

衝突数値シミュレーションによる 小惑星形状変化過程の解明と 小惑星の衝突史への制限



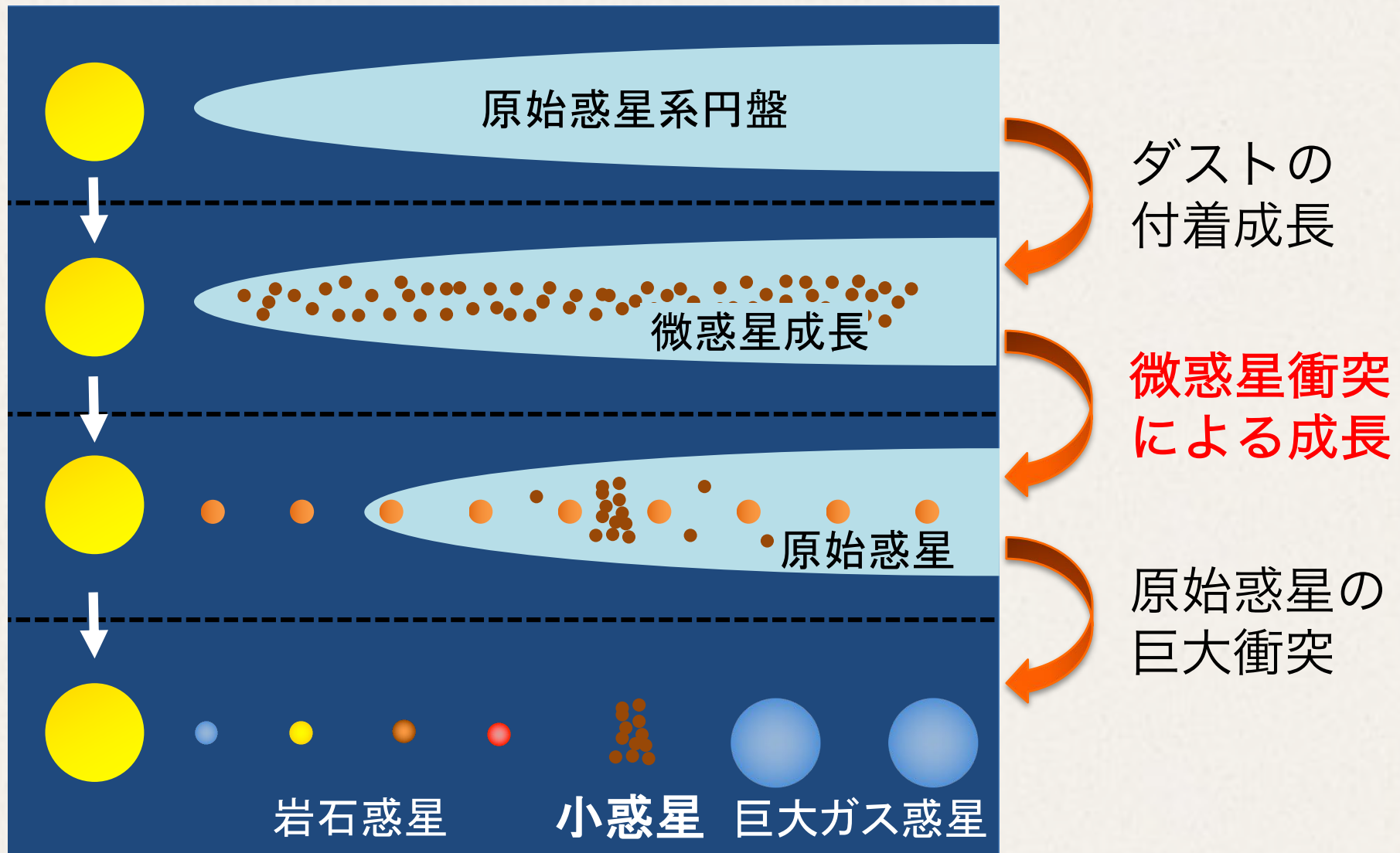
D3 杉浦 圭祐 (名古屋大学)

