

格子QCDによる有限温度・有限密度系 における相構造の探索

若山 将征

大阪大学 核物理研究センター



2018年度 原子核三者若手夏の学校
@ 千葉県 白子温泉 ホテル ニュー・カネイ
2018年8月9日



2016年 - 2018年

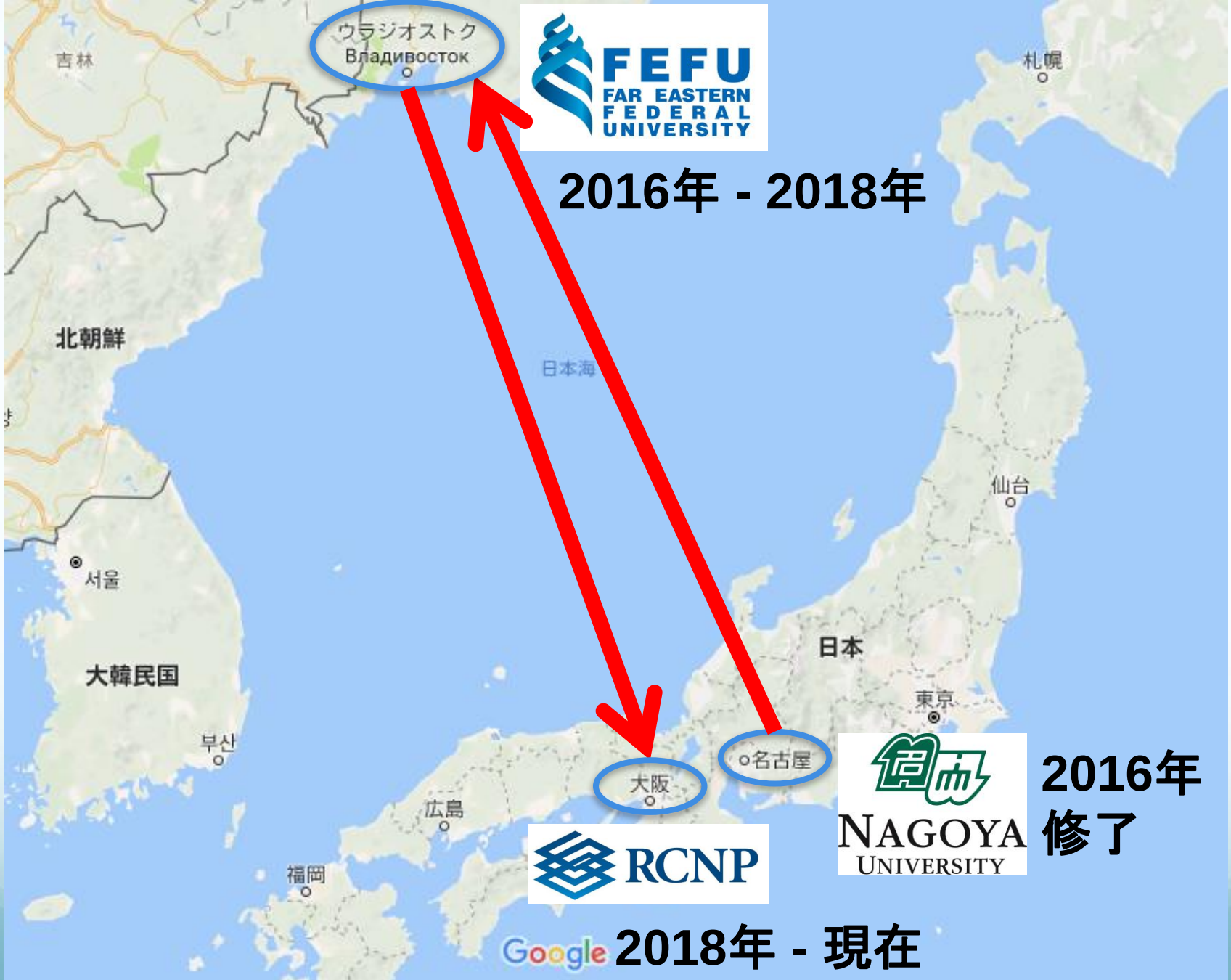
ウラジオストク
Владивосток



2018年 - 現在



2016年
修了



目次

1. 導入

QCD相図、モンテカルロ法、符号問題

2. カノニカル法

基本的アイデア、歴史、数密度からのアプローチ

3. Lee-Yangの零点の計算

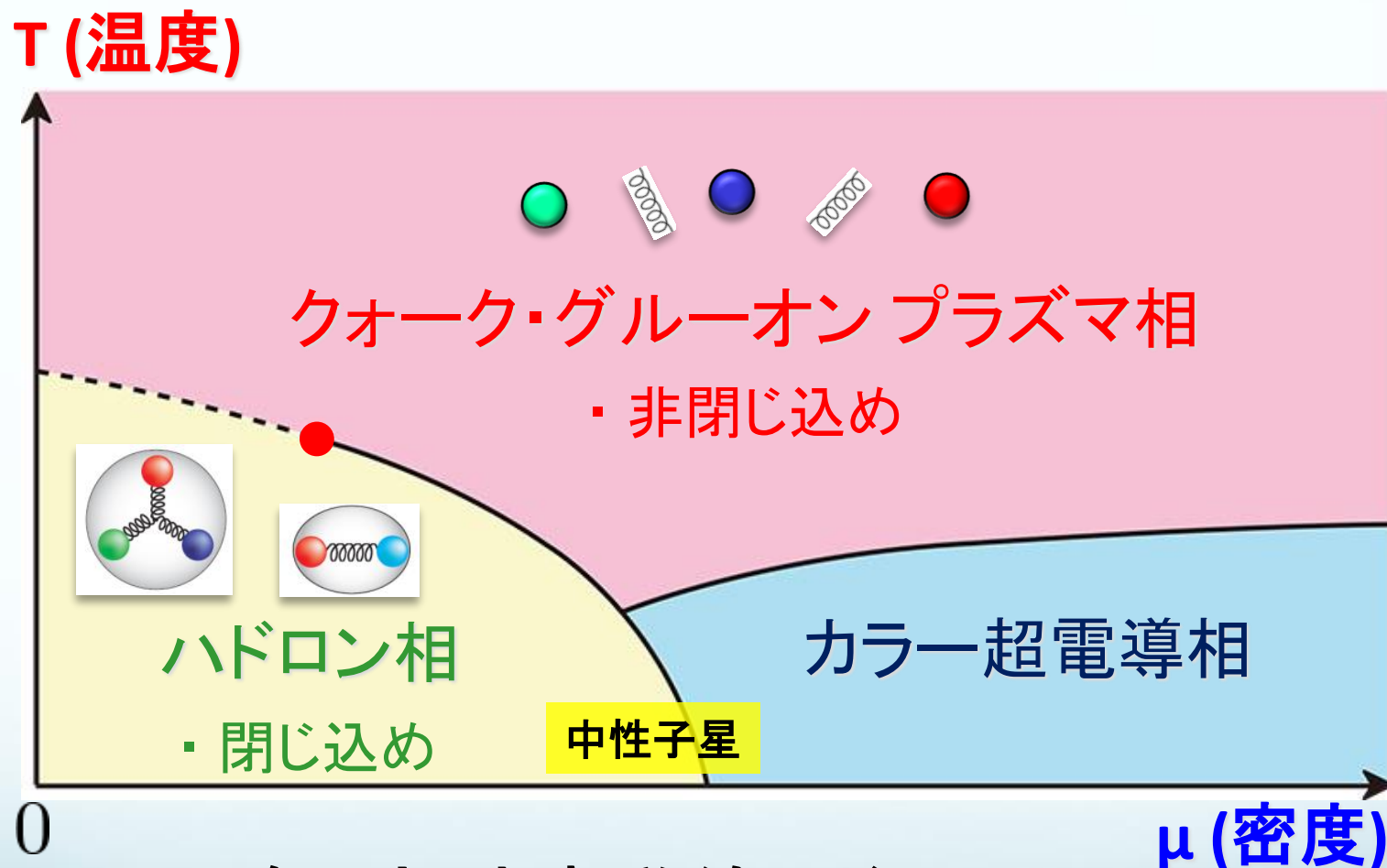
