Quantum Corrections on Fuzzy Sphere (II)

KEK　富野　弾
E-mail: dan@post.kek.jp

Myers 項を加えて変形した IIB 行列模型によって 4 次元的非可換球面：$S_2 \times S_2$ におけるゲージ理論の有効作用を議論した。ループ展開にあらわれるグラフの power counting によって、有効作用 Γ は以下のように書ける

$$\Gamma \quad = \quad nN\left[-\frac{(2\pi)^2}{3\lambda^2} + 4\log 2 + h(\lambda) \right]. \tag{1}$$

第一項は古典的部分、第 2 項は 1-ループ、第 3 項の h は 2-ループ以降の寄与を表す。ここで N は行列のサイズであり n は重なった非可換球面の枚数、f は Myers 項の結合定数で、λ は't Hooft coupling $\lambda^2 \equiv (4\pi)^2 n^2/(f^4 N)$ である。n は与えられた N, f に対して有効作用を最小化することで決まる。2-ループまでの具体的な計算によって $h = -89.3\lambda^2/(2\pi)^2 + \cdots$ となっているがわかり、結果として有効作用は n の大きい方向に不安定性を持つ。ループ補正を入れない古典的有効作用では $n = 1$ が有効作用を最小化するが、2-ループまでの量子補正は逆の傾向を与えることが示された。

一方 Myers 項のない IIB 行列模型に対しても $S_2 \times S_2$ を背景場として有効作用を計算した。この場合も有効作用以下の形に書くことができる

$$\Gamma_{IIB} \quad = \quad nN\left[\frac{(2\pi)^2}{\lambda^2} + h_{IIB}(\lambda) \right]. \tag{2}$$

第一項は古典的部分であり、第二項は 2-ループ以降の寄与を表す。1-ループの寄与は小さいので無視できる。ただし今の場合 Myers 項が作用にないため f は有効作用を最小化して定めるべき定数となる。非可換球面は IIB 行列模型の古典解とならないために古典的有効作用は極値を持たないが、2-ループの量子補正 $h_{IIB} = +1.63\lambda^2/(2\pi)^2 + \cdots$ によって有効作用は $n = 1$ 及び $\frac{\lambda^2}{(2\pi)^2} = 0.78$ の値に対して最小値を持つ。fuzzy $S_2 \times S_2$ は量子補正によって IIB 行列模型の非自明な解となった。

また他の次元の非可換球面について考察すれば、fuzzy $S_2 \times S_2 \times S_2$ の有効作用は $O(N^{3/2})$ であり、fuzzy S_2 の有効作用は $O(N^3)$ である。このことから非可換球面の内では 4 次元的な fuzzy $S_2 \times S_2$ がもっとも有効作用を下げる配位であり、IIB 行列模型が 4 次元を選んでいることがわかる。

今後の課題としては

- 高次ループ補正による不安定化の有無
- 有効作用を $O(1)$ まで下げる配位

についての考察が挙げらる。

この発表は以下の論文に基づいています

Takaaki Imai, Yoshihisa Kitazawa, Yasutoshi Takayama, Dan Tomino,
"Effective Actions of Matrix models on Homogeneous Spaces", hep-th/0307007.