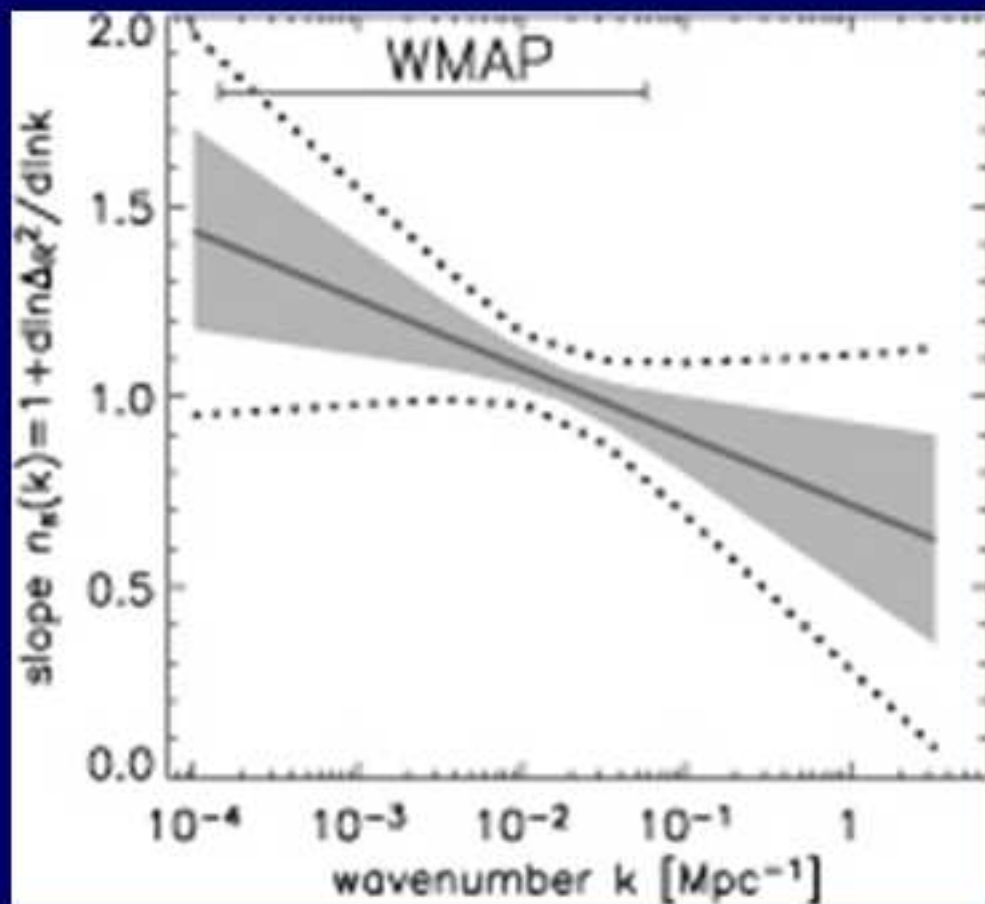
観測結果: 大スケールで1より大きく、小スケールでは1より小さい!!!?

$$k = 0.002 \text{Mpc}^{-1} \text{で}$$

$$n = 1.10^{+0.07}_{-0.06}$$

$$\frac{dn}{d \ln k} = -0.042^{+0.021}_{-0.020}$$

単純なモデルでこれを再現することはできない。



このようなスペクトル指数の変化を実現する 超重カインフレーションモデル (Kawasaki, Yamaguchi, & JY, PRD 03)

なぜSupergravityで考えることが必要か。

1. インフレーションはflat potentialで起こる。
(さもないと密度ゆらぎが過大になってしまう。)
2. 輻射補正後もポテンシャルを平らに保つには、
対称性が必要である。→ Supersymmetry
3. プランクスケールの場の値を扱うには、
Supergravity効果が重要である。

このようなスペクトル指数の変化を実現する 超重カインフレーションモデル (Kawasaki, Yamaguchi, & JY, PRD 03)

1. Hybrid inflation と New inflation の組み合わせ。
2. Hybrid inflation 中 1loop 輻射補正が効き、対数ポテンシャルが現れ、スペクトル指数が1以上から1以下に変化する。
3. Hybrid inflation は十分続かないので、その後 New inflation を起こし、宇宙を十分大きくする。
4. Hybrid inflation 中に New inflation の初期条件が自動的に実現。

