

# 研究内容紹介

～波動関数等価ポテンシャルからのカレント・形状因子の計算を目指して～

大阪大学理学研究科・渡辺海  
共同研究者・大阪大学核物理研究センター石井理修准教授

# コンテンツ

- はじめに ; カレント、および形状因子とは
- 本研究の意義
- *LQCD*からのカレント・形状因子の計算を目指して
- 先行研究
- 先行研究2
- 模型+補足
- *HAL QCD pot.*の式 *with* 外場
- カレントの導出の概要
- カレントの導出の概要 2
- カレントの導出の概要 3
- 前述の方法の改善
- まとめ

# はじめに ; カレント、および形状因子とは

## • カレント

- 物理的には
  - 第0成分 $\Rightarrow$ チャージに対応
  - 空間成分 $\Rightarrow$ 電荷保存則などの保存則
- 形状因子とフーリエ変換で関係

## • 形状因子

- 反応を考える際に必要となる量
  - “反応を特徴つける量”
    - 参考文献 ; K.Ohta Phys. Rev. C 40, 1335 (1989)
- 中間子や1核子の系に対してはQCDの第一原理計算からの研究が進んでいる
  - Pion の形状因子
    - 参考文献 ; Xu Feng, S. Aoki, S. Hashimoto, and T. Kaneko Phys. Rev. D91,054504 (2015)

**核子多体系に対しては計算量が膨大なため工夫が必要**

# 本研究の意義

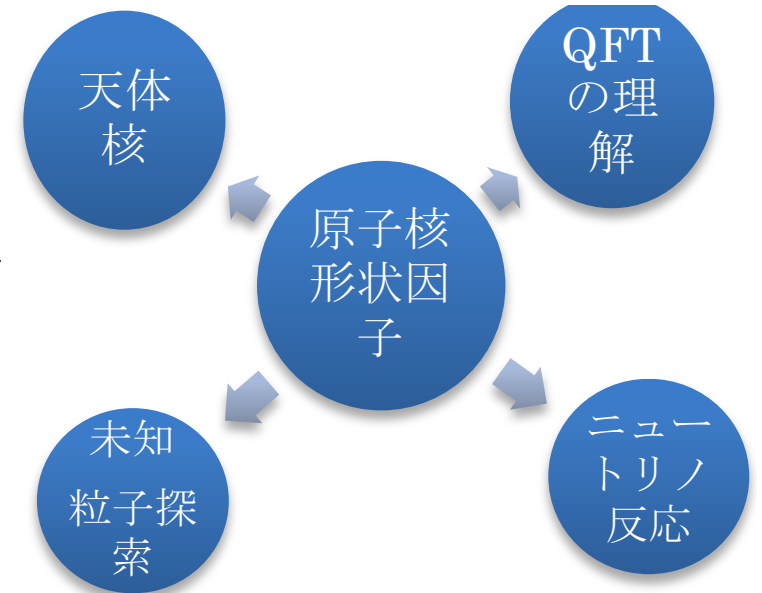
## 国内外の関連する研究の中での当該研究の位置づけ、意義

これまで、格子 QCD で散乱位相差を求め、それに忠実な形で一体のポテンシャルを求める方法が確立されている。しかし、**第一原理計算から原子核の保存カレント・形状因子を求める方法は確立されていない**。本研究は、その方法を確立するための研究である。

## 本研究が完成したとき予想されるインパクト

本研究では、最終的に標準理論の第一原理計算から形状因子を計算することを目指す。この正確な形状因子は様々な分野の研究に応用できる。私は、求めた形状因子が天体核の分野で重要な**原子核-ニュートリノ反応の理解の鍵**となることを期待している。