cut Baum-Kuchen algorithm、LYの零点の性質

4. 格子QCDによるLee-Yangの零点の結果

温度 T 依存性、体積 V 依存性、最大粒子数 $N_{\max}$ 依存性

5. まとめ & 今後の展望

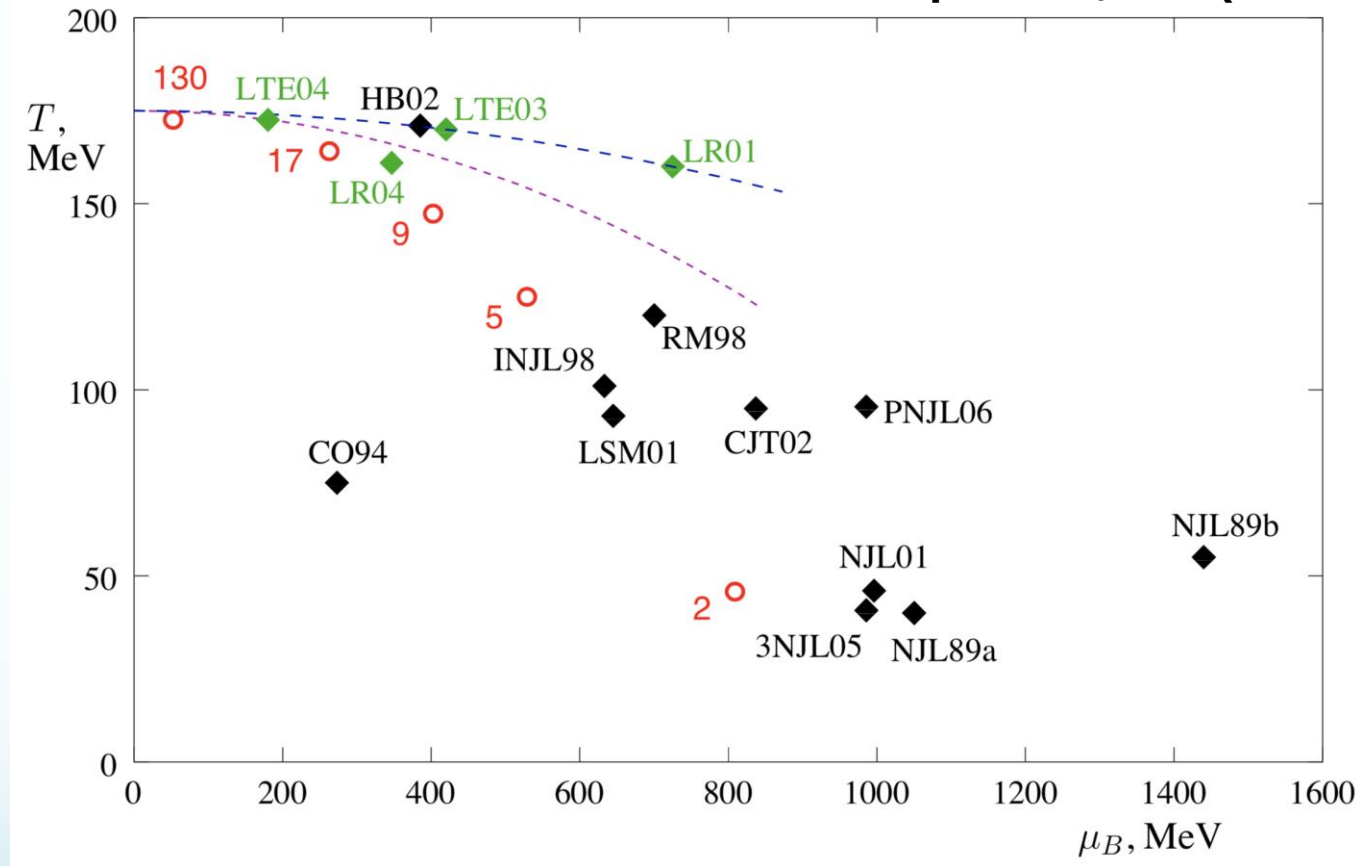
QCD相図（予想図）



臨界点、相転移線はどこ??

QCD相図 (予想図)

M. Stephanov, PoS(Lattice2006), 024



臨界点、相転移線はどこ??

格子QCDから決定したい! <= 符号問題の存在

モンテカルロ法

グランドカノニカル分配関数

$$Z_{GC}(\mu_q) = \int \mathcal{D}U [\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G}$$

S_G : ゲージ作用

$D(\mu_q)$: フェルミオン行列

μ_q : クォーク化学ポテンシャル

N_f : フレーバー数

任意の演算子に対する期待値

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\mu_q} = \frac{1}{Z_{GC}(\mu_q)} \int \mathcal{D}U [\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G} \mathcal{O}[U]$$

ゲージ場“U”の自由度: (格子サイズ)x4x8

超多重積分 => 不可能!

