On Superconformal gravity in 5D

東工大　大橋 圭介

§1. Introduction & motivation
§2. Superconformal Tensor Calculus in 5D
§3. Off-shell Poincaré Supergravity in 5D

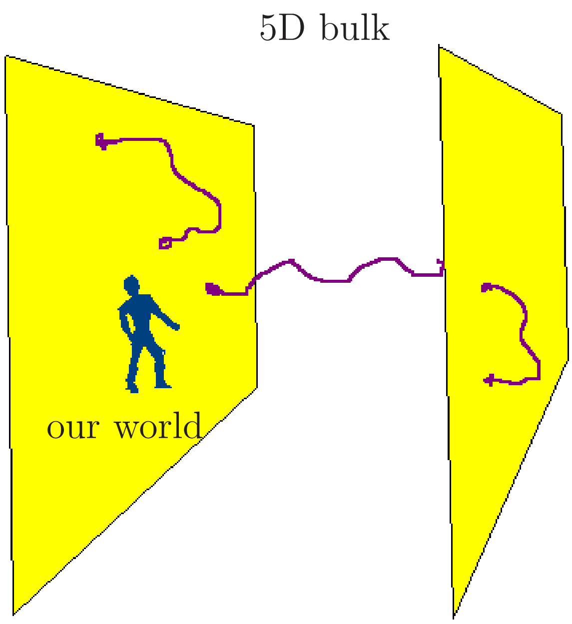
Kugo-Ohashi hep-ph/0006231, hep-ph/0010288, hep-ph/0208082, hep-th/0203276

Fujita-Ohashi hep-th/0104130, Fujita-Kugo-Ohashi, hep-th/0104130

§1. Introduction & motivation

●Brane World シナリオ：
我々は10次元時空内の４次元の膜に住んでいるという考え方
この考えに沿って、さまざまな問題が再考され研究されている。

gauge hierarchy, SUSY breaking, hidden sectors, D-T splitting
fermion mass hierarchy, cosmology, Yukawa hierarchy,..



⇓

簡単のため、余分な次元を１次元として、、
●S^1/Z_2 orbifold 上の５次元の超重力理論と４次元の膜（境界）の系を研究したい。

$\Downarrow$

- 様々な状況設定に対応でき厳密な研究ができるような、きっちりとした理論の枠組みがほしい。

$\Downarrow$

５次元の **super conformal tensor calculus** を構成し、S^1/Z_2 **orbifold** 上で **supergravity** が様々な５次元、もしくは４次元の物質場と相互作用する一般的なシステムの枠組みを与えた。

§2.Superconformal Tensor Calculus in 5D

- tensor calculus とは

(a) Weyl multiplet を含む様々な multiplet の
変換則

(b) ある multiplet から他の multiplet への
無矛盾な埋め込み

(c) ゲージ不変な作用公式

の集まり

$$\Downarrow$$

off-shell 形式の様々なゲージ不変な作用

off-shell 形式 : 運動方程式を用いずに代数が閉じるように
補助場を含んだ形式

● ゲージ変換

$$\delta(\varepsilon) = \xi^a P_a + \bar{\varepsilon} Q + \lambda^{ab} M_{ab} + \lambda_D D + \theta^{ij} U_{ij} + \bar{\eta} S + \xi_K^a K_a$$

$$\left.\begin{array}{ll} P_a & : \text{ translation} \\ Q^i & : \text{ super 変換} \\ M_{ab} & : \text{ local Lorentz 変換} \end{array}\right\} \text{super Poincaré 変換}$$

$$\left.\begin{array}{ll} D & : \text{ dilatation 変換} \\ U^{ij} & : \ SU(2)_R \text{変換} \\ S^i & : \text{ conformal super 変換} \\ K_a & : \text{ special conformal boost 変換} \end{array}\right\} \text{余分な変換}$$

$a, b = 0, \ldots, 4, \quad i = 1, 2$

- 大域的対称性 $\longrightarrow$ 物理的
- ゲージ場が運動項をもつ局所的対称性 $\longrightarrow$ 物理的
- ゲージ場が運動項を持たない局所的対称性

