

New infinite series of Einstein metrics on sphere bundles from AdS black holes*

大阪市立大学 数学研究所 阪口 真
E-mail: msakaguc@sci.osaka-cu.ac.jp

1978年 Page は、AdS Kerr ブラックホールからある極限操作により、非自明な S^2 上の S^2 束の上の inhomogeneous Einstein 計量を構成した [3]。この計量は compact な空間上の inhomogeneous Einstein 計量として得られたはじめての例であり、これまでこれ以外には顕に書き下された例はほとんどなかった。

我々は、Page の手法を高次元 AdS Kerr ブラックホール解に適用し、非自明な Einstein 計量を導出できることを示した [1]。つまり、Wick 回転した AdS Kerr ブラックホール解の 2 つの “ホライズン” ではさまれた領域の extremal 極限をとることで、次の Einstein 計量を得た。

- (a) $S^2 \times S^3$ または非自明な S^2 上の S^3 束の上の無限個の inhomogeneous Einstein 計量：
これらは、 $(k_1, k_2) \in \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ でパラメトライズされ、 $k_1 + k_2 = \text{even (odd)}$ のとき S^3 束は自明 (非自明) となる。特に $k_1 \neq k_2$ のとき Einstein 計量は inhomogeneous である。また $k_1 = k_2$ のときは、Wang-Ziller によって構成された homogeneous 計量を再現する。
- (b) 非自明な S^2 上の S^{d-2} 束の上の無限個の inhomogeneous Einstein 計量：
特に $d = 4$ のとき、Page の構成した計量を再現する。

これらの中には、これまで存在証明さえ無かったものも含まれている。極限操作および計量の詳細に関しては文献 [1] を参照されたい。

また、コンパクトな inhomogeneous Sasaki-Einstein 多様体が、AdS Kerr ブラックホール解からキリングベクトル場を twist することで導出できることを示した [2]。まず、奇数次元 (≥ 5) の角運動量がそろった Kerr AdS ブラックホール解からはじめ、これを Wick 回転して得られる Euclidean Einstein 計量の $U(1) \times \mathbb{R}$ isometry に注目する。対応するキリングベクトル場を $(\frac{\partial}{\partial \psi}, \frac{\partial}{\partial \tau})$ として、角運動量 J で決まる twist: $\tilde{\tau} = \tau + J\psi$ を行う。このとき、Euclidean ブラックホール解は、local positive Kähler-Einstein 多様体上の $U(1)$ 束とみなすことができ、locally Sasaki-Einstein になることが分かった。また他方、twist: $\tilde{\psi} = \psi - \frac{c}{J}\tau$ することで、[4] で得られたコンパクトな inhomogeneous Sasaki-Einstein 多様体が導出できることを示した。詳細は文献 [2] を参照されたい。

References

- [1] Y. Hashimoto, M. Sakaguchi and Y. Yasui, “New infinite series of Einstein metrics on sphere bundles from AdS black holes,” hep-th/0402199, Commun. Math. Phys. in press.
- [2] Y. Hashimoto, M. Sakaguchi and Y. Yasui, “Sasaki-Einstein twist of Kerr-AdS black holes,” hep-th/0407114.
- [3] D. Page, “A Compact Rotating Gravitational Instanton,” Phys. Lett. B **79** (1978) 235.
- [4] J. P. Gauntlett, D. Martelli, J. Sparks and D. Waldram, “Sasaki-Einstein metrics on $S^2 \times S^3$,” hep-th/0403002; “A new infinite class of Sasaki-Einstein manifolds,” hep-th/0403038.

*この発表は、大阪市立大学理学部の安井 幸則氏と橋本 義武氏との共同研究 [1, 2] に基づきます。