共同研究者

小林 浩, 犬塚 修一郎

第31回理論懇シンポジウム, 12月20日, 10:40~

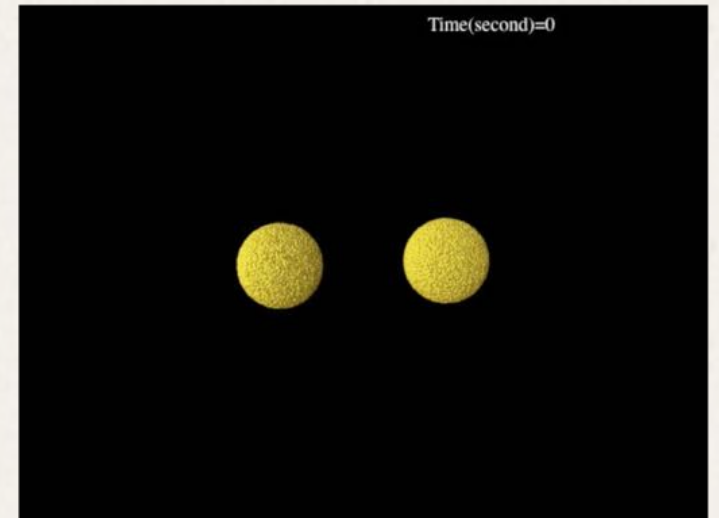
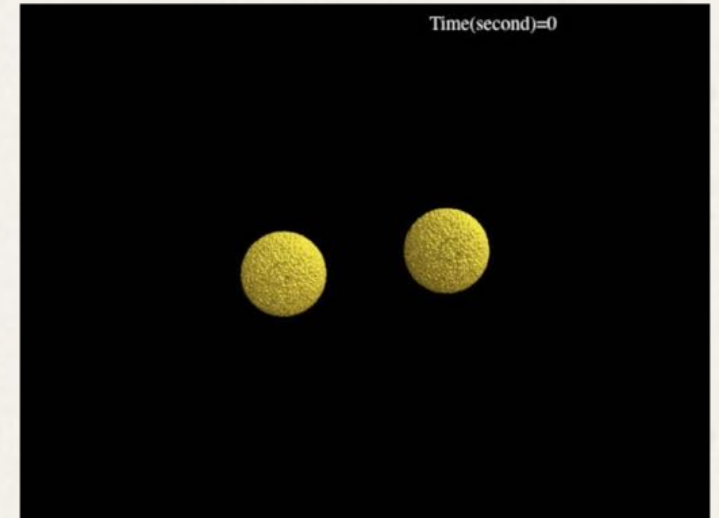
導入: 太陽系形成標準モデル



小惑星は過去の衝突の履歴を保存する天体

導入: 小惑星形状

➤ 小惑星衝突による
形状変化



Sugiura+2018a

形状から衝突史を制限できる可能性あり

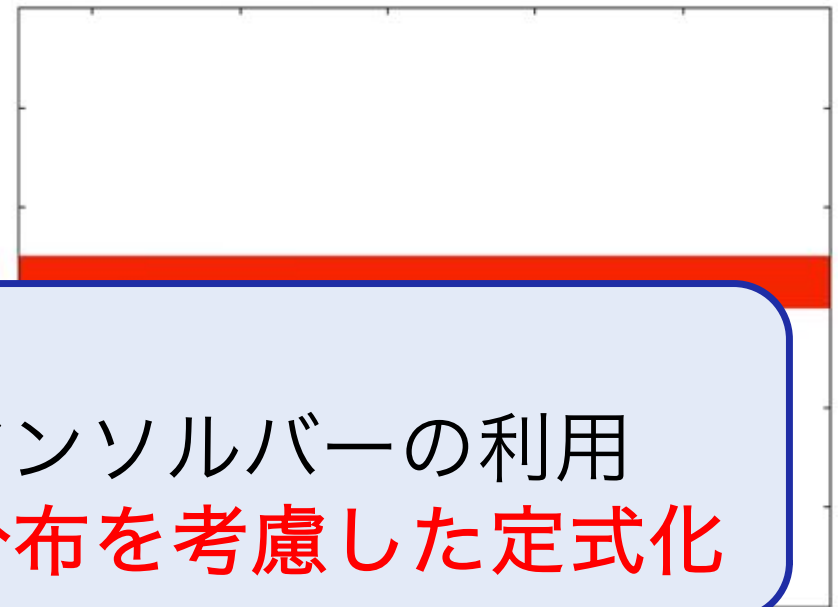
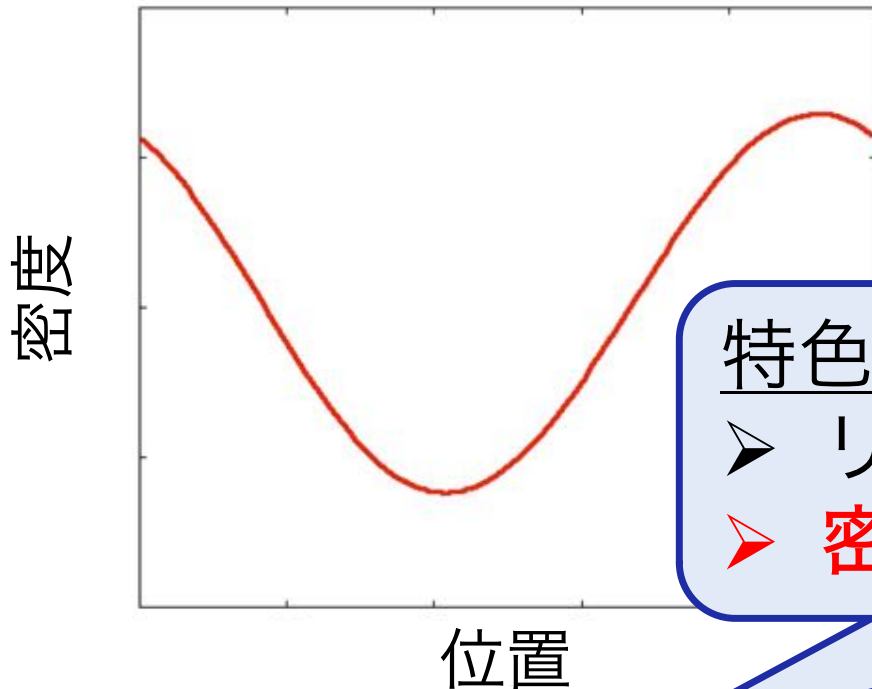
数値計算と問題点