また、**原子核との相互作用を用いた未知の粒子の研究**においても大きな役割を担うだろう。



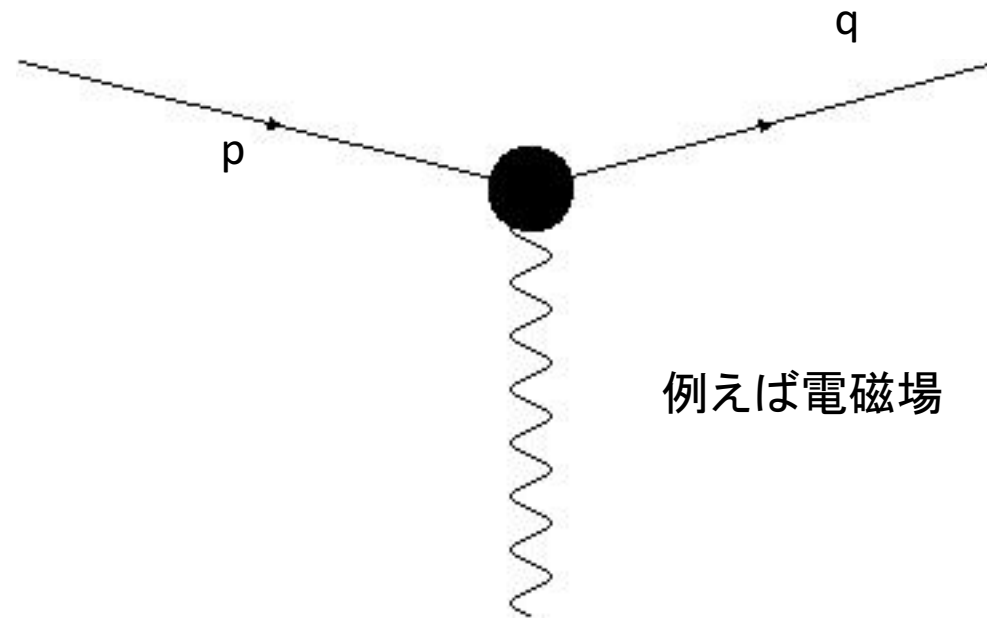
(図) 本研究で期待される影響

- 補足

- 以下のようなダイアグラムの解析により形状因子を計算できる

- 例えば $n$ 中間子など

- 運動量移行を $Q$ として形状因子 $F(Q^2)$ が計算される。



## LQCDからのカレント・形状因子の計算を目指して

- 計算能力の都合上、LQCDによる核子多体系での現実的な計算手法はまだない
  - LQCDからカレントなどを求めるための経済的な方法の研究が必要

♡ポテンシャルを用いた方法を発展させるのはどうか????



- 先行研究 ; HAL QCDポテンシャルの方法を拡張する

# 先行研究

- $LQCD$ による核力ポテンシャルの研究： $HALQCD$ の方法

- $NBS$ 波動関数に現れる散乱位相差に忠実なポテンシャルを求める

- 参考文献； *N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda Phys. Rev. Lett. 99, 022001 (2007)*

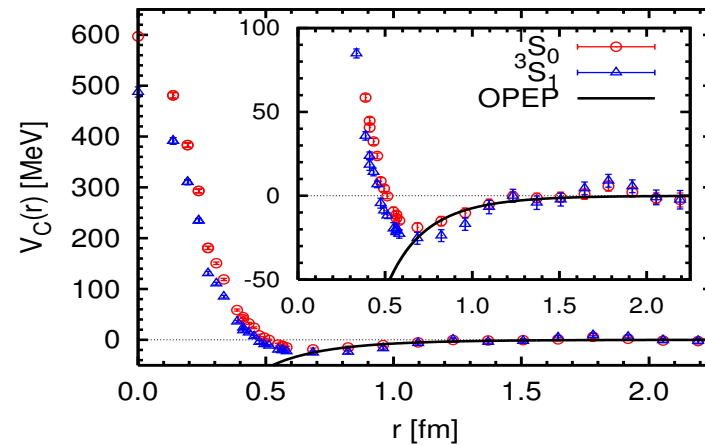


FIG. 3: The lattice QCD result of the central (effective central) part of the NN potential  $V_C(r)$  ( $V_C^{\text{eff}}(r)$ ) in the  $^1S_0$  ( $^3S_1$ )

