格子ゲージ理論とトポロジー ~ 数値計算の可能性 ~

京都大学基礎物理学研究所　深谷英則
E-mail: fukaya@yukawa.kyoto-u.ac.jp

格子ゲ- ジ理論におけるカイラル対称性は、Ginsparg-Wilson 関係式 [Phys.Rev.D25,2649(1982)] による再定義により実現された。しかし、これは古典的レベルでの話であり、量子論として正しくカイラル対称性を扱うためには、アノマリ- を格子理論に再現しなければならない。このカイラルアノマリ- は、ゲ- ジ理論の持つトポロジカルな性質と密接に関係した量であり、時空を離散化してしまう格子理論での実現は一見不可能であるように思える。しかし、Lüscher は「アドミッシビリティ- 条件」[Nucl.Phys.B549,295(1999)] というものを格子上のゲ- ジ場に課すことで、格子理論にも「位相不変量」を定式化することが可能であることを示した。この「アドミッシビリティ- 条件」により、差分で記述されるコホモロジ- などの研究も進み、格子ゲ- ジ理論のカイラル対称性の研究は新たな展開を見せている。

一方、この「アドミッシビリティ- 条件」の数値シミュレ- ションへの応用は全くなされていない。私は「アドミッシビリティ- 条件」によって、ゲ- ジ理論の幾何学的性質がどれほど再現されるのか、数値シミュレ- ションの可能性を探るべく研究を始めた。この発表は、2 次元 QED のシミュレ- ションの結果に基づくものである。

シミュレ- ションの結果、「アドミッシビリティ- 条件」により、

1. 位相不変量を再現するだけでなく、マルチインスタントンを格子理論で正しく扱うことができる。

2. **Atiyah-Singer** の指数定理を正しく再現する。

3. θ **vacuum** の効果を数値シミュレ- ションできる。(図 **1** 参照。)

ことがわかり、ゲ- ジ場の持つ幾何学的性質を良く再現できていることが確かめられた。詳細は [**H.Fukaya,T.Onogi, hep-lat/0305004**] をご覧下さい。

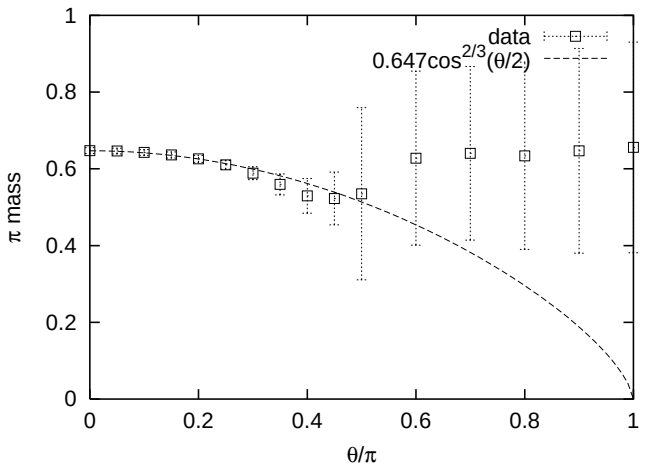

図 1: Isotriplet meson の 質量の θ vacuum 効果。$\theta < 0.5\pi$ において、連続理論の結果を良く再現している。