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &= (\partial_\mu \phi^\dagger + i A_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi - i A^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \\
&= \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - 2 A_\mu \mathrm{Im}(\phi^\dagger \partial^\mu \phi) + (A_\mu)^2 \phi^\dagger \phi - V(\phi^\dagger \phi) \\
&\qquad\qquad : \phi = r e^{i\theta} \\
&= \partial_\mu r \partial^\mu r - V(r^2) + r^2 (A_\mu - \partial_\mu \theta)^2, \\
&\qquad\qquad : A_\mu = \partial_\mu \theta, \\
&= \partial_\mu r \partial^\mu r - V(r^2),
\end{aligned}
$$

$\longrightarrow$ 物理的でない余分な対称性

$D, U^{ij}, S^i, K_a \Longrightarrow$ アインシュタイン項等の正準化に利用

● 5次元における flat superconformal algebra

$$
\begin{aligned}
[\delta_Q(\varepsilon_1),\ \delta_Q(\varepsilon_2)] &= \delta_P(2i\bar{\varepsilon}_1\gamma^a\varepsilon_2),\\
[\delta_S(\eta_1),\ \delta_S(\eta_2)] &= \delta_K(2i\bar{\eta}_1\gamma^a\eta_2),\\
[\delta_S(\eta),\ \delta_Q(\varepsilon)] &= \delta_D(-2i\bar{\varepsilon}\eta) + \delta_M(2i\bar{\varepsilon}\gamma^{ab}\eta)\\
&\quad + \delta_U(-6i\bar{\varepsilon}^{(i}\eta^{j)}),\\
[\delta_M(\lambda),\ \delta_Q(\varepsilon)] &= \delta_Q(-\tfrac{1}{4}\lambda^{ab}\gamma_{ab}\varepsilon),\\
[\delta_M(\lambda),\ \delta_S(\eta)] &= \delta_S(-\tfrac{1}{4}\lambda^{ab}\gamma_{ab}\eta),\\
[\delta_D(\rho),\ \delta_Q(\varepsilon)] &= \delta_Q(\tfrac{1}{2}\rho\varepsilon),\\
[\delta_D(\rho),\ \delta_S(\eta)] &= \delta_S(-\tfrac{1}{2}\rho\varepsilon),\\
[\delta_U(\theta),\ \delta_Q(\varepsilon)] &= \delta_Q(-\theta^i{}_j\varepsilon^j),\\
[\delta_U(\theta),\ \delta_S(\eta)] &= \delta_S(-\theta^i{}_j\eta^j),\\
[\delta_P(\xi^a),\ \delta_S(\eta)] &= \delta_Q(-\xi^a\gamma_a\eta),\\
[\delta_K(\xi^a_K),\ \delta_Q(\varepsilon)] &= \delta_S(\xi^a_K\gamma_a\varepsilon).
\end{aligned}
$$

- ゲージ場

生成子	P_a	Q^i	M_{ab}	D	U_{ij}	S^i	K_a
ゲージ場	${e_\mu}^a$	ψ^i_μ	${\omega_\mu}^{ab}$	b_μ	V^{ij}_μ	ϕ_μ	${f_\mu}^a$

これらゲージ場のうち、${\omega_\mu}^{ab}$, ϕ^i_μ, f^a_μ は条件を課すことによって、その他の場で書かれる。

$$
\begin{aligned}
\hat{R}_{\mu\nu}{}^a(P) &= 0 \\
\longrightarrow {\omega_\mu}^{ab} &= \omega^{0\,ab}_\mu + i(2\bar{\psi}_\mu\gamma^{[a}\psi^{b]} + \bar{\psi}^a\gamma_\mu\psi^b) - 2{e_\mu}^{[a}b^{b]}, \\
\gamma^\nu\hat{R}^i_{\mu\nu}(Q) &= 0 \\
\longrightarrow \phi^i_\mu &= \left(-\frac{1}{3}e^a_\mu\gamma^b + \frac{1}{24}\gamma_\mu\gamma^{ab}\right)\hat{R}'^{\,i}_{ab}(Q), \\
\hat{R}_\mu{}^a(M) &= 0 \\
\longrightarrow {f_\mu}^a &= \left(\frac{1}{6}\delta^\nu_\mu\delta^a_b - \tfrac{1}{48}e^a_\mu e^\nu_b\right)\hat{R}'_\nu{}^b(M).
\end{aligned}
$$