Supergravityの処方

以下 $M_G = (\sqrt{8\pi G})^{-1} = 1$ とする。

Kähler potential $K[z]$, Superpotential $W[z]$ によって、スカラー場 z のポテンシャルは以下のように与えられる。

$$V = e^K \left\{ \left(\frac{\partial^2 K}{\partial z_i \partial z_j^*} \right)^{-1} D_{z_i} W D_{z_j^*} W^* - 3|W|^2 \right\} + V_D,$$
$$D_{z_i} W = \frac{\partial W}{\partial z_i} + \frac{\partial K}{\partial z_i} W \quad \mathcal{L} = \sum_{ij} \frac{\partial^2 K}{\partial z^i \partial z_j^*} \partial z^i \partial z_j^* - V$$

★ Hybrid inflation gauge non-singlet の conjugate pair

$$W_H = \lambda S \bar{\Psi} \Psi - \mu^2 S \quad K_H = |S|^2 + |\Psi|^2 + |\bar{\Psi}|^2 + \dots$$

• スカラーポテンシャル

$$V_H(S, \Psi, \bar{\Psi}) = e^{|S|^2 + |\Psi|^2 + |\bar{\Psi}|^2} \left\{ (1 - |S|^2 + |S|^4) |\lambda \bar{\Psi} \Psi - \mu^2|^2 \quad \Psi^* = \pm \bar{\Psi} \text{ を保証} \right. \\ \left. + |S|^2 \left[|\lambda(1 + |\Psi|^2) \bar{\Psi} - \mu^2 \Psi^*|^2 + |\lambda(1 + |\bar{\Psi}|^2) \Psi - \mu^2 \bar{\Psi}^*|^2 \right] \right\} + V_{DH}$$

• $\Psi, \bar{\Psi}$ の mass matrix の固有値と固有状態

$$M_{\pm}^2 = \lambda^2 |S|^2 \pm \lambda \mu^2, \quad \text{for } \Psi^* = \mp \bar{\Psi} \quad (\text{Superpartner fermion は } M = \lambda |S|)$$

• $|S|$ が小さくなると、 $\Psi^* = \bar{\Psi}$ の方向に instability が起こり、相転移する。

$$V_H = (\lambda |\Psi|^2 - \mu^2)^2 + \lambda^2 \sigma^2 |\Psi|^2 + \frac{1}{8} \mu^4 \sigma^4 + \dots \quad \sigma \equiv \text{Re } S / \sqrt{2}$$

• 1loop の輻射補正も入れると、Hybrid inflation 中のポテンシャルは

$$V_H[\sigma] \cong \mu^4 \left(1 + \frac{\lambda^2}{8\pi^2} \ln \frac{\sigma}{\sigma_c} + \frac{1}{8} \sigma^4 + \dots \right) \quad (\text{Linde \& Riotto PRD97})$$

• 揺らぎの振幅から、 $\mu = 3.1 \times 10^{-3} = 7.5 \times 10^{15} \text{ GeV}$ と決まる。

- ★ スペクトル指数とその変化は、ポテンシャルの微分でかける。

$$n-1 \equiv \frac{d \ln |\Phi(k)|^2}{d \ln k} \cong -6\epsilon + 2\eta, \quad \epsilon \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{V'[\sigma]}{V[\sigma]} \right)^2, \quad \eta \equiv \frac{V''[\sigma]}{V[\sigma]}$$

$$\frac{dn}{d \ln k} = 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\xi, \quad \xi \equiv \frac{V'''[\sigma]V'[\sigma]}{V[\sigma]^2}$$

- ★ 今のモデルの場合、

$$n-1 = -6\epsilon + 2\eta \cong 2\eta = 3\sigma^2 - \frac{\sigma_d^4}{\sigma^2} \quad \sigma_d \equiv \sqrt{\lambda/2\pi}$$

$$\frac{dn}{d \ln k} = 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\xi \cong -2\xi = - \left(\frac{\sigma_d^8}{\sigma^4} + 4\sigma_d^4 + 3\sigma^4 \right)$$

$\sigma = \sigma_d/3^{1/4}$ で n は 1 を横切るが、インフレーションの # e-folds

$$N_H = \int_{\sigma_c}^{\sigma_i} \frac{V_H[\sigma]}{V'_H[\sigma]} d\sigma \cong \frac{4\pi}{\lambda} \cong 60$$

を要請すると、 λ は小さすぎ、 $\frac{dn}{d \ln k} \sim -10^{-3}$ 程度にしかない。



後でもう一度インフレーションを起こし、 N_H が小さくてもよいようにする。

★ New inflation

$$K_N = |\Phi|^2 + \frac{c_n}{4}|\Phi|^4 + \dots \quad W_N[\Phi] = v^2\Phi - \frac{g}{n+1}\Phi^{n+1}$$

$$V_N[\phi] \cong v^4 - \frac{c_n}{2}v^4\phi^2 - \frac{2g}{2^{n/2}}v^2\phi^n + \frac{g^2}{2^n}\phi^{2n} \quad \phi \equiv \text{Re}\Phi/\sqrt{2}$$

