衝突Penrose過程と粒子の脱出確率

小笠原 康太（立教大学）

衝突Penrose過程と粒子の脱出確率

小笠原 康太（立教大学）

ブラックホールの
回転エネルギー引き抜き機構

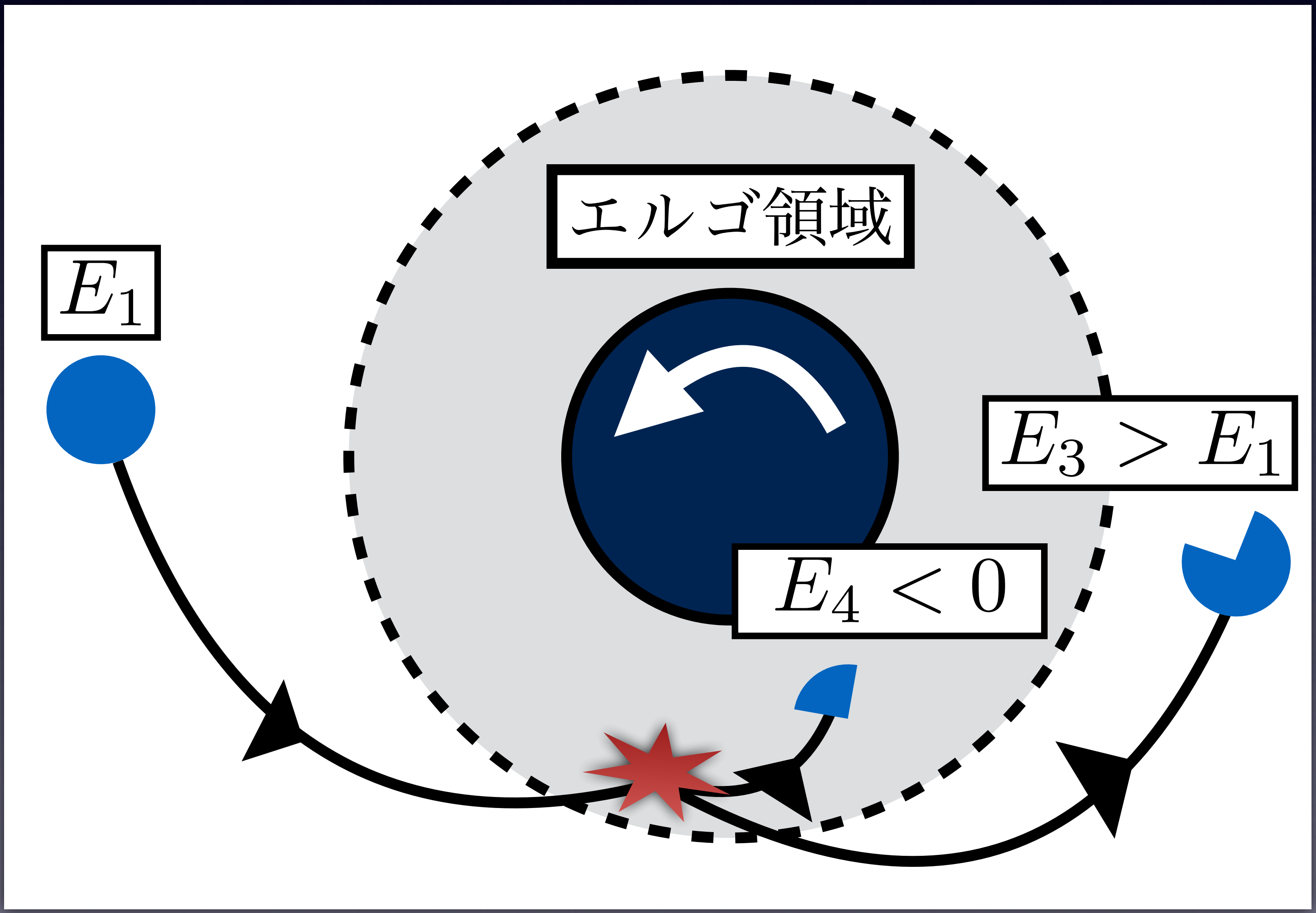
Penrose過程とは..

粒子の分裂によるブラックホールの回転エネルギー引き抜き機構.

エネルギー保存則

$$E_1 = E_3 + E_4$$

$$E_4 < 0 \;\Rightarrow\; E_3 > E_1$$



衝突Penrose過程とは..

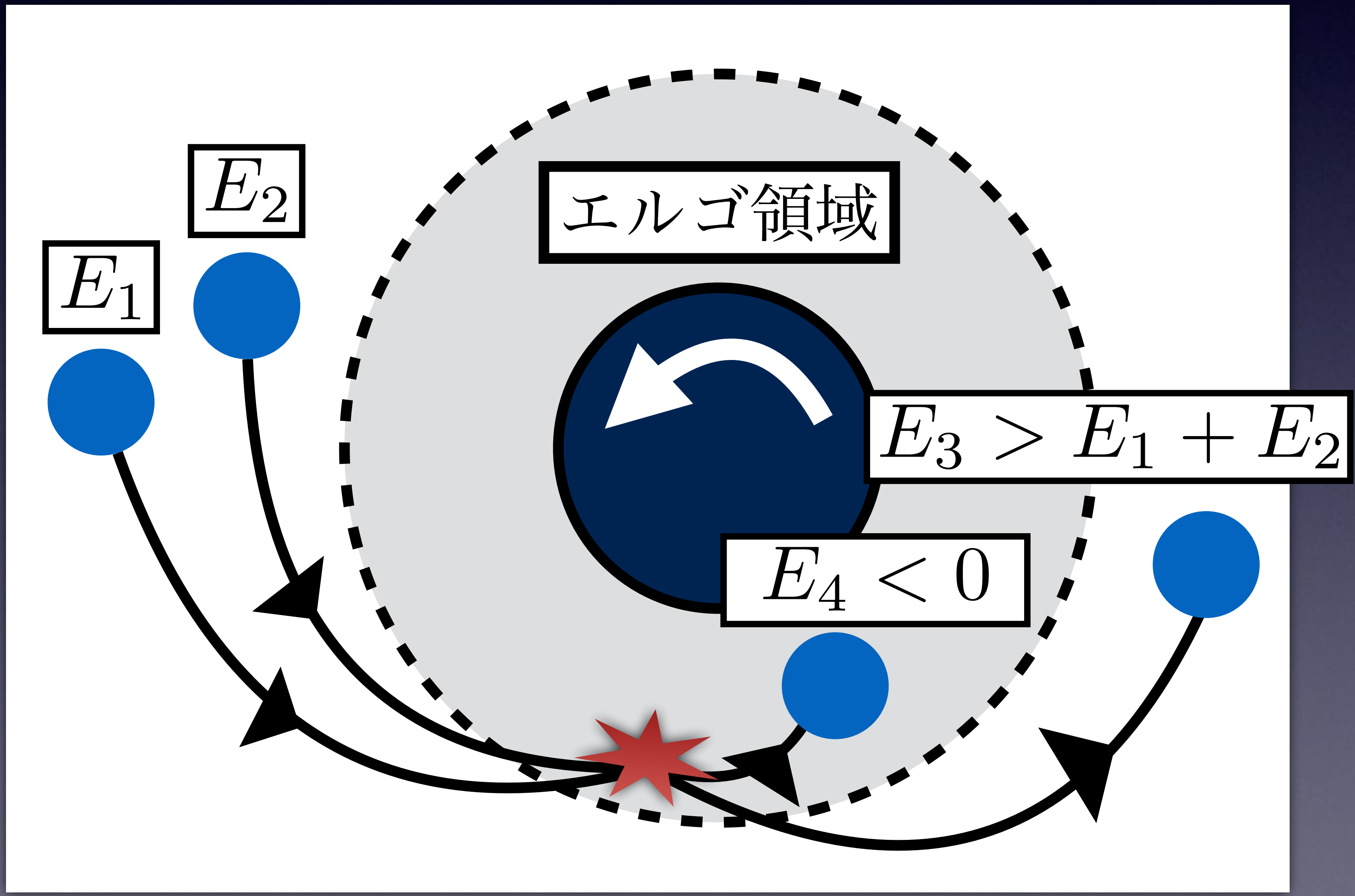
粒子の衝突によるブラックホールの回転エネルギー引き抜き機構.

