ソリトンの相対論的
集団座標 量子化

2010年7月24日、基研研究会

京大理　菊池 徹

based on arXiv: 1002.2464[hep-th]

1008.**** [hep-th]

(with 畑 浩之)

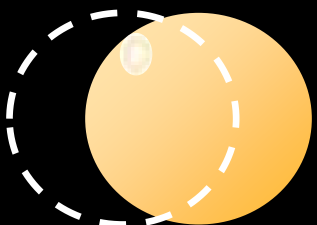
集団座標(collective coordinate)

= 静的ソリトン解が持つパラメータ

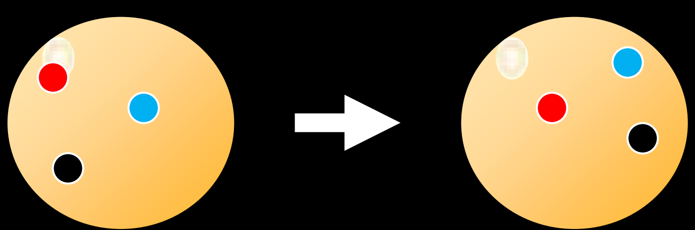
$$\phi_0(x)$$

ex.)

並進 $\phi_0(x-\underline{X})$



回転 $\phi_0(\underline{R^{-1}}x)$



集団座標のダイナミクス

剛体近似

$$\phi_0(x;a) \to \phi_{\text{motion}}(x,t) = \phi_0(x;\underline{a(t)})$$

あとは、この場を理論の作用に代入するだけ

例

$$S[\ \phi_0(x - X(t))\ ] = \int dt \left[-M_0 + \frac{1}{2} M_0 \dot{X}(t)^2 \right]$$

剛体近似 は 非相対論的な近似

相対論的な扱いが必要な例

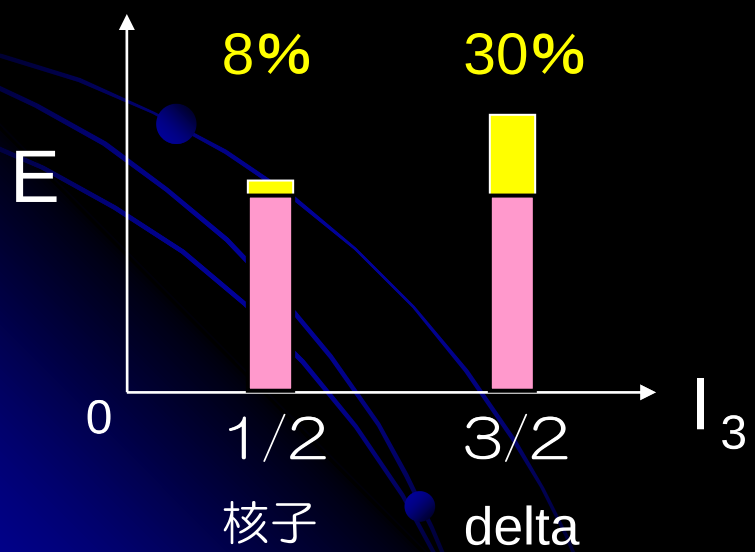
典型例：Skyrmion （バリオンのソリトン模型） [Skyrme, '61] [Adkins, Nappi, Witten, '83]

①

バリオンの質量

= ソリトンの質量

+ 回転エネルギー



②

回転の角速度

$$\Omega \sim 10^{23}\ s^{-1}$$

∴ 中心から1fm における速度

～ 光速

どのようにして相対論的補正を扱うか？

標準的な方法

$$\phi_{\mathrm{motion}}(x,t) = \phi_0(x;a(t)) + \dot{a}^2\delta\phi_1(x) + \cdots$$

