

時間依存相関ガウス基底の 開発と光核反応への応用

関根里英

堀内渉

北海道大学

Introduction

光吸収反応

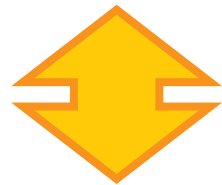
不安定核構造

ハロ一構造, 中性子スキン etc.

元素合成

放射捕獲反応の逆反応

原子核は離散的状態・非束縛状態両方に励起
→ **非束縛状態の寄与**



3体以上の非束縛状態の理論的扱いが困難

- 多体計算自体が難しい
- 非束縛状態の境界条件は複雑

Introduction

本研究の目的

あらゆる系の多体の非束縛状態を扱う
新たな計算手法の開発を行う

時間発展法

T. Kido *et. al.*, Phys.Rev. C 53, 5 (1996)

明示的な非束縛状態の波動関数を用いずに、**波動関数の時間発展**から原子核応答を調べる

+

基底関数展開

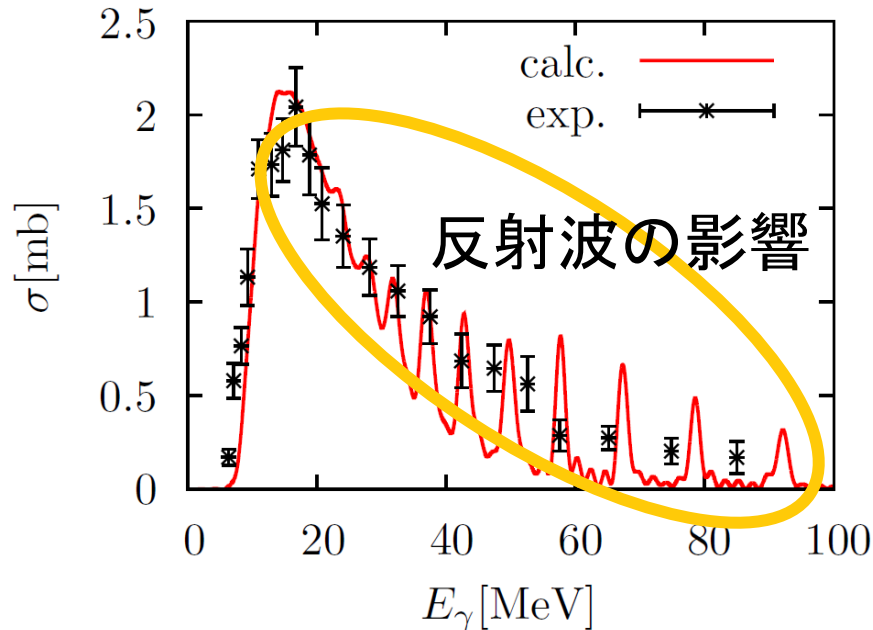
相関ガウス関数

K. Varga, and Y. Suzuki,
Phys. Rev. C 52, 2885 (1995)

多体の相関を効率よく記述できる

Introduction

^3He の光吸収断面積



波動関数を時間発展させると
モデルスペース境界から本来
は存在しない反射波が発生

モデルスペースの
改善が必要！

新たな基底関数：時間依存相関ガウス関数

波動関数の時間発展のうち、運動エネルギーによる部分を基底関数の時間変化によって記述

K. Varga, Phys. Rev. E 85, 016705 (2012)

相関ガウス関数へ拡張

2体問題への適用例

モデル

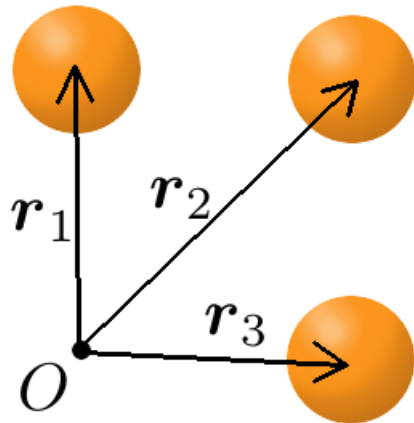
ハミルトニアン

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^A \frac{\hat{\mathbf{p}}_j^2}{2m} - T_{\text{CM}} + \sum_{k>j}^A V_{\text{NN}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|) + \sum_{k>j}^A V_{\text{coul}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|)$$

