

# Hemisphere jet massに対するnon global logarithmの再足し上げ

Y. Hagiwara, Y. Hatta and T. Ueda, Phys. Lett. B 756 254 (2016)

萩原 慶一(京大理)

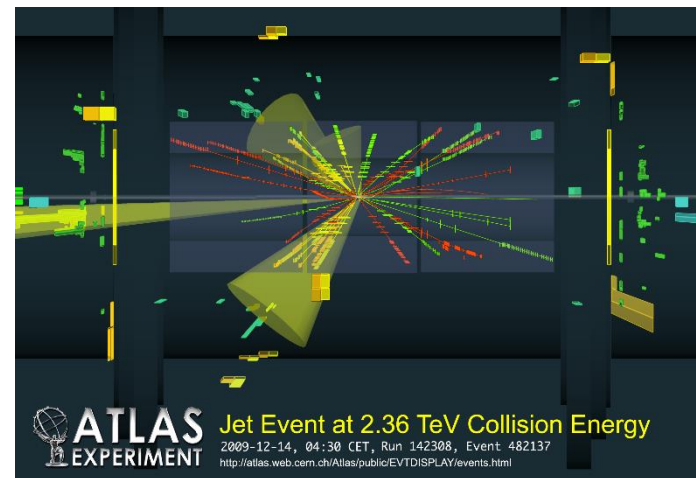
共同研究者

八田 佳孝(京大基研) 、 植田 高寛(Nikhef)

# Introduction

## 高エネルギー散乱実験

Tevatron, LHC, RHICなど



➡ Jet:同一方向に運動するハドロンのシャワーの解析が重要

## QCDのjet

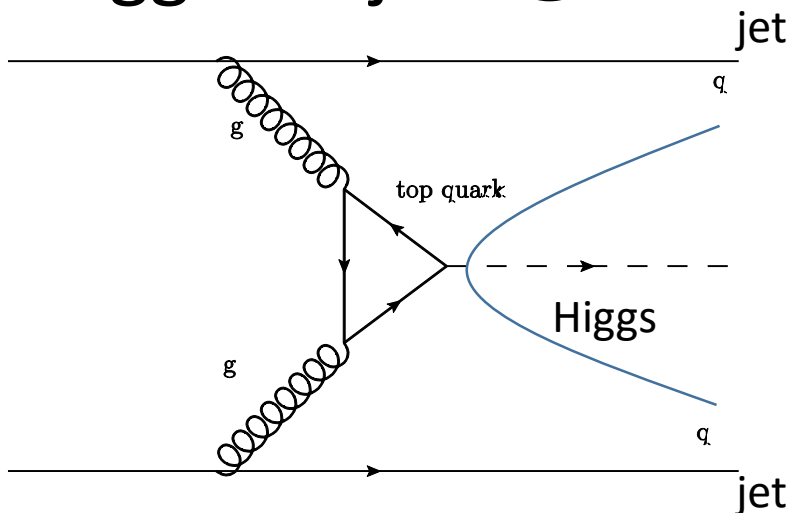
QCDの調査; QCDの結合定数の精密な測定、クォークグルーオンプラズマの性質、など