# 先行研究2

- HALQCDのmethod⇒核力ポテンシャルの計算に成功

- ただし、内挿場の取り方により波動関数が異なる。

Choice of interpolating field → different NBS wave → unique correct  $\delta$

- 波動関数が変わるので、例えば、確率密度が“単純に”波動関数の二乗であるとは見做すことはできない

$$\rho(x) = \psi^*(x)\psi(x)$$

我々は上の方法で量子力学を作った時の正しいカレントの表し方を知らない

- 従って、元の理論の対称性に忠実なカレントをpot.から求める方法の定式化が必要



# 模型

- いきなりQCDから出発するのは難しい
  - 第二量子化されたスカラー-2チャンネル結合模型 *with* 外場を検討。

$$H[A_t] \equiv H_1[A_t] + H_2[A_t] + V_{11} + V_{12} + V_{21} + V_{22} \quad \text{For } |\vec{x}| > R,$$
$$H_n[A_t] \equiv \int d^3x \phi_n^\dagger(\vec{x}) \left( -\frac{1}{2m_n} (\partial_i - iA_i(\vec{x}, t))^2 - iA_0(\vec{x}, t) \right) \phi_n(\vec{x}) \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{22}(\vec{x}) = \Delta \\ V_{11}(\vec{x}) = V_{12}(\vec{x}) = V_{21}(\vec{x}) = 0 \end{array} \right.$$
$$V_{nm} \equiv \int d^3x \phi_m^\dagger(\vec{x}) V_{nm}(\vec{x}) \phi_n(\vec{x})$$

- 波動関数  $\psi_n(x; A) \equiv \langle 0 | \phi_n(x; A) | \psi \rangle$  は次を満たす。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( -D_0 - \frac{1}{2m_1} D_i^2 \right) \psi_1(x; A) = V_{11}(\vec{x}) \psi_1(x; A) + V_{12}(\vec{x}) \psi_2(x; A) \\ \left( -D_0 - \frac{1}{2m_2} D_i^2 \right) \psi_2(x; A) = V_{21}(\vec{x}) \psi_1(x; A) + V_{22}(\vec{x}) \psi_2(x; A) \end{array} \right.$$

# 模型の補足

## ●想定している状況

❖ *“ $N\Lambda$ - $N\Sigma$ ” coupled channel problem (non-rela.)*

❖  *$N$  is heavy, fixed at the origin*

$$\phi_1 \leftrightarrow \Lambda$$

$$\phi_2 \leftrightarrow \Sigma$$

$$\Delta \leftrightarrow m_\Sigma - m_\Lambda : \text{threshold energy}$$

# HAL QCD pot.の式 with 外場

- HAL QCDの式は以下のような非局所ポテンシャルで表される

$$\left(-D_0 + \frac{1}{2m_1} D_i^2\right)\psi_1(x; A) = \int d^3x' v(\vec{x}, \vec{x}'; A_{x_0})\psi_1(x'; A) \quad (x'_0 \equiv x_0)$$

- ポテンシャル部分を波動関数であらわに書いてやることを考える。

- 右のように初期値を取る

- $x_0$ の時刻のポテンシャルから逐次的に次の時刻の波動関数を決めていく

$$\psi_1(\vec{x}, x_0; A) = \psi_{1,n}(\vec{x}, x_0)$$

$$\psi_2(\vec{x}, x_0; A) = \psi_{2,n}(\vec{x}, x_0)$$

- 双対ベクトルでchannel2をintegrate outして以下のようにポテンシャルを得る。

$$v(\vec{x}, \vec{x}'; A_{x_0}) = \sum \left( V_{11}(\vec{x})\psi_{1,m}(\vec{x}) + V_{12}(\vec{x})\psi_{2,m}(\vec{x}) \right) \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{x}')$$