- **弾性体標準SPH法+岩石モデル**による衝突計算 (e.g., Benz & Asphaug 1999)

問題点 張力優勢 (負の圧力の) 領域における数値不安定性

張力中での音波の伝搬の計算

弾性体板の振動の計算



特色

- リーマンソルバーの利用
- **密度分布を考慮した定式化**

目標1 ゴドノフSPH法 (Inutsuka 2002, JCP) を用いて数値不安定性を解決する

弾性体ゴドノフSPH法の定式化

弾性体力学の運動方程式

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \quad \sigma^{xy} \propto \frac{\partial u^y}{\partial x}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t=0)$$

応力はひずみに比例

運動方程式の定式化 (Sugiura & Inutsuka 2017, JCP)

$$\dot{v}_i^\alpha = \int \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{x})}{\partial x^\beta} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h): \text{カーネル関数}$$

i 粒子の加速度 運動方程式の右辺 部分積分、 $\rho(\mathbf{x}) = \sum_j m_j W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h)$ 、etc.

$$\dot{v}_i^\alpha = \sum_j 2m_j \langle \sigma^{\alpha\beta} \rangle \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle \frac{\partial}{\partial x_i^\beta} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, \sqrt{2}h)$$

ただし、

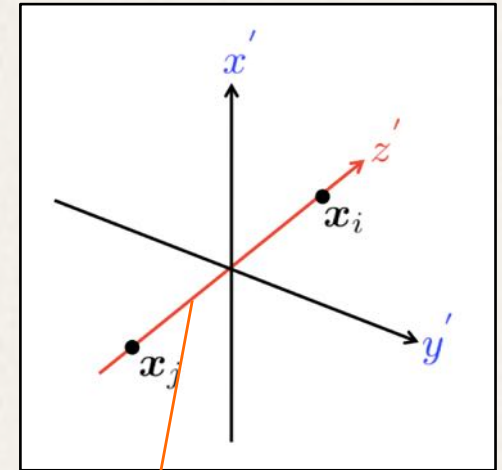
$$\langle \sigma^{\alpha\beta} \rangle = \frac{\sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_j^{\alpha\beta}}{2}, \quad \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle = \left[\frac{\sqrt{2}}{h\sqrt{\pi}} \right]^3 \int \frac{1}{\rho^2(\mathbf{x})} \exp \left[-\frac{2(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j}{2})^2}{h^2} \right] d\mathbf{x}$$

$\rho^{-2}(\mathbf{x})$ の重み付き平均

弾性体ゴドノフSPH法の定式化

$$\left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle = \left[\frac{\sqrt{2}}{h\sqrt{\pi}} \right]^3 \int \frac{1}{\rho^2(\mathbf{x})} \exp \left[-\frac{2(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j}{2})^2}{h^2} \right] d\mathbf{x}$$

これを高速に計算するため
 $1/\rho(\mathbf{x})$ を多項式補間する



i と j 粒子を結ぶ線を z' 軸

z' 方向の補間方法として3種類用意
 線形補間、3次スプライン補間、5次スプライン補間

例) z' 方向の線形補間

$$1/\rho(z') = C_{ij}z' + D_{ij}$$

z' の1次関数

$$C_{ij} = \frac{(1/\rho_i) - (1/\rho_j)}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|}$$

$$D_{ij} = \frac{(1/\rho_i) + (1/\rho_j)}{2}$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle = \frac{1}{4} C_{ij}^2 h^2 + D_{ij}^2$$