モンテカルロ法

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\mu_q} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{O}[U_i]$$

$[\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G}$ だけ
確率に重みをつけて U_i を生成
(importance sampling)

符号問題

モンテカルロ法

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\mu_q} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{O}[U_i]$$

$[\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G}$ だけ
確率に重みをつけて U_i を生成

	$\det D(\mu_q)$	モンテカルロ法
$\mu_q = 0$	実数	○
$\mu_q \neq 0$	複素数	× (符号問題)

$$D(\mu_q) = D_\nu \gamma_\nu + m + \mu_q \gamma_0$$

$$D(\mu_q)^\dagger = -D_\nu \gamma_\nu + m + \mu_q^* \gamma_0 = \gamma_5 D(-\mu_q^*) \gamma_5$$

$$[\det D(\mu_q)]^* = \det [D(\mu_q)^\dagger] = \det [\gamma_5 D(-\mu_q^*) \gamma_5] = \det D(-\mu_q^*)$$

符号問題の解決に向けて

- テイラー展開法

$$f\left(\frac{\mu}{T}\right) = f(0) + f'(0) \left(\frac{\mu}{T}\right) + \frac{f''(0)}{2} \left(\frac{\mu}{T}\right)^2 + \dots$$

- 再重み付け法

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{O} \rangle_{\mu_q} &= \frac{1}{Z_{GC}(\mu_q)} \int \mathcal{D}U [\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G} \mathcal{O}[U] \\ &= \frac{1}{Z_{GC}(\mu_q)} \int \mathcal{D}U \underbrace{[\det D(0)]^{N_f} e^{-S_G}}_{\text{実数}} \left[\frac{\det D(\mu_q)}{\det D(0)} \right]^{N_f} \mathcal{O}[U] \end{aligned}$$

- 複素ランジュバン法
- SU(2)カラーQCD
- 有効模型

符号問題

モンテカルロ法

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\mu_q} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{O}[U_i]$$

$[\det D(\mu_q)]^{N_f} e^{-S_G}$ だけ
確率に重みをつけて U_i を生成

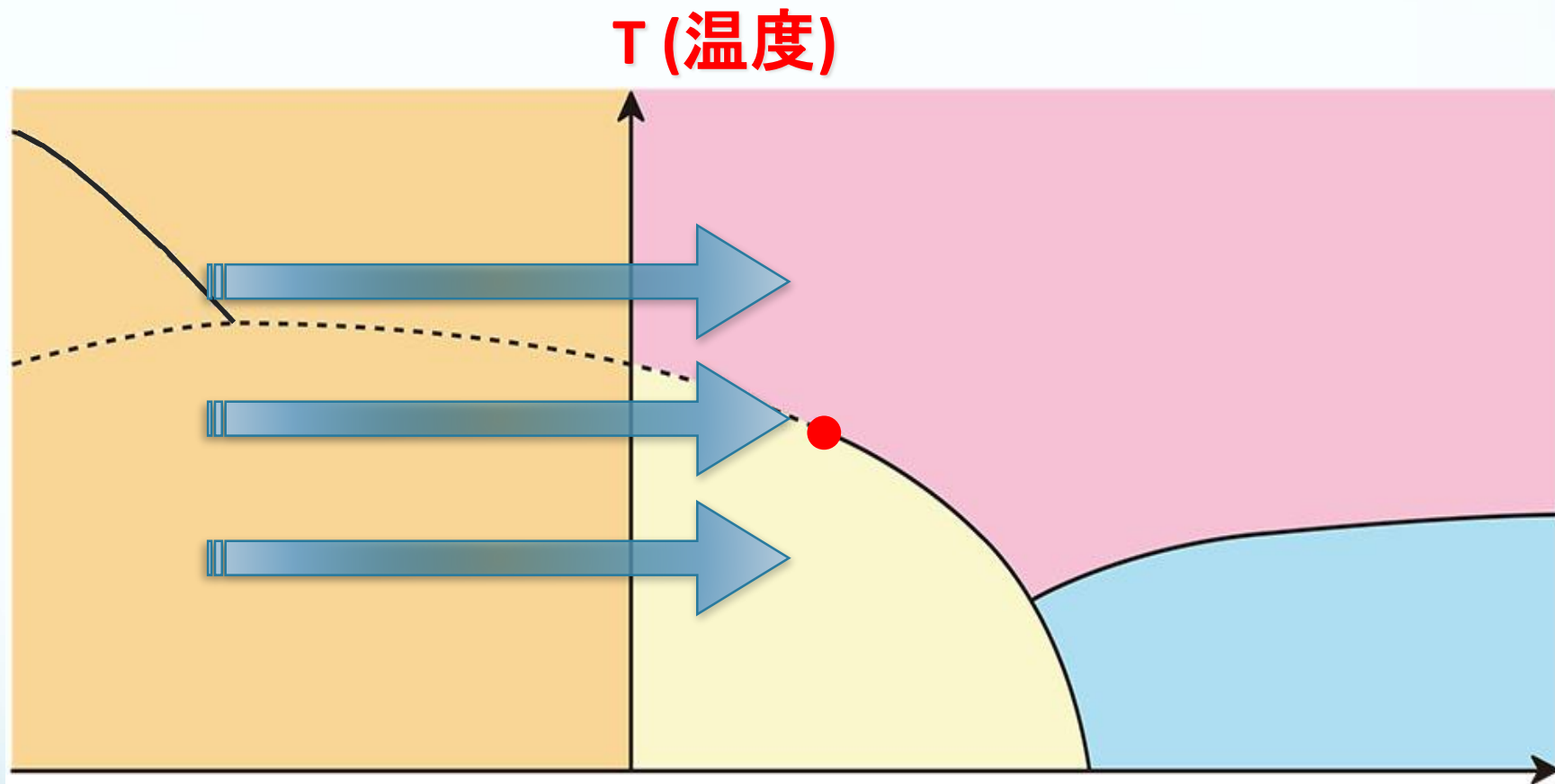
	$\det D(\mu_q)$	モンテカルロ法
$\mu_q = 0$	実数	○
$\mu_q \neq 0$	複素数	× (符号問題)
純虚数 $\mu_q = i\mu_{qI}$	実数	○

