

# 結合チャンネル効果を含めた ハドロン分子としての $P_c^+$ (4380)

清水 勇希(名古屋大学)

Phys.Rev. D93 (2016) no.11, 114003 (Y. S., D. Suenaga and M. Harada)

# Contents

1. Introduction

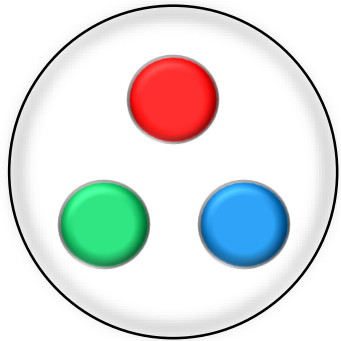
2. One Pion Exchange Potential(OPEP)

3. Numerical result

4. Summary

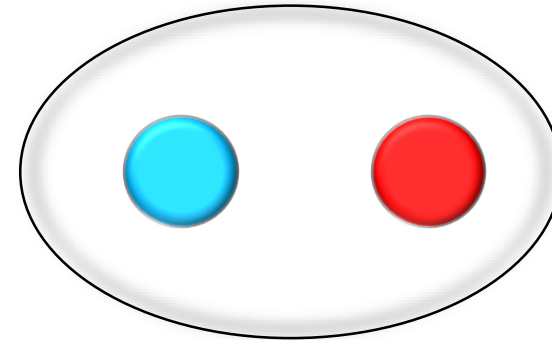
# ハドロン

## バリオン



Ex.  
陽子  
中性子

## メソン



Ex.  
 $\pi$ 中間子

# Exotic Hadrons

## テトラクォーク

X(3872), Belle 2003

Y(3940), Belle 2004

Y(4260), BaBar 2005

Z(4430), Belle 2007

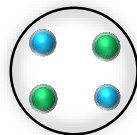
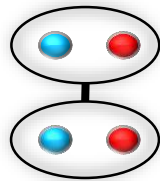
Z(4051), Belle 2008

Y(3940), CDF 2009

Z<sub>b</sub>(10610), Belle 2011

Z<sub>c</sub>(4200), Belle 2014

X(5568), D0 2016

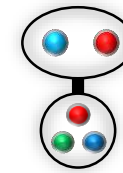
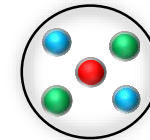