外から

我々の方法

$$\phi_{\mathrm{motion}}(x,t) = \phi_0(y)$$

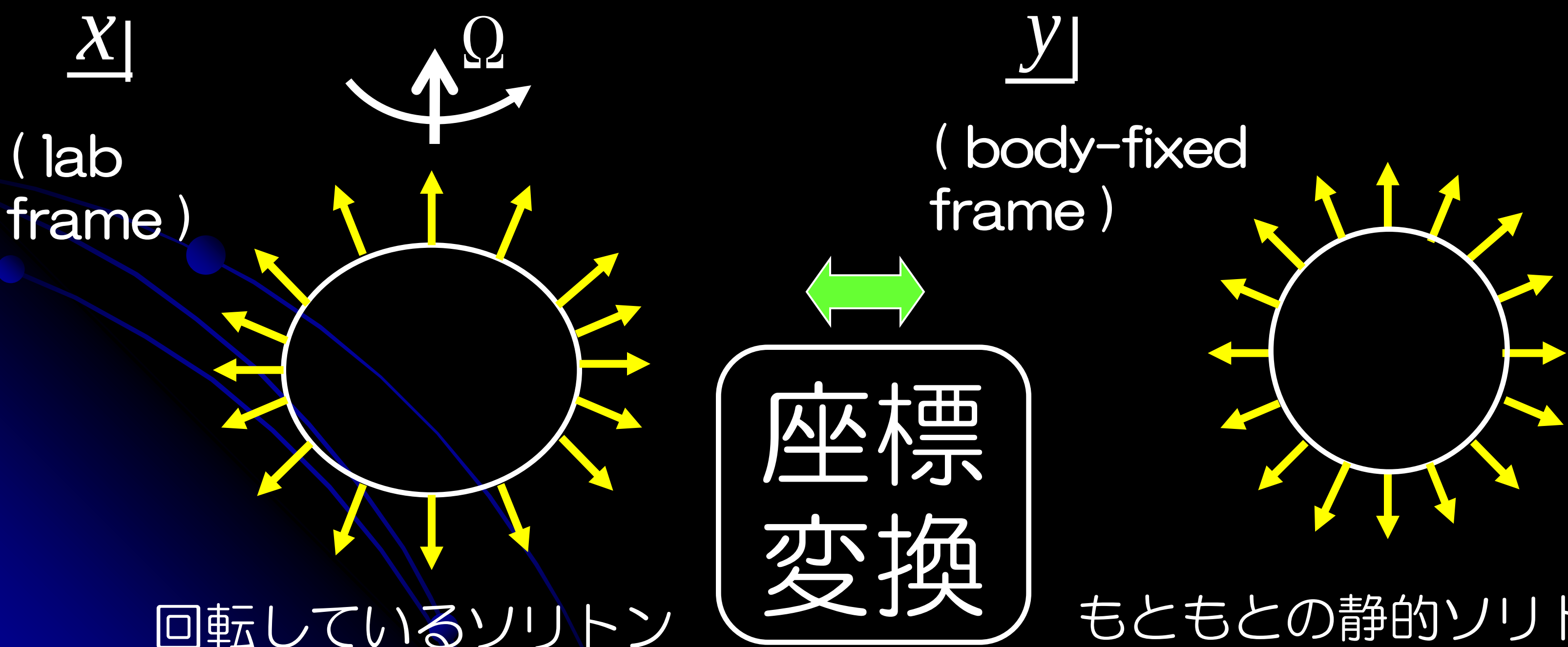
中から

$$y = y(x;a(t),\dot{a}(t)^2,\ldots)$$

例えば回転運動の場合

$$\phi_{回転}(x,t) = \phi_0(y)$$

$$y = y(R^{-1}x;\dot{R})$$



contents

1. Introduction
2. Skyrmion (review)
3. Skyrmion の 回転による変形
4. 核子の物理量 への 相対論的補正
5. まとめ と 課題

Skyrmion (review)

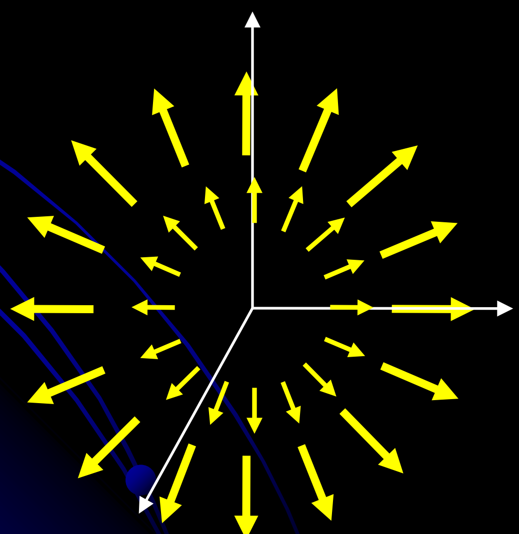
Skyrme theory (2-flavor)