エネルギー保存則

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

$$E_4 < 0$$

$$\Rightarrow \quad E_3 > E_1 + E_2$$



エネルギー引き抜きの原理

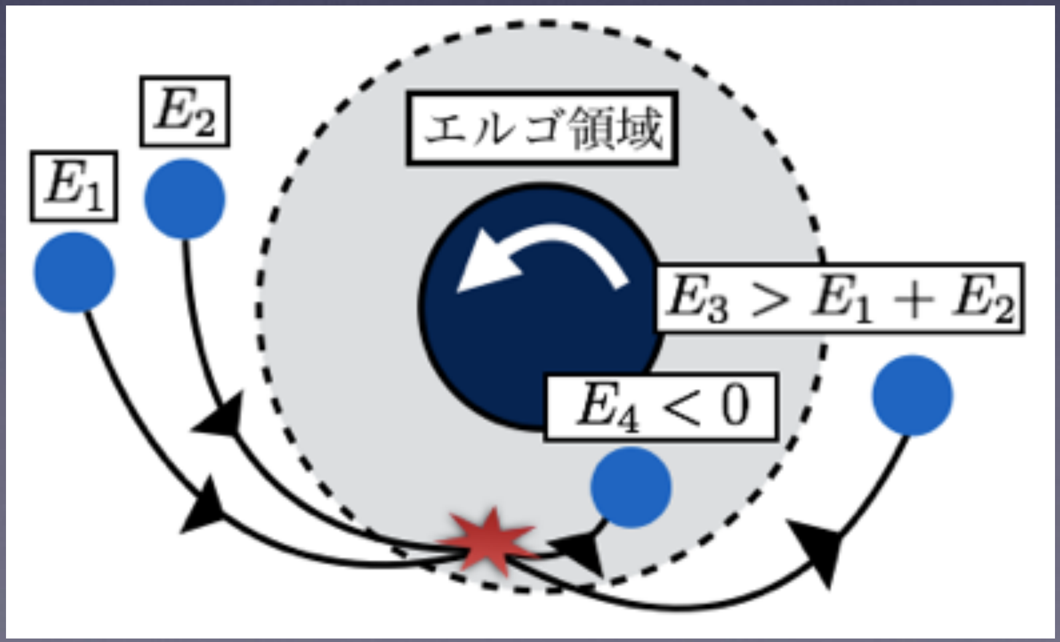
“負のエネルギー”の内訳

➜ 物理的な（正の）エネルギーと負の角運動量.

generator $\chi = \partial_t + \Omega_H \partial_\varphi$ は, EH上の唯一の定常観測者.

$$E_4 = -p_{4\mu}(\partial_t)^\mu = -p_{4\mu}\chi^\mu + \Omega_H p_{4\mu}(\partial_\varphi)^\mu$$
$$= E_{\mathrm{phys}} + \Omega_H L_4 < 0$$

➜ 負の角運動量をすてた反作用を粒子3が受け取って, BHからのエネルギー引き抜きは起こる.

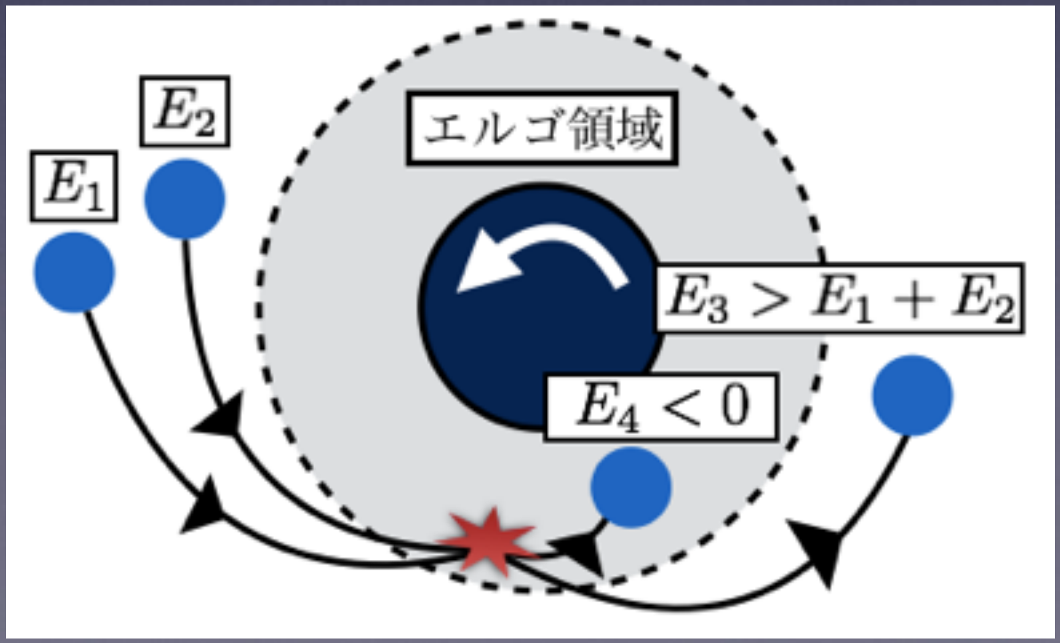


Penrose過程に限らず,
エネルギー引き抜き現象で共通.

e.g. superradiance (波によるエネルギー引き抜き)
BZ過程 (電磁気的エネルギー引き抜き)

$$= E_{\text{phys}} + \Omega_H L_4 < 0$$

➜ 負の角運動量をすてた反作用を粒子3が受け取って, BHからのエネルギー引き抜きは起こる.