V_{NN} : **Minnesotaポテンシャル**

D.R. Thompson *et. al.*, Nucl. Phys. A286 (1977) 53-66

基底状態のエネルギー



${}^2\text{H}$	$E_0[\text{MeV}]$
理論値	-2.20
実験値	-2.22

${}^3\text{He}$	$E_0[\text{MeV}]$
理論値	-7.71
実験値	-7.72

基底状態の原子核が時刻0で
電気双極子場によって励起されるとする。

初期状態 $\psi(0) = \hat{D}_{10}\phi_0$ $\left\{ \begin{array}{l} \hat{D}_{10} : \text{電気双極子(E1)演算子} \\ \phi_0 : \text{基底状態の波動関数} \end{array} \right.$

光吸収断面積 $\sigma_\gamma(E_\gamma) = \frac{4\pi^2}{\hbar c} E_\gamma S(E_\gamma)$

E_γ 光子のエネルギー

応答関数

$$S(E_\gamma) \equiv \int d^3\mathbf{k} \left| \langle \phi_{\mathbf{k}} | \hat{D}_{10} | \phi_0 \rangle \right|^2 \delta(E_{\mathbf{k}} - E_0 - E_\gamma)$$

$\phi_{\mathbf{k}}, E_{\mathbf{k}}$: 連続状態の波動関数とそのエネルギー

$$S(E_\gamma) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^\infty dt \left(\frac{t}{\hbar} \right) e^{i(E_\gamma + E_0 + i\varepsilon)\frac{t}{\hbar}} \langle \phi_0 | \hat{D}_{10}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}}{\hbar}t} \hat{D}_{10} | \phi_0 \rangle$$
$$= \langle \psi(0) | \psi(t) \rangle$$

$\psi(0)$ は局在した関数であるため

$|\psi(t)\rangle$ の遠方における振る舞いは問題にならない

相関ガウス関数

基底関数展開

$$\psi = \sum_{j=1}^N c_j \varphi_j$$

$$\varphi_j(\mathbf{x}) = \hat{A} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}} A_j \mathbf{x}\right) \mathcal{Y}_{LM}(\tilde{u}\mathbf{x}) \chi_{S\eta} \right\}$$

相関ガウス関数

K. Varga, and Y. Suzuki, Phys. Rev. C 52, 2885 (1995)

$$\mathcal{Y}_{LM}(\mathbf{r}) = |\mathbf{r}|^L Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}})$$

u : グローバルベクトル

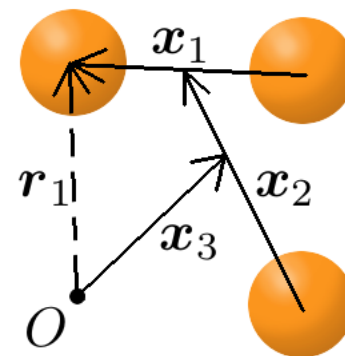
χ_S : スピン波動関数

η : アイソスピン波動関数

A_j : 正定値対称行列

$$\tilde{\mathbf{x}} A \mathbf{x} = A_{11} \mathbf{x}_1^2 + A_{22} \mathbf{x}_2^2 + 2A_{12} \mathbf{x}_1 \cdot \mathbf{x}_2$$

多体の相関



$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$$

時間依存基底

K. Varga, PRE 85, 016705 (2012)

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^N c_j(t) \varphi_j(\mathbf{x}, t)$$

$$H = T + V$$

kinetic + potential

$$\sum_j \left(i\hbar \frac{\partial c_j}{\partial t} - c_j V \right) \varphi_j + \sum_j c_j \left(i\hbar \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} - T \varphi_j \right) = 0$$

$$i\hbar \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} - T \varphi_j = 0 \quad \text{が成り立つとする}$$