インフレーションの vacuum energy を与える。

★ Hybrid New inflation

実際には $K = K_H + K_N$, $W = W_H + W_N$ と合計を考えなければならない。
すると、

$$V \supset \mu^4|\Phi|^2 + \mu^2v^2(\Phi^*S + \Phi S^*) + \dots = \frac{1}{2}\mu^4(\phi^2 + \chi^2) + \mu^2v^2\sigma\phi + \dots,$$

ϕ は $\phi_{\min} \cong -\frac{v^2}{\mu^2}\sigma_c = -\sqrt{\frac{2v^2}{\lambda\mu}}$ と、原点に近いが、少しずれた点に

最小点を持ち、New inflation に好適な初期条件が自動的に用意される。

(Izawa, Kawasaki, Yanagida PL97)

- * New inflationの# e-foldsは40くらいであるべき。

$$N_N = \frac{1}{2c_n} \ln \left(\frac{c_n \lambda \mu^4}{4g v^4} \right) + \frac{1 - 4c_n}{2c_n(1 - c_n)} \cong 40, \quad c_n \lesssim 0.1$$

$$v \simeq 1.5 \times 10^{-4} g^{-1/4}$$

- * New inflationの始まったところ ℓ_{new} での揺らぎの振幅

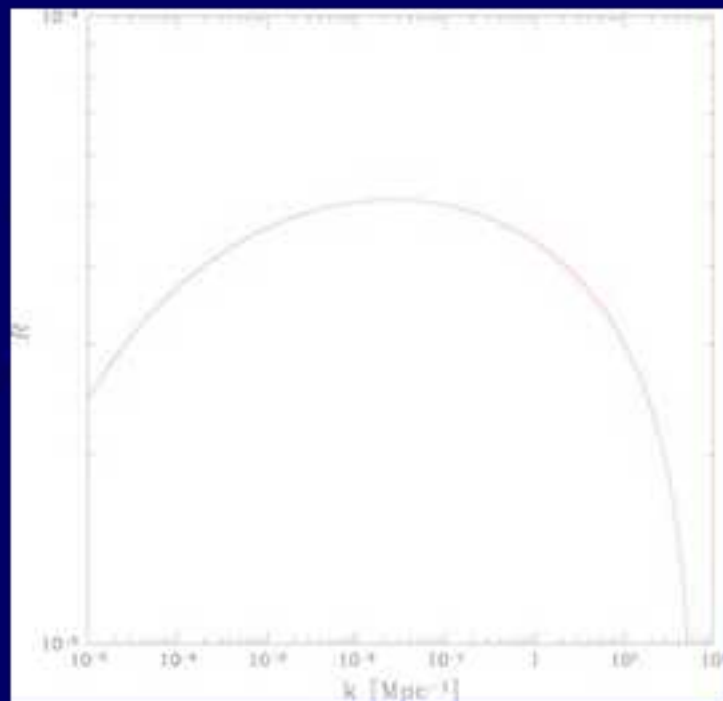
$$\Phi(\ell_{new}) = \frac{\sqrt{\lambda} \mu^2}{2\pi \sqrt{6} c_n v} \cong 1.2 \times 10^{-4} c_n^{-1} \frac{\mu}{v}$$

がかなり大きい。(10^{-2} 程度にもなり得る。)

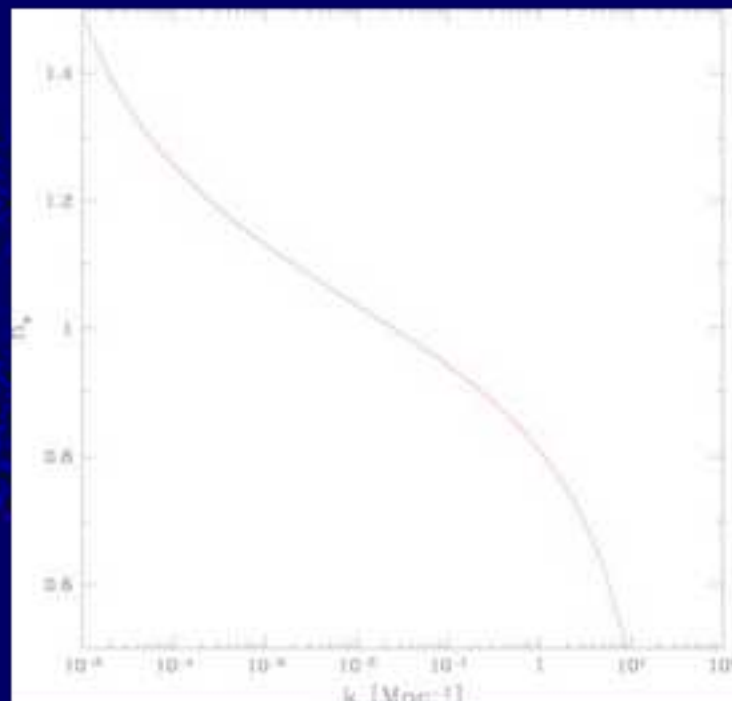
そのスケールは $N_N = 40$ のとき $\ell_{new} \simeq 720 g^{1/6} \text{kpc}$ 程度で、大きすぎ。