$$D(\mu_q) = D_\nu \gamma_\nu + m + \mu_q \gamma_0$$

$$D(\mu_q)^\dagger = -D_\nu \gamma_\nu + m + \mu_q^* \gamma_0 = \gamma_5 D(-\mu_q^*) \gamma_5$$

$$[\det D(\mu_q)]^* = \det [D(\mu_q)^\dagger] = \det [\gamma_5 D(-\mu_q^*) \gamma_5] = \det D(-\mu_q^*)$$

QCD相図（予想図）



$$[\det D(i\mu_{qI})]^* = \det D(i\mu_{qI}) \quad 0 \quad [\det D(\mu_q)]^* = \det D(-\mu_q^*) \quad \mu_q^2$$

純虚数化学ポテンシャル: $\mu_q = i\mu_{qI}$

目次

1. 導入

QCD相図、モンテカルロ法、符号問題

2. カノニカル法

基本的アイデア、歴史、数密度からのアプローチ

3. Lee-Yangの零点の計算

cut Baum-Kuchen algorithm、LYの零点の性質

4. 格子QCDによるLee-Yangの零点の結果

温度 T 依存性、体積 V 依存性、最大粒子数 $N_{\max}$ 依存性

5. まとめ & 今後の展望

カノニカル法

フガシティ展開

グランドカノニカル分配関数

$$\begin{aligned}\underline{Z_{\text{GC}}(\mu_q, T, V)} &= \text{Tr} \left(e^{-(\hat{H} - \mu_q \hat{N})/T} \right) \\ &= \sum_n \langle n | e^{-(\hat{H} - \mu_q \hat{N})/T} | n \rangle \\ &= \sum_n \langle n | e^{-\hat{H}/T} | n \rangle e^{n\mu_q/T} \\ &= \sum_n \underline{Z(n, T, V)} \xi^n \quad \text{フガシティ: } \xi = e^{\mu_q/T}\end{aligned}$$

カノニカル分配関数

カノニカル法

フガシティ展開

グランドカノニカル分配関数

$$\underline{Z_{GC}(\mu_q, T, V)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{Z(n, T, V)} \xi^n \quad \text{フガシティ: } \xi = e^{\mu_q/T}$$

カノニカル分配関数

フーリエ変換

A. Hasenfrantz & D. Toussaint,
Nucl. Phys. B371 (1992)

$$Z(n, T, V) = \int_0^{2\pi} \frac{d(\mu_{qI}/T)}{2\pi} e^{-in\mu_{qI}/T} \underline{Z_{GC}(\mu_q = i\mu_{qI}, T, V)}$$

純虚数 μ_q ではモンテカルロ法を用いて、 Z_{GC} を計算することができる。

$$[\det D(i\mu_{qI})]^* = \det D(i\mu_{qI})$$

カノニカル法の歴史

カノニカル法の基本的アイデア

A. Hasenfrantz & D. Toussaint, Nucl. Phys. B371 (1992)

なぜ今頃？

× (離散)フーリエ変換の数値的不安定性

× 数値結果と比較可能な実験データがない

カノニカル法の歴史

× (離散)フーリエ変換の数値的不安定性

- ・ 符号問題？
- ・ **有効数字の桁落ちが原因！**

R. Fukuda, A. Nakamura & S. Oka, Phys. Rev. D93 (2016)
Thesis of S. Oka, 1712.0897[hep-lat]

$$1.234567890123456 - 1.234567890123455 = 1 \times 10^{-15}$$

(有効数字16桁: 倍精度計算) (有効数字1桁)



