

# Gauge theory in the Non-anticommutative $\mathcal{N}=2$ Superspace

東京都立大学大学院理学研究科 佐々木 伸

E-mail: shin-s@phys.metro-u.ac.jp

超弦理論から帰結される時空の非可換性としては定数 B 場背景中の D-brane 上の座標のものがよく知られているが、近年、ある種の supergravity background の下では  $\mathcal{N}=1$  超空間の fermionic coordinate  $\theta$  の間に非反可換性  $\{\theta^\alpha, \theta^\beta\} = C^{\alpha\beta} \neq 0$  が現れることがわかってきた。しかし 2003 年、Ferrara 達はこれを拡張し、 $\mathcal{N}=2$  超空間上の fermionic coordinate の非反可換性を考えた。後に分かったことだが、これは超弦理論におけるある種の R-R background を適当に選ぶことにより導出される。Ferrara 達はこの  $\mathcal{N}=2$  non(anti)commutative superspace にて Lorentz 不変性と R-symmetry を保つ singlet deformation  $\{\theta_i^\alpha, \theta_j^\beta\} = -2iP\epsilon^{\alpha\beta}\epsilon_{ij}$  を考え、harmonic superspace formalism を使うことにより、deform された  $\mathcal{N}=2$  gauge field strength を explicit に求めた。これは可換時空上のゲージ理論における可換場と非可換空間上の非可換場の間の写像 (Seiberg-Witten map) に対応する。

我々はこの拡張された non(anti)commutative singlet deformed  $\mathcal{N}=2$  superspace を出発点にし、 $\mathcal{N}=2$  supersymmetric gauge theory におけるこの非可換性の影響を解析した。この際、非可換性を表す Moyal 積を定義する Poisson 構造として  $\mathcal{N}=2$  SUSY を完全に保つ supersymmetric Poisson bracket (D-deformation) を考えた。これは Poisson structure を決める微分作用素として  $\mathcal{N}=2$  の supercovariant derivative を取ったもので、super charge と反可換なため超対称性が保たれる。このような非可換性 (deformation) は通常 chiral part のみで定義されるため、我々の 4 次元時空としては Euclidean または signature (2, 2) の Atiyah-Ward 時空のみが許される。この場合、もはや  $\bar{\theta}$  は  $\theta$  の complex conjugate ではなく、独立した座標と見なされることに注意する。

このようなセットアップの下で我々はまず、非可換パラメータ  $P$  により deform された  $U(1)$  ゲージ理論での BPS 方程式を SW map を explicit に使うことにより、commutative picture で導出した。この deformed supersymmetric  $U(1)$  model での BPS-type 方程式は運動方程式と consistent であり、非可換時空上の場の理論の場合とは異なり  $\theta$  の grassmann 性により、古典的には exact に解けることが分かる。また理論の consistency より  $\mathcal{N}=2$  vector multiplet の adjoint scalar 場の真空期待値に非可換パラメータ  $P$  により制限が付くことがわかった。Ferrara 達により後に示されたことだが、この非可換パラメータ  $P$  は string compactification においてある種の R-R field の真空期待値に対応する。また、このような BPS 条件の下での SUSY remaining condition もあわせて議論された。

この  $\mathcal{N}=2$  非反可換超空間上のゲージ理論の non-abelian な拡張として、我々は最も単純な  $SU(2)$  ゲージ群を選び、同様の条件下で deform された Lagrangian を component で陽に書き下すことに成功した。Lagrangian の形を決める structure function は既に与えられている SW map とは異なる形をしていることに注意する。

この Lagrangian は超空間の非可換性のために誘導された通常の理論には存在しない interaction が存在し、そのため BPS 方程式が修正される可能性がある。

この理論で最も注目すべきはその adjoint scalar 場のポテンシャル項である。通常の  $SU(2)$  SYM 理論ではそのポテンシャルは  $V \propto \text{Tr}[\phi, \bar{\phi}]$  となり、下から bound され、停留点で系の古典的真空を与える。一方、超空間に非可換性をいれた場合は古典的なポテンシャル項に対しても補正が加えられ、そのポテンシャルは  $F(\bar{\phi}^2)$  を  $\bar{\phi}$  のある関数とすると  $V_{\text{deformed}} \propto F(\bar{\phi}^2)\text{Tr}[\phi, \bar{\phi}]$  となる。このポテンシャルは下から bound されておらず、系は古典的に不安定であることが分かった。可換極限 ( $P \rightarrow 0$ ) では通常の  $SU(2)$  SYM vacuum が得られる。ここでの解析は古典的なものに限られている。量子効果がどのようにこの不安定性を修正するか、また、弦理論との深い関係も今後の課題である。