●Weyl multiplet

$$\delta e_\mu{}^a = -2i\bar{\varepsilon}^i\gamma^a\psi_{\mu i},$$

$$\delta\psi_\mu^i = \mathcal{D}_\mu\varepsilon^i + \frac{1}{2}v^{ab}\gamma_{\mu ab}\varepsilon^i - \gamma_\mu\eta^i,$$

$$(\mathcal{D}_\mu\varepsilon^i \equiv \partial_\mu\varepsilon^i + \frac{1}{2}b_\mu\varepsilon^i - \frac{1}{4}\omega_\mu^{ab}\gamma_{ab}\varepsilon^i - V_\mu{}^i{}_j\varepsilon^j),$$

$$\vdots$$

補助場 v_{ab}、χ^i、D を加えて multiplet として閉じる。

場	統計		Weyl-weight
$e_\mu{}^a$	boson	fünfbein	-1
ψ_μ^i	fermion	SU(2)-Majorana	$-\frac{1}{2}$
b_μ	boson	real	0
V_μ^{ij}	boson	$V_\mu^{ij} = V_\mu^{ji} = (V_{\mu ij})^*$	0
v_{ab}	boson	real, antisymmetric	1
χ^i	fermion	SU(2)-Majorana	$\frac{3}{2}$
D	boson	real	2

•Matter multiplet

場	統計		Weyl-weight
		Vector multiplet: V	
W_μ	boson	real gauge field	0
M	boson	real	1
Ω^i	fermion	$SU(2)$-Majorana	$\frac{3}{2}$
Y_{ij}	boson	$Y^{ij} = Y^{ji} = (Y_{ij})^*$	2
		Hypermultiplet: H^α $\alpha = 1, 2, ..., 2r$	
$\mathcal{A}_i^\alpha$	boson	$\mathcal{A}_\alpha^i = \epsilon^{ij}\mathcal{A}_j^\beta \rho_{\beta\alpha} = -(\mathcal{A}_i^\alpha)^*$	$\frac{3}{2}$
ζ^α	fermion	$\bar{\zeta}^\alpha \equiv (\zeta_\alpha)^\dagger \gamma_0 = \zeta^{\alpha \mathrm{T}} C$	2
$\mathcal{F}_i^\alpha$	boson	$\mathcal{F}_\alpha^i = -(\mathcal{F}_i^\alpha)^*$	$\frac{5}{2}$
		Linear multiplet: L	
L^{ij}	boson	$L^{ij} = L^{ji} = (L_{ij})^*$	3
φ^i	fermion	$SU(2)$-Majorana	$\frac{7}{2}$
E_a	boson	real, constrained	4
N	boson	real	4

他に三つの multiplet がある。

● 埋め込み公式

いくつかの multiplet を組み合わせて他の multiplet に変換則と矛盾しないよう埋め込むことができる。

$\boldsymbol{L(H)}$: hypermultiplet $\longrightarrow$ linear multiplet

$$\begin{aligned} L^{ij}(H_\alpha H'_\beta) &= \mathcal{A}_\alpha^{(i}\mathcal{A}'^{j)}_\beta, \\ \varphi^i(H_\alpha H'_\beta) &= \zeta_\alpha \mathcal{A}'^i_\beta + \zeta'_\beta \mathcal{A}^i_\alpha, \\ &\vdots \end{aligned}$$

$\boldsymbol{H'_\alpha = Z H_\alpha}$: hypermultiplet $\longrightarrow$ hypermultiplet

$$\mathcal{A}'^i_\alpha = Z\mathcal{A}^i_\alpha = \frac{1}{M^0}\mathcal{F}^i_\alpha, \qquad Z \text{ : central chrage 変換}$$

$\boldsymbol{L(V)}$: vector multiplet $\longrightarrow$ linear multiplet

$$\begin{aligned} L_{ij}(V^I V^J) &= M^I Y^J_{ij} - i\bar{\Omega}^I_i \Omega^J_j, \\ &\vdots \end{aligned}$$