数値不安定性の解決法

➤ **線形安定性解析**で弾性体ゴドノフSPH法の安定性を評価

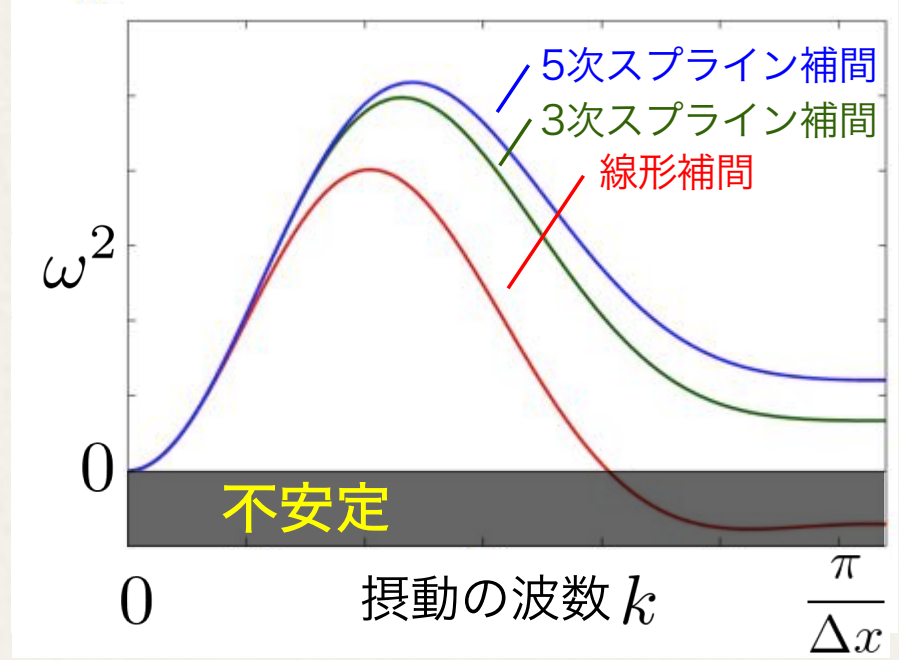
例) 線形補間の場合の分散関係式

$\bar{P} < 0$ での分散関係

$$\omega^2 = -\left(c^2 D - \frac{4\mu a}{\rho}\right) \frac{2D\bar{P}}{a} + \frac{2\bar{P}}{h}$$

	$\bar{P} > 0$	$\bar{P} < 0$
線形補間	○	×
3次スプライン補間	×	○
5次スプライン補間	×	○

$\frac{m}{\rho}$



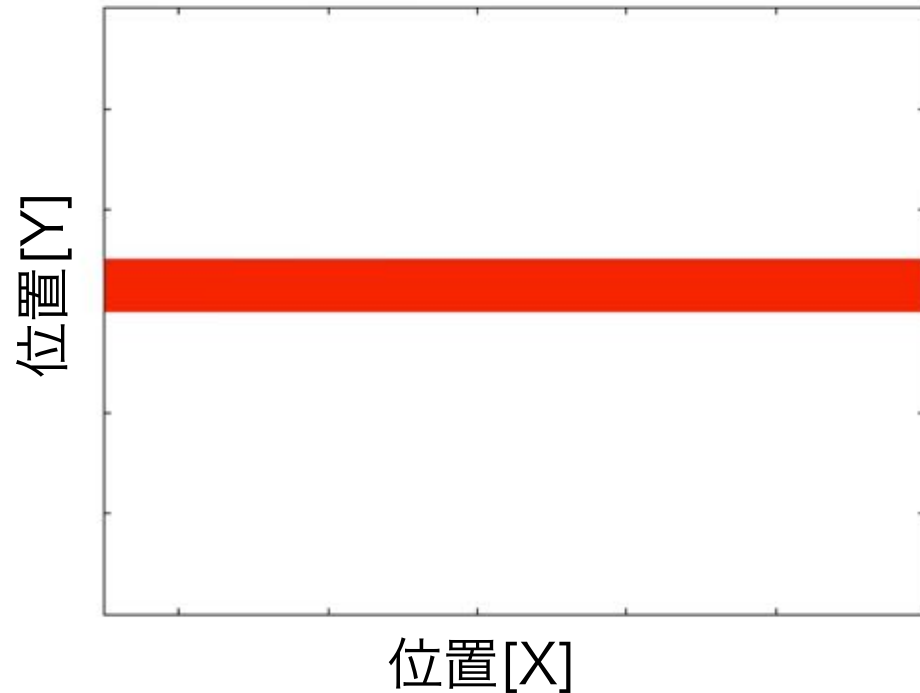
○ : 安定、× : 不安定

- 正の圧力領域では線形補間
- 負の圧力領域では3次スプライン補間を使用すれば安定に計算することが可能

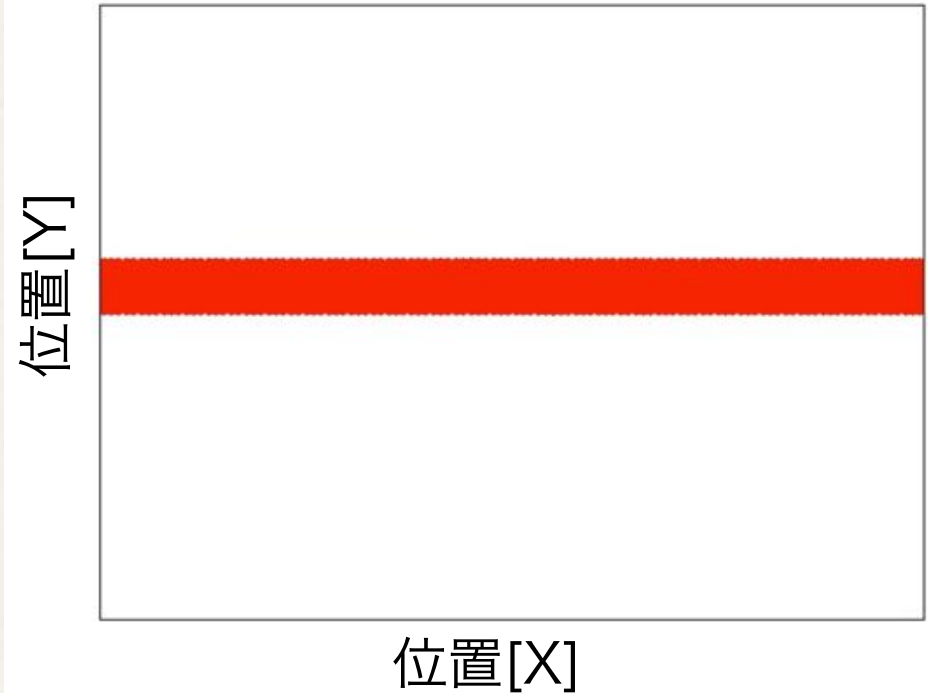
(Sugiura & Inutsuka 2016, JCP)