## ペンタクォーク

$\Theta^+$ , LEPS 2003

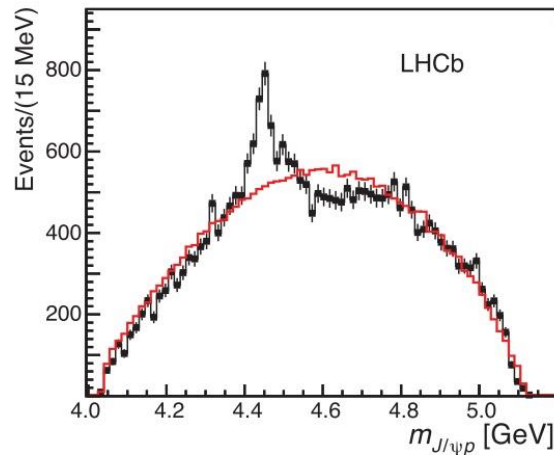
$P_c^+$ (4380), LHCb 2015

$P_c^+$ (4450), LHCb 2015

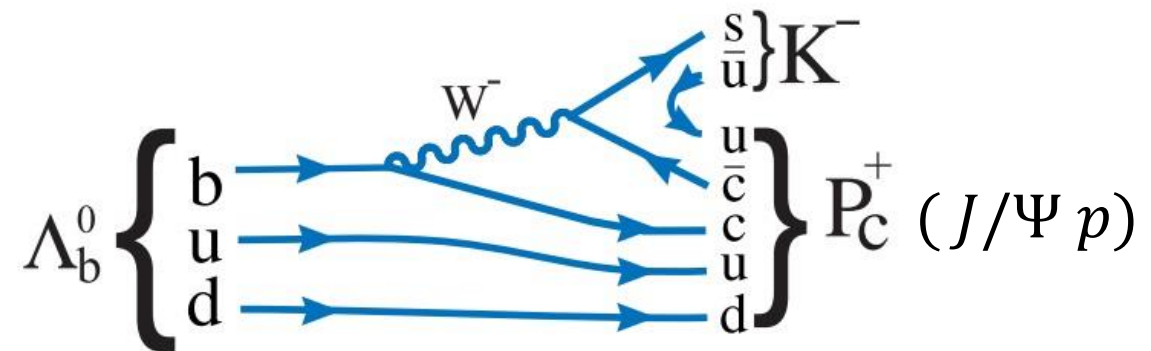


# $P_c^+(4380)$ and $P_c^+(4450)$

	Mass(MeV)	Width(MeV)	アイソスピン	スピン・パリティ
$P_c^+(4380)$	$4380 \pm 8 \pm 29$	$205 \pm 18 \pm 86$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3^-}{2}$ or $\frac{3^+}{2}$ or $\frac{5^+}{2}$
$P_c^+(4450)$	$4449.8 \pm 1.7 \pm 2.5$	$39 \pm 5 \pm 19$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5^+}{2}$ or $\frac{5^-}{2}$ or $\frac{3^-}{2}$



LHCb Collaboration (Roel Aaij (CERN) et al.) Phys.Rev.Lett. 115 (2015) 072001

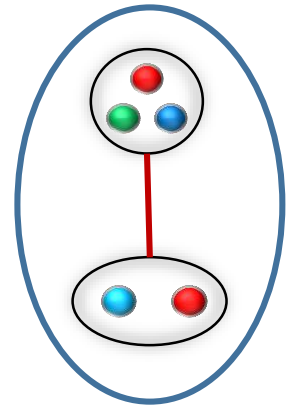


# Hadronic molecule model

チャームドバリオンとチャームドメソンが緩く束縛している。  
 $\Sigma_c^* \bar{D}$  と  $\Sigma_c \bar{D}^*$  の threshold がそれぞれ  $P_c^+(4380)$  と  $P_c^+(4450)$   
 の threshold のすぐ上にある。

$$\Sigma_c^* + \bar{D} = 4385 \text{ MeV} \quad \longleftrightarrow \quad P_c(4380)$$

$$\Sigma_c + \bar{D}^* = 4462 \text{ MeV} \quad \longleftrightarrow \quad P_c(4450)$$



他のモデル

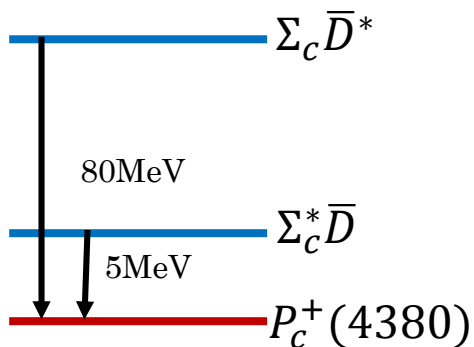
diquark-diquark-antiquark / diquark-triquark model

re-scattering effect

soliton model etc.

# Hadronic molecular state for $P_c^+$ (4380)

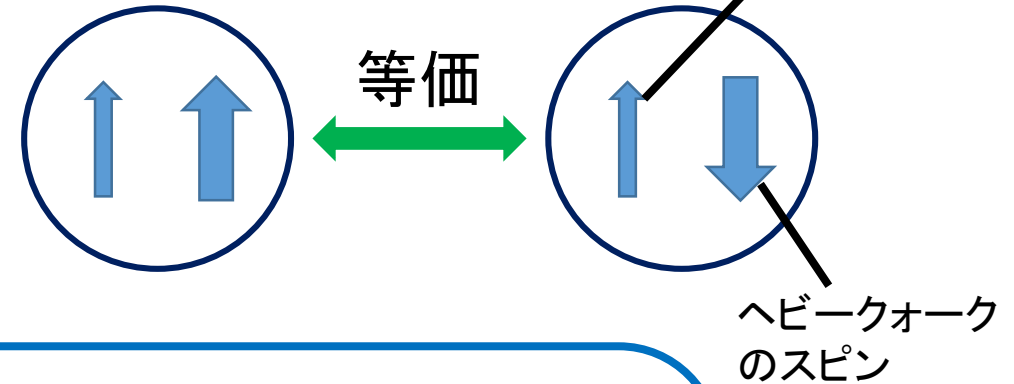
先行研究	手法	混合	結果
Rui Chen <i>et al.</i> Phys.Rev.Lett. 115 (2015) no.13, 132002	One-pion exchange Potential (OPEP)	なし	$\Sigma_c \bar{D}^*$ 80MeVの束縛エネルギーが必要
Jun He Phys.Lett. B753 (2016) 547-551	One-boson exchange Potential (OBEP)	なし	$\Sigma_c^* \bar{D}$ Vector and scalar meson exchange
Hua-Xing Chen <i>et al.</i> Phys.Rev.Lett. 115 (2015) no.17, 172001	QCD sum rules	なし	$\Sigma_c \bar{D}^*$
Hongxia Huang <i>et al.</i> arXiv:1510.04648 [hep-ph]	Quark color screening model	あり	$\Lambda_c \bar{D}^*$ , $\Sigma_c \bar{D}^*$ , $\Sigma_c^* \bar{D}$ , $\Sigma_c^* \bar{D}^*$ の混合. メインチャンネルは $\Sigma_c^* \bar{D}$ (70%).