● ゲージ不変な作用公式: VL 公式

vector multiplet V, linear multiplet L, を用いてゲージ不変な作用が書ける。

$$
\begin{aligned}
e^{-1}\mathcal{L}_{VL}(VL) \equiv\ & Y^{ij}L_{ij} + 2i\bar{\Omega}\varphi + 2i\bar{\psi}_i^a\gamma_a\Omega_j L^{ij} \\
& -\frac{1}{2}W_a\left(E^a - 2i\bar{\psi}_b\gamma^{ba}\varphi + 2i\bar{\psi}_b^{(i}\gamma^{abc}\psi_c^{j)}L_{ij}\right) \\
& +\frac{1}{2}M\left(N - 2i\bar{\psi}_b\gamma^b\varphi - 2i\bar{\psi}_a^{(i}\gamma^{ab}\psi_b^{j)}L_{ij}\right),
\end{aligned}
$$

４次元における D 項公式、F 項公式のように、この作用と埋め込み公式とを組み合わせて様々な作用が書ける。

$$\Downarrow$$

$\mathcal{L}_H^{\text{kin}} = -2\mathcal{L}_{VL}\left(V^0 L(H^\alpha d_{\alpha\beta} Z H^\beta)\right)$: hypermultiplet の運動項

$\mathcal{L}_H^{\text{mass}} = 2\mathcal{L}_{VL}\left(V^0 L(H^\alpha \eta_{\alpha\beta} H^\beta)\right)$: hypermultiplet の質量項

$\mathcal{L}_V = -\mathcal{L}_{VL}\left(V^I L(V^J V^K) c_{IJK}\right)$: vector multiplet の作用

vector multiplet の作用

$$
\begin{aligned}
&e^{-1}\mathcal{L}_V = \\
&-\tfrac{1}{2}\mathcal{N}\Big(-\tfrac{1}{2}D + \tfrac{1}{2}i\bar{\psi}\cdot\gamma\chi + \tfrac{1}{4}R(M) + \tfrac{i}{2}\bar{\psi}_a\gamma^{abc}R_{bc}(Q) - 3v^2 \\
&\qquad - i\bar{\psi}_a\gamma^{abcd}\psi_b v_{cd} + 11i\bar{\psi}_a\psi_b v^{ab} + 6\bar{\psi}_a\psi_b\bar{\psi}^a\psi^b - 2\bar{\psi}_a\psi_b\bar{\psi}_c\gamma^{abcd}\psi_d \\
&-\tfrac{1}{2}\mathcal{N}_I\Big(-i\bar{\Omega}^I\chi - i\bar{\Omega}^I\gamma\cdot R(Q) + 2ig[\bar{\Omega},\,\Omega]^I - 2v^{ab}F^I_{ab}(W) \\
&\qquad + 2i\bar{\Omega}^I\gamma^{abc}\psi_a v_{bc} - 6i\bar{\Omega}^I\gamma_a\psi_b v^{ab} \\
&\qquad - \tfrac{i}{2}\bar{\psi}_a\gamma^{abcd}\psi_b F^I_{cd}(W) + 2i\bar{\psi}^a\psi^b F^I_{ab}(W) + 4\bar{\psi}_a\psi_b\bar{\psi}_c\gamma^{ab}\gamma^c\Omega^I\Big) \\
&-\tfrac{1}{2}\mathcal{N}_{IJ}\Big(-\tfrac{1}{4}F^I_{ab}(W)F^{abJ}(W) + \tfrac{1}{2}\mathcal{D}^a M^I\mathcal{D}_a M^J + 2i\bar{\Omega}^I\not{\mathcal{D}}\Omega^J + Y^I_{ij}Y^{Jij} \\
&\qquad - i\bar{\Omega}^I\gamma\cdot v\Omega^J + i\bar{\psi}_a(\gamma\cdot F^I(W) - 2\not{\mathcal{D}}M^I)\gamma^a\Omega^J \\
&\qquad - \bar{\psi}_a\psi_b\Omega^I\gamma^{ab}\Omega^J - 2\bar{\psi}_a\gamma_b\Omega^I\bar{\psi}_c\gamma^{ab}\gamma^c\Omega^J - 2\bar{\psi}_a\Omega^I\bar{\psi}_b\gamma^a\gamma^b\Omega^J\Big) \\
&-\tfrac{1}{2}\mathcal{N}_{IJK}\Big(-2i\bar{\Omega}^{Ii}\Omega^{Jj}Y^K_{ij} - \tfrac{i}{2}\bar{\Omega}^I\gamma\cdot F^J(W)\Omega^K \\
&\qquad + \tfrac{4}{3}\bar{\psi}_a\gamma_b\Omega^I\bar{\Omega}^J\gamma^{ab}\Omega^K + \tfrac{4}{3}\bar{\psi}^i\cdot\gamma\Omega^{Ij}\bar{\Omega}^J_i\Omega^K_j\Big) \\
&+ e^{-1}\mathcal{L}_{\text{C-S}}
\end{aligned}
$$