テスト計算: 弾性体板の振動計算

標準SPH法の計算



開発したゴドノフSPH法の計算



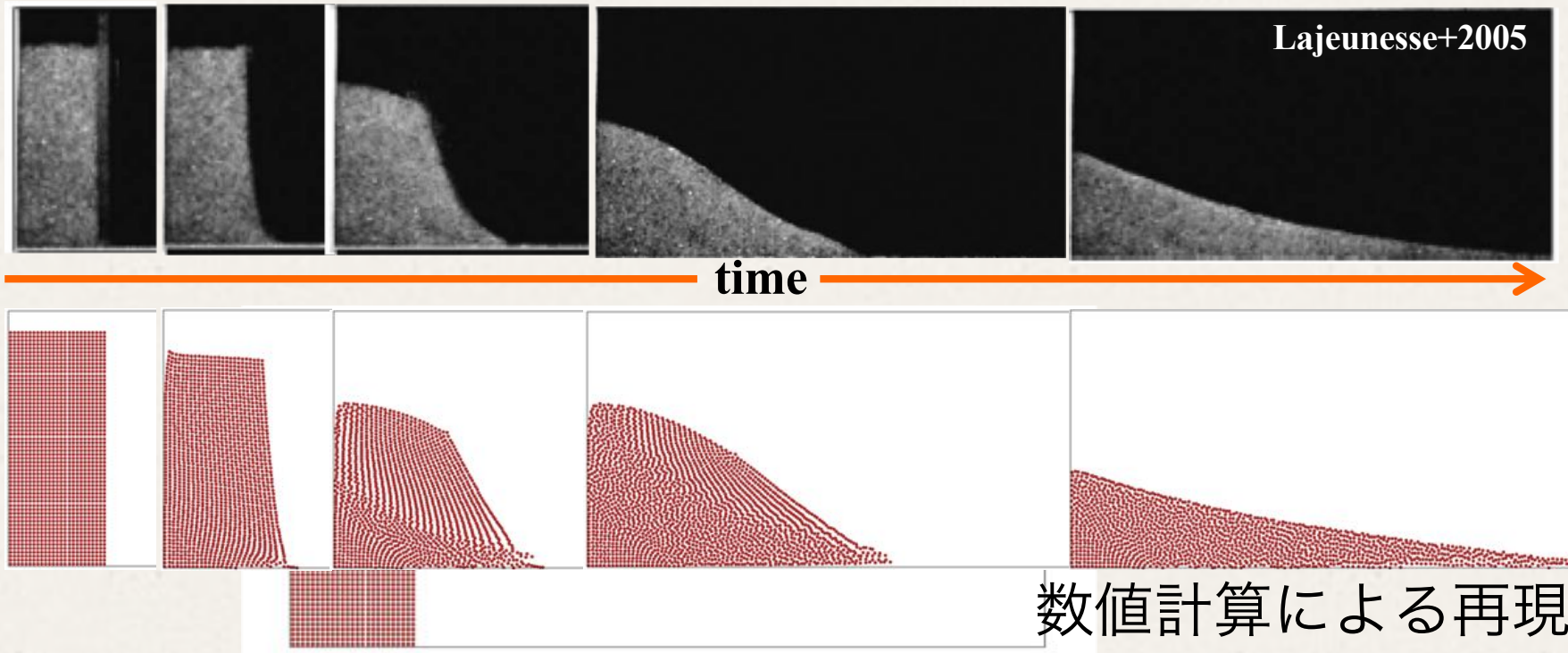
Sugiura & Inutsuka 2017, JCP

開発した手法は数値不安定によるひび割れを
起こさず弾性体の挙動を記述できる