本研究ではOPEPを用いた  $\Sigma_c^* \bar{D} - \Sigma_c \bar{D}^*$  結合チャンネル(S-wave) に対する  $J^P = \frac{3}{2}^-$  の束縛状態について調べた。

# Heavy Quark Spin Symmetry

ヘビークォークが持つスピンの効果は $1/m_Q$ で抑制されるため  
質量が大きい極限で系はヘビークォークのスピンの依らない



ヘビークォーク極限の下でスピンの異なる粒子が縮退する  
(実際には質量が有限なので縮退していない)



## Heavy meson effective Lagrangian

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_m &= g \text{Tr}[H \gamma_\mu \gamma_5 A^\mu \bar{H}] \\ &= \left( \frac{2g}{f_\pi} P_\mu^{*\dagger} P \partial^\mu M + h.c. \right) + \frac{2ig}{f_\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\mu P_\sigma^{*\dagger} P_\nu^* \partial_\rho M\end{aligned}$$

$$A_\mu = \frac{1}{2} (\xi^\dagger \partial_\mu \xi - \xi \partial_\mu \xi^\dagger)$$

$$B_6 = \begin{pmatrix} \Sigma_c^{++} & \frac{\Sigma_c^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Sigma_c^+}{\sqrt{2}} & \Sigma_c^0 \end{pmatrix}$$

$$\xi = \exp(iM/f_\pi)$$

$$B_6^* = \begin{pmatrix} \Sigma_c^{*++} & \frac{\Sigma_c^{*+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Sigma_c^{*+}}{\sqrt{2}} & \Sigma_c^{*0} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$P = (D^0, D^-)^T$$

$$S_\mu = -\sqrt{\frac{1}{3}} (\gamma_\mu + v_\mu) \gamma_5 B + B_\mu^*$$

$$P^* = (D^{*0}, D^{*-})^T$$

$$H = \frac{1 + \not{v}}{2} [P_\mu^* \gamma^\mu - P \gamma_5]$$

$$\begin{aligned}|g| &= 0.60 (D^* \rightarrow D\pi \text{から決定}) \\ g_1 &: \text{パラメータ}\end{aligned}$$

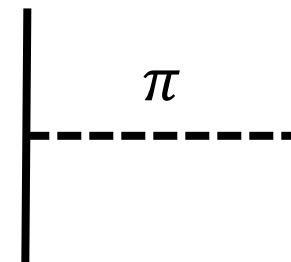
## Heavy baryon effective Lagrangian

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_b &= -\frac{3}{2} ig_1 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\sigma \text{Tr}[\bar{S}_\mu A_\nu S_\rho] \\ &= \frac{ig_1}{2f_\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\sigma \text{Tr}[\bar{B}_6 \gamma_\mu \gamma_\rho \partial_\nu M B_6] \\ &\quad - \frac{3ig_1}{2f_\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\sigma \text{Tr}[\bar{B}_{6\mu}^* \partial_\nu M B_{6\rho}^*] \\ &\quad + \left( \frac{\sqrt{3}ig_1}{2f_\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\sigma \text{Tr}[\bar{B}_{6\mu}^* \partial_\nu M \gamma_\rho \gamma_5 B_6] + h.c. \right)\end{aligned}$$

各vertexに形状因子を付与

$$F(\vec{q}) = \left[ \frac{\Lambda^2 - m_\pi^2}{\Lambda^2 + |\vec{q}|^2} \right]^2$$