where, $\mathcal{N} \equiv c_{IJK}M^I M^J M^K$,

$\mathcal{N}_I = \partial\mathcal{N}/\partial M^I$, $\mathcal{N}_{IJ} = \partial^2\mathcal{N}/\partial M^I\partial M^J$, etc., hypermultiplet の作用

$$
\begin{aligned}
e^{-1}\mathcal{L}_H \;=\;& \mathcal{D}'^a \mathcal{A}_i^{\bar\alpha} \mathcal{D}'_a \mathcal{A}^i_\alpha - 2i\bar\zeta^{\bar\alpha} \not{\mathcal{D}}' \zeta_\alpha - i\bar\zeta^{\bar\alpha}\gamma\cdot v\zeta_\alpha + 2i\bar\zeta^{\bar\alpha} g M_\alpha{}^\beta \zeta_\beta \\
&+ \mathcal{A}_i^{\bar\alpha}(gM)^2\mathcal{A}^i_\alpha - 4i\bar\psi^i_a \not{\mathcal{D}}'\mathcal{A}_i^{\bar\alpha}\gamma^a\zeta_\alpha - 2i\bar\psi_a^{(i}\gamma^{abc}\psi_c^{j)}\mathcal{A}_i^{\bar\alpha}\mathcal{D}'_b\mathcal{A}_{\alpha j} \\
&+ \mathcal{A}_i^{\bar\alpha}\Big(\tfrac{3}{2} i\bar\zeta_\alpha\gamma^{ab}R_{ab}{}^i(Q) - \tfrac{i}{2}\bar\zeta_\alpha\chi^i + i\bar\zeta_\alpha\gamma^{abc}\psi^i_a v_{bc} + i\bar\zeta_\alpha\gamma_a\psi^i_b v^{ab} \\
&\qquad -8ig\bar\Omega^i_\alpha{}^\beta\zeta_\beta + 4i\bar\psi^i_a\gamma^a M_\alpha{}^\beta\zeta_\beta\Big) \\
&+ \mathcal{A}^2\Big(\tfrac{1}{8} D - \tfrac{i}{8}\bar\psi\cdot\gamma\chi + \tfrac{3}{16}R(M) + \tfrac{3}{8} i\bar\psi_a\gamma^{abc}R_{bc}(Q) - \tfrac{1}{4} v^2 \\
&\qquad + \tfrac{i}{4}\bar\psi_a\gamma^{abcd}\psi_b v_{cd} + \tfrac{i}{4}\bar\psi_a\psi_b v^{ab}\Big) \\
&+ (1 - W^{0a}W^0_a\alpha^{-2})\tilde{\mathcal{F}}_i^{\bar\alpha}\tilde{\mathcal{F}}^i_\alpha + 2gY^{ij}_{\alpha\beta}\mathcal{A}_i^{\bar\alpha}\mathcal{A}_j^\beta \\
&+ 4ig\bar\psi_a^{(i}\gamma^a\Omega_{\alpha\beta}\mathcal{A}_i^{\bar\alpha}\mathcal{A}_j^\beta + 2ig\bar\psi_a^{(i}\gamma^{ab}\psi_b^{j)}\mathcal{A}_i^{\bar\alpha}M_\alpha{}^\beta\mathcal{A}_{\beta j} \\
&+ \bar\psi_a\gamma_b\psi_c\bar\zeta^{\bar\alpha}\gamma^{abc}\zeta_\alpha - \tfrac{1}{2}\bar\psi^a\gamma^{bc}\psi_a\bar\zeta^{\bar\alpha}\gamma_{bc}\zeta_\alpha - \bar\psi_a\psi_b\bar\zeta^{\bar\alpha}\gamma_{bc}\zeta_\alpha
\end{aligned}
$$

where,

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A}_i^{\bar\alpha} &\equiv \mathcal{A}_i^\beta d_\beta{}^\alpha, \\
\mathcal{A}^2 &\equiv \mathcal{A}_i^\alpha d_\alpha{}^\beta \mathcal{A}^i_\beta, \qquad d_\alpha{}^\beta : \text{metric}
\end{aligned}
$$

