# レベル 1 の $SU(2)$WZW 模型のオービフォールドにおける共形境界状態と分数ブレーン

hep-th/0309104

筑波大学大学院数理物質科学研究科　山口 貴史
E-mail: atsushi@het.ph.tsukuba.ac.jp

この研究は、中心電荷 $c = 1$ の共形場理論 (CFT) における、全ての境界状態のなす空間 (これをブレーン・モデュライ空間と呼ぶ) の構造について調べたものである。

$c = 1$CFT のブレーン・モデュライ空間が、これまでの研究で明らかにされていたのは、半径 $R$ の $S^1$ 上に値をとるボソンの模型 ($S^1(R)$ 模型) においてである。この $S^1(R)$ 模型は、歪対称オービフォールド構成で、$S^1(1)$ 模型 ($R = 1$ は自己双対半径) から得られることが知られているため、前者の模型におけるブレーン・モデュライ空間は後者の模型におけるものから理解することができる。まず、後者の模型は、レベル 1 の $SU(2)$Kac-Moody 代数で特徴づけられる Wess-Zumino-Witten 模型 ($\widehat{su}(2)_1$ 模型) と等価である。そして、$\widehat{su}(2)_1$ 模型のブレーン・モデュライ空間は $SU(2)$ であることが知られている。一般的な $\widehat{su}(2)_1$ 模型の境界状態で、その歪対称オービフォールド作用で互いに移されるされるものは、全て同一視され、$S^1(R)$ 模型の境界状態が与えられる。これが、$S^1(R)$ 模型のいわゆる共形境界状態である。したがって、$S^1(R)$ 模型における共形境界状態は $SU(2)$ のある商空間でパラメトライズされることになる。オービフォールド構成で非自明な部分は、商空間の固定点の扱いである。実際、共形境界状態は商空間の固定点上でより基本的な境界状態に分解される。いわゆる分数ブレーンに対応する分数境界状態である。今の状況では、これら分数境界状態は、通常のディリクレ、あるいはノイマン型の境界状態になることが確かめられる。商空間には、幾つか固定点が存在するが、もし、全ての固定点上の分数境界状態を集めれば、共形境界状態と合わせて、$S^1(R)$ 模型のブレーン・モデュライ空間を完全に再現することができる。

一般に全ての境界状態を構成することは非常に困難であるのだが、$S^1(R)$ 模型の場合は簡単な方法、つまりオービフォールド構成により、それが可能になったことは注目に値する。一方、$S^1(R)$ 模型以外の他の全ての $c = 1$CFT の模型が歪対称オービフォールド構成により $\widehat{su}(2)_1$ 模型から与えられることが知られているので、これらの模型における、ブレーン・モデュライ空間が同様の構造を持つと考えるのは極めて自然である。この研究では、比較的単純な構造をもつ、全ての対称オービフォールドにおけるブレーン・モデュライ空間を調べた。このときオービフォールド群 $G$ は一般の (ADE 分類されている)$SU(2)$ 有限部分群にとり、得られるオービフォールドは $\widehat{su}(2)_1/G$ 模型と表わされる。

この研究での境界状態の構成に重要な役割を演じるものは、$\widehat{su}(2)_1/G$ 模型におけるいわゆる Cardy 状態である。Cardy 状態はブレーン・モデュライ空間中では特殊な点にしかすぎないが、これらを用い、全空間の構造を探ることは可能である。我々は、これら Cardy 状態からマージナル変形と解釈できるような連続変形で外挿される全ての境界状態を構成した。その結果は以下のようにまとめられる:

- $\widehat{su}(2)_1/G$ 模型のブレーン・モデュライ空間は少なくとも 2 種類の部分をもつ
- 一つは、共形境界状態をパラメトライズしている商空間 $SU(2)/G$($G$ は $SU(2)$ に随伴的に作用する) の部分
- 残りは、商空間の固定点上の分数境界状態に対応する部分
- 共形境界状態は、商空間のある固定点上で、その点上の全ての分数境界状態の線形結合になる
- 以上、全ての境界状態はいわゆる Cardy 条件と矛盾しない