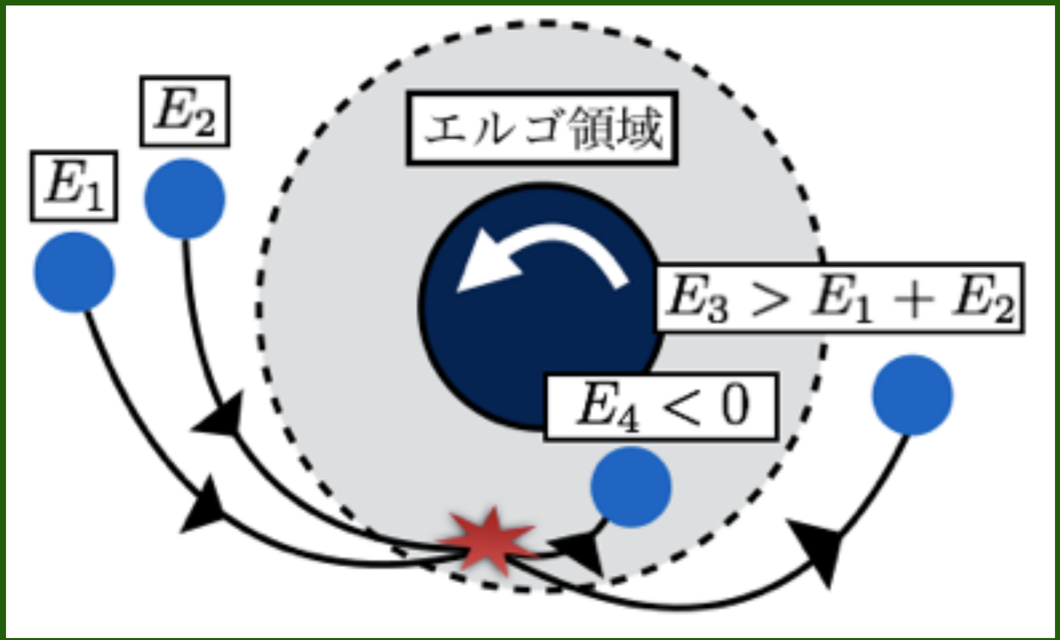
知りたいこと

・どのくらいエネルギーを引き抜けるのか？

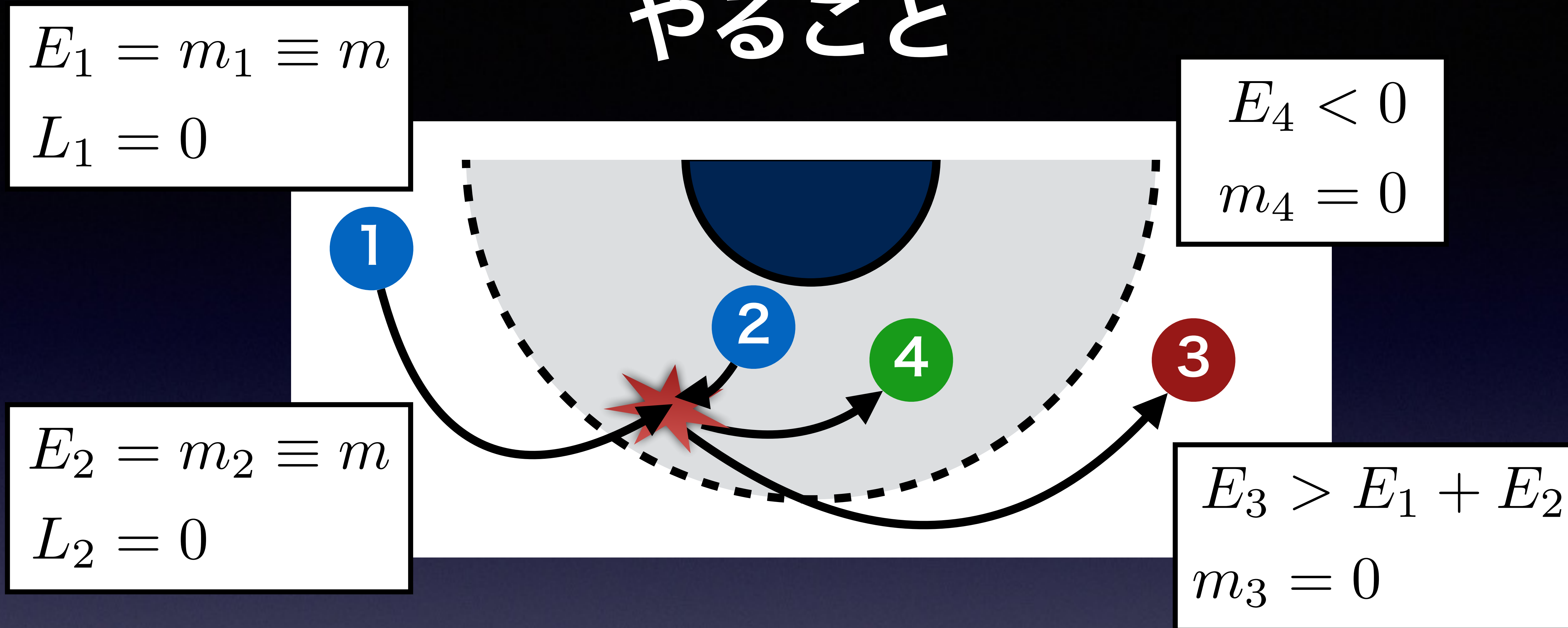
$$\rightarrow \quad \eta \equiv \frac{E_3}{E_1 + E_2}$$