新しい物理の探索; 新しい物理のシグナルを特定するための正確なバックグラウンド過程の評価

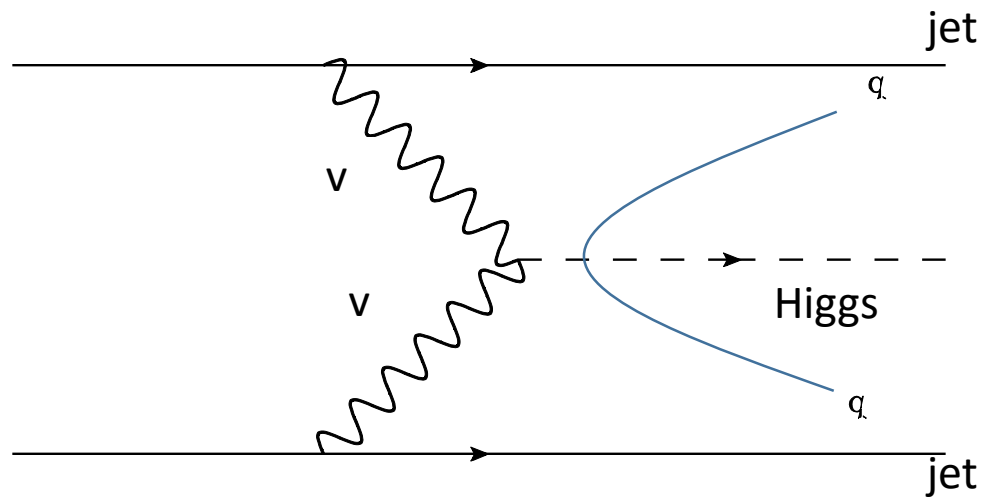
➡ 正確な理論計算が必要

本研究では、jetから大角度で放出されるエネルギーフローに着目する。

# Higgs+ 2 jets @LHC



グルーオンフュージョン過程



ベクターボゾンフュージョン過程

中心付近の固定した立体角の領域に放出されるエネルギーに上限を課した断面積を測定することで、2つの過程が区別できる

Cox, Forshaw and Pilkington, Phys. Lett. B **696**, 87 (2011)

条件つき断面積の計算 → 赤外発散に由来する対数の出現  
 → 摂動計算の収束が悪くなる  
 → 再足し上げ (resummation) が必要

$$\left( \alpha_S \ln \frac{E_{veto}}{p_t} \right)^n$$

$p_t$ : jetの横運動量

立体角に制限を付ける場合には **Non-global logarithm** が出現。  
 その再足し上げは難しい！ Dasgupta, Salam (2001)

# Hemisphere jet mass distribution

Dasgupta and Salam, Phys. Lett. B 512, 323 (2001)

$e^-e^+ \rightarrow \gamma^* \rightarrow 2 \text{ jets}$ 過程

$$P_{LR}(\rho) = \frac{1}{\sigma} \int_0^\rho d\rho' \frac{d\sigma}{d\rho'}$$

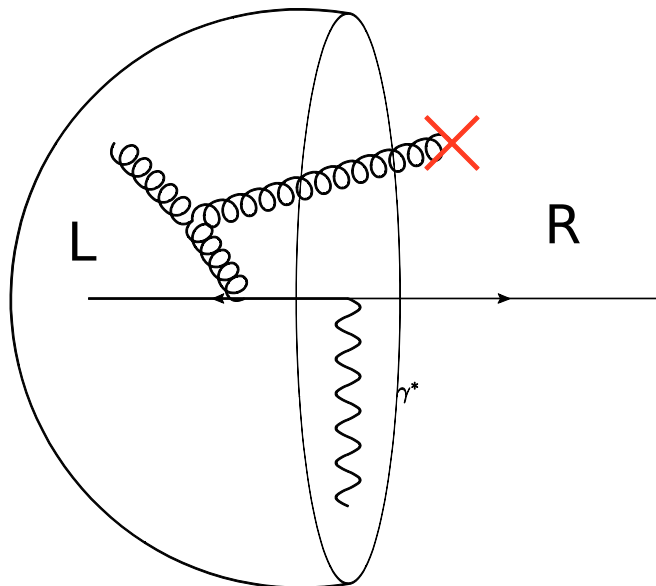
$\sigma$ :全断面積

右半球の不変質量

$$\rho = \frac{(\sum_{i \in R} k_i)^2}{Q^2}$$

$Q$ :重心衝突エネルギー

$k_i$ :放出された粒子の運動量



$$\propto \left( \alpha_s \ln \left( \frac{1}{\rho} \right) \right)^2 : \text{Non Global Logarithm}$$

