

クォーク・グルーオン・プラズマ － 高温・高密度で実現された物質の新しい形態 －

広島大学・情報メディア教育研究センター 中村 純 (なかむら あつし)

E-mail: nakamura@riise.hiroshima-u.ac.jp

山形大学・地域教育文化学部 酒井 淳 (さかい すなお)

E-mail: sakai@eee.e.yamagata-u.ac.jp

超高エネルギー重イオン反応において、ハドロン相からクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 相への相転移温度を超えたのではないかと考えられている。この状況について概観し、ここで作られている物質の新しい形態を特徴つける粘性係数の格子 QCD のよるアプローチを紹介する。

1 超高エネルギー重イオン反応と QGP

Hagedorn は、ハドロンのスペクトラムが指数関数的に増加すれば分配関数が発散してしまうことから、ハドロン系の温度には上限があるのではないかと予言した (Hagedorn 温度)[1]。これに対し、Cabbibo と Parisi は、分配関数のポールは温度の限界を示すのではなく、相転移を意味すると指摘した [2]。1981 年に 3 つのグループが独立に、確かに一定温度で QCD は相転移を起こし、ハドロン相 (クォークの閉じ込め相) から単一のクォークが存在できる非閉じ込め相への相転移が起こることを格子 QCD により示した [3, 4, 5]。¹

およそ 200MeV 程と見積もられる閉じ込め/非閉じ込め相転移温度を越える極限状態を研究するためには、宇宙初期の痕跡を観測から探す他には、数 fm から数十 fm のサイズの領域に大きなエネルギーを注ぎ込む必要がある。実験室でこのような状態を実現するためには重イオン衝突がおそらく唯一の方法と思われる。しかし、相対論的エネルギースケールの重イオン衝突などは、ゴミ箱同士をぶつけるようなものなるとして、理論研究者の中での反応は冷ややかなものであった。²

一方、実験家たちは、地上での QGP の実現に魅せられ、加速器の建設、測定器の開発、そしてデータを解析する膨大な計算の環境を構築して実験を行った。特に 2000 年から始まった米国ブルックヘブン研究所の RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) での実験は多くの知見をもたらした。

まず、驚くべきことには、反応で作られる多くのハドロンの収量は、温度と化学ポテンシャルの 2 つのパラメータだけを含む入射エネルギーでの実験は、 $1/(e^{(E-\mu)/T} \pm 1)$ という Bose-Einstein (Fermi-Dirac) 分布で合わせることができ [7]、その温度と化学ポテンシャルは入射エネルギーだけによるように見える。平衡系の記述が良いことは驚きで、非常に早く平衡系の達しているのか

¹1981 年には Gross, Pisarski, Yaffe の有限温度 QCD の基礎を与える労作も発表されている [6]。

²日本の高エネルギー現象論のグループも先駆的な研究を行っていたが、このような状況で若手研究者が生き延びるのは非常に困難であった。

(early thermalization)、あるいは非平衡系の状態がたまたまそのように見えるのかは明らかでない。(非平衡系の物理は平衡系に比べて未知の点が多いことが基本的な問題であるが)

図 1 に、このようにして求めた温度、化学ポテンシャル [7]、と最近の格子 QCD の計算結果を示した。これは QGP がハドロン化したときの温度、化学ポテンシャルと考えられるので、生成された状態の温度、密度はさらに高いはずである。図から分かるように、RHIC では閉じ込め/非閉じ込め温度 T_c を越えたと思われる。RHIC で実現される温度は $T_c \sim 2T_c$ 程度、LHC では $T_c \sim 5T_c$ 程度ではないかと思われる。

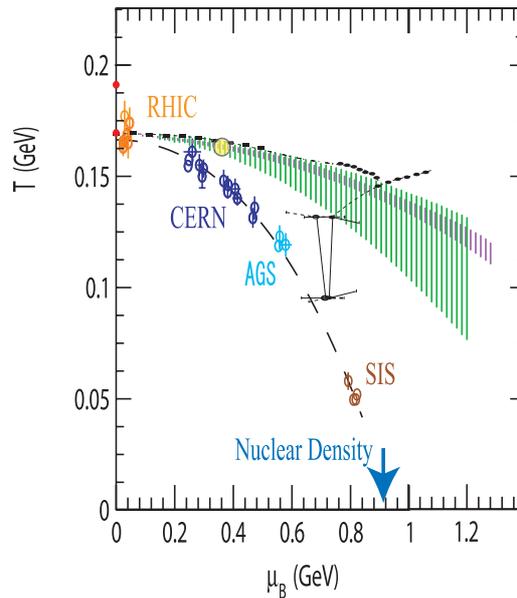


Figure 1: 高エネルギー重イオン反応において、非弾性散乱が終了した時点での温度と化学ポテンシャル [7]、及び格子 QCD による相転移点 (線) の推測値。核密度は $\mu = 923\text{MeV}$ (佐賀大学・河野氏のご教授による)。