多倍長精度計算

$$1.23456789012345633333333 - 1.23456789012345511111111$$

(有効数字24桁)

$$= 1.22222222 \times 10^{-15} \quad (\text{有効数字9桁})$$

カノニカル分配関数の桁落ち

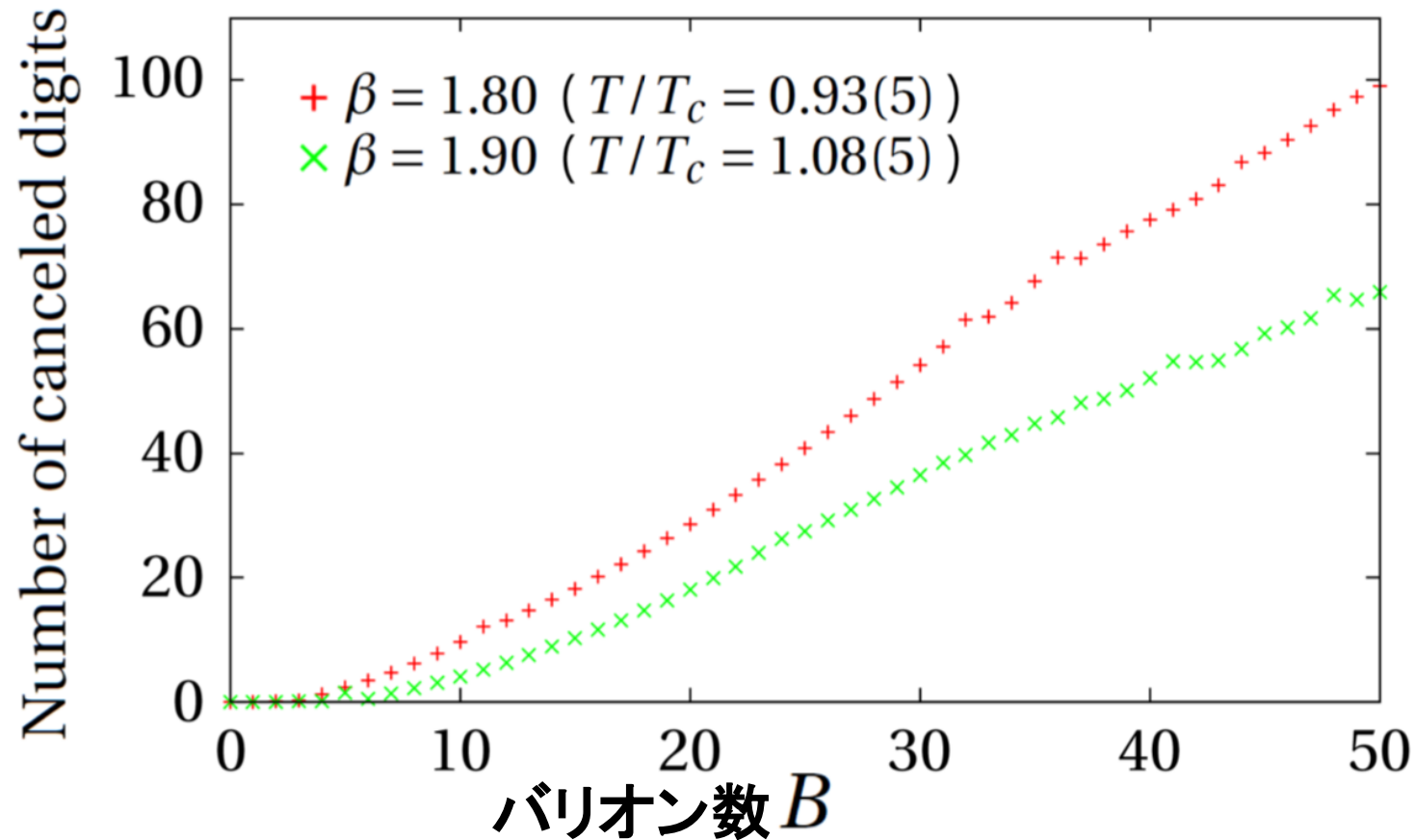


Figure 18: Number of canceled significant digits as a function of baryon number. The red and green points are data of low temperature and high temperature.

