Ferrara-Zumino カレント超多重項発散の長距離相関の検証と応用

Goldstino 低エネルギー定理としての証明と応用

山本 大輔

東京大学大学院 総合文化研究科 (駒場)

2010/7/23

Introduction

- Beyond Standard model としての SUSY は魅力的
- パートナー粒子未発見 → SUSY の自発的破れの研究が重要

SUSY を自発的に破るモデルの数々

1. tree レベルでの破れを起こすモデル
2. Dynamical SUSY breaking モデル

もし SUSY 粒子が発見されたら...

- Breaking セクターと standard model をつなげる必要性 → gaugino mass 等
- Dynamical SUSY breaking モデルにも定量的解析が必要なのではないか?

Introduction

N.Seiberg, K.Komargodski による論文 [JHEP 0909:066]

- Ferrara-Zumino supermultiplet $J_{\alpha\dot{\alpha}}$
- $\overline{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = D_\alpha X, \quad X = (\varphi_X, \psi_X, F_X)$ は chiral superfield
- SUSY が破れる理論で, $\lim_{r\to\infty}\langle \varphi_X(r)\overline{\varphi_X}(0)\rangle = (\frac{4}{3\pi})^2 \frac{1}{|r|^6}$

この特徴的な振舞いを SUSY の破れのサインとして使えるのでは?

研究した内容

- $1/|r|^6$ の関係の厳密な証明
- いくつかの具体的なモデルで X を議論

Plan of talk

Review of Ferrara-Zumino's X

Seiberg らの論文の内容の簡単な紹介

Ferrara-Zumino multiplet $J_{\alpha\dot{\alpha}}$ [Nucl.Phys.B87]

- $J_{\alpha\dot{\alpha}}$: SUSY カレント $S_{\mu\alpha}$, エネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ を含む Superfield

$$
\begin{aligned}
J_\mu &= j^R_\mu + \theta^\alpha\left(S_{\mu\alpha} + \frac{1}{3}(\sigma_\mu\bar{\sigma}^\nu S_\nu)_\alpha\right) + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\left(\bar{S}^{\dot{\alpha}}_\mu + \frac{1}{3}(\bar{\sigma}_\mu\sigma^\nu\bar{S}_\nu)^{\dot{\alpha}}\right) \\
&+ (\theta\sigma^\nu\bar{\theta})\left(2T_{\mu\nu} - \frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}T + \frac{1}{4}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\partial^{[\rho}j^{\sigma]} + \ldots\right)
\end{aligned}
$$

- Superspace での発散

$$\bar{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = D_\alpha X$$

X は chiral superfield, $X = (\varphi_X, \psi_X, F_X)$

- $\psi_{X\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma^\mu\bar{S}_\mu)_\alpha$, $F_X = \frac{2}{3}T + i\partial^\mu j^R_\mu$, φ_X は独立

Review of Ferrara-Zumino's X

- $J_{\alpha\dot{\alpha}}$ と X の表式：ゲージ対称性が無いモデルで具体的に

$$J_{\alpha\dot{\alpha}} = 2g_{i\bar{i}}(D_\alpha\Phi^i)(\overline{D}_{\dot{\alpha}}\overline{\Phi}^{\bar{i}}) - \frac{2}{3}[D_\alpha, \overline{D}_{\dot{\alpha}}]K, \quad X = 4W - \frac{1}{3}\overline{D}^2 K$$

- スケール不変な理論では $X = 0$, 量子効果より $X \propto \beta(g)|_{1-loop} WW$

N.Seiberg and K.Komargodski [JHEP 0909:066]
$X = (\varphi_X, \psi_X, F_X)$ とその SUSY breaking への応用

- 低エネルギー有効場 X_{NL}
  - $\frac{3}{8f}X \to X_{NL}$
  - $X_{NL}|_\theta = G$, G は Goldstino
  - $X_{NL}^2 = 0$
- 長距離での φ_X
  - $\lim_{r\to\infty}\langle\varphi_X(r)\overline{\varphi_X}(0)\rangle = (\frac{4}{3\pi^2})^2\frac{1}{|r|^6}$
- ...