・粒子3はブラックホール近傍から脱出できるのか？

→　脱出確率



やること



最大回転Kerr BH時空の赤道面で, 粒子衝突を考える.
衝突重心系で等方散乱された場合, 粒子3の脱出確率とエネルギー引き抜き効率はどうなるか？

Kerr時空

Kerr metric in the Boyer-Lindquist (BL) coordinates

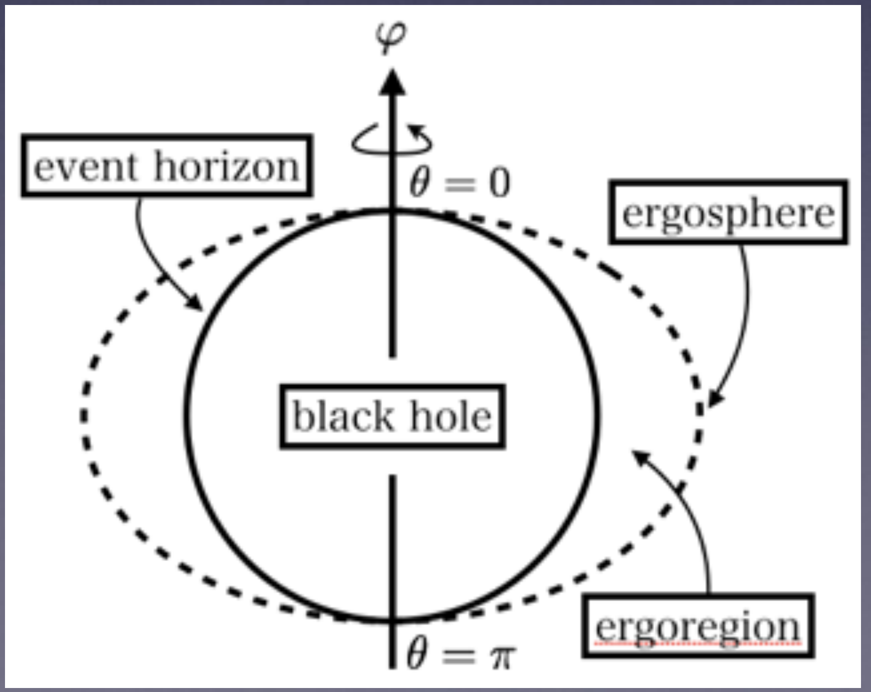
$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4Mar\sin^2\theta}{\rho^2} dt d\varphi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2$$

$$+ \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r\sin^2\theta}{\rho^2}\right)\sin^2\theta d\varphi^2$$

where $\rho^2 \equiv r^2 + a^2\cos^2\theta,\ \Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2.$

horizon: $r_H \equiv M + \sqrt{M^2 - a^2}$

ergosphere: $r_E \equiv M + \sqrt{M^2 - a^2\cos^2\theta}$



衝突重心系へ

BL coordinates

tetrad変換: $V^{(\alpha)} = e^{(\alpha)}_{\mu} V^{\mu}$

Locally non-rotating frame (LNRF)

center-of-mass frame (CMF)

Lorentz変換:

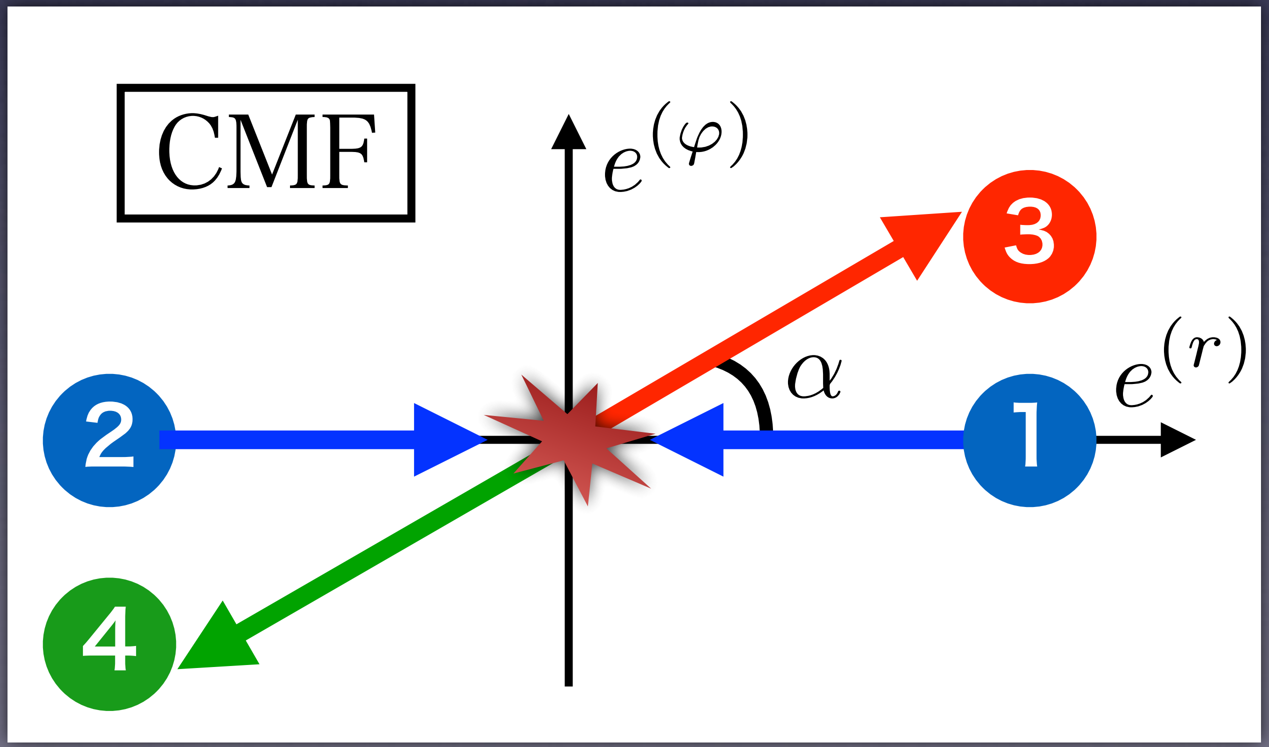
回転＋ブースト

赤道面内での粒子衝突.

➜ 散乱角 α で

特徴付けられる.