- * しかし現実には、 $N_N = 35$ 程度でもよいので、そうすると $\ell_{new} \leq 1 \text{kpc}$ くらいにでき、問題ない。

スペクトル



スペクトル指数



- ★ もう一つの問題: Hybrid inflationは限定的な初期条件でしか起こらない。



Chaotic Hybrid New inflationによってすべて解決!

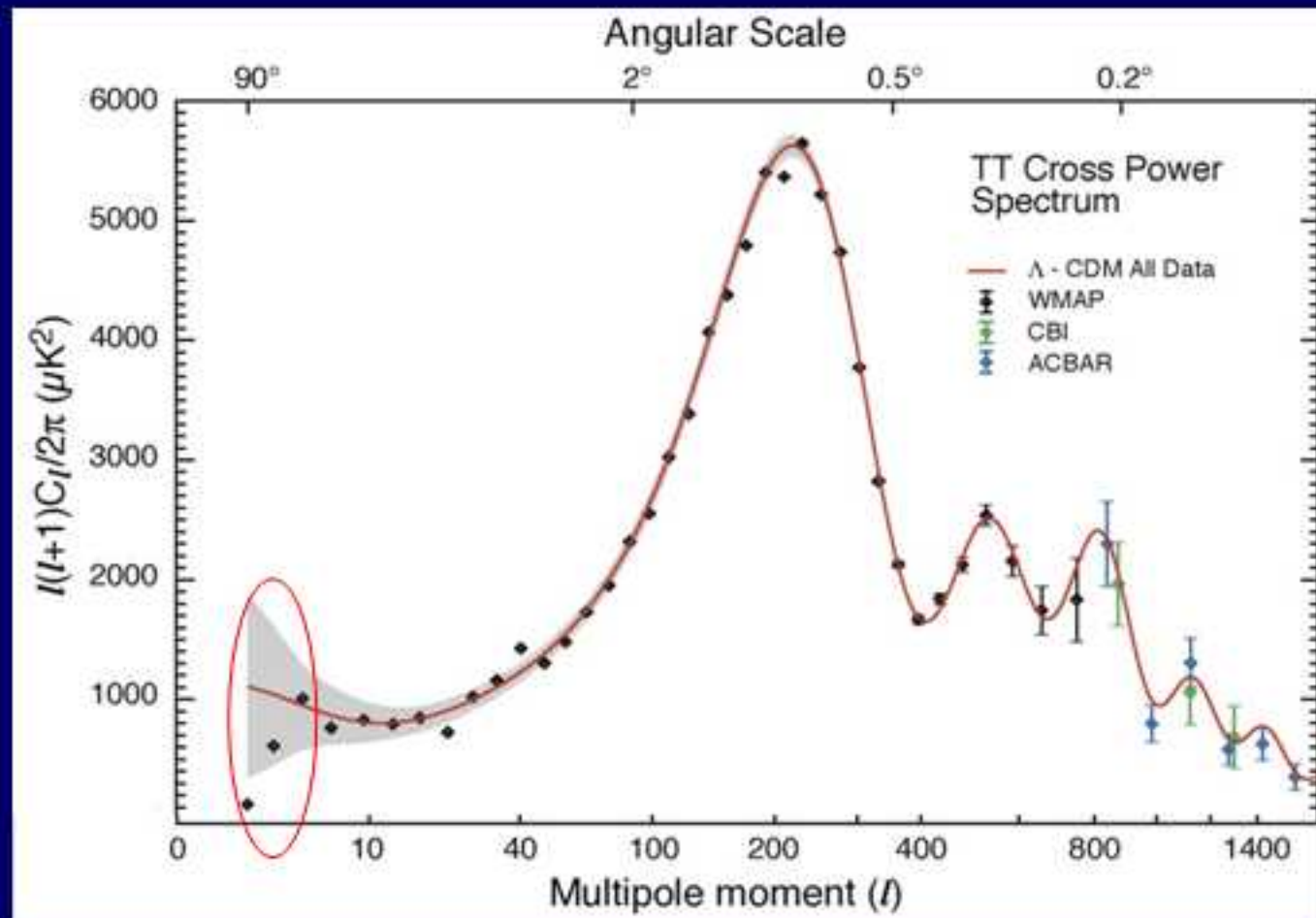
(Yamaguchi & JY, hep-ph/0307373)



もう一つの観測結果: 大スケール(low multipole)の振幅が小さい!