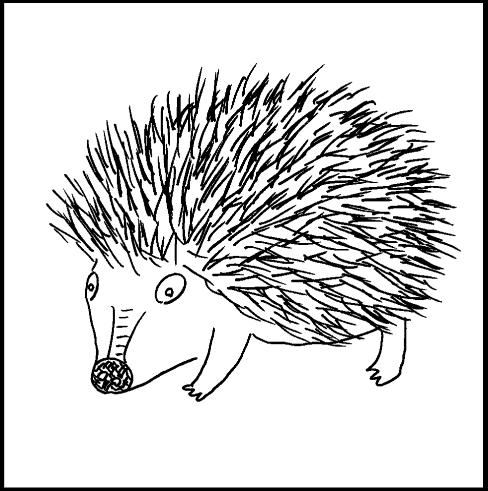
$U(x,t)$ ：SU(2)スカラー場

$$S=\int d^4x\ \mathrm{tr}\left[-\frac{f_\pi{}^2}{16}\partial_\mu U\partial^\mu U+\frac{f_\pi{}^2}{8}m_\pi{}^2(U-1_2)+\frac{1}{32e^2}[(\partial_\mu U)U^\dagger,(\partial_\nu U)U^\dagger]^2\right]$$

Skyrmion解

$U_0(x)$





画：畑 浩之

hedgehog（はりねずみ）解

Skyrmion (review)

$$U_0(R^{-1}x)$$

アイソ空間での回転： $W^{-1}U_0(\underline{R^{-1}}x)W = U_0(\underline{S_W^{-1}R^{-1}}x)$

実空間での回転 ： $U_0(\underline{R^{-1}}x) \quad \rightarrow \quad U_0(\underline{R^{-1}S^{-1}}x)$

アイソ空間での回転 & 実空間の回転は、

集団座標 R にとっては

$$R \rightarrow S_{\text{実}}\, R\, S_{\text{iso}}$$

なる変換と同じ。

$$R_{ia}$$

実空間の足　　　アイソ空間の足

Skyrmionの回転による変形

$$U_{\text{回転}}(x,t) = U_0(y)$$

$$y = \left[\, 1 + \boxed{A(r)}(\dot{R}R^{-1}x)^2 + r^2\boxed{B(r)}Tr(R^{-1}\dot{R})^2 + r^2\boxed{C(r)}(R^{-1}\dot{R})^2 \,\right] R^{-1}x$$

$$+ O(\Omega^4) \qquad\qquad (R^{-1}\dot{R})_{ab} = \varepsilon_{abc}\Omega_c \text{ (const.)}$$