(等方散乱を仮定)



衝突重心系での粒子衝突

保存則: $p_1^{(\mu)} + p_2^{(\mu)} = p_3^{(\mu)} + p_4^{(\mu)} = E_{\rm cm}(1,0,0,0)$

脱出粒子: $p_3^{(\mu)} = \dfrac{E_{\rm cm}}{2}(1, \cos\alpha, 0, \sin\alpha)$

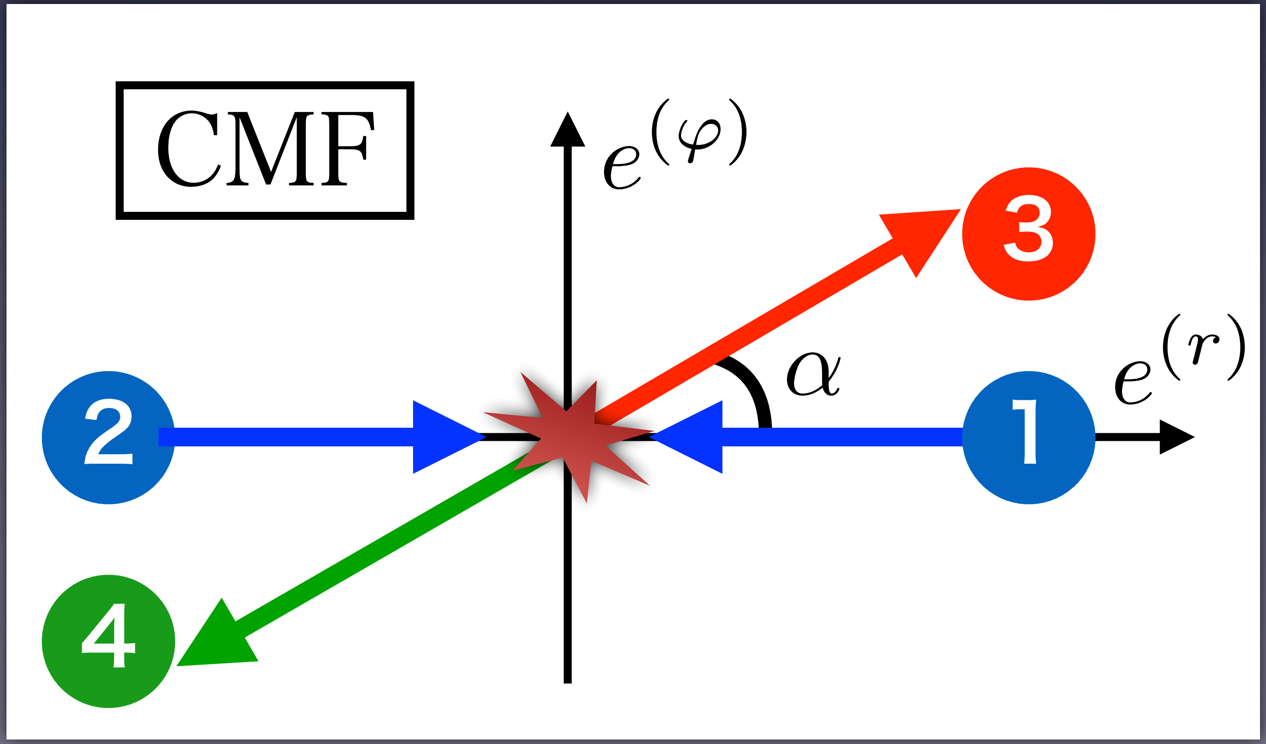
$$\cos\alpha = \frac{\sigma r\sqrt{A}}{A - 2M^2 b/r}\sqrt{1 - \frac{b^2 - M^2}{r^2} + \frac{2M(b-M)^2}{r^3}}$$

$$\sin\alpha = \frac{b(r-M)}{A - 2M^2 b/r}$$

where

$b \equiv L_3/E_3,\ \ \sigma \equiv {\rm sgn}(p_3^r)$

$A \equiv r^2 + M^2 + 2M^3/r$



Escape cone: 散乱角に対する脱出範囲

衝突はhorizon近傍を仮定.

➜ $r_* = M(1+\varepsilon),\ 0 < \varepsilon \ll 1$

粒子3の脱出範囲 (σ, b)

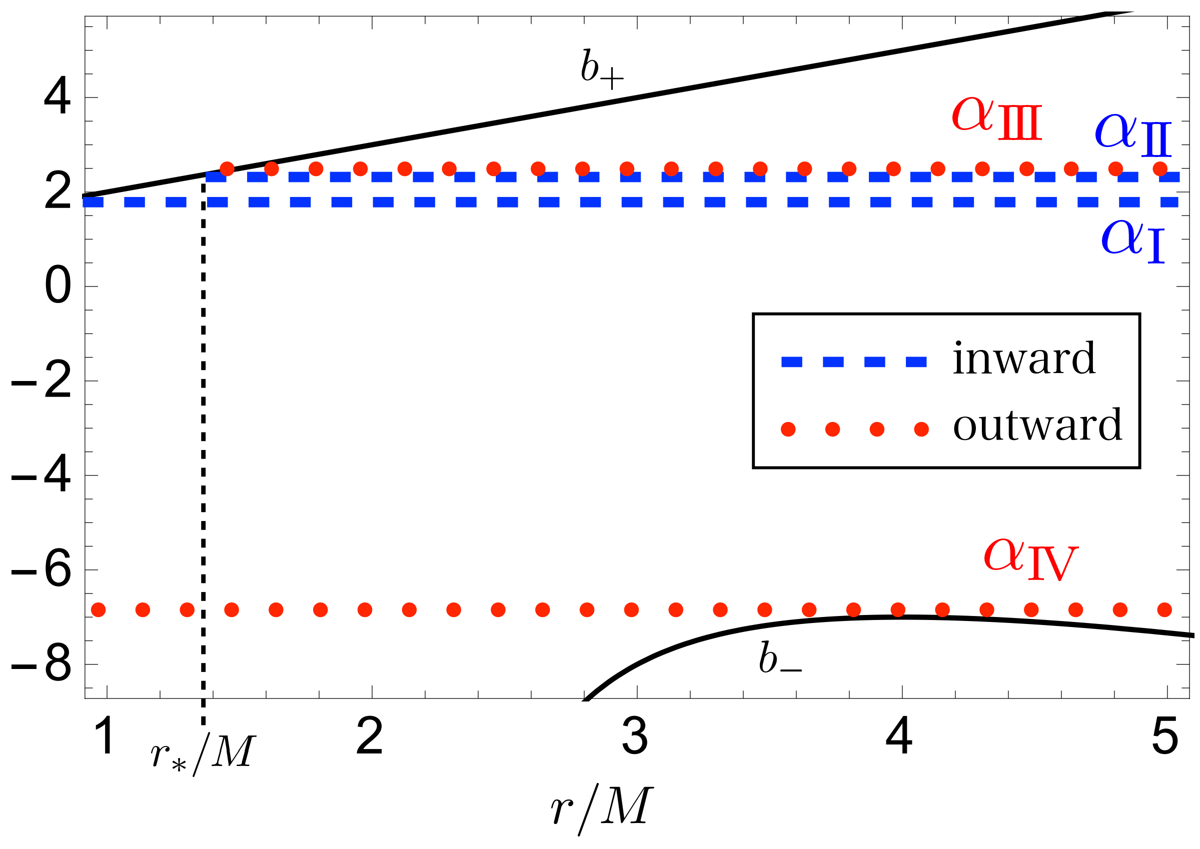
と散乱角 α を対応付ける.