$\lim_{r\to\infty}\langle\varphi_X(r)\overline{\varphi_X}(0)\rangle = (\frac{4}{3\pi^2})^2\frac{1}{|r|^6}$ の証明

- Goldstino 2 体が exchange すると考えると $1/|r|^6$ の振る舞い
- $\varphi_X = \frac{4}{3}G^2 + \ldots$ を示す，G は Goldstino 漸近場

1. 任意の chiral superfield $\Phi = (\varphi, \psi, F)$，ただし $\langle F\rangle \neq 0$
$\langle T\varphi(0)S_{\mu\alpha}(x)S_{\nu\beta}(y)\rangle$ が singular term を持つことを示す

次が成り立つ：

$$\int d^4x d^4y \; i\partial_x^\mu \; i\partial_y^\nu \langle T\varphi(0)S_{\mu\alpha}(x)S_{\nu\beta}(y)\rangle = 2\epsilon_{\alpha\beta}\langle F\rangle \neq 0$$

Fourier 変換として書き直す：

$$\lim_{p,q\to 0} p^\mu q^\nu \langle T\varphi S_{\mu\alpha}S_{\nu\beta}\rangle_{\mathrm{F.T.}} = 2\epsilon_{\alpha\beta}\langle F\rangle$$

$\therefore \langle T\varphi S_{\mu\alpha}S_{\nu\beta}\rangle_{\mathrm{F.T.}}$ は p, q について singular な項を持つ

証明 2: Structure of singular term

2.$\langle T\varphi S_{\mu\alpha}S_{\nu\beta}\rangle_{\text{F.T.}}$ の form factor の構造を調べる
$\rightarrow$ singular term は 1 種類, pole のみ

$$\langle T\varphi S_{\mu\alpha}S_{\nu\beta}\rangle_{\text{F.T.}}\big|_{singular} = 2\langle F\rangle \epsilon_{\alpha\beta}\frac{p_\mu q_\nu}{p^2 q^2} \tag{1}$$

・Goldstino theorem より, f を結合定数として,

$$S_{\mu\alpha} = \sqrt{2} f \sigma_{\mu,\alpha\dot{\alpha}}\overline{G}^{\dot{\alpha}} + \ldots \quad (G \text{ は Goldstino 漸近場})$$

即ち φ と G との結合

$$\varphi = \frac{\langle F\rangle}{2f^2}G^2 + \ldots$$

が (1) の pole を生じさせる。
・ただし結合の強さはモデルに依存

証明3: Special feature of X

特に Φ として Ferrara-Zumino の X を選ぶ

X は次の 2 点が特徴的かつ便利

1. SUSY が破れているとき, 必ず $\langle F_X \rangle \neq 0$
   - $F_X = \frac{2}{3} T^\mu{}_\mu + i\partial^\mu j^R_\mu \rightarrow \ \langle F_X \rangle = \frac{2}{3}\langle T^\mu{}_\mu \rangle$
   - $\langle T^{\mu\nu} \rangle = -\rho\eta^{\mu\nu}$, SUSY が破れている時 $\rho \neq 0$
   - $\langle F_X \rangle = -\frac{8}{3}\rho \neq 0$
2. $\langle F_X \rangle = \frac{3}{2}\sqrt{Z}^2 = \frac{8}{3} f^2$
   - Goldstino の定理より従うこと：

$$\overline{S}^{\dot\alpha}_\mu = -\sqrt{2} f \overline{\sigma}^{\mu,\dot\alpha\alpha} G_\alpha + \ldots, \quad \psi_X = \sqrt{Z} G + \ldots, \quad \sqrt{Z} f = \langle F_X \rangle$$

