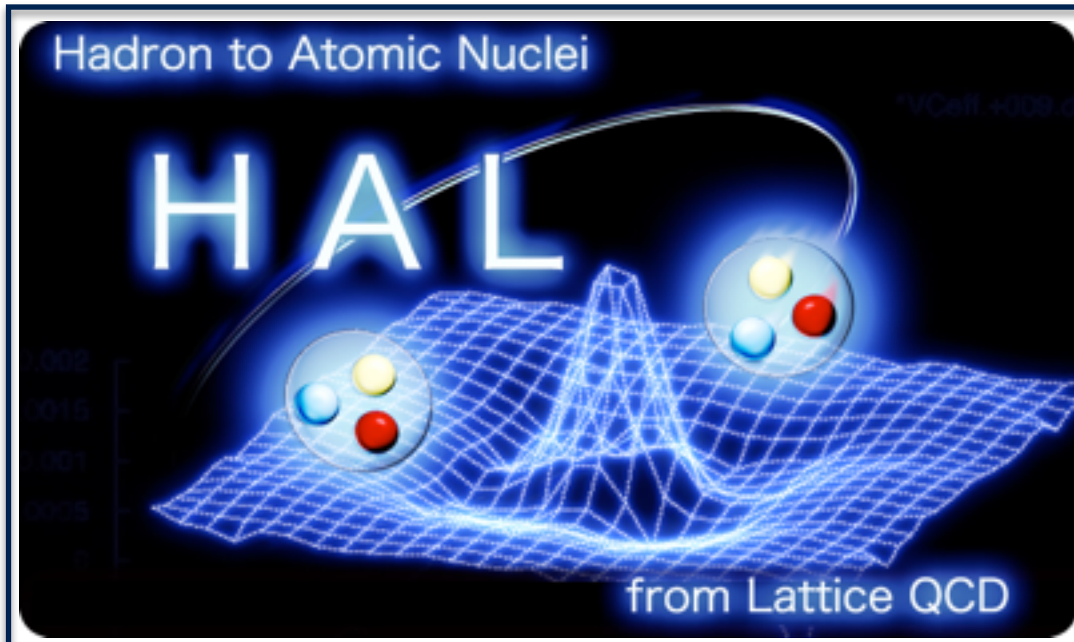
Charmed baryon interaction from lattice QCD

格子 QCD による
チャーム系バリオン間相互作用の研究

宮本 貴也

京都大学　基礎物理学研究所

for **HAL QCD Collaboration**



S. Aoki, K. Sasaki, D. Kawai	(YITP Kyoto Univ.)
T. Doi, T. Hatsuda	(RIKEN Nishina)
T. Inoue	(Nihon Univ.)
N. Ishii, Y. Ikeda, K. Murano	(RCNP Osaka Univ.)
H. Nemura	(Univ. Tsukuba)
T. Iritani	(Stony Brook Univ.)
S. Gongyo	(Univ. of Tours)
F. Etminan	(Univ. of Birjand)