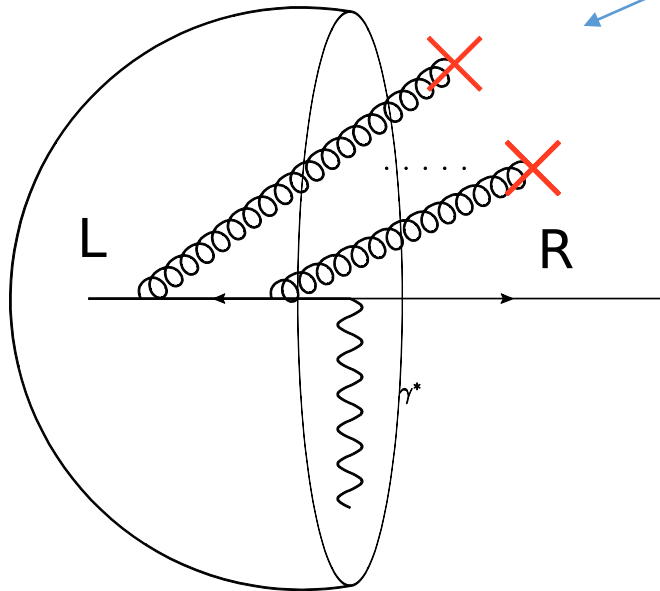


$$\alpha_s \ln \left( \frac{1}{\rho} \right) \sim \mathcal{O}(1)$$

$$\left( \alpha_s \ln \left( \frac{1}{\rho} \right) \right)^n \text{ について足し上げる必要がある}$$

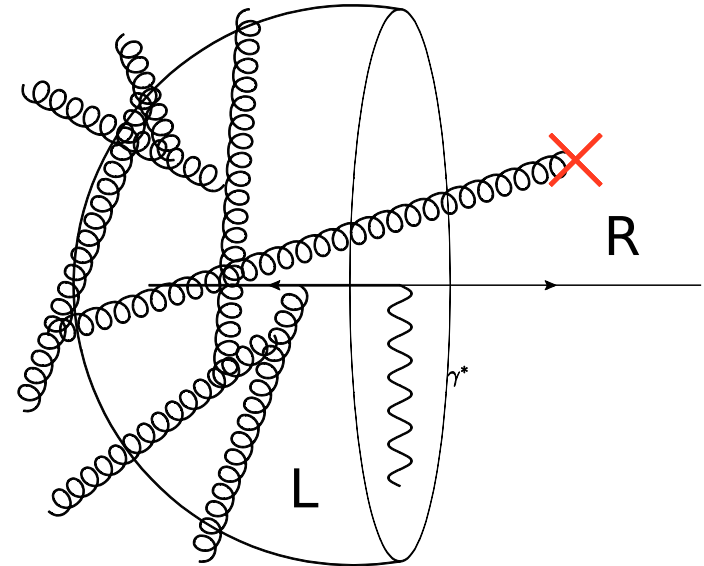
# 対数項の再足し上げ

$$P_{LR}(\rho) = \underbrace{e^{-\alpha_s \mathcal{A}(\rho)}}_{\text{Sudakov}} \underbrace{g_{LR}(\rho)}_{\text{Non Global}}$$



## Sudakov logarithm

独立にグルーオンが放出される  
→ 指数関数にまとまる。



## Non Global logarithm

指数関数で書けない  
これまでMonte Carloシミュレーションなどによる  
Large  $N_c$  近似の下でしか計算されてこなかった  
(カラーの構造を無視できる)

# Large $N_c$ 近似の下での再足し上げ

## Banfi Marchesini Sme 方程式(Large $N_c$ )

A. Banfi, G. Marchesini and G. Sme, JHEP 0208, 006 (2002)

$$\partial_\tau P_{\alpha\beta} = N_c \int \frac{d\Omega_\gamma}{4\pi} \mathcal{M}_{\alpha\beta}(\gamma) (\Theta_L(\gamma) P_{\alpha\gamma} P_{\gamma\beta} - P_{\alpha\beta})$$

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta}(\gamma) = \frac{1 - \cos \theta_{\alpha\beta}}{(1 - \cos \theta_{\alpha\gamma})(1 - \cos \theta_{\gamma\beta})}$$

$$\tau = \frac{\alpha_s}{\pi} \ln \left( \frac{1}{\rho} \right)$$

$$\Theta_L(\gamma) = \begin{cases} 1 & (\gamma \in L) \\ 0 & (\text{others}) \end{cases}$$

似ている!