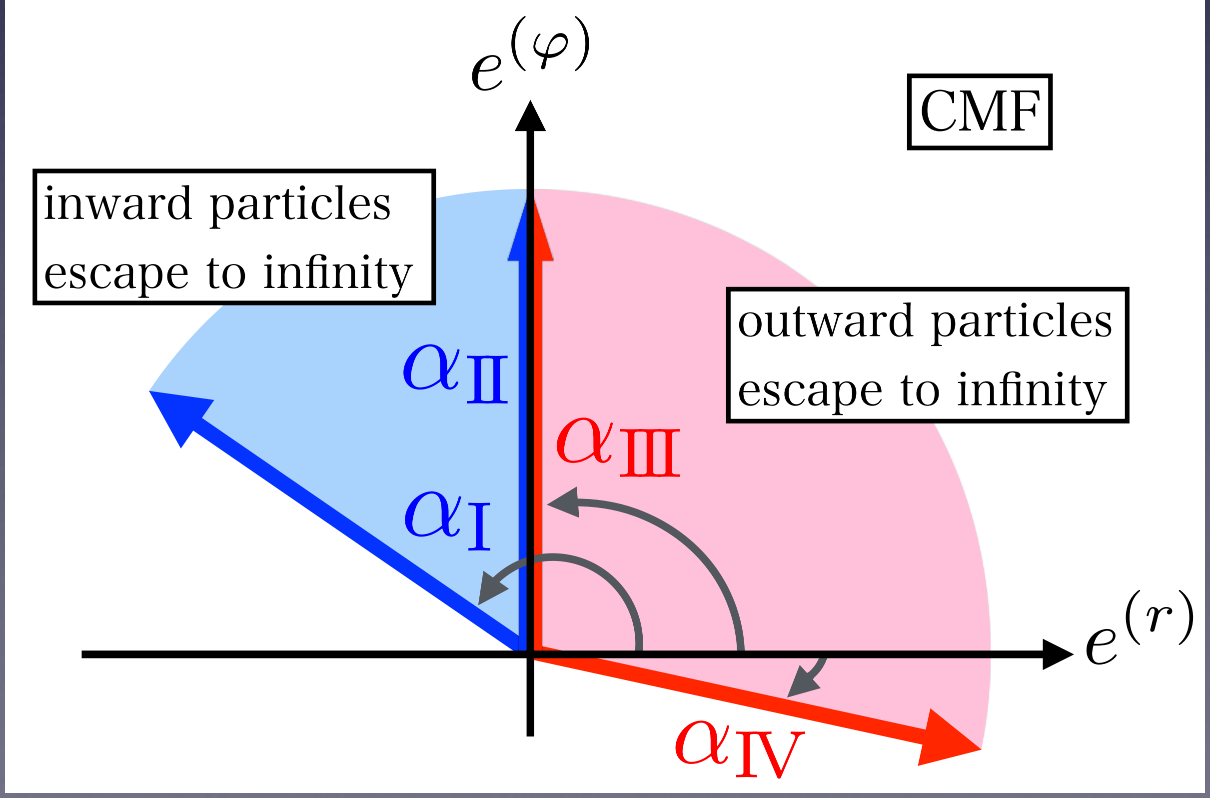
➜ 4つの境界:

$$\alpha_{\mathrm{I}} = \frac{5\pi}{6} + O(\epsilon)$$

$$\alpha_{\mathrm{II}} = \alpha_{\mathrm{III}} = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_{\mathrm{IV}} = -\frac{7}{18}\epsilon + O(\epsilon^2)$$