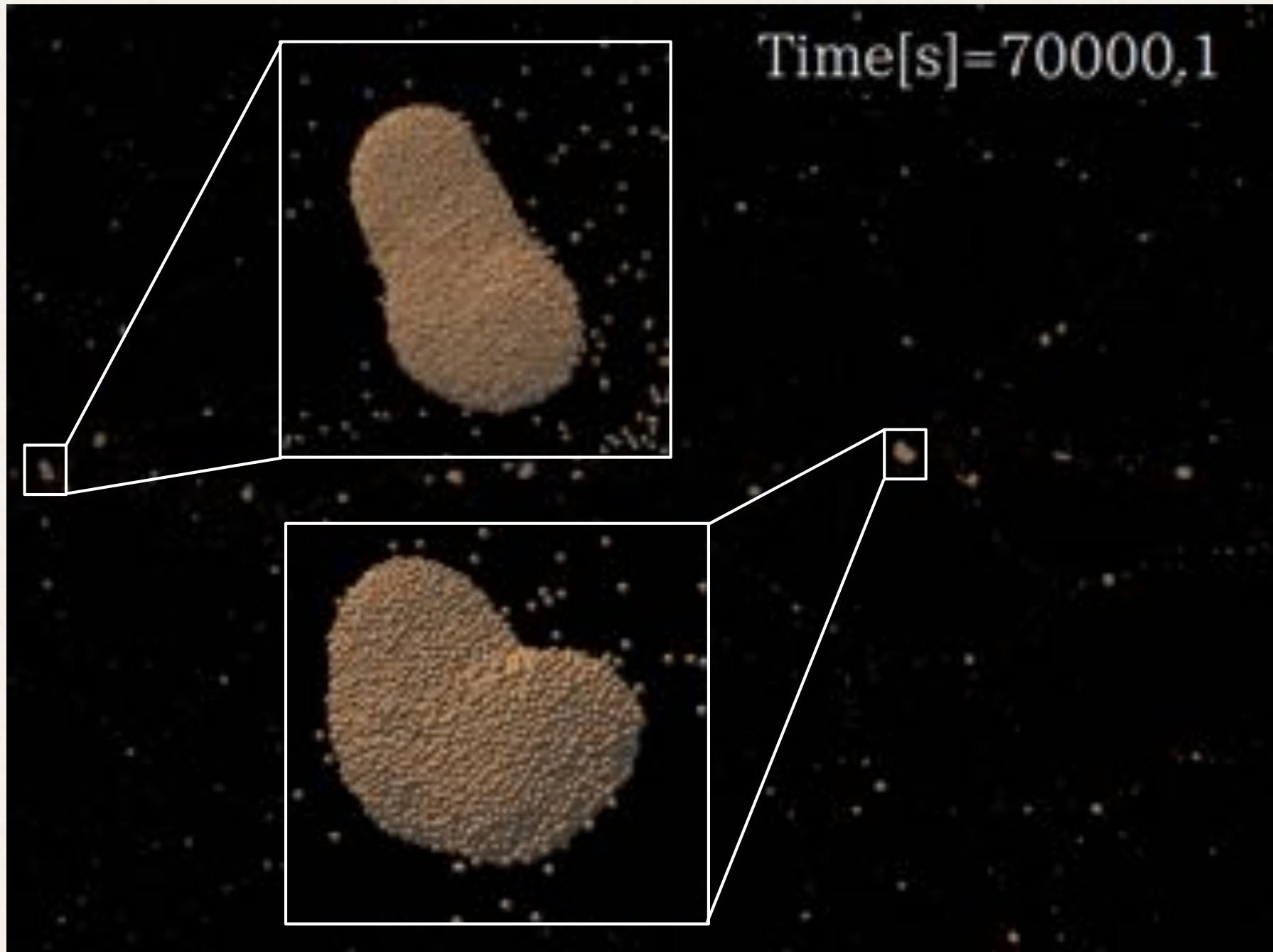
岩石小天体衝突の計算手法

- 弾性体SPH法 (Sugiura & Inutsuka 2017)
- 岩石の破壊モデル (Benz & Asphaug 1995)
- 粉々になった岩石間の摩擦モデル (Jutzi 2015)
- 自己重力
- 計算コードの並列化 (Iwasawa+2015, 2016)