## Balitsky-Kovchegov 方程式(Large $N_c$ )

I. Balitsky, Nucl. Phys. B 463 (1996) 99,  
Y.V. Kovchegov, Phys. Rev. D 60 (1999) 034008

$$\partial_\tau \langle S_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \rangle_\tau = N_c \int \frac{d^2 \mathbf{z}}{2\pi} \mathcal{M}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(\mathbf{z}) (\langle S_{\mathbf{x}\mathbf{z}} \rangle_\tau \langle S_{\mathbf{z}\mathbf{y}} \rangle_\tau - \langle S_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \rangle_\tau)$$

$$\langle S_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \rangle_\tau = 1 - T_x(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

: Dipole-nucleus 散乱でのS行列

$$\tau = \frac{\alpha_s}{\pi} \ln \left( \frac{1}{x} \right)$$

$$\mathcal{M}_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(\mathbf{z}) = \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^2}{(\mathbf{x} - \mathbf{z})^2 (\mathbf{z} - \mathbf{y})^2}$$

# 有限 $N_c$ への拡張？

BK方程式 (large  $N_c$ )  $\rightarrow$  B-JIMWLK方程式 (有限 $N_c$ )

$$\langle S_{\mathbf{xz}} \rangle_\tau \langle S_{\mathbf{zy}} \rangle_\tau \rightarrow \langle S_{\mathbf{xz}} S_{\mathbf{zy}} \rangle_\tau$$



BMS方程式の有限 $N_c$ への拡張: Weigert 方程式

Weigert, Nucl.Phys. B685, 321 (2004)

$$\partial_\tau \langle P_{\alpha\beta} \rangle_\tau = N_c \int \frac{d\Omega_\gamma}{4\pi} \mathcal{M}_{\alpha\beta}(\gamma) \left\langle \Theta_{in}(\gamma) \left( P_{\alpha\gamma} P_{\gamma\beta} - \frac{P_{\alpha\beta}}{N_c^2} \right) - \frac{2C_F}{N_c} P_{\alpha\beta} \right\rangle_\tau$$

# 有限のカラー数 $N_c = 3$ での再足し上げ方法

Weigert, Nucl.Phys. B685, 321 (2004)

Hatta and Ueda, Nucl. Phys. B 874, 808 (2013)

## Weigert-八田-植田方程式

$$P_{LR} \leftrightarrow \frac{1}{N_c} \text{tr} \left( U_L U_R^\dagger \right) \quad U_\alpha : \text{立体角 } \Omega_\alpha \text{ 方向へのSU(3)の Wilson line}$$

$$\partial_\tau \langle P_{LR} \rangle = - \langle H_{ng} P_{LR} \rangle \quad \tau \equiv \frac{\alpha_S}{\pi} \ln \left( \frac{1}{\rho} \right)$$

$$H_{ng} \equiv \int d\Omega_\alpha d\Omega_\beta \frac{d\Omega_\gamma}{4\pi} K_{\alpha\beta}(\gamma) \{ (1 - \Theta_L(\gamma) \tilde{U}_\alpha^\dagger \tilde{U}_\gamma)^{ac} (1 - \Theta_L(\gamma) \tilde{U}_\gamma^\dagger \tilde{U}_\beta)^{cb} \\ + \Theta_R(\gamma) (\tilde{U}_\alpha^\dagger \tilde{U}_\beta)^{ab} \} \nabla_\alpha^a \nabla_\beta^b \\ - \int d\Omega_\alpha \sigma_\alpha^a \nabla_\alpha^a$$

$$K_{\alpha\beta}(\gamma) \equiv \frac{(\mathbf{n}_\alpha - \mathbf{n}_\gamma) \cdot (\mathbf{n}_\gamma - \mathbf{n}_\beta)}{2(1 - \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\gamma)(1 - \mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{n}_\beta)}$$

$$\sigma_\alpha^a \equiv -i \int_L \frac{d\Omega_\gamma}{4\pi} \frac{1}{1 - \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\beta} \text{tr}(T^a \tilde{U}_\alpha^\dagger \tilde{U}_\gamma)$$

$$i \nabla_l^a := -[U_l t^a]_{ij} \frac{\delta}{\delta U_{l,ij}}$$

→  $\tau$ : 時間、 $U_\alpha$ : 座標とするFokker-Planck方程式とみなせる



# Fokker-Planck方程式 $\rightarrow$ Langevin方程式

## Langevin型の方程式

$$U_\alpha(\tau + \epsilon) = e^{iS_\alpha} e^{iA_\alpha} U_\alpha(\tau) e^{iB_\alpha}$$

