Correlators of matrix models on fuzzy sphere[1]

総合研究大学院大学　高山 靖敏
E-mail: takaya@post.kek.jp

弦理論において時空の非可換性 (非可換幾何学) は重要な役割を果たしていると期待される．例えば弦理論における時空の不確定性原理やDブレーン系にその非可換性が出現している．特に我々はブレーン・ダイナミクスを明らかにする事を通じて，非可換幾何学に対するより深い理解を目指している．

そしてブレーン・ダイナミクスをを追うアプローチの一つとして行列模型がある．例えば BFSS や IIB(IKKT) 型行列模型がその代表である．特に我々は Reduced SYM 模型に Myers 項を付け加えた模型を考察した：

$S = S_{SYM}^{Red} + S_{Myers}$

$$S_{SYM}^{Red} = \sum_{\mu,\nu=1}^{D} -\frac{Tr}{4}[A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{Tr}{2}\bar{\psi}\Gamma^\mu[A_\mu, \psi], \qquad S_{Myers} = \alpha \times \frac{2i}{3} Tr \sum_{\mu\nu\rho=1}^{3} \epsilon_{\mu\nu\rho} A_\mu A_\nu A_\rho.$$

この模型は非可換球面を古典解として実現している．そしてこの古典解まわりの background field method を用いる事により場の理論的解析が可能となる．

我々は特に相関関数 $\langle TrA_\mu A_\nu \rangle$ について評価を行った. なぜならばこの物理量は空間の拡がりを与える秩序変数という重要な意味をもつからである．結果は，N を行列のサイズとすると，

$$\frac{1}{N}\langle TrA_\mu A_\nu \rangle \simeq \tilde{\delta}_{\mu\nu} \begin{cases} \text{Tree} + \text{1-Loop} \sim O(N^{3/2}) & D = 3 \text{ bsonic case} \\ \text{Tree} \sim O(N^2) \text{ or } O(N) & D = 10 \text{ SUSY case} \end{cases},$$

$$\text{with} \quad \tilde{\delta}_{\mu\nu} = \begin{cases} \delta_{\mu\nu} & (\mu, \nu \in S^2 \text{ が拡がる方向}) \\ 0 & (\text{上記以外の方向}) \end{cases}.$$

この結果は，相関関数はツリー (&1 ループ) が支配的であり，従って古典的に実現された非可換球面が量子論的にもつぶれずに存在しうる事を表している．またツリー (&1 ループ) が支配的であるという結果は，この非可換 S^2 上の行列模型が本質的に 2 次元ゲージ理論 (超繰込み可能) と同じ振舞いをすると考えると自然に説明がつく[2]．

次に我々は非可換 $S^2 \times S^2$ 背景場上の IIB 行列模型 ($S_{IIB} = S_{SYM}^{Red}(D = 10)$) についても，相関関数の評価を行った．

結果は，2-Loop level までで，

$$\frac{1}{N}\langle TrA_\mu A_\nu \rangle \simeq \sqrt{N}(0.48\bar{\delta}_{\mu\nu} + 0.91\delta_{\mu\nu}) \sim O(\sqrt{N}).$$

この結果から，量子補正は背景場 $S^2 \times S^2$ をつぶしてしまわない事が分かる．またオールオーダーの量子補正を考慮してもこの相関関数は $O(\sqrt{N})$ で振舞うと期待される．それは非可換 $S^2 \times S^2$ 上の IIB 行列模型が本質的に 4 次元ゲージ理論 (繰込み可能) と同じ振舞いをすると期待するからである[3]．

この結果から，S^2 の半径を R とすれば $R^2 \sim \sqrt{N}$ という identifcation が期待できる．

[1] この講演は高エネ研の北澤良久氏，富野弾氏との共同研究 (hep-th/0403242) に基づくものです.

[2] 2 次元ゲージ理論の特徴は超繰込み可能，つまり高次の量子補正ほど強く収束する (低次の補正ほど効く) という事である．この事から理論はたかだかツリー (&1 ループ補正) で決定されると期待できる．実際この模型での振舞いはそうなっている．

[3] 4 次元ゲージ理論の特徴は繰込み可能，つまりどんな高次でも，同じオーダーの量子補正を与える事である．従って (どんな高次の) 量子補正も N のスケーリングの振舞いを変化させないと期待できる．