RHIC では、入射軸に垂直な平面内での角分布の非等方性が詳細に調べられた。

$$dN/d\phi \propto 1 + 2v_2 \cos 2\phi + \dots$$

とすると、 $v_2 \neq 0$ なら非等方性がある。($\phi = 0$ の軸は、2つの入射原子核が重なって作られる楕円形の短軸方向に取る。) これは、散乱後の粒子が入射時の原子核の重なり形状を覚えているということであるが、実験の解析結果は、ハドロンではなくクォーク (の自由度) が流れているとした方が自然に解釈できる。

反応後に出てくる粒子は、大きな入射原子核の重なり部から作られてくるが、その周辺部でジェツ

トが作られるときは、反対方向に作られたはずのジェットは大きく減っている (Jet quenching)。これは、ジェットが作られた物質の中で大きな反応断面積を持っていることを意味する。

多くの解析が、クォーク自由度が効き、相互作用が強いことを示唆しているが、最も驚きであったのは、流体模型がよく実験を記述することであった。高エネルギーではエネルギーが物質に転化して、非常に多くの粒子が生成される (多重発生)。このような状態を記述するために、Fermi は「統計モデル」を提唱した [8]。しかし、この仕事に対し Landau は次のように批判した [9] 「粒子の高い密度とそれらの間の強い相互作用のために、粒子の数について語る事はできない」。そして、非常に高エネルギーで粒子が多重発生している状態の記述として相対論的な流体模型を提唱した。この Landau の指摘を考えれば、超高エネルギーで高い粒子密度を実現した RHIC で流体模型が成功を納めたことは当然なのかもしれない。しかし、これまでの QGP の描像は、ハドロンの中に閉じ込められていたクォークとグルーオンが「自由に」なって飛び回っている状態ということであり、自由ガスの描像からすれば、流体模型の成功は驚くべき事であった。

特に、現在の流体模型においては (数値コードの開発の困難さ、及び粘性係数の導入の仕方の不定性のために) 粘性率がゼロの完全流体 が仮定されている。

2 自由ガス vs. 完全流体

自由ガスと完全流体は、正反対の概念である。このことを見るために摂動論による圧力と粘性係数の形を見てみると

$$P = \frac{\pi^2}{90} T^4 \left(1 - \frac{15}{8} \left(\frac{g}{\pi} \right)^2 + \dots \right), \quad \eta = \kappa \frac{T^3}{g^4 \ln g^{-1}}. \quad (1)$$

ここで $\kappa = 27.126$ ($N_f = 0$)、 $\kappa = 84.473.126$ ($N_f = 2$) [10]。

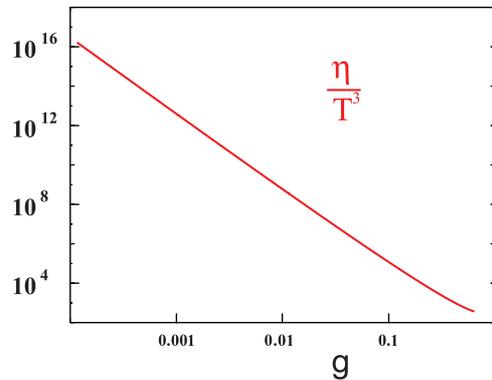


Figure 2: 摂動最低次での η/T^3 。

式 (1) の圧力 P の第 1 項の $(\pi^2/90)T^4$ は、理想自由気体の値であり、結合定数 g がゼロに近付けば、この値に圧力は近付いていく。一方、粘性係数 η は $g \rightarrow 0$ では発散してしまう。粘性係数

がゼロの完全流体は、 $g \rightarrow \infty$ の強結合で実現している。完全流体の描像が QGP に対してよいということは、これが強結合系の現象であることを強く示唆している。一方、相対論的多粒子強結合系に対する計算手法は、筆者の知る限り未開拓の領域である。

QGP が粘性係数の非常に小さい完全流体に近い系である、すなわち強く相互作用している系であることは、流体モデルの成功以外にもいくつかの現象論的解析からも示唆されている。一方、Kovtun、Son、Starinets は、AdS/CFT 対応を使って $\mathcal{N} = 4$ 超対称ヤングミルズ理論の η/s を計算し、これが $1/4\pi$ であることを示し、さらにこの値は水やヘリウムなどの自然界の液体に比べて 10 倍から 100 倍小さいことを示し、 $1/4\pi$ が自然界の下限であるのではないかと予言した [12]。本研究会での夏梅氏の報告にあるように、この分野は非常に活発な研究が進んでいる。現象論的解析や格子 QCD の計算値も $\eta/s \sim 0.1$ 程度と矛盾しておらず、文献 [12] はこれが非常に小さい値であることを明確に示したために、QGP が完全流体である可能性は大きな注目を集めるにいった。