   - ψ_X は独立ではなく

$$\psi_X = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma^\mu{}_{\alpha\dot\alpha} \overline{S}^{\dot\alpha}_\mu$$

   - $\rightarrow \sqrt{Z} = \frac{8}{3} f$, 上式と連立

証明 4: Completion of proof

Ferrara-Zumino の場合には $\langle F_X \rangle = \frac{8}{3} f^2$

$\therefore$

$$\varphi_X = \frac{1}{2f^2}\frac{8}{3} f^2 G^2 + \ldots = \frac{4}{3} G^2 + \ldots$$

(証明終わり)

O'Raifeartaigh model

$\langle T\varphi_X(r)\overline{\varphi_X}(0)\rangle \to 1/|r|^6$ の関係を具体的なモデルで検証

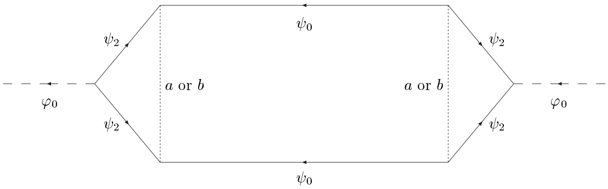
O'Raifeartaigh モデル

- 摂動計算によるチェックが可能
- $W = -f\Phi_0 + m\Phi_1\Phi_2 + \frac{y}{2}\Phi_0\Phi_2^2 \to \psi_0$ が Goldstino
- $m^2 > yf \to \varphi_i = 0 \ (i = 0, 1, 2)$ が真空 (1-loop)
- 質量固有値の分裂：$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + ib)$
- $X = -\frac{8}{3}f\Phi_0 + \frac{4m}{3}\Phi_1\Phi_2 \to \varphi_X = -\frac{8}{3}f\varphi_0 + \frac{4m}{3}\varphi_1\varphi_2$

このモデルで $G \sim \psi_0$ の line が 2 本あるグラフを探す

グラフ計算: O'Raifeartaigh モデル

最低次で次のグラフの寄与：$\langle \varphi_0 \overline{\varphi}_0 \rangle$



外線運動量 $p \to 0$ の極限で評価

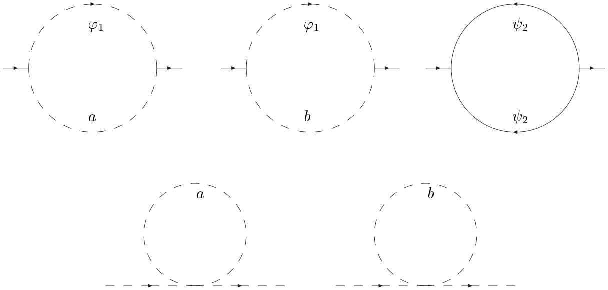
・中央 (3-loop) 部分

$$-\frac{C^2}{2f^2}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{i(k\cdot\sigma)_{\alpha\dot{\alpha}}}{-k^2}\frac{i(k-p)\cdot\overline{\sigma}^{\dot{\beta}\beta}}{-(k-p)^2} + \int d^4k\,\mathcal{O}(p,k)$$

$k, p-k$ は各 ψ_0 が持つ運動量,

$$C = \frac{y^2m^2}{16\pi^2}\left(\log(1-r^2) - 1 + \frac{1}{2}\left(r+\frac{1}{r}\right)\log\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\right),\ \ r \equiv yf/m^2$$

・外線部分 (φ_0 質量補正)



$$m_{\varphi_0}^2 = \frac{y^2 m^2}{16\pi^2}\left(\log(1-r^2) - 1 + \frac{1}{2}\left(r + \frac{1}{r}\right)\log\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\right), \quad r \equiv yf/m^2$$