自由粒子の
Schrodinger eq.
基底関数について
の時間微分方程式

展開係数についての時間微分方程式

$$\sum_j \left(i\hbar \frac{\partial c_j}{\partial t} - c_j V \right) \varphi_j = 0$$

$c(t)$: 波動関数の相互作用の影響による時間変化を記述
 $\varphi(\mathbf{x}, t)$: 波動関数の運動エネルギーによる時間変化を記述

時間依存相関ガウス関数

時間依存基底のアイデアを相関ガウス関数へ拡張

相関ガウス関数の母関数を求める

母関数の行列要素 → 相関ガウス関数の行列要素

$$g(\mathbf{s}; A, \mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}A\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{s}}\mathbf{x}\right)$$



$$g(\mathbf{s}; A, \mathbf{x}, t) = f(t) \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}A(t)\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{s}}(t)\mathbf{x}\right) \quad \mathbf{s}(t) = \lambda e\tilde{\mathbf{u}}(t)$$

自由粒子のSchrödinger方程式を満たすような
 $A(t)$, $\mathbf{s}(t)$, $f(t)$ の時間発展を解析的に求めた

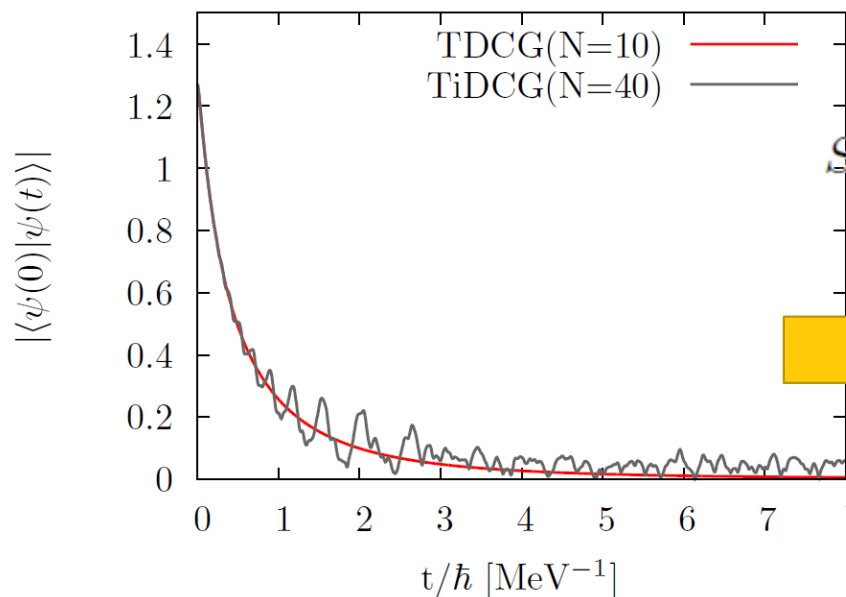
$$A(t) = (I + i\hbar t A(0)\Lambda)^{-1} A(0) \quad \mathbf{s}(t) = (I + i\hbar t A(0)\Lambda)^{-1} \mathbf{s}(0)$$

$$f(t) = \det(I + i\hbar t A(0)\Lambda)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{s}}(0)A^{-1}(0)(A(t) - A(0))A^{-1}(0)\mathbf{s}(0)\right]$$