大スケールの
揺らぎの振幅が
スケール不変
なスペクトルより
小さかった?

灰色の領域は
cosmic variance
による不定性を
表す。



じつは、このことはCOBEの観測においても既に知られていた。

その説明もずっと前に用意してあったが、...

PHYSICAL REVIEW D, VOLUME 59, 107303

Chaotic new inflation and primordial spectrum of adiabatic fluctuations

Jun'ichi Yokoyama

Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan

(Received 24 December 1998; published 23 April 1999)

In a number of scalar potentials with an unstable local maximum at the origin, chaotic inflation is followed by new inflation if model parameters of the potential are appropriately chosen. We calculate the spectrum of adiabatic fluctuations in such a double inflation model and show that it is possible to realize an almost scale-invariant spectrum with a sharp cutoff on a superhorizon scale, which may be favored observationally, and a tilted spectrum with the spectral index $n_{\text{eff}} < 0.95$ on large scales. [S0556-2821(99)00112-5]

PACS number(s): 98.80.Cq

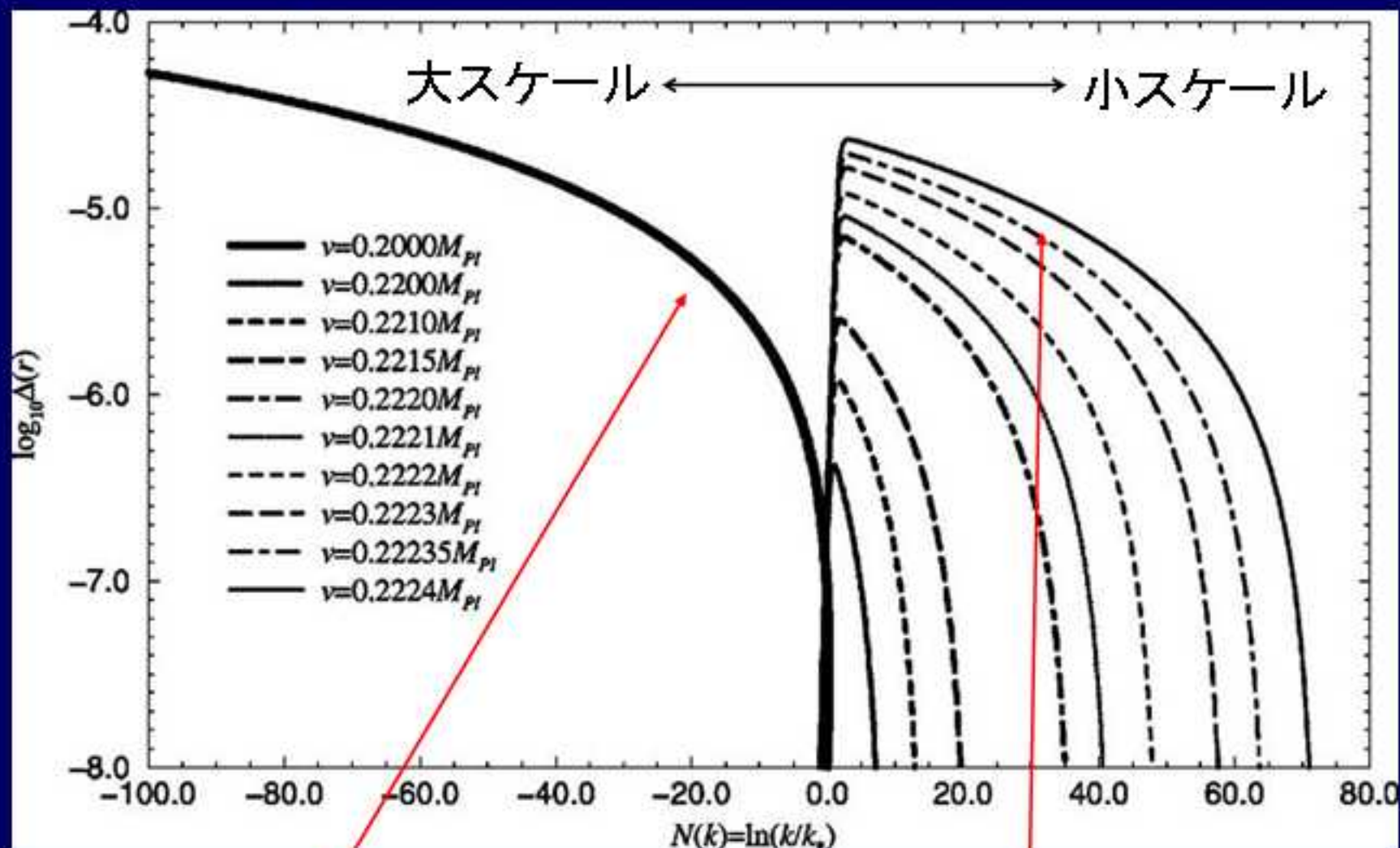
now commonly believed that the large-scale homogeneity and isotropy observed in the Universe were realized as a result of a stage of accelerated expansion or inflation in the early universe [1]. The original model of inflation [2] was based on a first-order phase transition of a Higgs field in grand unified theories (GUTs). This model, however, failed because it could not achieve a graceful exit to the Friedmann