おそらく、現時点での着実なアプローチは、QCD から流体のパラメータを決め、それが実験を説明できるかを見て行くことであろう。

流体模型を場の量子論の中で考察し、その適用限界を探る仕事が 1959 年に磯森-並木によってなされている [11]。"Applicability Conditions of the Hydrodynamical Model of Multiple Production of Particles from the Point of View of Quantum Field Theory"。QCD の誕生する以前の仕事であり、スカラー場の理論として構築されているが、そこでのアプローチ、結果は現在でも非常に参考になる。彼らは、流体モデルがよい記述となるためには

1. Correlation Length \ll System Size
2. Relaxation time \ll Macroscopic Characteristic Time
3. Transport Coefficients must be small

と結論している。

3 格子 QCD による粘性係数の計算

粘性係数などの輸送係数は、線形応答理論によって計算できる [13, 14, 15]。剪断粘性率 (shear viscosity) は

$$\eta = - \int d^3x' \int_{-\infty}^t dt_1 e^{\epsilon(t_1-t)} \int_{-\infty}^{t_1} dt' \langle T_{12}(\vec{x}, t) T_{12}(\vec{x}', t') \rangle_{ret}. \quad (2)$$

ここで $\langle T_{\mu\nu} T_{\rho\sigma} \rangle_{ret}$ は、エネルギー-運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ の遅延グリーン関数 (retarded Green's function) である。体積粘性率 (bulk viscosity) も同様。

剪断粘性率 (2) は遅延グリーン関数のスペクトル関数 ρ によって次のように表される [15]

$$\eta = \pi \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\rho(\omega)}{\omega} = \pi \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d\rho(\omega)}{d\omega}, \quad (3)$$

すなわち、粘性率はスペクトル関数の赤外部 $\omega = 0$ の振る舞いによって決まる。

格子 QCD によって輸送係数が求められるはずであるという提案は文献 [17, 16] において行われた。しかし、問題は格子シミュレーションで求めているのは、温度グリーン関数であり、上の久保の線形応答理論に現れるのは遅延 (実時間) グリーン関数であることである。このために、温度グリーン関数から遅延グリーン関数への変換が必要となる。

温度グリーン関数 (松原グリーン関数) G_β はスペクトル関数 ρ のフーリエ変換で表すことができる。

$$G_\beta(\vec{p}, t) = \sum_n e^{i\omega_n t} \int d\omega \frac{\rho(\vec{p}, \omega)}{i\omega_n - \omega}. \quad (4)$$

そして、スペクトル関数は遅延グリーン関数と温度グリーン関数に共通である [18]。遅延グリーン関数は $i\omega \rightarrow p_0 + i\epsilon$. によって得られる。

数値シミュレーションでは、温度方向に $N_T/2$ 個の点しかないために、難しさはさらに大きくなるため、 $\rho(\vec{p}, \omega)$ を決定するのは簡単ではない。そのため、スペクトル関数の形に対し仮定をしデータからそのパラメータを決めるという方策が取られている。もっとも簡単な形は以下のものである [16] :

$$\rho(\vec{p} = 0, \omega) = \frac{A}{\pi} \left(\frac{\gamma}{(m - \omega)^2 + \gamma^2} - \frac{\gamma}{(m + \omega)^2 + \gamma^2} \right). \quad (5)$$

A, γ, m という 3 つのパラメータを持っている。エネルギー運動量テンソルの相関関数をシミュレーションで求め、そのデータからこの 3 つのパラメータを決めるためには、すくなくとも 3 つの独立な点が必要となる。このためには、 $N_t = 8$ 以上の格子が必要となる。

実際のシミュレーションは、信頼できる統計精度のデータを求めるための戦いになった。長い試行錯誤の結果、岩崎型改良作用を使い、約 100 万モンテカルロデータを収集することにより、意味のある結果を得ることができた。改良型作用はより連続極限に近い結果を与えると考えられている。図に剪断粘性係数とエントロピーの比 η/s を示した。

4 これから

格子 QCD の計算はこれから多くの進展が期待できる。計算手法の改善により、高品質のシミュレーションデータを得る方向がすぐに行われると思われる。また、磁気自由度との相関を調べるなどの、よりダイナミクスに踏み込んだ研究も始まりそうである。また、スペクトル関数の形に対する仮定 (5) がどれだけ確かなものかを調べる必要がある。

AdS/CFT 対応の計算は今後も活発に進むと思われる、それらの計算から物理的描象を引き出す試みも行われるであろう。

流体モデルは RHIC エネルギー領域で驚くべき成功を得たが、SPS と RHIC のエネルギー領域の間で何が起きているのであろうか。RHIC で始めて QGP 状態が実現し、そこでは流体の記述がよいが、ハドロン相では輸送係数が大きく完全流体の仮定が悪いのであろうか。あるいは、