I : 単位行列

Λ : ヤコビ座標における換算質量

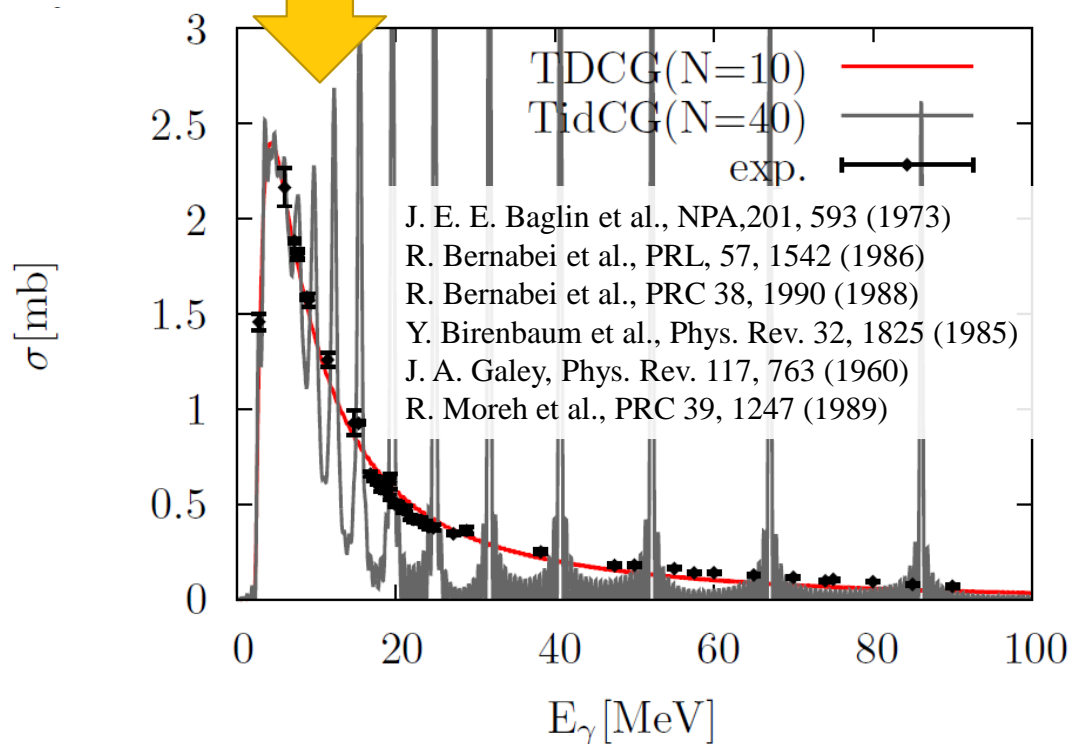
結果(^2H)



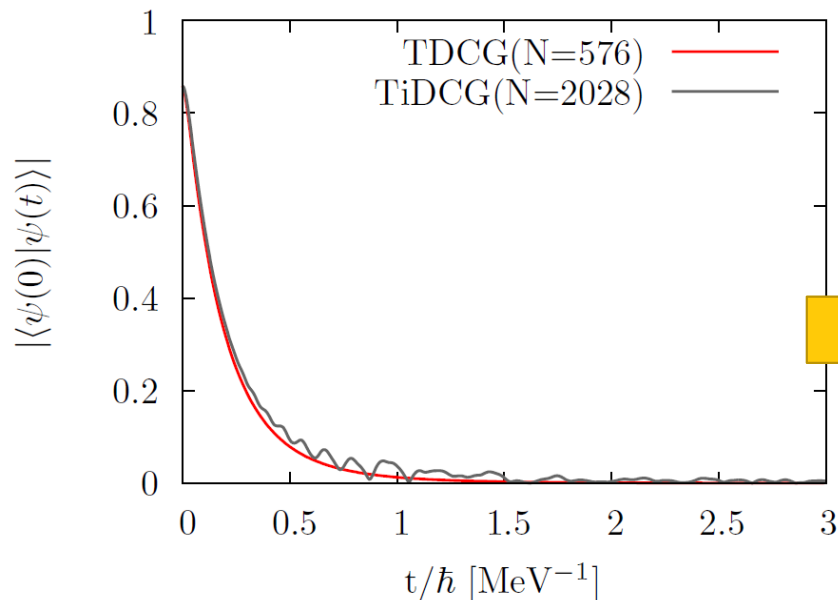
$$S(E_\gamma) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^\infty dt \left(\frac{t}{\hbar} \right) e^{i(E_\gamma + E_0 + i\varepsilon)\frac{t}{\hbar}} \langle\psi(0)|\psi(t)\rangle$$

