$N = D = 2$ Twisted Supersymmetry on a Lattice

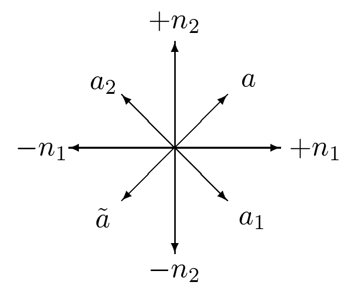
北海道大学素粒子論研究室 DC2　永田 和広
E-mail: nagata@particle.sci.hokudai.ac.jp

超対称性理論を格子上に構成する試みはすでに多くの人々により行われているが、代数のもつすべての超対称生成子を格子上で厳密に構成できた例はない。我々は特に boson、fermion の正則化と時空の正則化という両面の観点から格子上での超対称性の実現に強い興味を持っている。今回、非可換性を持つツイストされた $N = D = 2$ 超空間を用いることにより代数の持つすべての超対称生成子を格子上で厳密に構成し、その結果として格子上での超対称不変性がすべての超対称生成子に対して成り立つ作用を構成した [1] 。また、ツイストの操作により N=2 の内部対称性は格子上の 2-flavor staggered fermion もしくは Dirac-Kähler fermion と同等であることが示される。[1]

格子上で厳密な超対称性を議論する際、最も大きな障害となるのが Leibniz rule の性質についてである。格子上での Leibniz rule は差分演算子 $\Delta_{\pm\mu}\phi(x) \equiv \pm[\phi(x \pm 2n_\mu) - \phi(x)]$ に対して

$$\Delta_{\pm\mu}\phi(x)\psi(x) = (\Delta_{\pm\mu}\phi(x))\psi(x) + \phi(x \pm 2n_\mu)(\Delta_{\pm\mu}\psi(x))$$

のように格子定数 $2n_\mu$ だけ変更を受ける。今回我々は上記差分演算子のもつ非可換性に注目し、ツイストされた $N = D = 2$ 超対称生成子 $s_A = (s, s_\mu, \tilde{s})$ に対しても差分演算子 $\Delta_{\pm\mu}$ と同様の非可換性を導入した。



$$s_A\phi(x) = \vec{s}_A\phi(x) - (-1)^{|\phi|}\phi(x + 2a_A)\vec{s}_A$$

ここで非可換パラメーター $a_A = (a, a_\mu, \tilde{a})$ を例えば図のように選ぶことで上記格子上での Leibniz rule を厳密に保つツイストされた $N = D = 2$ 超対称代数が実現できる。

$$\{s, s_\mu\} = -i\Delta_{+\mu}, \qquad \{\tilde{s}, s_\mu\} = i\epsilon_{\mu\nu}\Delta_{-\nu}$$

上記の超対称生成子のもつ非可換性はツイストされた $N = D = 2$ 超空間の基底 $\theta_A = (\theta, \theta_\mu, \tilde{\theta})$ に対する非可換性 $\theta_A\phi(x) = (-1)^{|\phi|}\phi(x - 2a_A)\theta_A$ と同等であり、一般に superfield は

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \phi(x) + \theta_A\psi(x + a_A) + \theta_A\theta_B\tilde{\phi}(x + a_A + a_B)\cdots \\ &= \phi(x) + \psi(x - a_A)\theta_A + \tilde{\phi}(x - a_A - a_B)\theta_A\theta_B\cdots\end{aligned}$$

の意味で semi-local な構造を持つ。また、各 component field の散らばり方は格子上での configuration と 1 対 1 に対応する。Chiral superfield、Anti-chiral superfield の構成、超対称変換則の導出、格子上での超対称不変な作用の構成はすべて 上記の非可換基底を用いた superfield formulation を用いて行うことができる。

具体的に今回 bosonic superfield を用いて Wess-Zumino model [1]、fermionic superfield を用いて 量子化された BF model の構成を行った。非可換パラメーターを上図のように選んだ場合、boson、fermion は各々 original lattice と dual lattice 上に split し、超対称変換は一方からもう一方への向きづけされた mapping として理解できる。両モデル共に、相互作用が入った場合にも上記 Leibniz rule を保つすべての超対称生成子に対して不変な構成が可能である。今後の課題としては、量子論的側面の解析、ゲージ理論及び高次元への拡張、discrete な Lorentz 及び内部対称性の解析が挙げられる。

参考文献

[1] A. D'Adda, I. Kanamori, N. Kawamoto and K. Nagata, hep-lat/0406029.

[1] 金森氏の報告参照