§3. Off-shell Poincaré Supergravity in 5D

重力が vector multiplet 、hypermultiplet と相互作用する一般的なシステムを与える作用

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{VH} &= \mathcal{L}_V + \mathcal{L}_H \\ &= -\mathcal{N}\left(\frac{1}{2}R + 2i\bar{\psi}_\mu\gamma^{\mu\nu\lambda}\mathcal{D}_\nu\psi_\lambda\right) \\ &\quad + 4\mathcal{N}_I i\bar{\Omega}^I\gamma^{\mu\nu}\mathcal{D}_\mu\psi_\nu + \ldots\end{aligned}$$

D, S^i 変換の自由度を用いて
Einstein-Hilbert 項, Rarita-Schwinger 項を正準化

$$D: \quad \mathcal{N} = 1, \qquad S^i: \mathcal{N}_I\Omega^I = 0$$

（× 場の再定義によって正準化 $\longleftarrow$ 非常に面倒な計算）

$$\Downarrow$$

Off-shell Poincaré Supergravity

補助場

$\mathcal{L}_{VH}$ は補助場 V_a^{ij}, v^{ab}, χ^i, D, Y^{ij}, $\mathcal{F}_i^\alpha$ を含む

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VH} &= \mathcal{L}_{\text{on-shell}} + \mathcal{L}_{\text{aux}}, \\
e^{-1}\mathcal{L}_{\text{aux}} &= (\mathcal{A}^2 + 2\mathcal{N})\left(\tfrac{1}{8}D + \ldots\right) + \mathcal{A}^{\bar{\alpha}i} i\bar{\zeta}_\alpha \left(\tfrac{1}{2}\chi_i + \ldots\right) \\
&\quad + 2(v - v_{\text{sol}})_{ab}(v - v_{\text{sol}})^{ab} \\
&\quad + \tfrac{1}{2}\mathcal{A}^2 (V - V_{\text{sol}})_a^{ij}(V - V_{\text{sol}})_{ij}^a \\
&\quad - \tfrac{1}{2}\mathcal{N}_{IJ}(Y - Y_{\text{sol}})^{Iij}(Y - Y_{\text{sol}})_{ij}^J \\
&\quad + \left(1 - \frac{(W_a^0)^2}{(M^0)^2}\right)(\mathcal{F} - \mathcal{F}_{\text{sol}})_i^{\bar{\alpha}}(\mathcal{F} - \mathcal{F}_{\text{sol}})_\alpha^i,
\end{aligned}$$

ポテンシャル：$\mathcal{V}$

$$\mathcal{V} = -\underbrace{\mathcal{A}_i^{\bar{\alpha}}(gM)^2\mathcal{A}_\alpha^i}_{\mathcal{F}\text{ の寄与}} - \underbrace{2(\mathcal{N}^{-1})^{IJ}\mathcal{A}_i^{\bar{\alpha}}(gt_I)_{\alpha\beta}\mathcal{A}_j^\beta\,\mathcal{A}^{\bar{\gamma}i}(gt_J)_{\gamma\omega}\mathcal{A}^{\omega j}}_{Y\text{ の寄与}},$$

- Target manifold: $\mathcal{M} = VSR \otimes Q$

- M^I (∈vector multiplet) の target manifold
  dilatation 変換のゲージ固定

$$\mathcal{N} \equiv c_{IJK} M^I M^J M^K = 1$$

$\rightarrow$ VSR : very special real manifold

- $\mathcal{A}^i_\alpha$(∈ Hypermultiplet) の target manifold
  補助場 D の運動方程式

$$\mathcal{A}^2 \equiv \mathcal{A}_i^\alpha d_\alpha{}^\beta \mathcal{A}^i_\beta = -2\mathcal{N} = -2$$

$+$ $SU(2)_R$ のゲージ固定 $\quad +\alpha$

$\rightarrow$ Q : quaternionic manifold

for example

$$Q = \frac{USp(2,2q)}{USp(2) \otimes USp(2q)}, \quad \frac{U(2,q)}{U(2) \otimes U(q)}, \quad \frac{SO(4,q)}{SO(4) \otimes SO(q)} \otimes Z_2, \ldots$$

