Spectrum-Generating Algebra for Charged String

神戸国際大　小門陽
E-mail: kokado@kobe-kiu.ac.jp

関学理工　小西岳，斎藤武
E-mail: konisi@womat.zaq.ne.jp，tsaito@k7.dion.ne.jp

Dp-brane に垂直に一定磁場があり，open-string $X^\mu(\tau,\sigma)$ の両端は Dp-brane に付いている．String の両端は $\sigma=0$ に q_0，$\sigma=\pi$ に q_π の電気量を帯びている．$q_0+q_\pi\neq 0$ の場合が charged string，$q_0+q_\pi=0$ の場合が neutral string である．Virasoro algebra が閉じるためには，charge は open string の両端に局在している場合に限られる．String にそっての連続的な分布は許されない．Neutral string と違って，磁場のある Dp-brane に生えている charged string の量子化の研究は少ない．特に spectrum-generating algebra (SGA) の成立が不明である．この場合，磁場の存在のため charged string は cyclotron 運動をする．この cyclotron 振動数が SGA に含まれなければならない．

磁場行列の最初の 1,2 block に関係する charged string を考える．
$X^{(\pm)}=[X^1(\tau,\sigma)\pm iX^2(\tau,\sigma)]/\sqrt{2}$ を用いると，運動方程式は free のものであり，境界条件は

$$\Big[\ X'^{(\pm)}\mp iq_\sigma B\dot{X}^{(\pm)}\ \Big]_{\sigma=0,\pi}=0,$$

で与えられる。 これより mode 展開は

$$X^{(\pm)}(\tau,\sigma)=\sum_n \frac{1}{-i(n\pm\omega)}\ e^{-i(n\pm\omega)\tau}\ \cos[\ (n\pm\omega)\sigma\mp\pi\omega_0\ ]\ \alpha_n^{(\pm)}+b^{(\pm)}\ ,$$

$$\tan\pi\omega_0\equiv q_0B,\quad \tan\pi\omega_\pi\equiv -q_\pi B,\quad \omega\equiv\omega_0-\omega_\pi(>0)\ ,$$

$$[\ \alpha_m^{(\pm)},\ \alpha_n^{(\mp)}\ ]=(m\pm\omega)\ \delta_{m+n,0}\ ,\quad [\ b^{(\pm)},\ b^{(\mp)}\ ]=-\frac{\cos\pi\omega_0\cos\pi\omega_\pi}{\sin\pi\omega}\ ,$$

となる．ω が cyclotron 振動数である．

D2-brane に垂直な成分は Dirichlet boundary condition を、時間成分は free end の Neumann boundary condition を満たす。

さて，この後のくわしい SGA の導き方は hep-th/0608090 にゆずる．その結果分かったことは，space-time dimension が $d=26$ で，かつ Regge intercept が

$$\alpha(0)=1-\frac{\omega}{2}+\frac{\omega^2}{2}$$

のとき，SG − operator で構成される state には ghost がないことが示される．