砂の崖崩れ実験との比較



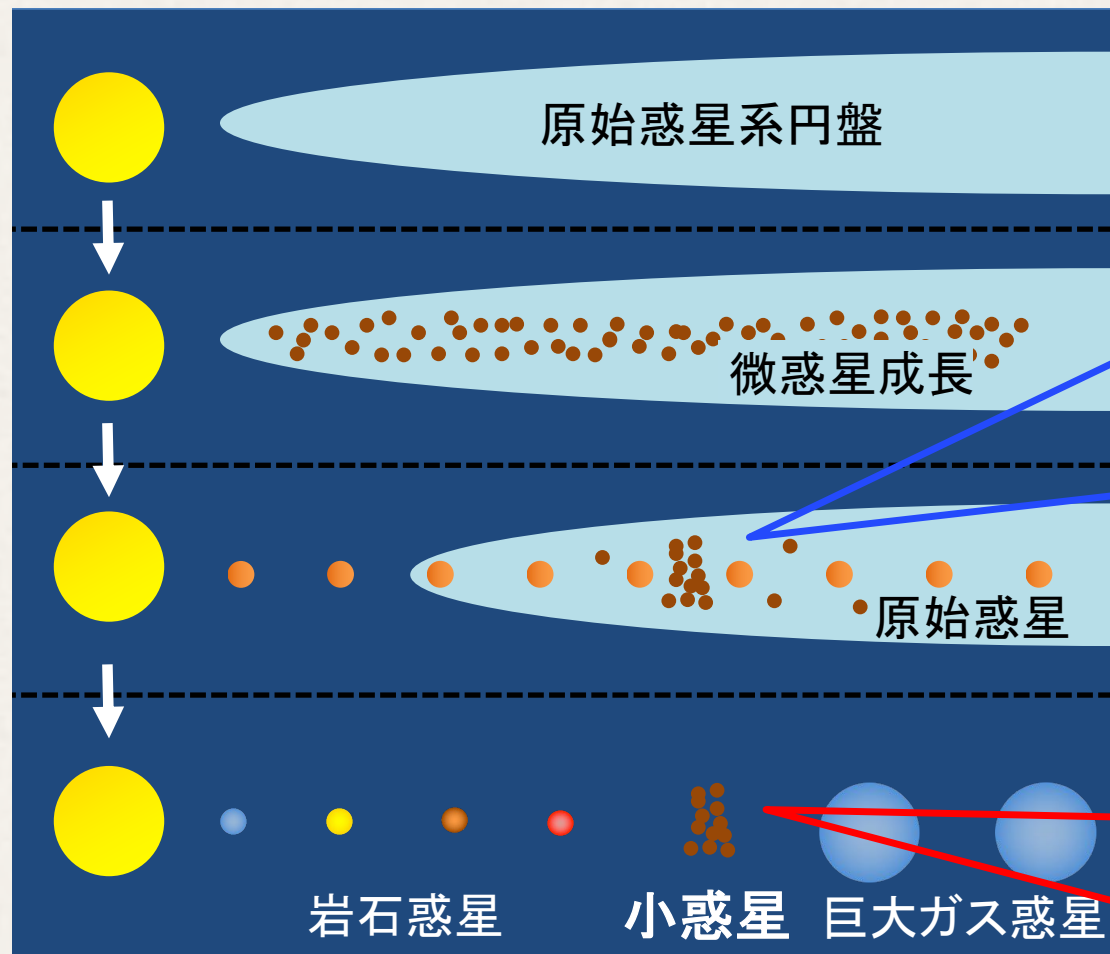
岩石小天体衝突の計算例



衝突環境と衝突速度

➤ 太陽系形成の標準モデル

cf. 100 kmの小惑星の脱出速度 $\approx 0.1 \text{ km/s}$



惑星形成期

半径 R_p の原始惑星が誘起する小惑星間衝突速度

$$v_{\text{imp}} \approx 0.3 \left(\frac{R_p}{R_{\text{Mars}}} \right) \text{ km/s}$$