$$S_\alpha = \sqrt{\frac{\epsilon}{4\pi}} \int_R d\Omega_\gamma \frac{(\mathbf{n}_\alpha - \mathbf{n}_\gamma)^k}{1 - \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\gamma} t^a (\xi_{\gamma a}^{(1)k} + \xi_{\gamma a}^{(2)k})$$

$$A_\alpha = -\sqrt{\frac{\epsilon}{4\pi}} \int_L d\Omega_\gamma \frac{(\mathbf{n}_\alpha - \mathbf{n}_\gamma)^k}{1 - \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\gamma} U_\gamma t^a U_\gamma^\dagger \xi_{\gamma a}^{(1)k} \quad B_\alpha = \sqrt{\frac{\epsilon}{4\pi}} \int_L d\Omega_\gamma \frac{(\mathbf{n}_\alpha - \mathbf{n}_\gamma)^k}{1 - \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\gamma} t^a \xi_{\gamma a}^{(1)k}$$

$\xi$ : ガウスノイズ

$$\langle \xi_{\alpha a}^{(I)k}(\tau) \xi_{\beta b}^{(J)l}(\tau') \rangle = \delta_{\tau\tau'} \delta(\cos\theta_\alpha - \cos\theta_\beta) \delta(\phi_\alpha - \phi_\beta) \delta^{IJ} \delta^{kl} \delta_{ab}$$

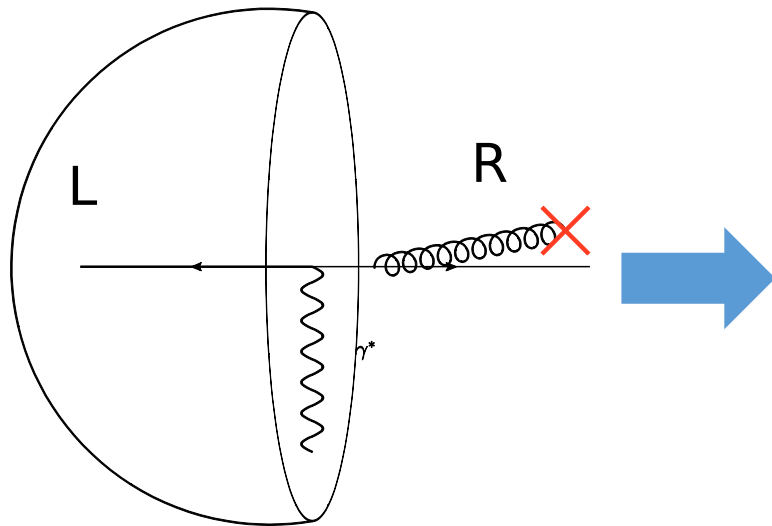
大きな対数項  
の再足し上げ



$$\langle P_{LR} \rangle = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{tr} \left( U_L U_R^\dagger \right) \right\rangle_\xi$$

$\xi$ ノイズに対する  
平均

# Hemisphere jet massの難しさ



Sudakov Logの中に  
Collinear発散

$$\alpha_S \mathcal{A} \propto \frac{\ln 2}{2} + \int_R \frac{d\Omega_\gamma}{4\pi} \frac{1}{1 - \mathbf{n}_R \cdot \mathbf{n}_\gamma}$$

先行研究 (Hatta-Ueda) ではこの問題は無かった

## Non Global logarithmsの再足し上げ

発散するSudakov Logを取り除いた"jet mass"

$$\langle P_{LR} \rangle = e^{-\alpha_S \mathcal{A}(\rho)} \times \langle g_{LR} \rangle$$