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi(\mathbf{x}, t))dt^2 + a^2(t)(1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t))d\mathbf{x}^2$$

where $a(t)$ is the scale factor and we use the notation Ψ and Φ for the perturbation variables. Decomposing them into Fourier modes as

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3x}{(2\pi)^3} \tilde{\Psi}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

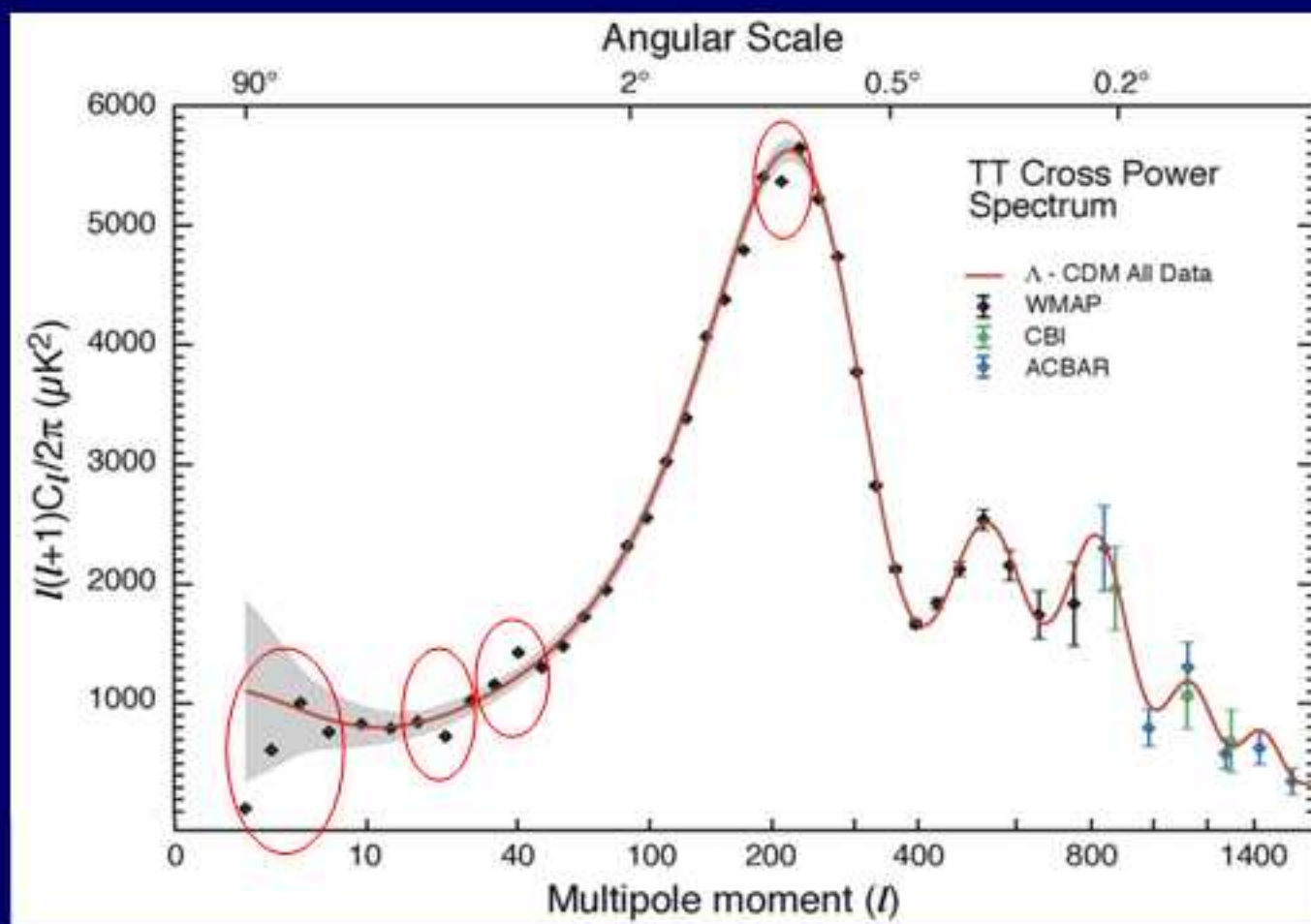
$$\Phi \approx H \delta t \approx \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}}$$



