非可換超空間と行列模型[1]

高エネルギー加速器研究機構　梅津裕志
E-mail: umetsu@post.kek.jp

最近、特定の RR 場やグラヴィフォトン背景場の下での超弦理論において、フェルミオニックな座標の間に非 (反) 可換性が現れることが示された [2]。これは NS-NS B 背景場の下で、ボゾニックな座標が非可換になる事と同様の現象である。非可換超空間は超行列を用いて構成する事ができる。超行列を用いた 2 次元超球面上の理論の研究は Ref.[3] によってなされている。また最近、Dijkgraaf-Vafa 予想を large N reduction として証明するために超行列を用いた非可換超空間の概念が導入された。[4]

我々はまず graded Lie 代数に基づく 2 次元の非可換超球面を構成し、適当な極限をとることによって平坦な時空に対応する超空間を構成した。この方法によって得られる非可換超空間は Lie 代数的な構造を持ち、非可換座標のなす代数と超対称性代数の Jacobi 恒等式、及びスター積の associativity が自動的に満たされる。$osp(1|2)$ 代数に基づく 2 次元非可換超球面は、フェルミオニックな座標を二つ含む。ボゾニックな座標とフェルミオニックな座標の両方が非可換になる平坦極限をとるためには、二個のフェルミオニックな座標に対して非対称なスケーリングを考えなければならない。この極限において、二つある超対称電荷の内一つは、反交換子によって空間並進を生成しない非力学的な生成子になる。この超対称電荷はカイラル条件を課すことによって取り除くことができる。 我々はこの他に $su(2|1), psu(2|2)$ に基づく非可換超空間とその平坦極限について調べた。$su(2|1)$ は 4 個の超対称電荷を持つ 2 次元非可換超空間、$psu(2|2)$ は 8 個の超対称電荷を持つ 4 次元非可換超空間を与える。これらの場合においても非可換平坦極限を考えると、力学的な超対称電荷の数が減少する。

また、非可換超空間は拘束系として解釈できる。これは、強磁場中の電子の中心座標が非可換になるという事実の超空間への拡張になっている。超球面の場合はこの空間上の共変微分を構成し、それらの間に拘束条件を課す。この条件は強磁場中の電子に対する lowest Landau level 条件に対応する。この条件を第 2 類拘束条件として扱うと、中心座標の間の Dirac 括弧は非可換超空間のものと一致する。この方法を 4 次元平坦空間に適応すると、適当な第 2 類拘束条件を考える事により $N = 1/2$ 超空間 [2] も同様に構成できる。

ボゾニックな座標が非可換な空間上のゲージ理論は、IIB 行列模型を用いて背景場非依存性などの性質が明らかにされた。これと同様の解析を非可換超空間についても行なう事が重要である。我々はそのための第一歩として、2 次元非可換超球面を古典解としてもつ行列模型を $osp(1|2)$ 代数に基づいて構成した。4 次元や 10 次元非可換空間上の超対称 Yang-Mills 理論に対応した行列模型を作り、超弦理論や IIB 行列模型などとの関係を調べる事がこれからの課題である。

参考文献

[1] M. Hatsuda, S. Iso and H. Umetsu, arXiv:hep-th/0306251.

[2] H. Ooguri and C. Vafa, arXiv:hep-th/0302109, hep-th/0303063.
J. de Boer, P. A. Grassi and P. van Nieuwenhuizen, arXiv:hep-th/0302078.
N. Seiberg, JHEP **0306**, 010 (2003)

[3] H. Grosse, C. Klimcik and P. Presnajder, Commun. Math. Phys. **185**, 155 (1997)

[4] H. Kawai, T. Kuroki and T. Morita, arXiv:hep-th/0303210.

[1] この発表は KEK の 初田真知子氏、磯暁氏との共同研究 [1] に基づく。