Di-baryon

…バリオン２つから成る束縛状態のこと

現在では、重陽子（deuteron）しか見つかっていない。

疑問

他にも Di-baryon は存在するのか？？？

提案：重いバリオンの系では運動エネルギーが
小さくなるので、より束縛しやすくなるかもしれない！

重いバリオンの系を調べてみたい！

ストレンジクォークやチャームクォークを含むような
重いバリオンは、実験で生成することが難しい！！

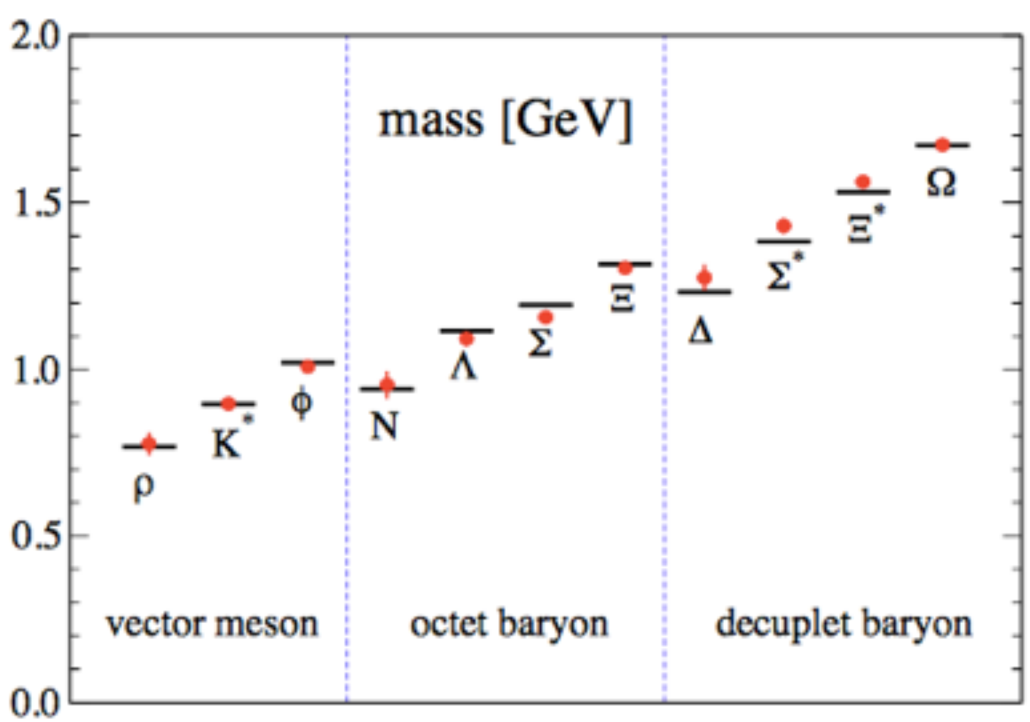
どう調べたら良いのか？

QCDが解けると良いのに・・・

QCD の第一原理的な計算ができる現在**唯一**の手法

格子QCD

モンテカルロ法を用いて
QCD を非摂動的に計算できる



PACS-CS Collaboration: S. Aoki, et al.,
Phys. Rev. D79 (2009) 034503

格子 QCD

↓

HAL QCD 法

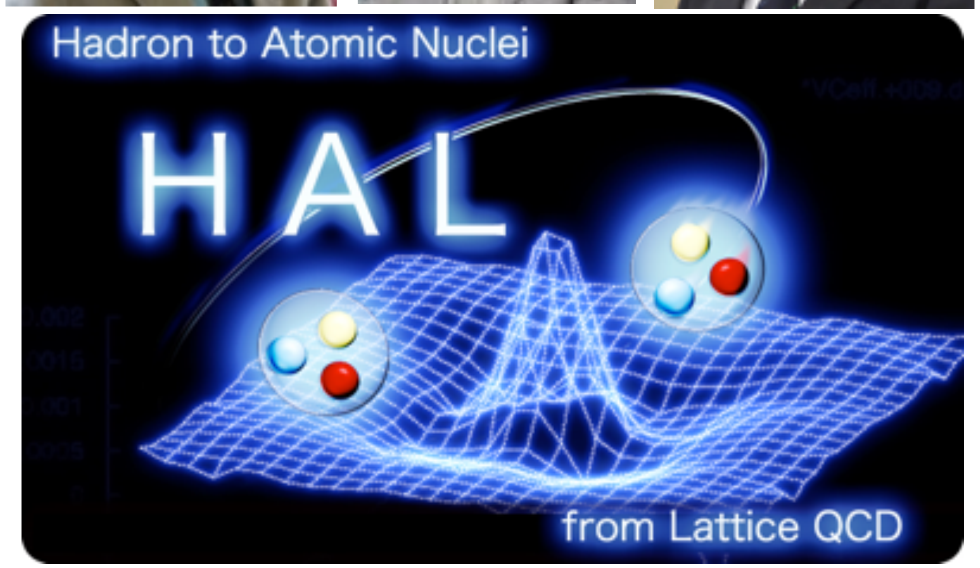
↓

ポテンシャル

格子QCD を用いた 核力の計算

S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, Phys.Rev.Lett. 99, 022001 (2007)





S. Aoki, K. Sasaki	(YITP Kyoto Univ.)
T. Doi, T. Hatsuda	(RIKEN Nishina)
T. Inoue	(Nihon Univ.)
N. Ishii, Y. Ikeda, K. Murano	(RCNP Osaka Univ.)
H. Nemura	(Univ. Tsukuba)
T. Iritani	(Stony Brook Univ.)
S. Gongyo	(Univ. of Tours)
F. Etminan	(Univ. of Birjand)

Student :

D. Kawai, T. Miyamoto	(YITP Kyoto Univ.)
T. Sugiura,	(RCNP Osaka Univ.)

- 一般化されたバリオンーバリオン相互作用の研究
- N一Ω、Ω一Ω相互作用の研究
- フレーバー１０重項バリオン間の相互作用の研究
- メソンーメソン、メソンーバリオン間の相互作用の研究
- **チャーム量子数を含むバリオン間の研究** <- **This work！**
- 三体力の研究

HAL QCD 法の概略（イメージ）

$$(H_0 + V(\vec{r}))\underline{\psi_n(\vec{r})} = E_n \underline{\psi_n(\vec{r})}$$

ハドロン2体系の
波動関数

量子力学の固有値問題 ： ポテンシャル -> 波動関数

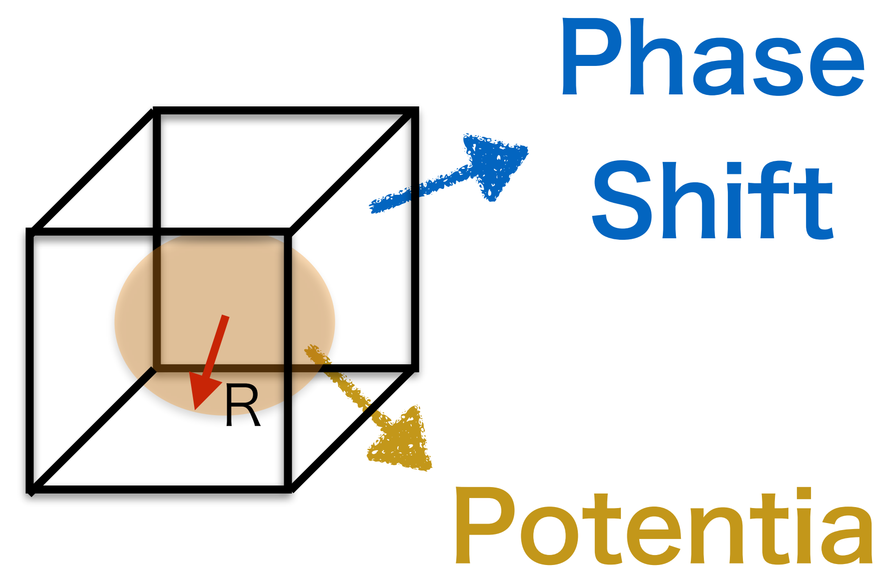
HAL QCD 法 ： 波動関数 -> ポテンシャル

$$V(\vec{r}) = \frac{(E_n - H_0)\underline{\psi_n(\vec{r})}}{\underline{\psi_n(\vec{r})}}$$