文献 [11] の中で与えられている流体が適用できる条件のどれかが RHIC エネルギー以下では成り立っていないのであろうか。RHIC で生成された「新しい物質状態」の性質を今後より明らかにすることで、この疑問に対する答えが得られるであろう。

謝辞: この研究は科学研究費補助金 13135216、17340080 の援助を受けて行われました。

References

- [1] R. Hagedorn, Suppl. Nuovo Ciment 3, 147-186, (1956); R. Hagedorn and J. Rafelski Phys. Lett., 97B, 136 (1980).
- [2] N. Cabbibo and G. Parisi, Phys. Lett. **59B**, 67 (1975).
- [3] L. D. McLerran and B. Svetitsky, Phys. Lett. **98B**, 195 (1981); Phys. Rev. **D24**, 450 (1981).
- [4] J. Kuti, J. Polonyi and K. Szlachanyi, Phys. Lett, **98B** 199 (1981).
- [5] J. Engels, F. Karsch, H. Satz and I. Montvay, Phys. Lett. **101B** 89 (1981).
- [6] D. J. Gross, R. D. Pisarski, L. G. Yaffe, Rev. Mod. Phys. **53**, 43 (1981).
- [7] J. Cleymans, H. Oescher, K. Redlich and S. Wheaton, Phys. Rev. C73 034905 (2006).
- [8] E. Fermi, Prog. Theor. Phys. 5 (1950) 570.
- [9] S.Z.Belen'ski and L.D. Landau, Nuovo Cimento Suppl. 3 (1956) 15.
- [10] P. Arnold, G. D. Moore and L. G. Yaffe, JHEP 0011 (2000) 001, (hep-ph/0010177).
- [11] C. Iso, K. Mori and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. 22 (1959) 403.
- [12] P. Kovtun, D.T.Son and A.O.Starinets, hep-th/0405231.
- [13] ズバーレフ、「非平衡統計熱力学」上、下。久保亮五監訳、鈴木増雄、山崎義武訳、丸善。
- [14] 久保亮五、戸田盛和、斎藤信彦、橋爪夏樹、岩波講座 現代物理学の基礎 (第2版)「統計物理学」
- [15] R. Horsley, W. Schoenmaker, *Quantum Field Theories out of Thermal Equilibrium, (I).General considerations, (II). The transport coefficients for QCD Nucl. Phys. B280[FS18],716, 735(1987)*
- [16] F.Karsch and H.W.Wyld, Phys. Rev. D35 (1987) 2518.
- [17] R.Horsley and W.Schoenmaker, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 2894.
- [18] T.Hashimoto, A.Nakamura and I.O.Stamatescu, Nucl. Phys. B400, (1993) 267.

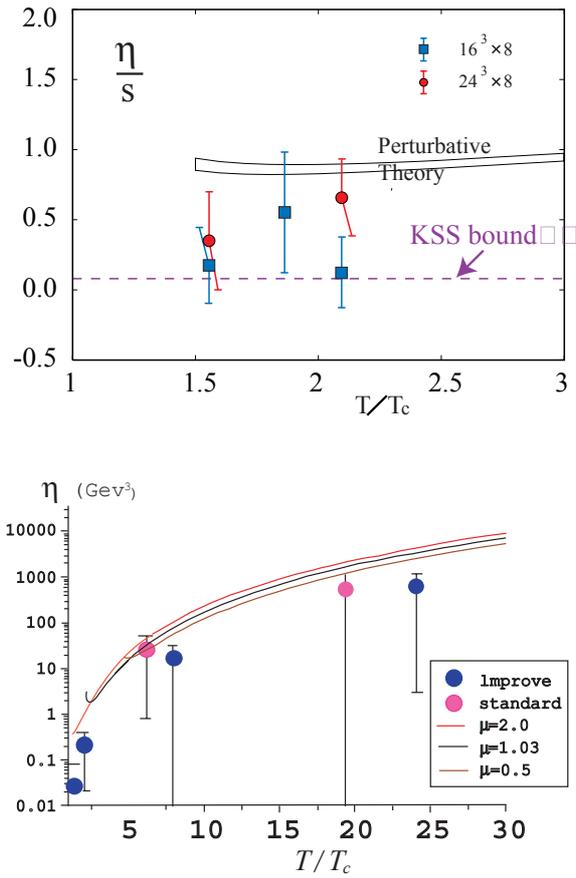


Figure 3: 温度の関数としての剪断粘性係数 (shear viscosity)。上図は RHIC で実現される温度領域における粘性係数とエントロピー密度の比、下図は高温領域までのデータと摂動との比較。