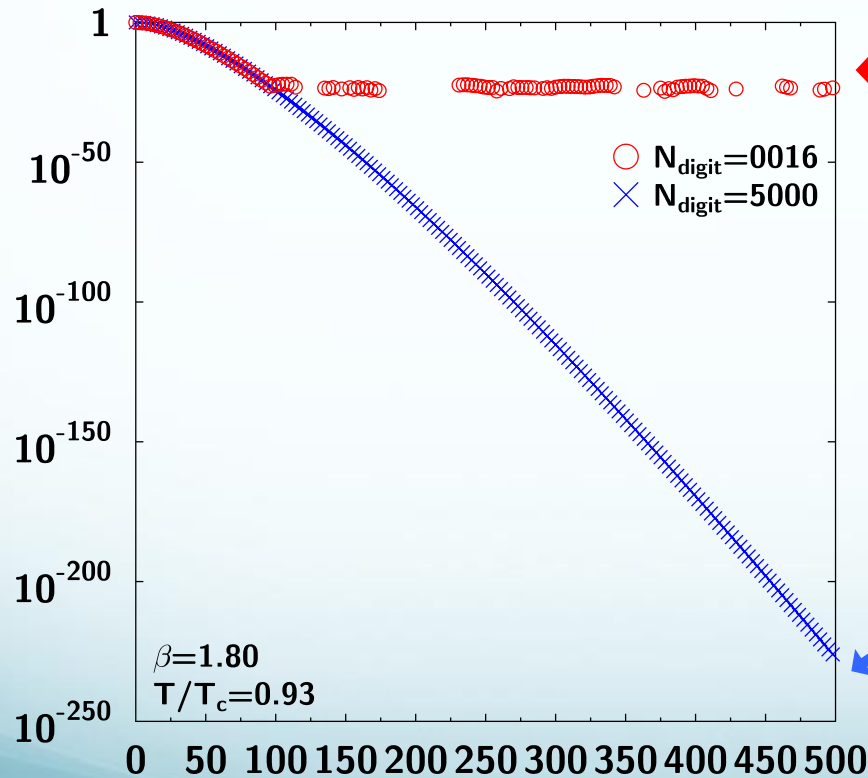
Thesis of S. Oka, 1712.0897[hep-lat]

カノニカル法の歴史

× (離散)フーリエ変換の数値的不安定性

- ・ 符号問題？
- ・ 有効数字の桁落ちが原因！

カノニカル分配関数



倍精度では、小さい粒子数
までしか正しく求めること
ができない。

多倍長精度では、より大き
い粒子数まで正しく求める
ことができる。

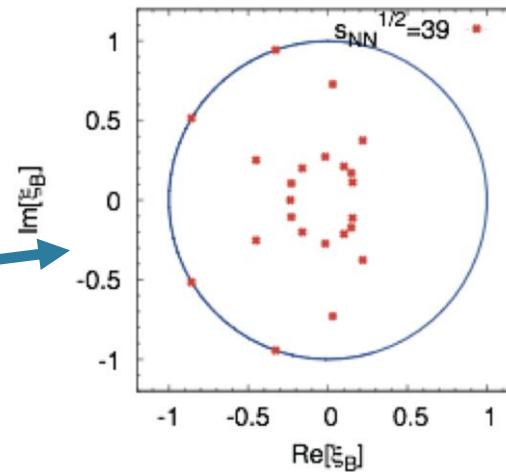
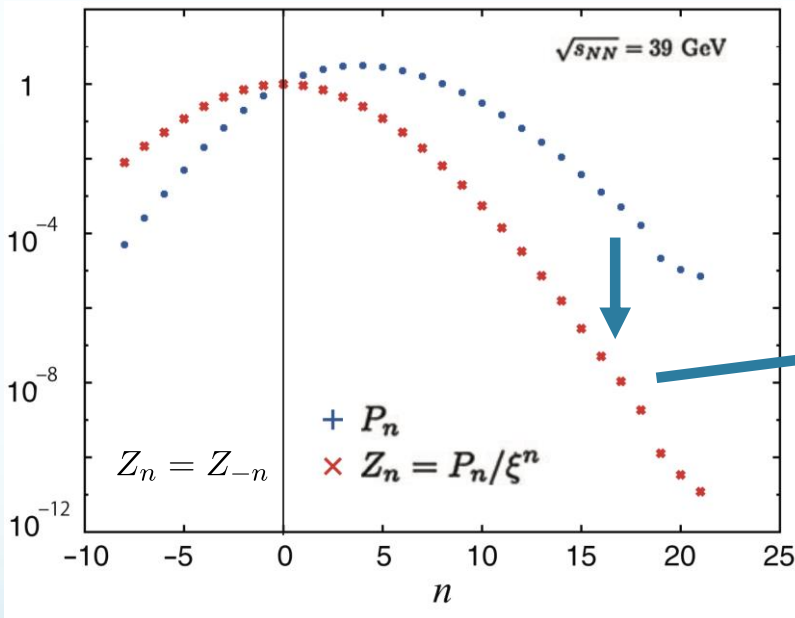
クォーク数

カノニカル法の歴史

✗ 数値結果と比較可能な実験データがない(1992年当時)