- $C = m_{\varphi_0}^2$

グラフ計算: O'Raifeartaigh モデル

結果を組み合わせ, p が十分小さい時

$$\langle(-\frac{8}{3}\varphi_0)(-\frac{8}{3}\overline{\varphi}_0)\rangle(p) = \frac{32}{9}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{i(k\cdot\sigma)_{\alpha\dot{\alpha}}}{-k^2}\frac{i(p-k)\cdot\overline{\sigma}^{\dot{\alpha}\alpha}}{-(p-k)^2} + \ldots$$

$C = m_{\varphi_0}^2$ により結合定数がキャンセル

これは証明の結果と整合的, $\frac{4}{3}G^2$ の 2 点関数は

$$\langle\frac{4}{3}G^2(r)\frac{4}{3}\overline{G}^2(0)\rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}e^{ipr}\cdot\frac{32}{9}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{ik\cdot\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}}{-k^2}\frac{i(p-k)\cdot\overline{\sigma}^{\dot{\alpha}\alpha}}{-(p-k)^2}$$

O'Raifeartaigh モデルで定理の内容を、係数まで含めて確かめることができた。

DSB モデル 1: $SU(2)$ モデル

Dynamical SUSY breaking モデルへの応用
それぞれのモデルで

$$\begin{cases} X \text{ はどう表されるのか?} \\ \text{Goldstino は何か?} \end{cases}$$

1. $SU(2)$ gauge theory [Intriligator, Seiberg, Shenker, Phys.Lett.B342]

- $I = 3/2$ matter Q
- $W = 0$

singlet $u = Q^4$ が真空の moduli を記述

古典的には...

- degenerate vacua
- $\langle u \rangle = 0$ は singular point

DSB モデル 1: $SU(2)$ モデル

量子的な予想

- massless 場は u のみ (anomaly mathching)
- $\langle u \rangle = 0$ の singularity は smoothed out

摂動的に $W_{tree} = \lambda u$ を加える

- スカラーポテンシャル $V_{eff} = (K_{uu^\dagger})^{-1}|W_u|^2 = (K_{uu^\dagger})^{-1}|\lambda|^2$
- 原点での K の振舞より $\to E \sim |\Lambda|^2|\lambda|^2$ (Λ は dynamical scale)

$\to$ SUSY は破れる

この理論での X

- $X = 4W_{tree} + \frac{1}{3}\overline{D}^2 K$ でいいはず
- Goldstino は λu の fermion 成分

DSB モデル 2: IYIT モデル

2. IYIT モデル [Prog.Theor.Phys.B473]: $SU(2)$ gauge theory, $SU(4)$ flavor
Q_i: $SU(2)$ **2**, $SU(4)$ **4**, S_{ij}: $SU(2)$ **1**, $SU(4)$ **6**

$W = \lambda S^{ij} Q_i Q_j$
量子効果 $\rightarrow$ 拘束条件 $Pf(Q_i Q_j) = \Lambda^4$

・$\langle Q_i Q_j \rangle$ が大きいとして Q を積分

$$W_{eff} = 2\Lambda^2 \lambda S$$

SUSY は破れる。

この理論での X?

- $X = 4W_{eff} + ...$, Goldstino は S の fermion 成分?
- しかし microscopic な理論で $X \propto \beta(g)_{1-loop} W^{a\alpha} W^a_\alpha$ となるべき
- 2 つの見方の関係?

まとめと展望

Ferrara-Zumino の X の長距離相関: $\langle \varphi_X(r)\overline{\varphi_X}(0)\rangle \to (\frac{4}{3\pi^2})^2 \frac{1}{|r|^6}$ について

- 低エネルギー定理として一般的証明
- いくつかの具体的なモデルでの X
  - O'Raifeartaigh モデル： 摂動論的な検証
  - $SU(2)$ モデル, IYIT モデル： X の表式について

応用：lattice 計算について

- 上で挙げたモデルは格子化に原理的困難はない
- 格子上で厳密な $\mathcal{N}=1$ SUSY は無いが, R-sym なら実現できる
- SUSY 極限へのシグナルとして X の振る舞いが使えるのでは?