$R \to O_{\text{実}} R O_{\text{iso}}$ etc. の性質を持つ、
最も一般的な ansatz。

- R_{ia} の同種の足同士がつぶし合う。
- y_a の足は アイソ空間 の足。

cf. $U_0(y) = \exp\left[\, i\,\hat{y}\cdot\tau\, F(|y|)\right]$

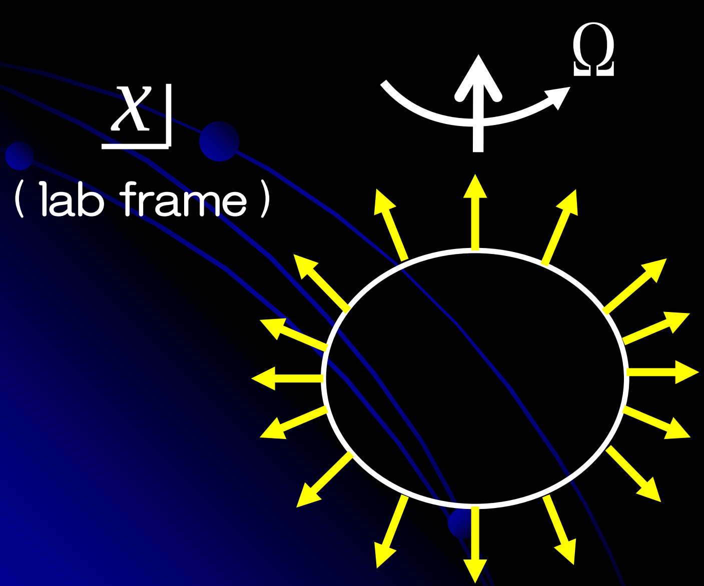
Skyrmionの回転による変形

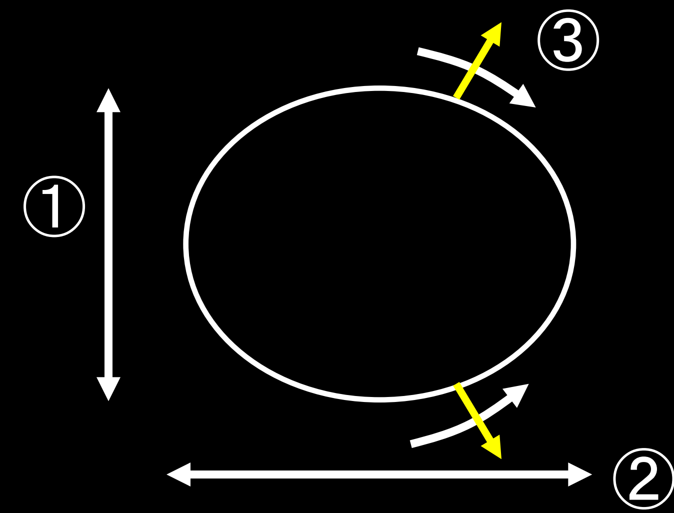
$$U_{\text{回転}}(x,t)=U_0(y)$$

$$y=\left[\,1+\boxed{A(r)}(\dot{R}R^{-1}x)^2+r^2\boxed{B(r)}Tr(R^{-1}\dot{R})^2+r^2\boxed{C(r)}(R^{-1}\dot{R})^2\,\right]R^{-1}x$$

$$+\,O(\Omega^4)\qquad\qquad (R^{-1}\dot{R})_{ab}=\varepsilon_{abc}\Omega_c\ \text{(const.)}$$

球 → 楕円球 への変形を表す





(A,B,C) ⇔ 3つの線形変形のモード

核子の物理量への相対論的補正

以上で得られた $U_{回転}(x,t)$ をSkyrme theoryの作用に代入

$$L = -M + \frac{1}{2}\Lambda\,\Omega^2 + \underline{\frac{1}{4}J\,\Omega^4} \qquad \left(J = J[U_0; A, B, C]\right)$$

cf. $L_{重心} = -M\sqrt{1-\dot{X}^2}$

エネルギー

$$H = M + \frac{1}{2}\Lambda\,\Omega^2 + \underline{\frac{3}{4}J\,\Omega^4}$$

アイソスピン

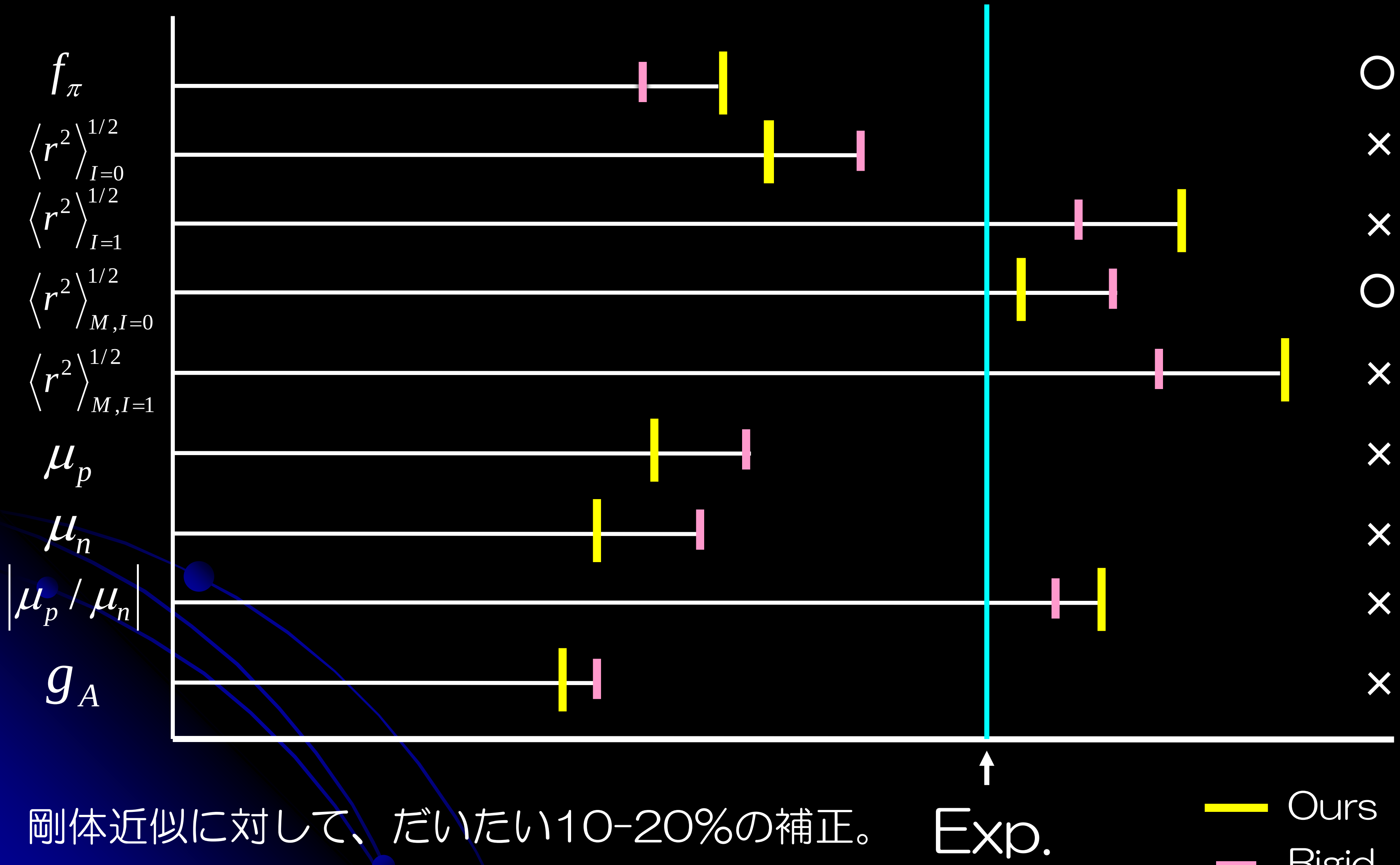
$$I_a = (\Lambda + \underline{J\,\Omega^2})\Omega_a$$