Escap… 出範囲

衝突は…

➜ $r_* =$ …

脱出確率

$$P \equiv \frac{(\text{escape cone})}{2\pi} \rightarrow \frac{5}{12}$$

in the limit $\epsilon \rightarrow 0$

粒子3の…

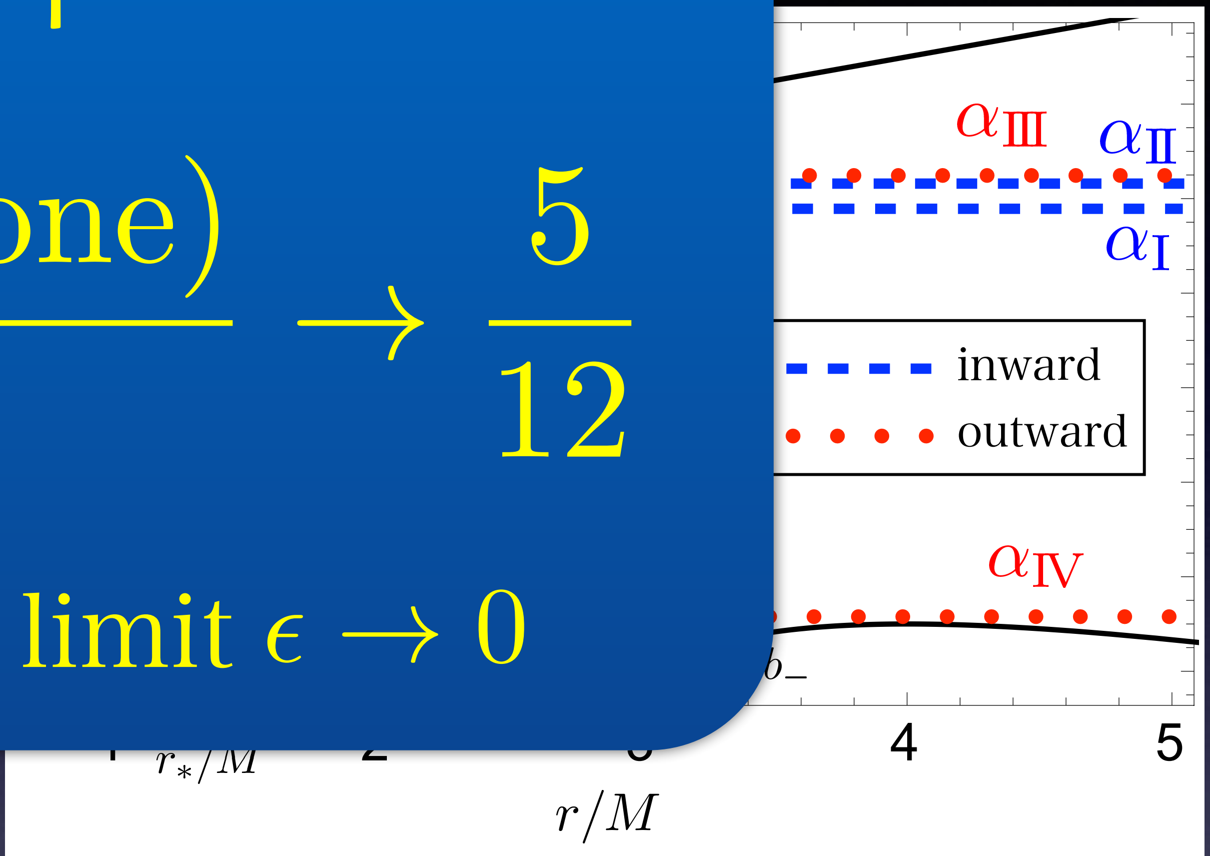
と散乱角…

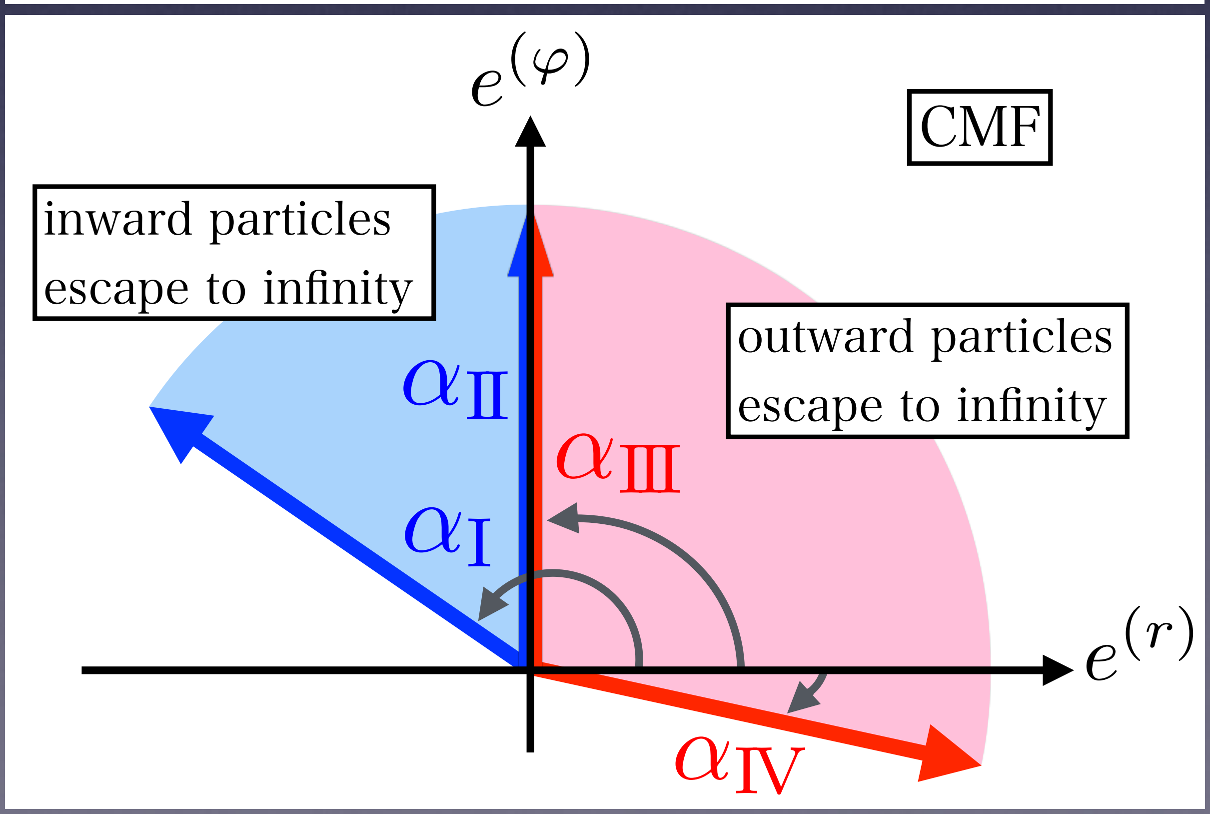
➜ 4つの境界:

$$\alpha_{\mathrm{I}} = \frac{5\pi}{6} + O(\epsilon)$$

$$\alpha_{\mathrm{II}} = \alpha_{\mathrm{III}} = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_{\mathrm{IV}} = -\frac{7}{18}\epsilon + O(\epsilon^2)$$





エネルギー引き抜き効率

$$\eta(r_*, \alpha) \equiv \frac{E_3}{E_1 + E_2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2M^2}{r_*(r_* - M)}\sin\alpha\right)$$