カオティックインフレーション

ニューインフレーション

初期揺らぎのパワースペクトルの振動？

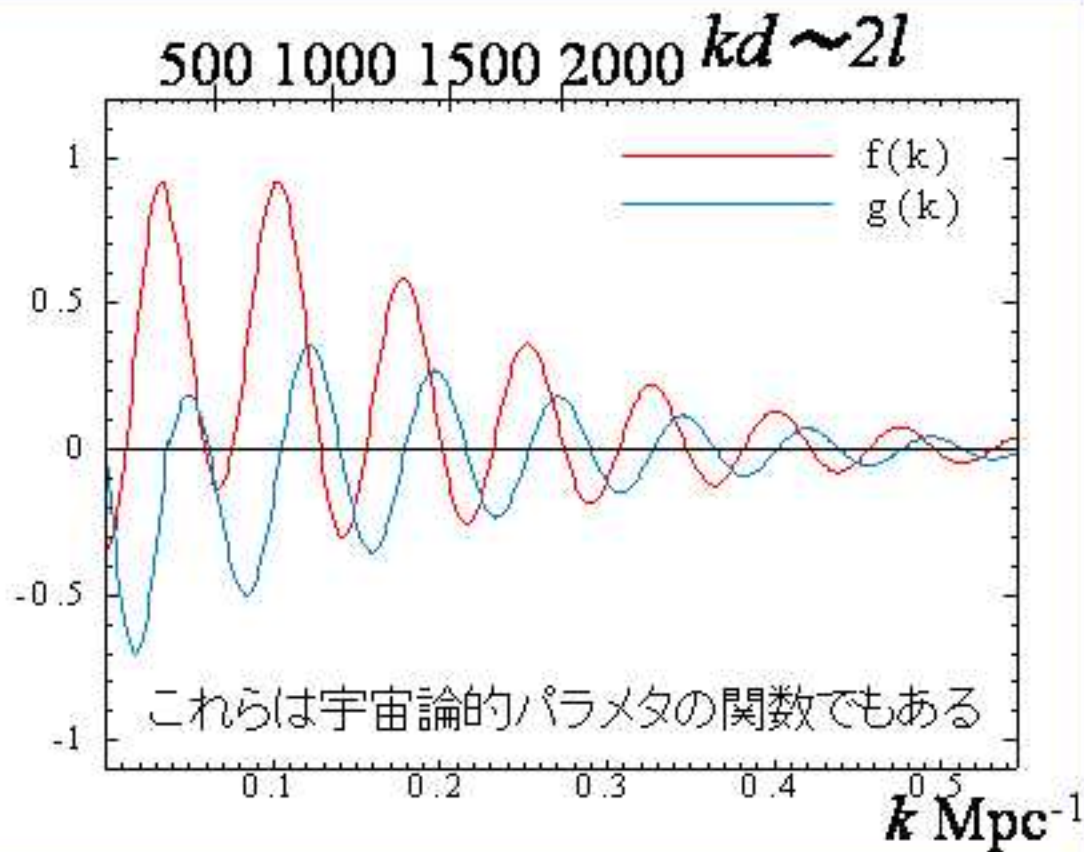


純粹に観測的宇宙論の立場に立つと、初期揺らぎのスペクトルはこのような観測から、直接逆算して決定すべきである。

温度揺らぎから初期揺らぎのスペクトルを再現する方法を開発

$P(k) = \langle |\Phi(\mathbf{k})|^2 \rangle$ に対する近似的微分方程式・逐次解析で正しく解く

$$-k^2 f^2(k) \frac{d}{dk} P(k) + k(-2kf(k)f'(k) + g^2(k)) P(k) = 4\pi \int_0^{\infty} \tilde{C}^{obs}(r) \sin kr dr$$



$$C_{obs}(r) = \sum_{l=2}^{l_{max}} \frac{2l+1}{4\pi} C_l^{obs} P_l \left(1 - \frac{r^2}{2d^2} \right)$$

$$l_{max} \leq 600$$

$$P(k_J) = \frac{S(k_J)}{k_J g^2(k_J)}, \text{ for } f(k_J) = 0.$$

初期揺らぎのスペクトルを再現: Cosmic Inversion

(Kogo, Matsumiya, sasaki, JY)