**格子QCD計算により
与えられる波動関数**

厳密には、
・non-local potential
・velocity expansion を用いる

HAL QCD 法の概略

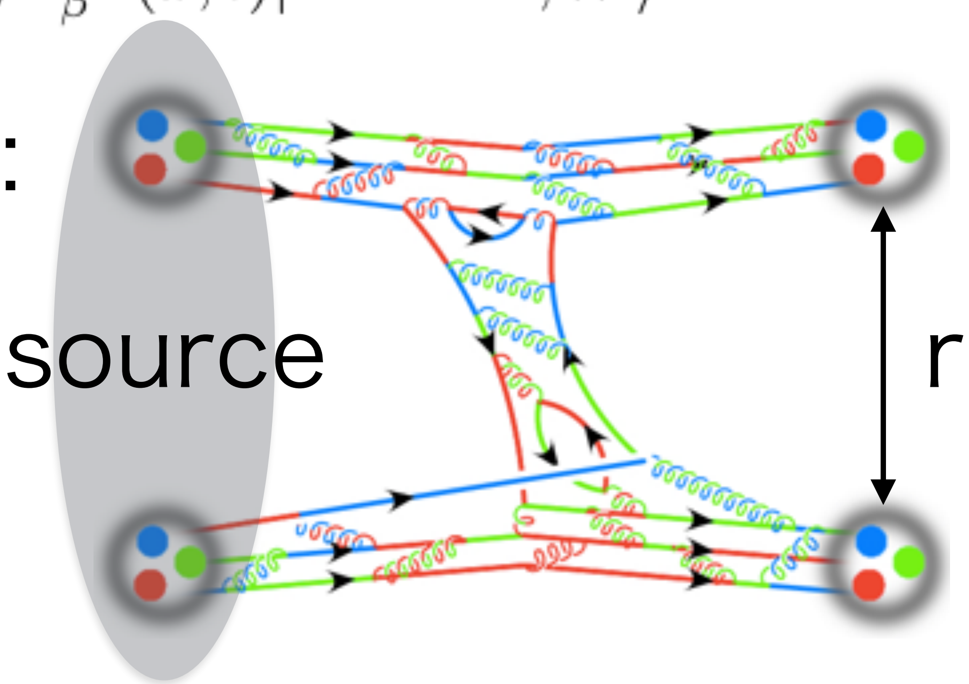


波動関数をどう定義するか？

南部-Bethe-Salpeter(NBS) 波動関数

$$\psi_{\alpha\beta}^{(W)}(\vec{r})e^{-Wt} = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | T\{B_{\alpha}^{(1)}(\vec{r}+\vec{x},t)B_{\beta}^{(2)}(\vec{x},t)|B^{(1)}B^{(2)},W\rangle$$

イメージ：



バリオン演算子は
クォーク場を用いて定義

$$B_{\alpha}^{(p)}(\vec{x}) = \epsilon_{ijk}\left(u_i(\vec{x})C\gamma_5 d_j(\vec{x})\right)u_{k\alpha}(\vec{x})$$

$$C \equiv \gamma_2\gamma_4$$

r の遠方でヘルムホルツ方程式に従い、
その漸近形は QM の波動関数の漸近系と
同じ振る舞いをする！

$$(k^2 + \vec{\nabla}^2)\,\psi_{\alpha\beta}^{(W)}(\vec{r}) = 0 \qquad (\,|r| > \mathrm{R}\,)$$

$$\psi_{\alpha\beta}^{(W)}(\vec{r}) \propto \frac{\sin\left(kr - \frac{L\pi}{2} + \delta_{LS}(k)\right)}{kr}$$

HAL QCD 法の概略

波動関数をどう定義するか？

格子QCDで計算できるもの：フェルミオン場の n 点関数の期待値

格子上で、バリオン 4 点関数 (= クォーク 12 点関数) を計算し、
t -> ∞ とすれば基底状態の NBS 波動関数が抽出できる。

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r}, t - t_0) = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | T\{B_\alpha^{(1)}(\vec{r} + \vec{x}, t) B_\beta^{(2)}(\vec{x}, t) \overline{\mathcal{J}^{(1,2)}}(t_0) | 0 \rangle$$

$$= \sum_n A_n \psi_{\alpha\beta}^{(W_n)}(\vec{r}) e^{-W_n(t-t_0)} + \cdots \overset{t\to\infty}{\longrightarrow} A_0 \psi_{\alpha\beta}^{(W_0)}(\vec{r}) e^{-W_0(t-t_0)}$$

$$\mathcal{J}^{(1,2)}(t_0) = B_{smear}^{(1)}(t_0) B_{smear}^{(2)}(t_0)$$: source 演算子

$$A_n = \langle B^{(1)} B^{(2)}, W | \overline{\mathcal{J}^{(1,2)}}(t_0) | 0 \rangle$$

My work !