$\Lambda$ : カットオフパラメータ



$$V_{\Sigma_c^* \bar{D} - \Sigma_c^* \bar{D}} = 0$$

$$V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c \bar{D}^*} = \frac{1}{3} \times \frac{g_1 g m_\pi^3}{4\pi f_\pi^2} \left[ (\vec{\sigma} \cdot \vec{T}) Y_1(m_\pi, \Lambda, r) + S_{\sigma, T}(\vec{r}) H_3(m_\pi, \Lambda, r) \right] (\vec{\tau}_{\Sigma_c} \cdot \vec{\tau}_{\bar{D}})$$

$$V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c^* \bar{D}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{g_1 g m_\pi^3}{4\pi f_\pi^2} \left[ (\vec{S}_t^\dagger \cdot \vec{\epsilon}) Y_1(m_\pi, \Lambda, r) + S_{S_t^\dagger, \epsilon}(\vec{r}) H_3(m_\pi, \Lambda, r) \right] (\vec{\tau}_{\Sigma_c} \cdot \vec{\tau}_{\bar{D}})$$

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}, \quad H(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2}\right) Y(x)$$

中心力部分

テンソル力部分

$$Y_1(m, \Lambda, r) = Y(mr) - \frac{\Lambda}{m} Y(\Lambda r) - \frac{\Lambda^2 - m^2}{2m\Lambda} e^{-\Lambda r}$$

$$S_{\sigma, T} = 3 (\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) (\vec{T} \cdot \hat{r}) - (\vec{\sigma} \cdot \vec{T})$$

$$H_3(m, \Lambda, r) = H(mr) - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 H(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2 - m^2)\Lambda}{2m^3} Y(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2 - m^2)\Lambda}{2m^3} e^{-\Lambda r}$$

$$S_{S_t^\dagger, \epsilon} = 3 (\vec{S}_t^\dagger \cdot \hat{r}) (\vec{\epsilon} \cdot \hat{r}) - \vec{S}_t^\dagger \cdot \hat{r}$$

$\Lambda$  : カットオフパラメータ  $f_\pi = 132\text{MeV}$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$I = \frac{1}{2}, J = \frac{3}{2}, P = -1, \text{ S-wave channel}$$

$$V_{\Sigma_c^* \bar{D} - \Sigma_c^* \bar{D}}(r) = 0$$

$$V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c \bar{D}^*}(r) = -\frac{1}{3} \times \frac{g_1 g m_\pi^3}{4\pi f_\pi^2} Y_1(m_\pi, \Lambda, r)$$

$$V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c^* \bar{D}}(r) = -\frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{g_1 g m_\pi^3}{4\pi f_\pi^2} Y_1(m_\pi, \Lambda, r)$$

$$Y_1(m_\pi, \Lambda, r) = Y(m_\pi r) - \frac{\Lambda}{m_\pi} Y(\Lambda r) - \frac{\Lambda^2 - m_\pi^2}{2m_\pi \Lambda} e^{-\Lambda r}$$

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$$

Coupled Channel Schrödinger equation

$$\left[ -\frac{1}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r})$$

$$V(r) = \begin{pmatrix} V_{\Sigma_c^* \bar{D} - \Sigma_c^* \bar{D}}(r) & V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c^* \bar{D}}(r) \\ V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c^* \bar{D}}(r) & V_{\Sigma_c \bar{D}^* - \Sigma_c \bar{D}^*}(r) \end{pmatrix}$$

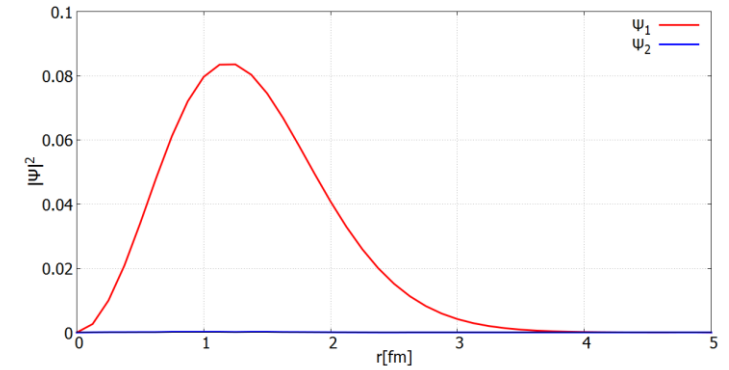
$$= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \times \frac{g_1 g m_\pi^3}{8\pi f_\pi^2} Y_1(m_\pi, \Lambda, r)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{\Sigma_c^* \bar{D}} \\ \Psi_{\Sigma_c \bar{D}^*} \end{pmatrix}$$

