風間・鈴木模型の境界状態とレベル・ランク双対性

東北大理　谷 太郎
E-mail: tani@tuhep.phys.tohoku.ac.jp

石川 洋 氏 (東北大理) との共同研究 [1] に基づいて発表した。

N=2 超共形場理論 (SCFT) の境界状態を求めることは、それを用いて弦スケールにおける幾何学的な情報が得られると期待されるゆえに重要だが、境界状態を全て分類することは難しい問題である。われわれは、一般の風間・鈴木模型について、境界状態の分類問題を、ある範囲で解いた。その結果を用いて、異なる風間・鈴木模型を結びつける非自明な対称性 (レベル・ランク双対性) の、境界状態に対する作用を明らかにした。

境界状態の分類は、境界条件の分類に帰着する。代数と無矛盾な境界条件として、代数の自己同型 (ω) によるひねりだけの自由度がある (カレント $(J,\tilde{J})$ を用いてあらわすと、$\omega(J_n)+\tilde{J}_{-n}=0$ となる) ので、境界状態を分類するには、代数の自己同型を分類すればよいことになる。

風間・鈴木模型は、N=1 超対称 Kac-Moody 代数をもとに構成された coset 模型であって、商空間 G/H で指定される。H は、$\mathfrak{g}$ の Dynkin 図から node ($\times$ であらわす) をひとつ取り去り、$U(1)$ に置き換えて得られる。このとき、理論の対称性が N=2 超共形対称性に持ち上がる。われわれは、G/H の自己同型のうち、Lie 代数 $\mathfrak{g}$ の自己同型から派生するものを全て分類した。$\mathfrak{g}$ と node $\times$ の組で決まる風間・鈴木模型に関して、自己同型群 $\mathrm{Aut}(G/H)$ は次の表のようになる ($\Lambda_\times$ は $\times$ に対応する基本表現、最終行の $\mathfrak{g}$ の欄は $B_l, C_l, E_7, E_8, F_4, G_2$ である)。

$\mathfrak{g}$	$\Lambda_\times$	$\mathrm{Aut}(G/H)$
A_l	real	$\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$
	otherwise	$\mathbb{Z}_2$
D_{odd}	real(=tensor)	$\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$
	spinor	$\mathbb{Z}_2$
$D_{\mathrm{even}\neq 4}$	tensor	$\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$
	spinor	$\mathbb{Z}_2$

$\mathfrak{g}$	$\Lambda_\times$	$\mathrm{Aut}(G/H)$
D_4	Λ_2	$S_3\times\mathbb{Z}_2$
	Λ_1	$\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$
	Λ_3,Λ_4	$\mathbb{Z}_2$
E_6	real(Λ_3,Λ_6)	$\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$
	otherwise	$\mathbb{Z}_2$
otherwise	any	$\mathbb{Z}_2$

表からわかるように、自己同型群は一般に $\mathbb{Z}_2$ である。対応するひねった境界条件は、N=1 のみならず、実際には N=2 超共形代数 (SCA) を保つことが示せる。$\mathbb{Z}_2$ は N=2 SCA の自己同型群と同一視され、よく知られた A-type, B-type の境界条件を与える。逆に自己同型群が $\mathbb{Z}_2$ より大きな模型には、複数の種類の A-type, B-type 境界条件が課せる。こうした模型において、extra な自己同型に対応する新たな境界状態を、以前見出した手法 [2] を用いて具体的に構成した。

ところで風間・鈴木模型はレベル・ランク双対性と呼ばれる非自明な対称性 (Young 図の縦と横の入れ替えに対応する) を持つ。われわれは、その境界状態への作用を調べた。例として

$$SU(4)_1/SU(2)_3\times SU(2)_3\times U(1)_{80}\cong SU(3)_2/SU(2)_3\times U(1)_{30}$$

を扱った。左辺の理論で<u>のみ</u>、上記のクラスの自己同型群が $\mathbb{Z}_2$ より大きく、新たなひねった境界状態が構成される。右辺の理論では、ひねった境界状態は存在しないが、実はその代り、共形埋め込み $\mathfrak{su}(3)_2\oplus\mathfrak{su}(2)_3\subset\mathfrak{su}(6)_1$ に付随する、exceptional な境界状態 [2] が構成され、両者はぴったり一致する。つまり、境界状態に関してもレベル・ランク双対性が成立することが解った。

[1] H. Ishikawa and T. Tani, "Twisted boundary states in Kazama-Suzuki models," hep-th/0306227.

[2] H. Ishikawa and T. Tani, "Novel construction of boundary states in coset conformal field theories," Nucl. Phys. B **649** (2003) 205 [hep-th/0207177].