Form factors of the eight-vertex model at the reflectionless points

鈴鹿医療科学大学 臨床工学科　桑野泰宏
E-mail: quanoy@suzuka-u.ac.jp

論文で [1], Baxter の 8 頂点 SOS 模型の形状因子 $F_m^{(l_0,k)}(\zeta_1,\cdots,\zeta_{2m})_{l_0 l_1\cdots l_{2m-1}l_{2m}}$ (ただし, $l_{2m}=l_0$) の積分表示を, Smirnov の公理: (i) W' 対称性, (ii) 差分関係式, (iii) 消滅極条件をみたすように, その m 重積分の表式を導出したのであった.

いま, XYZ 模型と 8 頂点 SOS 模型の形状因子が, 次の頂点・面変換で結びついているとする:

$$F_m^{(l_0,k)}(\zeta)_{l_0 l_1\cdots l_{2m}}=\sum_{\mu_1,\cdots,\mu_{2m}} F_m^{(i)}(\zeta)_{\mu_1\cdots\mu_{2m}} t'^{l_1}_{l_0}(\zeta_1/\zeta_0)^{\mu_1}\cdots t'^{l_{2m}}_{l_{2m-1}}(\zeta_{2m}/\zeta_0)^{\mu_{2m}}. \tag{1}$$

ここで, $i\equiv k-l \pmod 2$, また, XYZ 模型を規定する 2 つのパラメータを $x,p(p=x^{2r})$ とする.

XYZ 模型の形状因子 $F_m^{(i)}(\zeta)$ の S 行列対称性は, $F_m^{(l_0,k)}(\zeta)_{l_0 l_1\cdots l_{2m}}$ の W' 対称性と (1) による. また, $F_m^{(i)}(\zeta)$ の差分関係式は次の式と同値である:

$$\begin{aligned}&\sum_{l_{2m}=l_{2m-1}\pm1}\tilde{t}'^{*l_{2m-1}}_{l_{2m}}(x^{-2}\zeta_{2m}/\zeta_0)_\mu F_m^{(l_0,k)}(\zeta',x^{-2}\zeta_{2m})_{l_0 l_1\cdots l_{2m-1}l_{2m}}\\ =&\sum_{l'=l_0\pm1} t'^{*l'}_{l_0}(\zeta_{2m}/\zeta_0)_\mu F_m^{(l',k)}(\zeta_{2m},\zeta')_{l' l_0 l_1\cdots l_{2m-1}}.\end{aligned} \tag{2}$$

ここで, $t'^{*l'}_{l}(\zeta)$ と $\tilde{t}'^{l'}_{l}(\zeta)$ は 2 種類の dual intertwining vector である.

8 頂点 SOS 模型の形状因子は $l_{2m}=l_0$ のときのみ知っているので, (2) で $l_{2m-1}=l_0\pm1$ とおいて, $l_{2m}=l_0\pm2$ に対する表式を求め, 次に $l_{2m-1}=l_0\pm3$ とおいて, $l_{2m}=l_0\pm4$ に対する表式を求める (以下繰り返し). 残念ながら, generic には (2) の解を構成することはできなかった. しかしあるとき, 次の式をみたすように $F_m^{(l_0,k)}(\zeta)_{l_0 l_1\cdots l_{2m}}$ を構成することができることに気付いた:

$$\begin{aligned}&\sum_{l_{2m}=l_{2m-1}\pm1}\tilde{t}'^{*l_{2m-1}}_{l_{2m}}(\zeta_{2m}/\zeta_0)_\mu F_m^{(l_0,k)}(\zeta',x^{-2}\zeta_{2m})_{l_0 l_1\cdots l_{2m-1}l_{2m}}\\ =&\sum_{l'=l_0\pm1} t'^{*l'}_{l_0}(\zeta_{2m}/\zeta_0)_\mu F_m^{(l',k)}(\zeta_{2m},\zeta')_{l' l_0 l_1\cdots l_{2m-1}}.\end{aligned} \tag{3}$$

XYZ 模型は, $r=1+1/n$ $(n=1,2,\cdots)$ のとき, 無反射点系列にあるという. このとき, $\tilde{t}'^{*l'}_{l}(\zeta_{2m})=\tilde{t}'^{*l'}_{l}(x^{-2}\zeta_{2m})$ より, (2) が成り立つ. さらに, このような有理点では, 相関函数 [2] のときそうであったように $2m$ 点形状因子を m 重積分ではなく, $2m$ 重積分の形で書くことにより被積分函数の対称性を高めることができる. こうして得られた積分公式を眺めていると, 無反射 XYZ 模型の II 型頂点作用素の形を決定することができる.

参考文献

[1] Quano, Y-H. Quantum Knizhnik–Zamolodchikov equations of level 0 and form factors in SOS model. *Prog. Theo. Phys.* (2004) **111**, 361–370.

[2] Quano Y-H: Bootstrap equations and correlation functions for the Heisenberg XYZ anti-ferromagnet, *J. Phys. A: Math Gen* **35** (2002) 9549–9572.