3次元超対称非線形シグマ模型の繰り込み可能性について

大阪大学大学院理学研究科素粒子論研究室　伊藤　悦子
E-mail: itou@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

3次元では、スカラー場が canonical な次元 $\frac{1}{2}$ を持つため、一般的な非線形シグマ模型：

$$\mathcal{L} = g_{ij}[\varphi]\partial_\mu\varphi^i\partial^\mu\varphi^j$$

は、摂動論的に繰り込み不可能である。しかし、今までの研究でいくつかの模型は、非摂動論的に繰り込むことができることが知られている。今回の研究では、非摂動論的手法の一つである large-N 展開による議論についてまとめた。

$O(N)$ 模型について。[1] [2]

補助場を導入して線形化した $O(N)$ 模型ラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\varphi^i(\partial^2 - \alpha)\varphi^i - \frac{N}{2g^2} \tag{1}$$

とかける。これは、large-N 展開の手法を用いて繰り込みを行うと、$O(1/N^2)$ と $O(1/N^3)$ で、それぞれ $\vec{\varphi}^4$ と $\vec{\varphi}^6$ のダイアグラムに発散が現れ、単純な $O(N)$ 模型の枠組みでは繰り込みができないと考えられている。そこで、3次元 $\mathcal{N}=1$ の超対称を課す。すると、ボゾニックな $O(N)$ 模型では生じた余分な $\vec{\varphi}^4$ と $\vec{\varphi}^6$ のグラフの発散は消える。結合定数の β 関数を、Next-to-leading までの寄与を計算すると

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{g^3}{4\pi^2}(1 - \frac{2}{N})$$

となる。

CP^N 模型について [3]

さらに超対称性を課し、$\mathcal{N}=2$ の超対称な CP^N 模型について、[3] で調べられている。この研究によると、この模型には β 関数に Next-to-leading の寄与がでないことがわかった。

この結果を、別の非摂動論的手法である Wilson 的繰り込み群の結果と比較すると、一致する。しかし、$\mathcal{N}=2$ の超対称性を持つ他の模型に対しては、laerge-N 展開の Next-to-laeding の寄与をもつものも存在するという推測が得られる [4]。そこで、実際にそのような例の一つである 3 次元 $\mathcal{N}=2$ の超対称性を持つ Q^N 模型について、large-N 展開の手法を用いて結合定数の β 関数を Next-to-leading のオーダーまで調べ、

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{g^3}{4\pi^2}(1 - \frac{2}{N})$$

という結果を得た。

参考文献

[1] I. Ya. Aref'eva, Theor .Math. Phys.36 (1978) 573; Ann. Phys.117 (1979) 393

[2] V. G. Koures and K. T. Mahanthappa, Phys. Rev. D43 (1991) 3428

[3] T. Inami, Y. Saito and M. Yamamoto, Prog. Theor.Phys.103 (2000) 1283-1288

[4] K. Higashijima and E. Itou, Prog. Theor. Phys. 110 (2003) 563