

# Affine $SU(2)$ algebra from wall-crossing phenomena

KEK 西中 崇博

E-mail: nishinak@post.kek.jp

本講演でお話しした内容は、山口哲氏（阪大）との共同研究で、あるクラスの toric Calabi-Yau 多様体上の D4-D2-D0 壁越え現象を調べることによって、 $A_{N-1}$  ALE space と  $\mathbf{C}^2$  の上の instanton 分配関数の非自明な関係を示したものである。

我々の研究の背景には、D-brane 束縛状態の「壁越え現象」の研究が近年盛んに行われてきたことがある。「壁越え現象」とは、BPS 束縛状態の縮退度が、理論のパラメータ (moduli) を変えることにより離散的に変化する現象のことで、その現象自体は Seiberg-Witten 理論や超弦理論においてかねてより知られていた。しかしながら、BPS 状態の縮退度を moduli 依存性まで含めて知ることは、QCD における meson spectrum を調べることと同様、容易ではなかった。しかし近年になって、縮退度の moduli 依存性を与える画期的な公式が提案された [1]。

このような状況において、我々はまず non-compact D4-brane を 1 枚  $A_{N-1}$  ALE space に巻き付け、その上に束縛された D2-D0 states を考えた。この場合、ALE space の compact cycle の大きさが moduli に対応し、特に全ての compact cycle の大きさが無限大の極限では、D2-D0 状態は D4 上の magnetic flux と instanton に溶けると考えられる。 $A_{N-1}$  ALE space 上の instanton 分配関数は affine  $SU(N)$  代数の character となることが知られているため、この極限での D4-D2-D0 分配関数は affine  $SU(N)$  character

$$\mathcal{Z}_{\text{ALE}} = \frac{1}{\eta(q)^{N-1}} \sum_{n_1, \dots, n_{N-1} \in \mathbf{Z}} q^{\sum_{i=1}^{N-1} n_i^2 - \sum_{i=1}^{N-2} n_i n_{i+1}} \prod_{j=1}^{N-1} Q_j^{n_j} \quad (1)$$

で与えられる。ただし  $q$  および  $Q_i$  は D0 および D2-brane の Boltzmann weight であり、また無限遠での monodromy は自明とした。

次に我々は上で説明したような ALE space 上の D4-D2-D0 状態を、あるクラスの toric Calabi-Yau 3-fold に埋め込むことを考えた。埋め込んだ Calabi-Yau 3-fold には flop と呼ばれる topology change が存在し、moduli を動かすことで D4-brane の topology を  $\mathbf{C}^2$  変えることができる。古典幾何学では topology の変化は singular であるが、超弦理論では非自明な  $\alpha'$ -correction によってなめらかに topology change が起こっていると考えられる。また moduli を動かすと、 $\alpha'$ -correction のために壁越え現象が生じ、D4-D2-D0 分配関数は (1) からずれると考えられる。このような特殊な Calabi-Yau を用いることで、我々は affine  $SU(N)$  character (1) を  $\mathbf{C}^2$  上の instanton 分配関数  $\mathcal{Z}_{\mathbf{C}^2} = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{-1}$  から、壁越え公式を用いて導くことに成功した。我々の結果は、topology change を含む過程で壁越え公式が正しく使えることを示唆している。

## References

- [1] F. Denef, G. W. Moore, “Split states, entropy enigmas, holes and halos,” [hep-th/0702146].