$$\sigma_\gamma(E_\gamma) = \frac{4\pi^2}{\hbar c} E_\gamma S(E_\gamma)$$

反射波の影響なし
少ない基底数で計算が収束した
光吸収断面積の実験を再現した



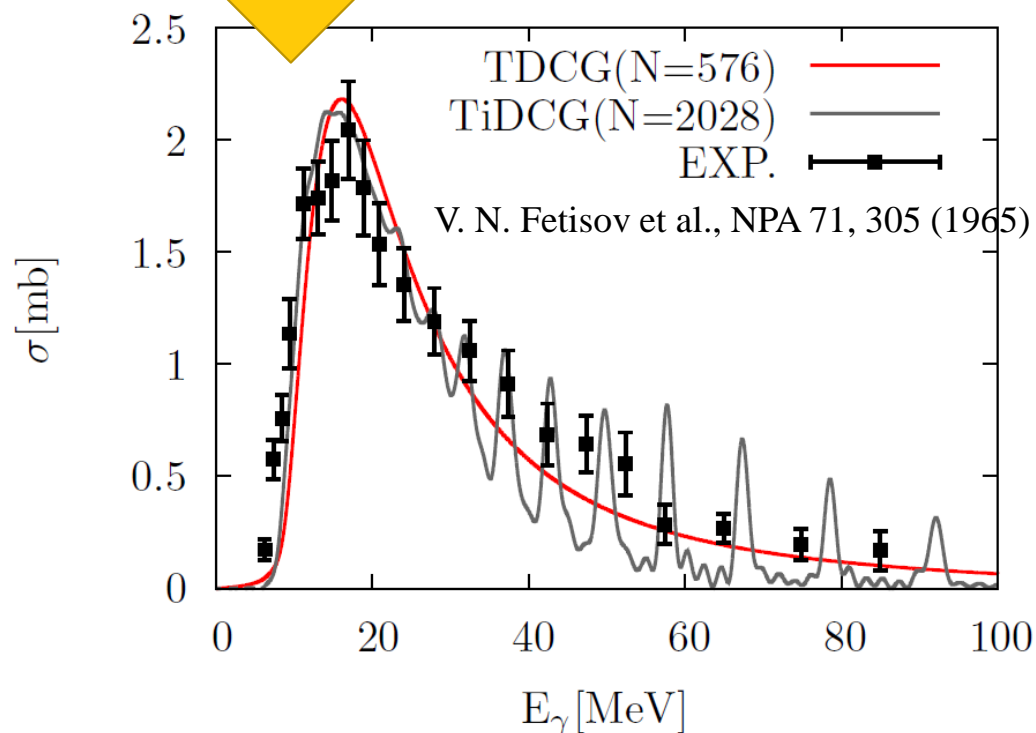
結果(^3He)



$$S(E_\gamma) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^\infty dt \left(\frac{t}{\hbar} \right) e^{i(E_\gamma + E_0 + i\varepsilon)\frac{t}{\hbar}} \langle \psi(0) | \psi(t) \rangle$$

$$\sigma_\gamma(E_\gamma) = \frac{4\pi^2}{\hbar c} E_\gamma S(E_\gamma)$$

反射波の影響なし！
少ない基底数で計算が収束した
光吸収断面積の実験を再現した



まとめ

- 時間依存法による応答関数の計算と相関ガウス基底を用いた多体計算を組み合わせた新手法
- モデルスペースを改善するために、時間依存相関ガウス関数を新たな基底関数として開発した
- 2核子系、3核子系の光吸収反応に適用した結果、反射波の影響は現れず、光吸収断面性の実験データを再現した

まとめ

現在取り組んでいること

- 4核子系 ${}^4\text{He}$ の光吸収反応
- 基底関数はどこまで減らせるのか？

今後の展望

- 光核反応以外の反応への応用
(β 崩壊, 陽子崩壊 etc.)
- さらに粒子数の多い系(${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{Be}$, etc.)