→ 核子とdeltaの質量939MeV,1232MeVをinput dataとして、

理論のパラメータ f_πとe の値が決まる。

	剛体近似	我々	実験値
f_π	108MeV	124MeV	186MeV

核子の物理量への相対論的補正



剛体近似に対して、だいたい10-20%の補正。

全体的に、より悪くなった。

核子の物理量への相対論的補正

数値結果と Ω^2 –展開に関して

- Ω^2 –展開は(数値的には)よくない展開
  →数値結果にはエラーバーが付いている

$$\frac{1}{1+\Omega^2} = 1 - \Omega^2$$

- Ω^2 –展開のジレンマ

if 相対論的補正：小
$\longrightarrow$ Ω^2–展開：良い、剛体近似：良い

if 相対論的補正：大
$\longrightarrow$ Ω^2–展開：悪い、剛体近似：悪い $\Big\}$ 今回

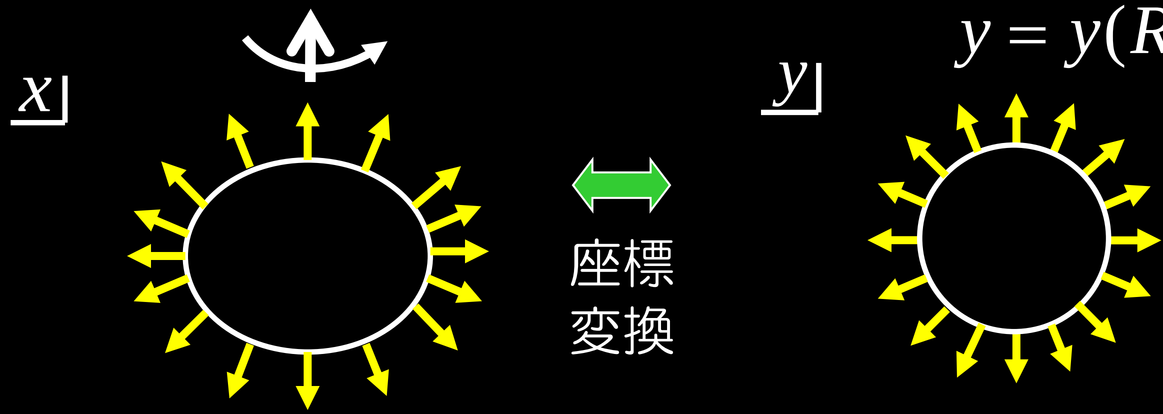
さらなる定量的評価のためには：

・単純な Ω^2–展開を超えた解析

まとめ

$$\phi_{\text{motion}}(x,t) = \phi_0(y)$$

$$y = y(R^{-1}x;\dot{R})$$



回転しているSkyrmionの解を線形近似 の範囲 で求めた。
（27 years after [Adkins, Nappi, Witten, '83]）

核子の物理量を計算 $L = -M + \frac{1}{2}\Lambda\Omega^2 + \frac{1}{4}J\Omega^4$ etc.

剛体近似は良くない。我々の数値結果も良くない。