S^1 上に点状相互作用があるときの不連続変換と超対称性

神戸大・自然　長澤 智明[1]

E-mail:　nagasawa@phys.sci.kobe-u.ac.jp

１次元量子力学系における点状相互作用 (特異点) は、波動関数及びその一階微分の間の接続条件で特徴付けられ、非常に単純な系にもかかわらず、数々の物理的に重要な概念 (duality, Berry phase, anomaly) が現れることが知られている。文献 [1] において我々は円周上の 2 点に点状相互作用 (特異点) があるときの超対称性について調べた。[1] では、点状相互作用があるときに初めて意味をもつ不連続変換を導入し、これが超対称性モデルの構築の際には重要な役割を果たしていた。具体的にはスピン $\frac{1}{2}$ の $su(2)$ 代数を満たす 3 つの不連続変換 $(\mathcal{P}_1, \mathcal{Q}_1, \mathcal{R}_1)$ を用いて $N = 2$ 超電荷を構成した。

これらに対し、今回の講演内容は次のものであった。まず、円周上に 2^n 個の点状相互作用が等間隔にあるときを考えた。すると $(\mathcal{P}_1, \mathcal{Q}_1, \mathcal{R}_1)$ の様な不連続変換のセットで、それぞれのセット内ではスピン $\frac{1}{2}$ の $su(2)$ 代数を満たし、違うセット間はすべて可換である $(\mathcal{P}_2, \mathcal{Q}_2, \mathcal{R}_2)$,$(\mathcal{P}_3, \mathcal{Q}_3, \mathcal{R}_3)$,$\cdots$,$(\mathcal{P}_i, \mathcal{Q}_i, \mathcal{R}_i)$ という不連続変換を自然に導入することができた。これらのセットは n セット $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 定義できる。そして、これらの不連続変換を用いると任意の $N = 2n$ 超電荷 (n:自然数) を構成することができる。

しかし、代数を満たす超電荷が存在すれば系に超対称性があるのか?というとそうではない。円周上の適当な場所に点状相互作用があり、そこでの接続条件をうまく選んだときだけ超対称性がある。その接続条件とは次の 2 つを満たすものである。１つ目は、超電荷がエルミート演算子になる $(Q^\dagger = Q)$ 接続条件である。具体的には、超電荷 Q は空間一階微分を含んでいるので $Q^\dagger = Q$ となるには、部分積分したときに出てくる表面項が 0 になる必要がある。しかし、超電荷は不連続変換で構成しているので、表面項は自動的には 0 にならない。もう一つの条件は、超電荷が作用してできた状態が、元の接続条件を満たすというものである。これも一般には、微分したときに接続条件を破る可能性がある。この 2 つを同時に満足する接続条件をうまく選んだときだけ、系に超対称性が現れる。我々は、不連続変換を用いて構成した超電荷のそれぞれに対して上の 2 つを満たす接続条件を求めることができた。これらについては、近々論文にまとめる予定です。

参考文献

[1] T,Nagasawa, M.Sakamoto, K.Takenaga, "Supersymmetry in quantum mechanics with point interactions.", hep-th/0212192, Phys.Lett.**B562**(2003)358-364

[1]この内容は坂本眞人氏 (神戸大・理) 、竹永和典氏 (阪大・理) との共同研究に基づくものである。