HAL QCD 法を、チャーム系バリオンに応用！

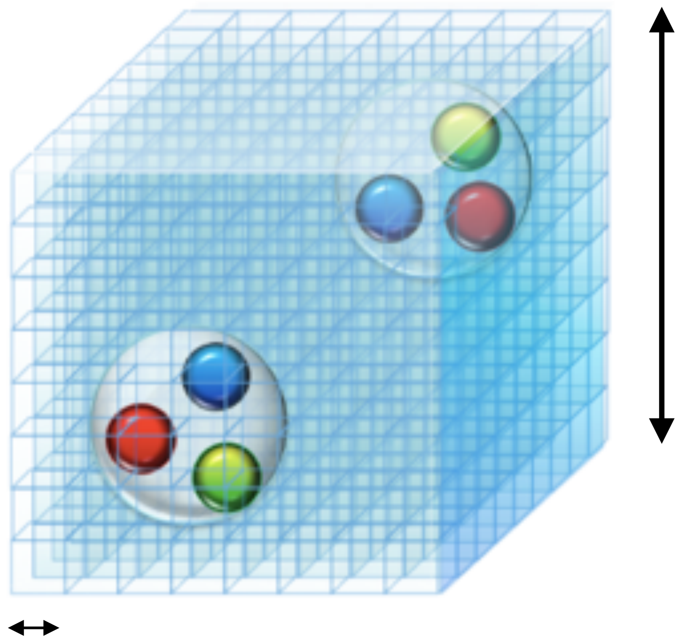
Λ_c, Σ_c, Ξ_c, ・・・

今回の対象

Λ_c, Σ_c と核子（N）との間の
ポテンシャルを計算してみよう！

$\Lambda_c N$ - $\Sigma_c N$ multi (coupled) channel potential

Lattice QCD setup



2.9 fm

0.0907 fm

Lattice cutoff = 2172 MeV

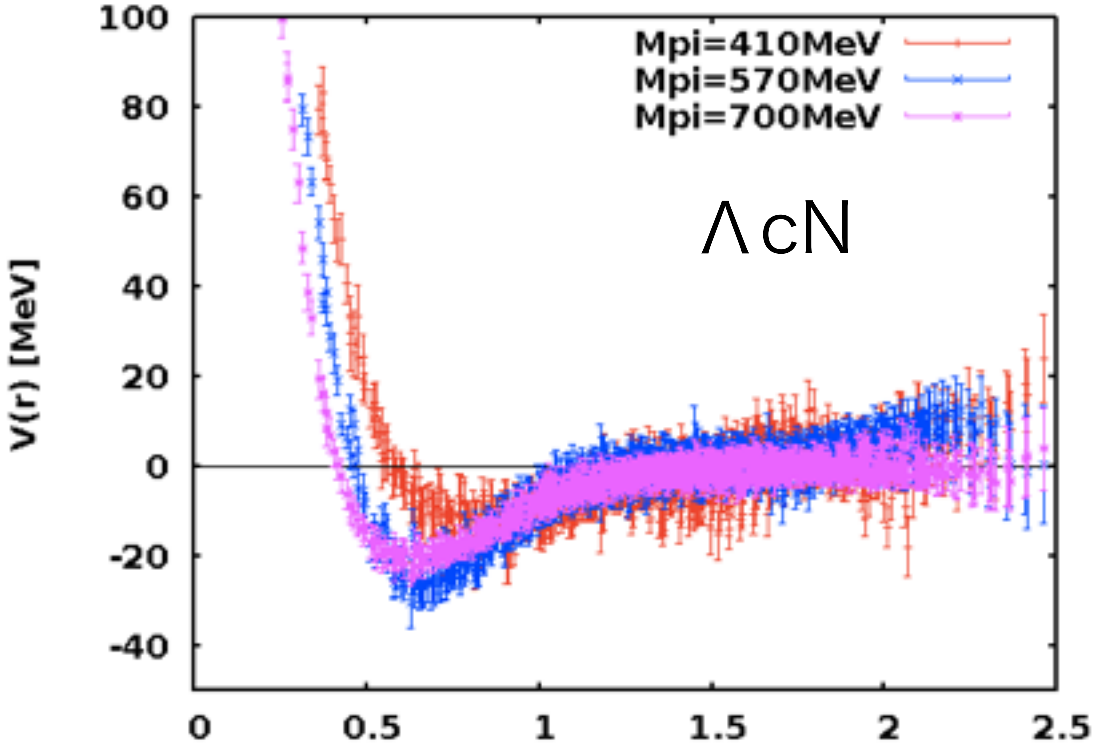
ストレンジ・チャームクォークの質量は
Particle Data Group のクォーコニウム
の質量を再現するように調節した