# カレントの導出の概要

- 保存カレントはHALQCDの式から導出できる。
  - 先ほど構成したHALQCDの式を考える。for  $E_n < \Delta$   
$$\left(-D_0 + \frac{1}{2m_1} D_i^2\right) \psi_1(x; A) = \int d^3 x' v(\vec{x}, \vec{x}'; A_{x_0}) \psi_1(x'; A) \quad (x'_0 \equiv x_0)$$
  - $A_\nu$ で汎関数微分してやることでカレントが取り出せる

$$\int d^4 x' \frac{\delta}{\delta A_\mu(z)} \left[ \left[ \left(-D_0 + \frac{1}{2m_1} D_i^2\right) \delta^4(x - x') - v(\vec{x}, \vec{x}'; A_{x_0}) \delta(x_0 - x'_0) \right] \psi_1(x'; A) \right]_{A=0} = 0$$



$$\left( -\partial_0 + \frac{1}{2m_1} \partial_i^2 + v \right) \frac{\delta \psi_1(x; A)}{\delta A_\mu(z)} \Big|_{A=0} = \int d^4 x' K_\mu(x, x'; z) \psi_1(x')$$

# カレントの導出の概要 2

- 途中経過

- LHS

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta \psi_1(x; A)}{\delta A_\mu(z)} \right|_{A \equiv 0} &= \langle 0 | T \phi_1(x) j_\mu(z) | n \rangle \\ &= \theta(x_0 - z_0) \sum_m \langle 0 | \phi_1(\vec{x}) | m \rangle e^{-E_m(x_0 - z_0)} \langle m | j_\mu(\vec{z}) | n \rangle e^{-E_n z_0} \end{aligned}$$

- RHS

$$\begin{aligned} &\int d^4 y G^{(+)}(x, y) \int d^3 y' K_\mu(\vec{y}, \vec{y}'; \vec{z}) \delta(y_0 - z_0) \psi_1(\vec{y}', y_0) \\ &= -\theta(x_0 - z_0) \sum_m \psi_{1,m}(\vec{x}) e^{-E_m(x_0 - z_0)} \int d^3 y \int d^3 y' \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{y}) K_\mu(\vec{y}, \vec{y}'; \vec{z}) \psi_{1,n}(\vec{y}') \cdot e^{-E_n z_0} \end{aligned}$$

# カレントの導出の概要 3

- 結果

$$\langle m | j_\mu(\vec{z}) | n \rangle = \int d^3 y \int d^3 y' \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{y}) K_\mu(\vec{y}, \vec{y}'; \vec{z}) \psi_{1,n}(\vec{y}')$$

- ただし

$$\int d^3 y \int d^3 y' \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{y}) K_\mu(\vec{y}, \vec{y}'; \vec{z}) \psi_{1,n}(\vec{y}')$$

$$= \left\{ \delta_{\mu 0} (-i) \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{z}) \psi_{1,n}(\vec{z}') + \delta_{\mu i} \frac{1}{2m_1 i} \left( \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{z}) \partial_i \psi_{1,n}(\vec{z}') - \partial_i \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{z}) \cdot \psi_{1,n}(\vec{z}') \right) \right\}$$

青; 4元カレント

赤; exchange カレント

$$+ \int d^3 y \int d^3 y' \tilde{\psi}_{1,m}(\vec{y}) v_\mu(\vec{y}, \vec{y}'; \vec{z}) \psi_{1,n}(\vec{y}')$$

- ただし、この方法には問題点

- 外場を入れた後の閉じたチャンネルの取り扱い

# 前述の方法の改善

- 外場を入れた場合に、閉じたチャンネルの取り扱いに工夫が必要
  - 外場導入後、高 $E$ のチャンネルを *integrate out* するためにカットオフを導入する
    - 外場中のHALQCD の式は次のようになる

$$\left( i\partial_0 + \frac{\partial_i}{2m_1} \right) \psi_{1,\Lambda}(x) = \int v_\Lambda(\vec{x}, \vec{x}'; A) \psi_{1,\Lambda}(x') d^3x'$$

- 現在、この状況下でのカレントの表式を導出中である

# まとめ

## • これまでの研究のまとめ

- 第二量子化されたモデルから波動関数等価ポテンシャルを構成した
- 外場の方法でカレント要素の表式を求める手順の検討を行った
- 外場を入れた際のチャンネルの開閉に対し、より良い取り扱いが求められることがわかった

## • 今後

- カットオフを導入した場合の非局所ポテンシャルの研究
- カットオフが入ってきた場合のカレント行列要素の計算

## • 将来的にQCDに拡張