- hypermultiplet compensator

$$\mathcal{A}^2 = -(\mathcal{A}^i_\alpha)^* d_\alpha{}^\beta \mathcal{A}^i_\beta = \underbrace{-\sum_{a=1}^{2p} |\mathcal{A}^i_a|^2}_{p\text{ 個の compensator}} + \overbrace{\sum_{\dot\alpha=1}^{2q} |\mathcal{A}^i_{\dot\alpha}|^2}^{q\text{ 個の physical Hypermultiplet}} = -2$$

$\longrightarrow$ 少なくとも一つの compensator （負の運動項を持つ）が必要

- U_{ij} $(SU(2)_R)$ ゲージ固定 $(p=1$ の場合$)$

$$\mathcal{A}^i_a = a\,\delta^i_a, \qquad a = \sqrt{1 + \tfrac{1}{2}\sum_{\dot\alpha=1}^{2q} |\mathcal{A}^i_{\dot\alpha}|^2}$$

- compensator に $U(1)$ $(SU(2))$ の charge を持たせると、、、

$$V^{ij}_\mu|_{\text{solution}} = 2\mathcal{A}^{-2}\mathcal{A}^{\bar\alpha(i}\nabla_\mu \mathcal{A}^{j)}_\alpha \sim W^R_\mu (gt_R)^{ij} + \dots$$

$\longrightarrow$ $U(1)_R$ $(SU(2)_R)$-gauged super gravity

$$Y^I_{ij}|_{\text{solution}} = 2(\mathcal{N}^{-1})^{IJ}\mathcal{A}^{\bar\alpha}_i (gt_J)_{\alpha\beta}\mathcal{A}^\beta_j \sim (gt_R)_{ij} + \dots.$$

$\longrightarrow$ Fayet-Ilipoulos term

SUSY breaking, Domain wall, localised guage field,....

- V_Z : vector multiplet compensator (=central-charge vector multiplet)

$$\mathcal{N} \equiv c_{IJK} M^I M^J M^K = 1$$

ex. $$\alpha^3 - 3\alpha\, \mathrm{tr}(M^2) - \mathrm{tr}(M^3) = 1, \quad (M^0 = \alpha)$$

$V_Z \ni \quad \alpha$: 'dilaton' (正確には $\langle \mathcal{N}_I \rangle$ 方向のスカラー成分)

$\langle \mathcal{N}_I \rangle W^I_\mu$: gravi-photon, (→ ⟨ 余次元方向の成分 ⟩ = Axion ?)

- 場に依存したgauge coupling (cf. Seiberg-Witten)

$$-\frac{1}{4} a_{IJ} F^I_{\mu\nu}(W) F^{\mu\nu J}(W), \qquad a_{IJ} \equiv -\frac{1}{2}\left(\mathcal{N}_{IJ} - \frac{\mathcal{N}_I \mathcal{N}_J}{\mathcal{N}}\right)$$

gauge hierarchy, localised gauge field, Higgs mechanism?,....

- 場に$U(1)_Z$ のcharge を持たせると、、

$$i\bar{\zeta}^{\bar{\alpha}}(gM)_{\alpha\beta}\zeta^\beta = \underbrace{\langle \alpha \rangle i\bar{\zeta}^{\bar{\alpha}}(gt_0)_{\alpha\beta}\zeta^\beta}_{\text{mass term}} + \underbrace{\cdots\cdots}_{\text{Yukawa coupling}}$$

→ massive !

- hypermultiplet compensator に mass を持たせた場合

$\leftrightarrow U(1)_R \sim U(1)_Z$

この場合、ポテンシャルは５次元時空の負の宇宙項となる。

$$\boxed{\mathcal{V} = -4g_R^2 + \cdots}$$

$\longrightarrow$ Randall-Sundrum シナリオ

平坦な４次元時空の仮定を置いたときの５次元計量の解

$$ds^2 = e^{-ky}\eta_{\mu\nu}dx^\mu x dx^\nu - dy^2$$

$\longrightarrow e^{k\pi r}$: 様々な hierarchy 問題を解決!?

gauge hierarchy, fermion mass hierarchy,

Yukawa hierarchy, cosmological constant problem ?, . . .

- まとめ

SUGRA なんて怖くない !!

現象論への応用は簡単 !?

5D SUGRA をいじって遊んでみよう !!