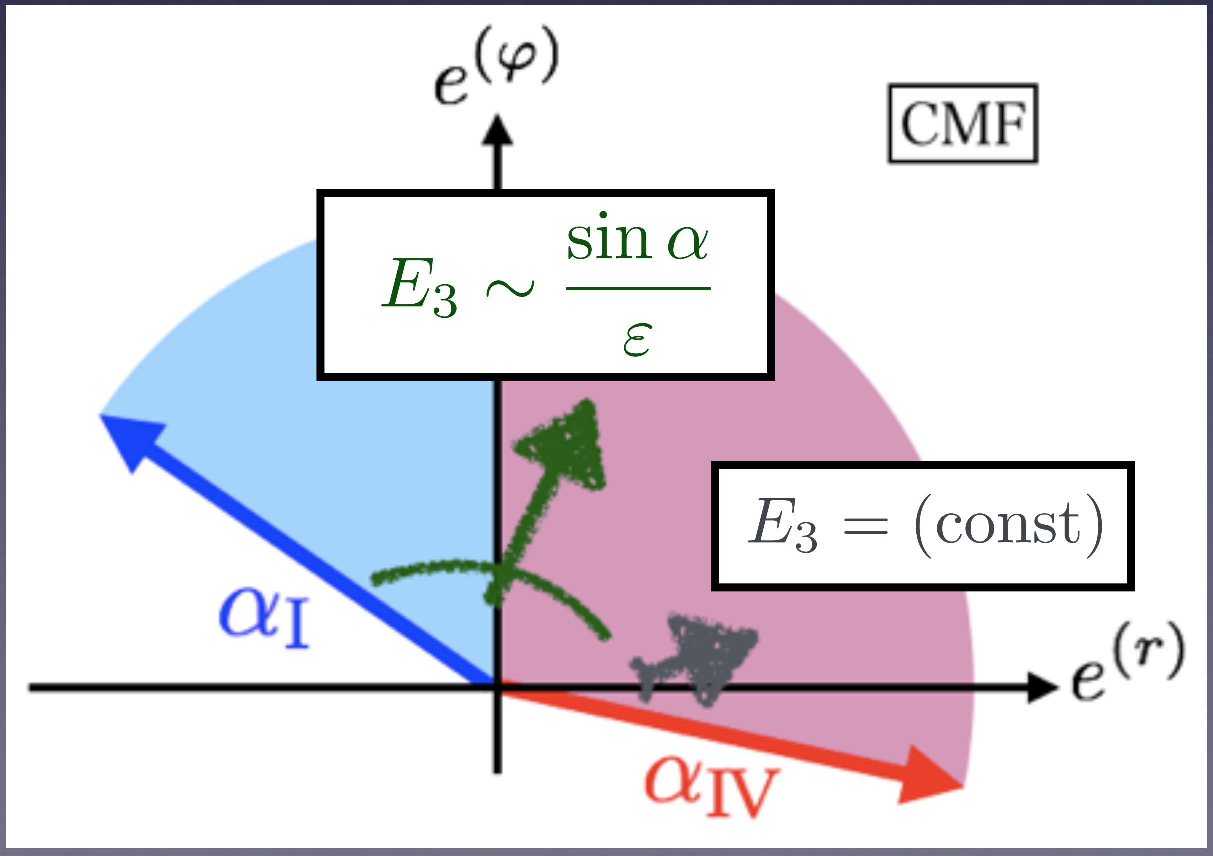
horizon近傍 $\epsilon \to 0$ では, 散乱角によって

$$\eta(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\epsilon} \quad (\sin\alpha = O(1))$$

$$\eta(\alpha_{\mathrm{IV}}) = \frac{1}{9} \quad (\alpha = O(\epsilon))$$

➜ 脱出粒子のほとんどは

高エネルギー粒子！



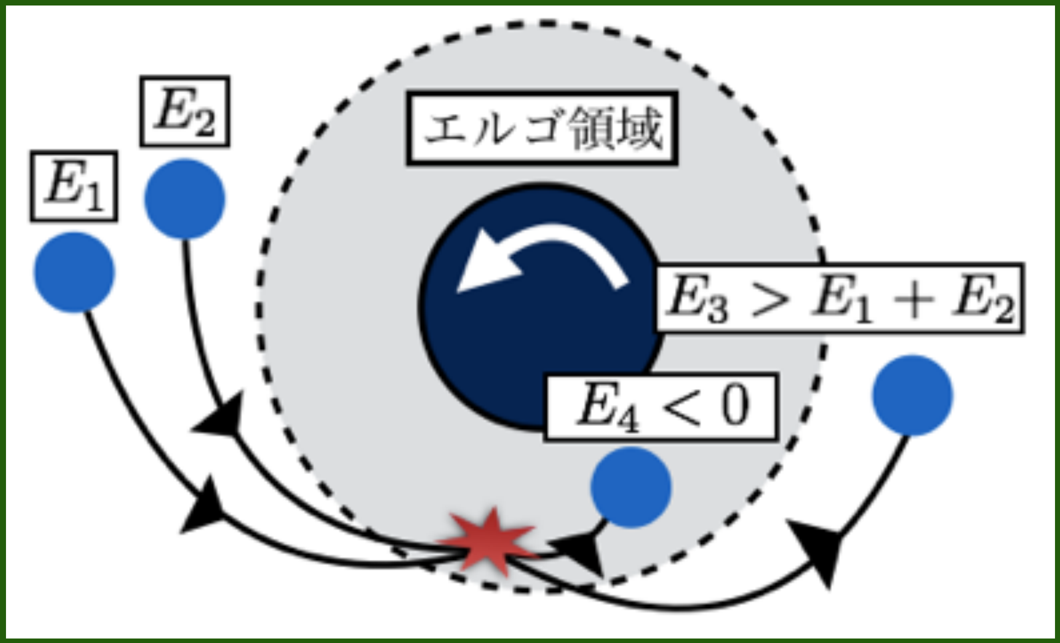
知りたいこと

・どのくらいエネルギーを引き抜けるのか？

➜ $\eta \equiv \dfrac{E_3}{E_1 + E_2}$

・粒子3はブラックホール近傍から脱出できるのか？

➜ 脱出確率



知りたいこと

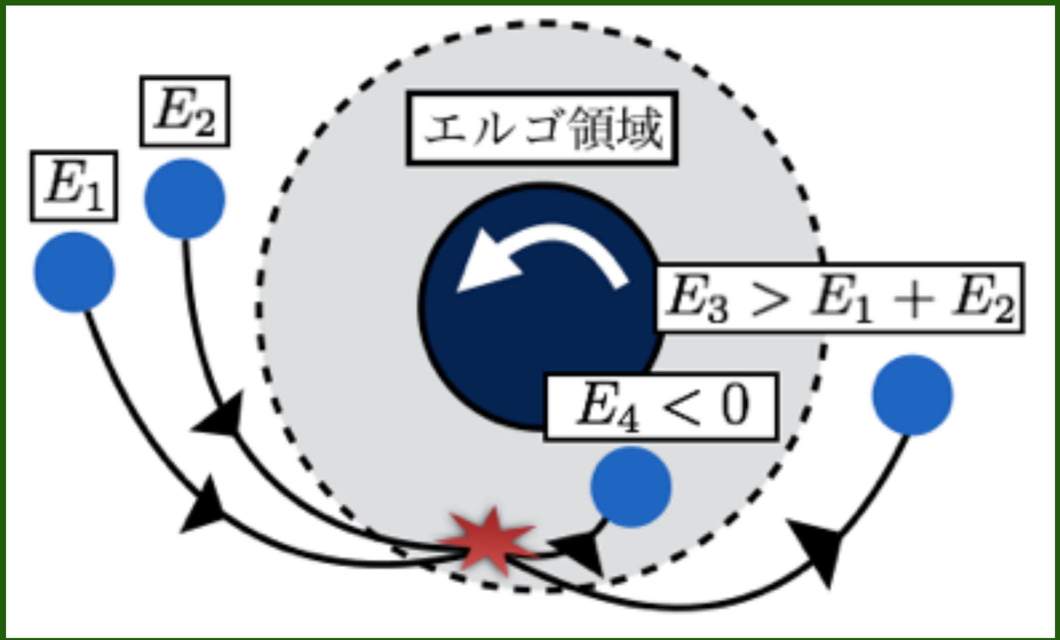
・どのくらいエネルギーを引き抜けるのか？

➜ $\eta \equiv \dfrac{E_3}{E_1 + E_2}$ ➜ $\eta(\alpha) = \dfrac{\sin\alpha}{\epsilon}$

・粒子3はブラックホール近傍から脱出できるのか？

➜ 脱出確率

➜ $P = \dfrac{5}{12}$



まとめ

Penrose過程はブラックホールのエネルギー引き抜き機構の本質.

粒子衝突を用いたエネルギー引き抜き効率は非常に大きくなり, 粒子の脱出確率も有限.

$$\eta(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\epsilon} \qquad P = \frac{5}{12}$$

Kerr時空への反作用は？

BH周辺の情報は？