→  $\langle g_{LR} \rangle$  を求める

# Sudakov Logの取り除き方

Y. Hagiwara, Y. Hatta and T. Ueda, Phys. Lett. B 756 254 (2016)

$$e^{iS_R} \sim 1 + iS_R - \frac{S_R^2}{2} + \dots$$

Sudakov発散の原因

All-orderでnon-global logを出さないことを証明！

結局Langevin方程式において

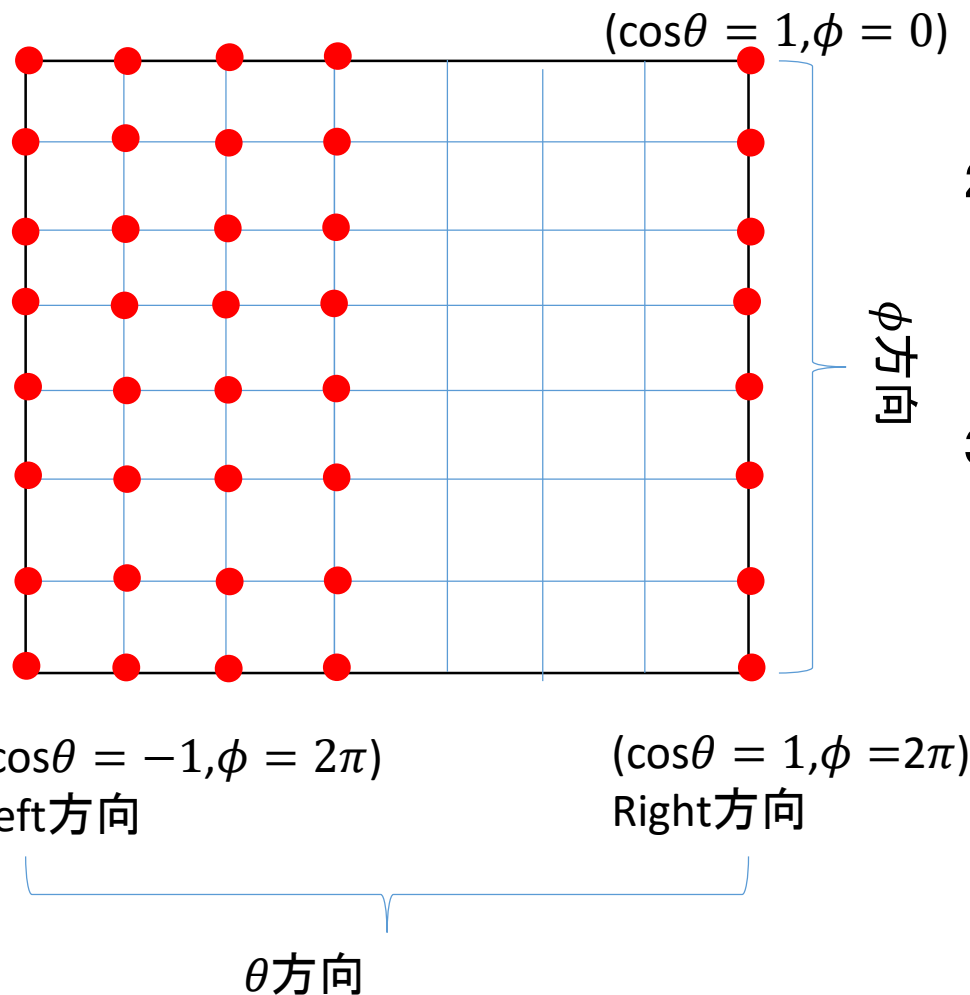
$$U_R(\tau + \epsilon) = e^{iS_R} e^{iA_R} U_R(\tau) e^{iB_R} \quad \longrightarrow \quad U'_R(\tau + \epsilon) = e^{iA_R} U'_R(\tau) e^{iB_R}$$

とすだけでよい

$$\longrightarrow \quad \langle g_{LR}(\tau) \rangle = e^{\tau C_F \ln 2} \frac{1}{N_c} \langle \text{tr} U_L(\tau) U'^{\dagger}_R(\tau) \rangle_{\xi}$$

Sudakov Logの残りの相殺項

# 数値計算のセットアップ



1. 立体角を格子に区切り、各格子点にSU(3)行列を置く。
2. 各時間ステップごとに行列をガウスノイズでランダムウォークさせる
3. >2000個のトラジェクトリーに対してノイズ平均をとる  
(基研のスパコン(SPクラス)で1ヶ月程度の計算量)