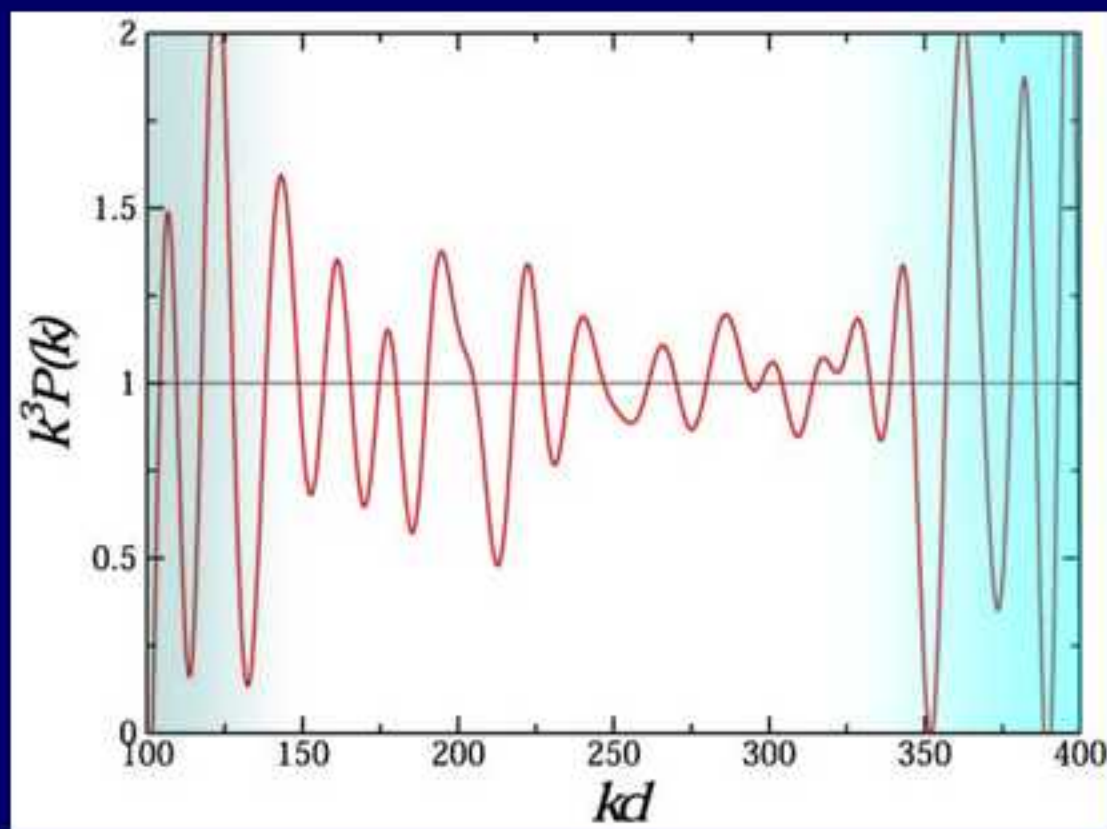
$P(k) = \langle |\Phi(\mathbf{k})|^2 \rangle$ に対する近似的微分方程式・逐次解析で正しく解く

横軸は最終散乱面
までの距離⁻¹で規格
化した波数。

スケール不変なら
黒線になる。

誤差の評価が困難

振動がありそう



まとめ

- ★ WMAPは標準的な宇宙観が全体として正しいことを示した。
Concordance model + インフレーション宇宙論 = Λ CDMモデル
- ★ まだ精度が十分でないが、初期揺らぎのスペクトルの微細構造は、インフレーションの具体的なモデルに対しさまざまな工夫を要求し、実に興味深い。
- ★ バリオン／光子比と元素合成との整合性がとれるか？
- ★ 早期再イオン化が起こったことを示し、構造形成論・天体物理に対する問題提起がなされた。
(高赤方偏移天体の年齢推定からも早期星形成が示唆される。)
(JY PASJL 2003)
- ★ これまでの路線が誤りでないことを示し、更に先に進むヒントを多数与えたという点で、宇宙論研究の繁栄に大きく貢献する結果であったといえよう。