破壊的ではない衝突

現在

小惑星帯の平均衝突速度

$$v_{\text{imp}} \approx 5 \text{ km/s}$$

破壊的な衝突

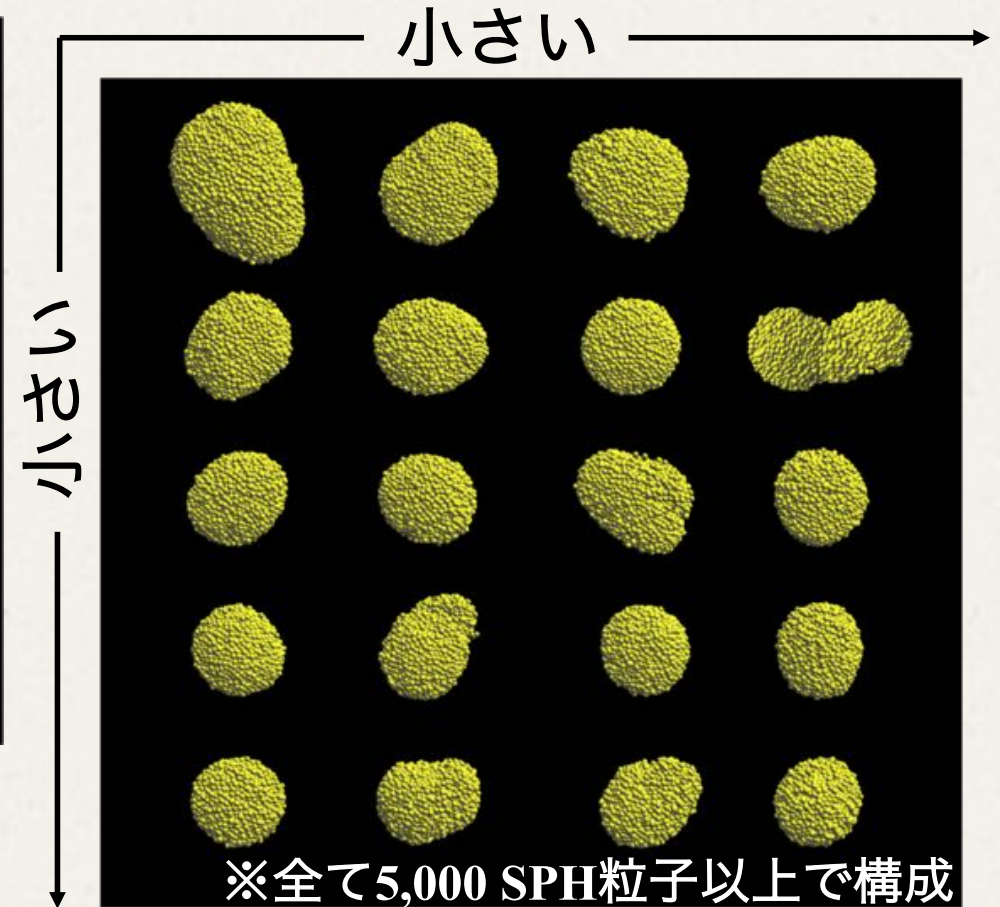
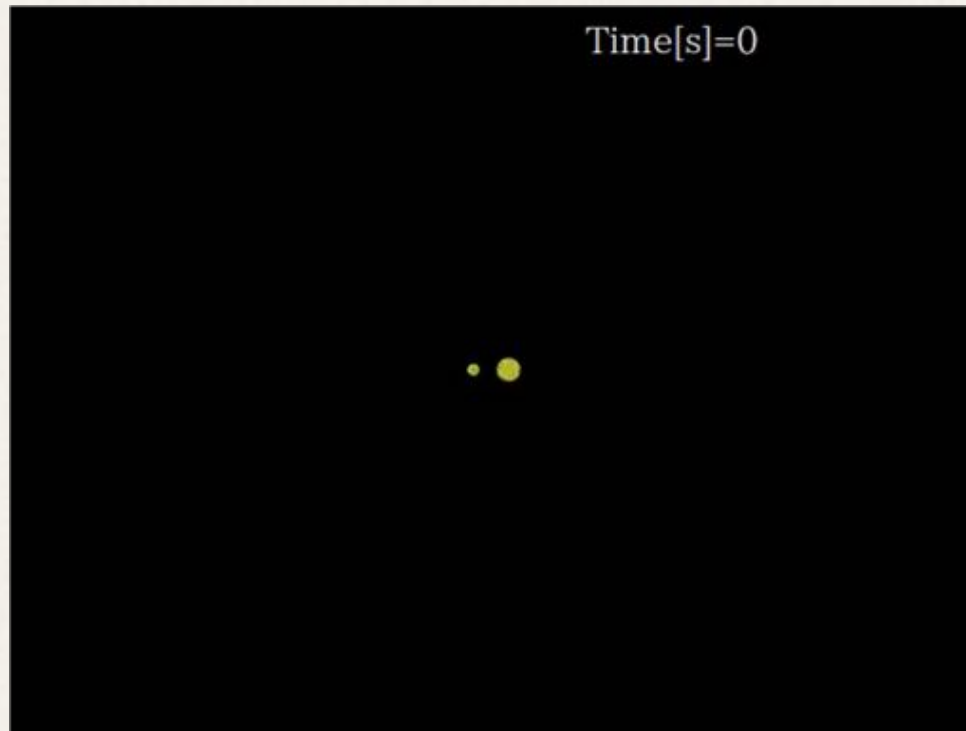
目標2 異なる衝突速度で形成する形状を理解し
形状から形成時代を制限する

結果: 現在の太陽系での衝突

- 衝突速度1km/sの破壊的な衝突
- 全SPH粒子数は400万

動画

集積天体のスナップショット



主に球形状か丸い形が2つ繋がった形状が形成

2017年10月に発見された 太陽系外起源小天体1I/'Oumuamua の形成モデル

(Sugiura+2018b, submitted to Icarus)



大規模破壊



- 頭2つ形状
- ▲ 球形状
- ▼ 平たい形状
- 細長い形状
- ◆ 半球形状

極めて平たい形状を含む様々な形状が形成

まとめ

弾性体力学を安定に計算するSPH法の開発

- 弾性体標準SPH法では張力優勢領域で数値不安定が起きる.
- そこで、**ゴドノフSPH法**を弾性体力学に拡張し、この不安定性を解決する方法を模索した.
- その結果、密度分布の補間方法を圧力の符号に応じて使い分けることで**不安定性を回避**できることが分かった.

小惑星衝突による形状変形の再現

- 弾性体SPH法に岩石の破壊・摩擦モデルを導入した計算コードを用い、小惑星の衝突計算を様々な衝突条件で実行した.
- その結果、**現在の太陽系**で起きる破壊的な衝突では**球と頭2つ形状**ができるが、**始原的な太陽系**で起きる非破壊的な衝突では**平たい形状を含む様々な形状**ができることが分かった.
- 従って、**平たい形状は惑星形成期に形成されやすい**.