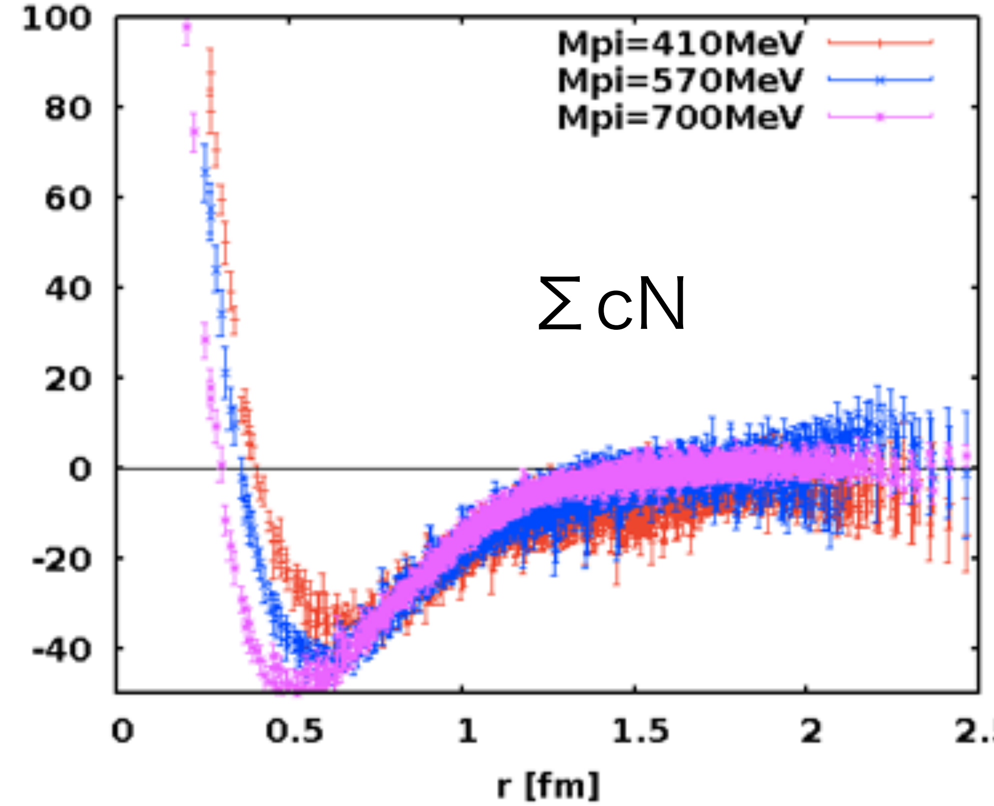
アップ・ダウンクォークの質量は
計算コスト削減のため重く設定

π中間子質量 = 700, 570, 410 MeV

π	700	570	410
N	1578(6)	1392(6)	1221(10)
Λc	2689(4)	2552(6)	2434(6)
Σc	2783(6)	2674(9)	2568(10)