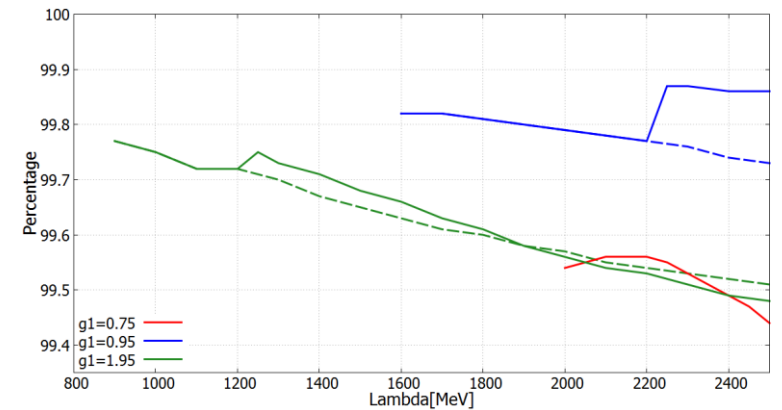
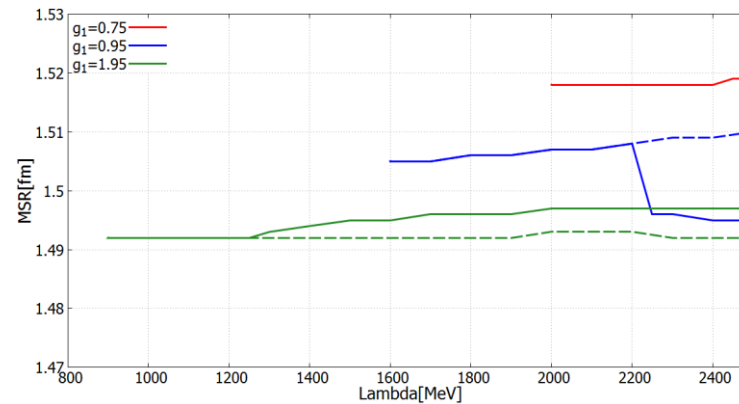
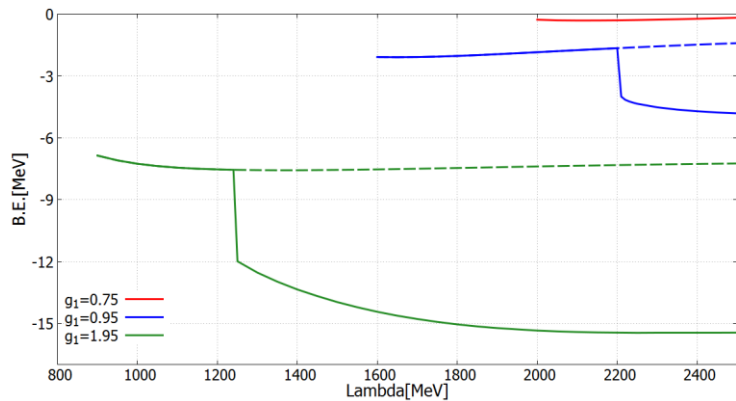
# 計算結果( $\Sigma_c \bar{D}^*$ , $\Sigma_c^* \bar{D}$ )

( $g_1 = 0.95$ ,  $\Lambda = 1600-2500\text{MeV}$  の結果)

束縛エネルギー	2.1-4.9 MeV
平均二乗半径	1.5 fm
混合比	$\Sigma_c^* \bar{D}$ が99%



$P_c(4380)$  は  $\Sigma_c^*$  と  $\bar{D}$  が緩く束縛して作られる分子状態として見る事が出来る



## Summary

- ・本研究ではHadronic molecule model の下で One Pion Exchange Potential を用い、 $J^P = \frac{3}{2}^-$  に対する $(\Sigma_c^* \bar{D} - \Sigma_c \bar{D}^*)$  S-wave coupled channel equation を解いた。
- ・束縛解を見つけ、束縛エネルギーは $P_c^+(4380)$ の質量を再現できる
- ・主成分は $\Sigma_c^* \bar{D}$ 、平均二乗半径は1.5fm
- ・ $c\bar{c}$  系だけでなく $b\bar{b}, c\bar{b}, b\bar{c}$  系の束縛解もそれぞれ見つかった

## Future work

$J/\Psi N$  チャンネルへの結合を取り入れて崩壊幅について調べる