注意:  $\cos\theta = \pm 1$  のとき、 $\phi$  の値ごとにノイズは異なるようにとる

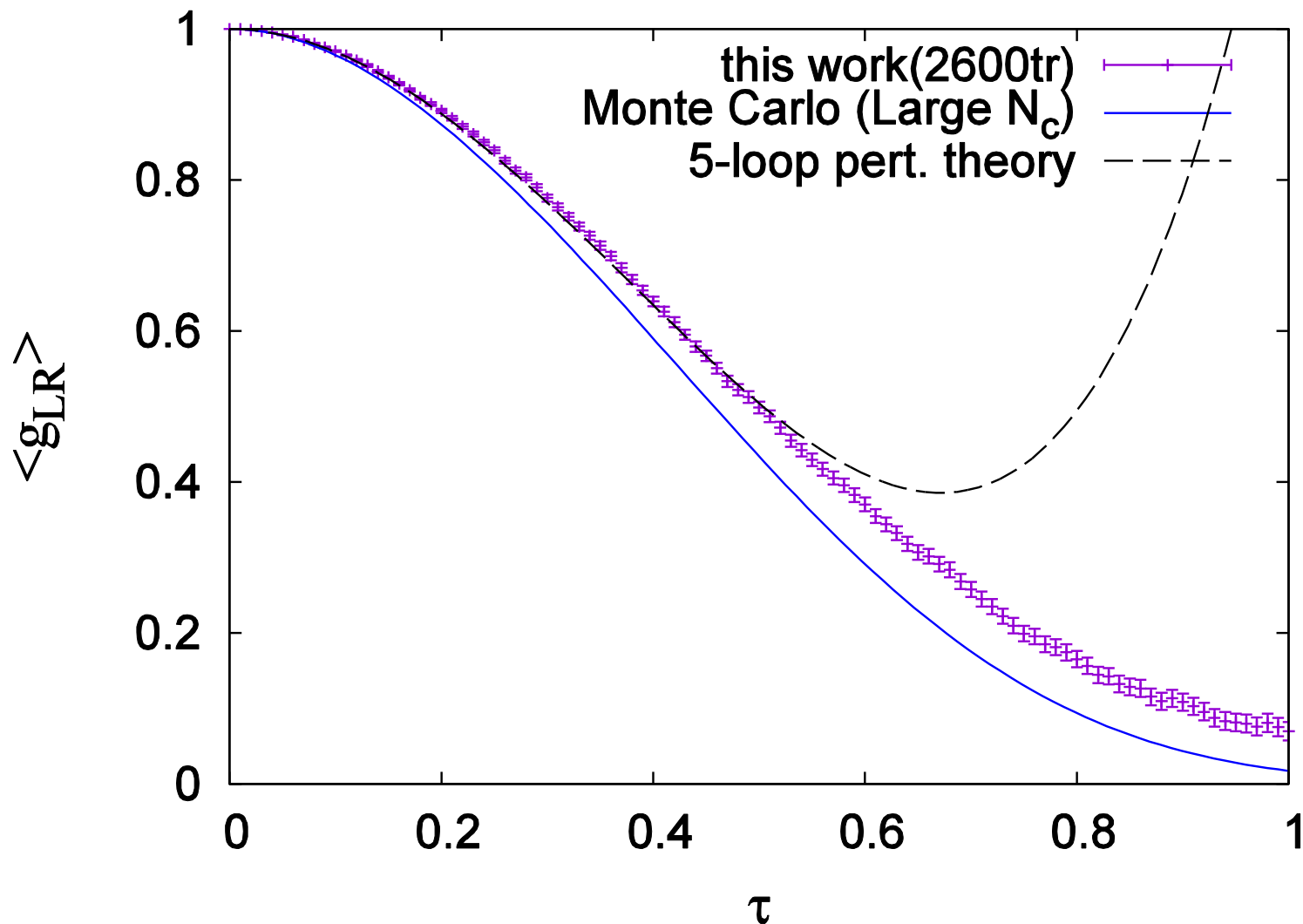


Hatta and Ueda, Nucl. Phys. B 874, 808 (2013)  
では間違えていた。

# 数値計算結果

Y. Hagiwara, Y. Hatta and T. Ueda, Phys. Lett. B 756 254 (2016)

(格子サイズ:  $80 \times 80$ , ステップサイズ:  $5 \times 10^{-5}$ )



# 結論と展望

1. 今回は理論的によく調べられているhemisphere jet massのNon Global Logarithmsについて有限のカラー数での再足し上げの計算を実行した。
2. Large  $N_c$ との違いは $\tau$ が大きいところで現れ、近似計算では正しい評価ができていない。
3. ハドロン-ハドロン散乱や、Higgs生成過程などの散乱過程にも応用する。