Numerical Results
- Potential ($J^P=1^+$) -

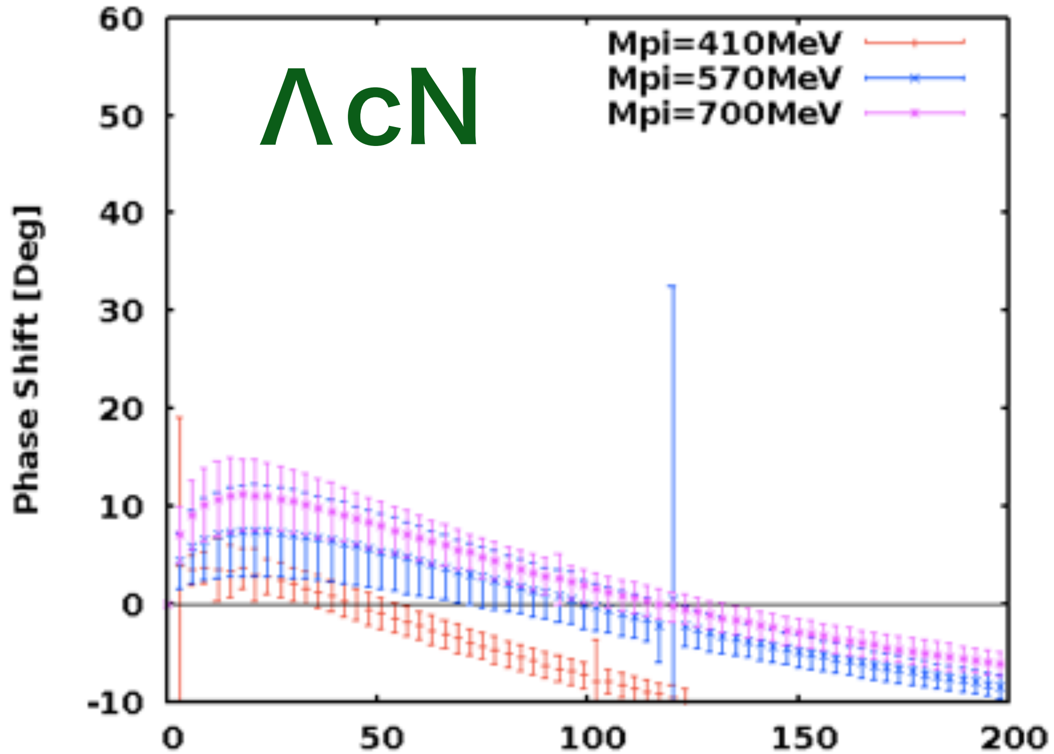


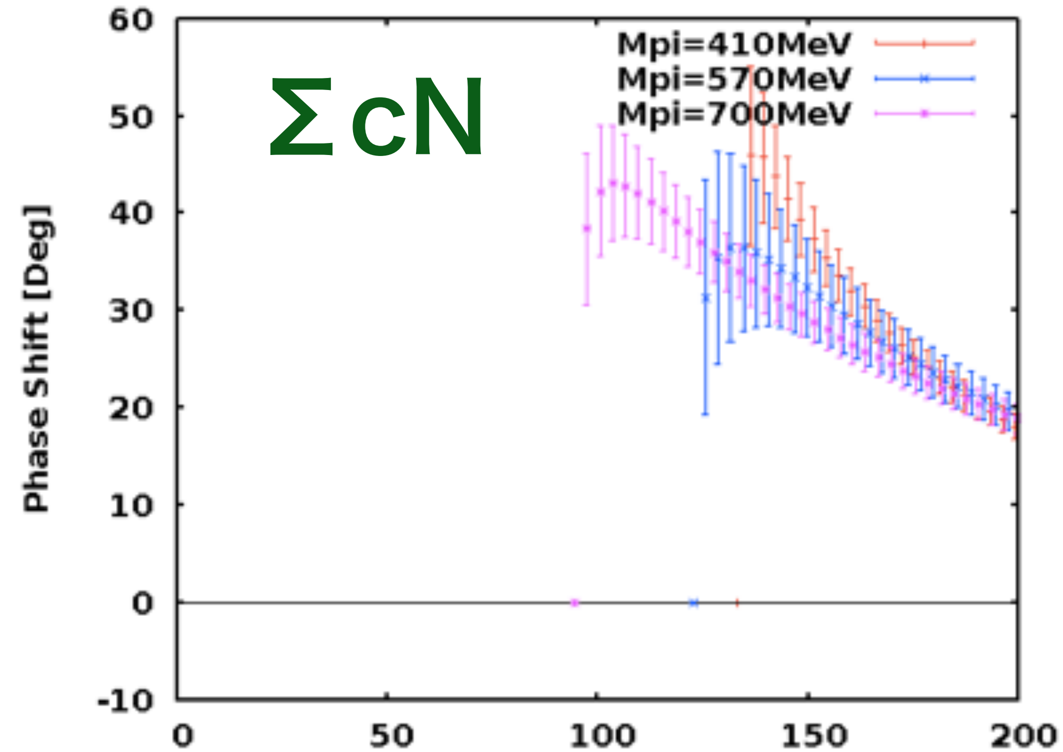


ΣcN の方が引力が強い！！

ΛcN の引力が弱い理由は、アイソスピン保存により
ΛcN の方では π 中間子が交換されないためだと予想される。
（π 中間子交換力 ＝ 長距離力）

Numerical Results
- Phase shift -





共に束縛状態は見えていないが、ΣcN では非常に強い引力が見えている

さらに軽い（現実の）質量の u, d クォーク
では、ΣcN 束縛の可能性があるかもしれない！

まとめ

- HAL QCD法を用いて数値的に ΛcN, ΣcN 間の核力ポテンシャルを計算した。

計算の結果、 $m_\pi > 410$ MeV の範囲では
ΛcN, ΣcN 共に束縛状態を持たないことが示唆された。
しかし ΣcN 間の引力は非常に強いことがわかった。

今後の予定

現実の u, d クォーク質量でのポテンシャルを計算し、
ΣcN が束縛するかどうかを見たい。

ご静聴ありがとうございました。

youtube 格子QCD 核力

格子QCDシミュレーションで核力の謎に迫る - YouTube

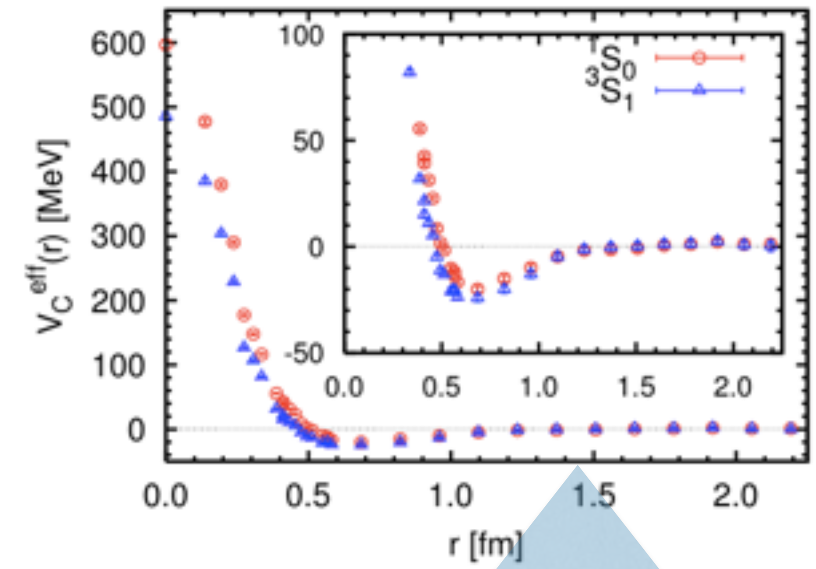
Backup

HAL QCD method

S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, Prog. Theor. Phys., 123 (2010).

Define the **energy-independent non-local potential** through the **Schrödinger-type equation**

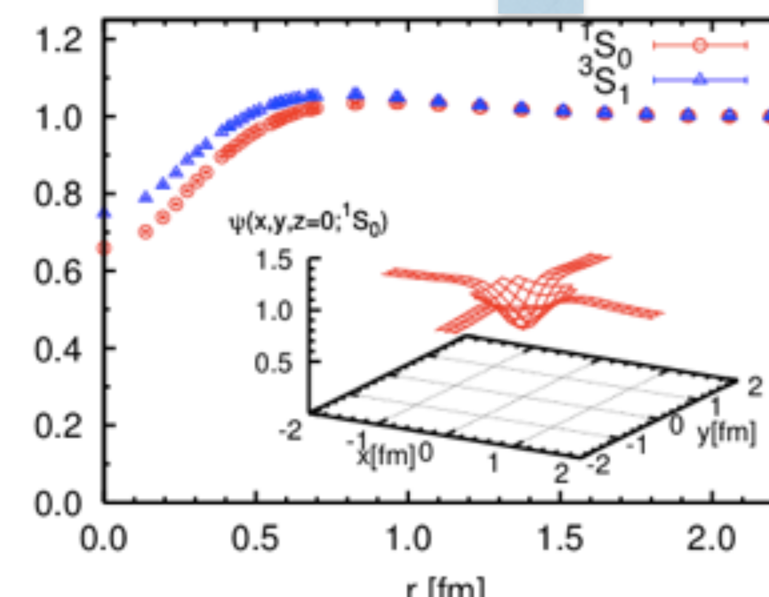
$$(E_n - H_0)\,\psi_n(\vec{r}) = \int d^3r'\,U(\vec{r},\vec{r}\,')\,\psi_n(\vec{r}\,')$$



from **NBS wave function**

$$\psi^{(W)}_{\alpha\beta}(\vec{r})e^{-Wt} = \sum_{\vec{x}}\langle 0|T\{B^{(1)}_\alpha(\vec{r}+\vec{x},t)B^{(2)}_\beta(\vec{x},t)\}|B^{(1)}B^{(2)},W\rangle$$

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}(\vec{r},t-t_0) &= \sum_{\vec{x}}\langle 0|T\{B^{(1)}_\alpha(\vec{r}+\vec{x},t)B^{(2)}_\beta(\vec{x},t)\}\overline{\mathcal{J}^{(1,2)}}(t_0)|0\rangle \\ &= \sum_n A_n\psi^{(W_n)}_{\alpha\beta}(\vec{r})e^{-W_n(t-t_0)} + \cdots \\ &\overset{t\to\infty}{\to} A_0\psi^{(W_0)}_{\alpha\beta}(\vec{r})e^{-W_0(t-t_0)} \end{aligned}$$



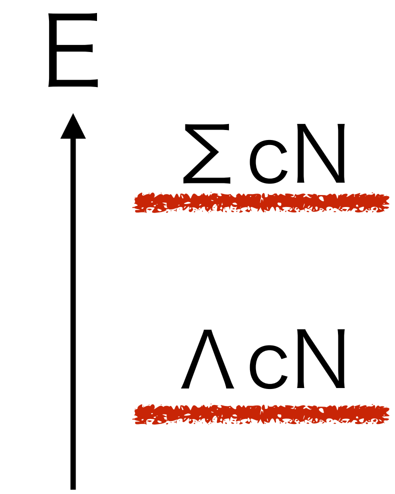
HAL QCD method

S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii,
Prog. Theor. Phys., 123 (2010).

Since the $\Lambda_c N$ is lowest state of this I = 1/2 ($J^P=1^+$) channel,
we have to solve the coupled channel Schrödinger equation
to extract the $\Sigma_c N$ interaction.

$$\left(E_n^{(1)} - H_0^{(1)}\right)\psi_n^{(1)}(\vec{r}) = \int d^3r' U_{11}(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n^{(1)}(\vec{r}\,') + \int d^3r' U_{12}(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n^{(2)}(\vec{r}\,')$$

$$\left(E_n^{(2)} - H_0^{(2)}\right)\psi_n^{(2)}(\vec{r}) = \int d^3r' U_{21}(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n^{(1)}(\vec{r}\,') + \int d^3r' U_{22}(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n^{(2)}(\vec{r}\,')$$



\+ Velocity expansion

In the low energy state,
LO term of the potential
is significant.

$$U(\vec{r},\vec{r'}) = V(\vec{r},\vec{v})\delta^3(\vec{r}-\vec{r'})$$

$$V(\vec{r},\vec{v}) = \underbrace{V_0(r) + V_\sigma(r)\vec{\sigma_1}\cdot\vec{\sigma_2} + V_T(r)S_{12}}_{\text{LO}} + \underbrace{V_{LS}(r)\vec{L}\cdot\vec{S}}_{\text{NLO}} + \mathcal{O}(v^2)$$

HAL QCD method

S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii,
Prog. Theor. Phys., 123 (2010).

When we extract the NBS wave function from the hadron-4pt correlation function, we use **Time-dependent HAL QCD method**.

N. Ishii et al [HAL QCD Coll.], PLB712 (2012) 437.

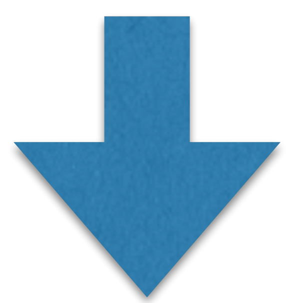
$$R_{\alpha\beta}(\vec{r},t) = \frac{G_{\alpha\beta}(\vec{r},t)}{e^{-(m_{B^{(1)}}+m_{B^{(2)}})t}} = \sum_n A_n \psi_{\alpha\beta}(\vec{r},t) e^{-\Delta W_n t} + \cdots$$

$$\Delta W \equiv \sqrt{k_n^2 + m_{B^{(1)}}^2} + \sqrt{k_n^2 + m_{B^{(2)}}^2} - (m_{B^{(1)}} + m_{B^{(2)}})$$

$$(E_n - H_0)\,\psi_n(\vec{r}) = \int d^3r' U(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n(\vec{r}\,')$$

at $m_{B^{(1)}} = m_{B^{(2)}} \equiv m$

$$E_n = (\Delta W) + \frac{1}{4m}(\Delta W)^2$$



Construct the potential using all elastic states.

$$\left(-\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{4m}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - H_0\right) R(\vec{r},t) = \int d^3r' U(\vec{r},\vec{r}\,')R(\vec{r}\,',t)$$

The ground state saturation is not necessary.

HAL QCD method

S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, Prog. Theor. Phys., 123 (2010).

We use **Time-dependent HAL QCD method** to construct the potential using all elastic states.

N. Ishii et al [HAL QCD Coll.], PLB712 (2012) 437.

$$(E_n - H_0)\,\psi_n(\vec{r}) = \int d^3r' U(\vec{r},\vec{r}\,')\psi_n(\vec{r}\,')$$

at $m_{B^{(1)}} \neq m_{B^{(2)}}$

$$E_n = (\Delta W) + \frac{1}{8\mu}(\Delta W)^2\left[1+\delta^2\right] + \mathcal{O}\left((\Delta W)^3\right)$$

$$\delta \equiv \frac{m_{B^{(1)}} - m_{B^{(2)}}}{m_{B^{(1)}} + m_{B^{(2)}}}$$

At the difference mass system, we take the approximation up to $(\Delta W)^3$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial t} + \left[\frac{1+\delta^2}{8\mu}\right]\frac{\partial^2}{\partial t^2} - H_0\right)R(\vec{r},t) = \int d^3r' U(\vec{r},\vec{r}\,')R(\vec{r}\,',t)$$

$$R_{\alpha\beta}(\vec{r},t) = \frac{G_{\alpha\beta}(\vec{r},t)}{e^{-(m_{B^{(1)}}+m_{B^{(2)}})t}} = \sum_n A_n \psi_{\alpha\beta}(\vec{r},t)e^{-\Delta W_n t} + \cdots$$

$$\Delta W \equiv \sqrt{k_n^2 + m_{B^{(1)}}^2} + \sqrt{k_n^2 + m_{B^{(2)}}^2} - (m_{B^{(1)}} + m_{B^{(2)}})$$

Numerical Results

ΛcN-ΣcN Coupled channel

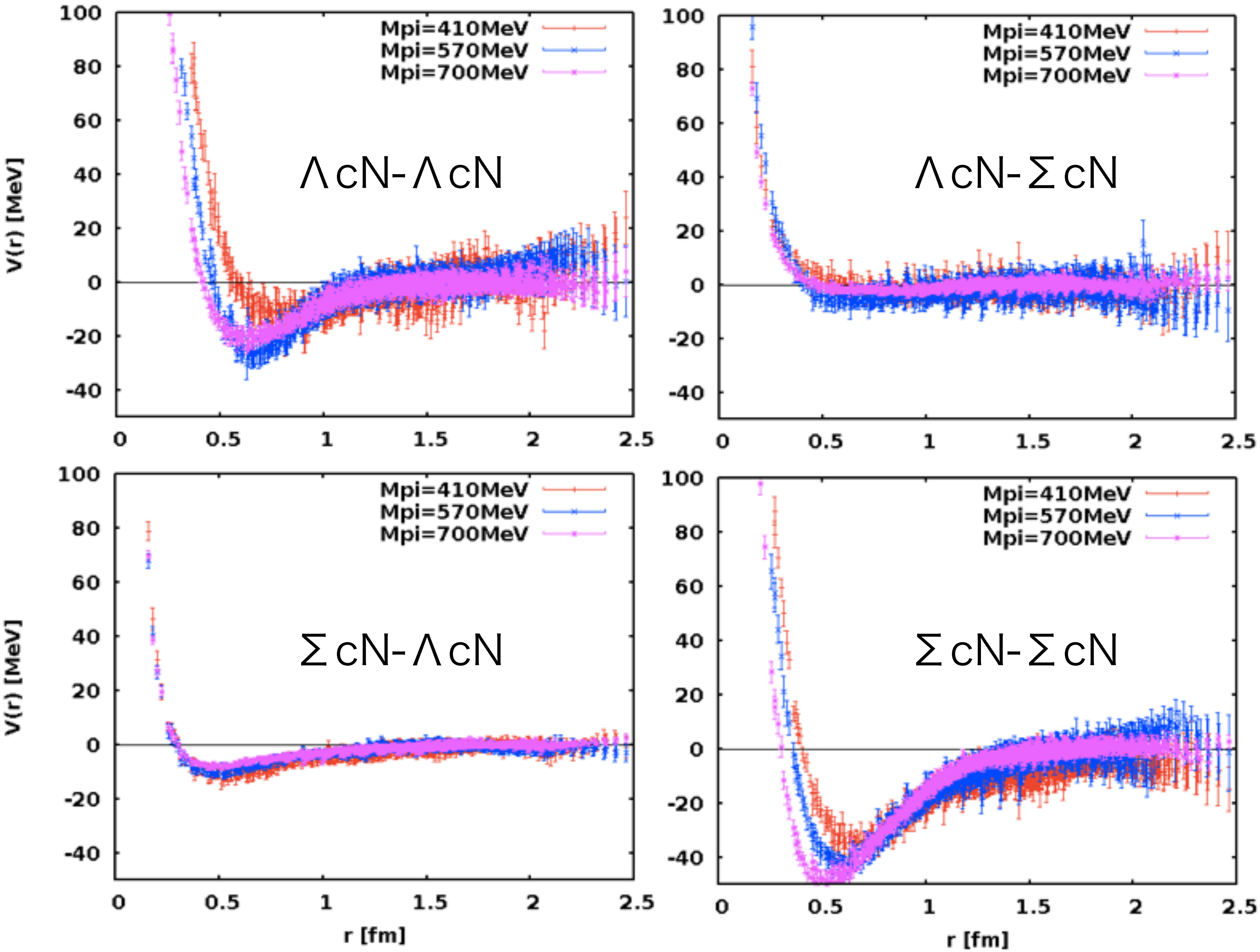
effective $J^P=1^+$ potential

$$\left(E_n^{(1)}-H_0^{(1)}\right)\psi_n^{(1)}(\vec{r})=V_{11}^{eff}(\vec{r})\psi_n^{(1)}(\vec{r})+V_{12}^{eff}(\vec{r})\psi_n^{(2)}(\vec{r})$$
$$\left(E_n^{(2)}-H_0^{(2)}\right)\psi_n^{(2)}(\vec{r})=V_{21}^{eff}(\vec{r})\psi_n^{(1)}(\vec{r})+V_{22}^{eff}(\vec{r})\psi_n^{(2)}(\vec{r})$$

$\psi^{(1)} \equiv \Lambda cN$

$\psi^{(2)} \equiv \Sigma cN$

Numerical Results



 原子核三者若手夏の学校 2016 @ 黒姫