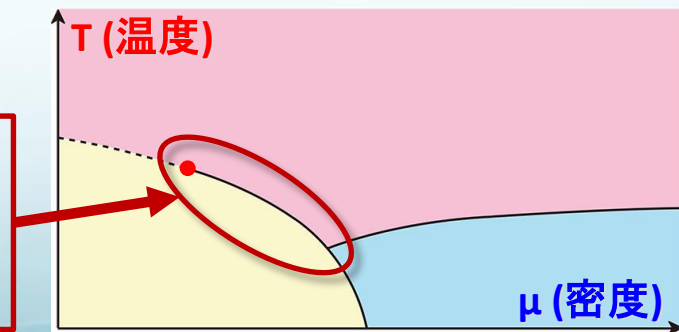
RHICで測定された陽子多重度分布 P_n から Z_n の抽出が可能

RHICデータからのLee-Yangの零点



A. Nakamura
& K. Nagata,
PTEP(2016)

J-PARC(日本)やNICA(ロシア)で
高精度・高統計量による
高密度領域での実験が計画中



カノニカル法の歴史

カノニカル法の基本的アイデア

A. Hasenfrantz & D. Toussaint, Nucl. Phys. B371 (1992)

なぜ今頃？

× (離散)フーリエ変換の数値的不安定性

➡ 多倍長精度計算 (有効数字5,000桁以上)

× 数値結果と比較可能な実験データがない

➡ RHIC, J-PARC & NICA

The time is good!

クォーク数密度からのアプローチ

V.G. Bornyakov et al., Phys. Rev. D95, 094506 (2017)

$Z_{\text{GC}}(\mu_q = i\mu_{qI}, T, V)$ の求め方

クォーク数密度

$$\begin{aligned}\frac{n_q}{T^3} &= \frac{1}{VT^2} \frac{\partial}{\partial \mu_q} \ln Z_{\text{GC}} \\ &= \frac{1}{VT^3} \frac{1}{Z_{\text{GC}}} \int \mathcal{D}U \det D(\mu_q) e^{-S_G} \text{Tr} \left[D^{-1} \frac{\partial D}{\partial (\mu_q/T)} \right]\end{aligned}$$

モンテカルロ法を使って、いくつかの $\mu_q = i\mu_{qI}$ で
クォーク数密度を計算する。

クォーク数密度からのアプローチ

クォーク数密度はmulti-sine関数か多項式で近似可能

$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta) \sim \sum_k f_{3k} \sin(3k\theta) \quad (\text{低温領域})$$

$$\sim \sum_k a_{2k-1} \theta^{2k-1} \quad (\text{高温領域})$$

M. D'Elia et al., PRD95(2017)

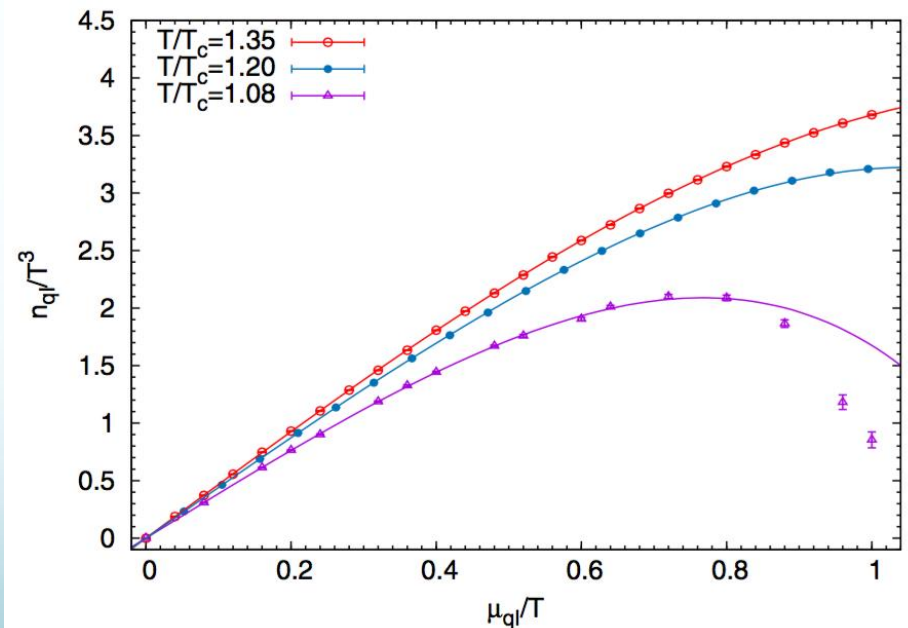
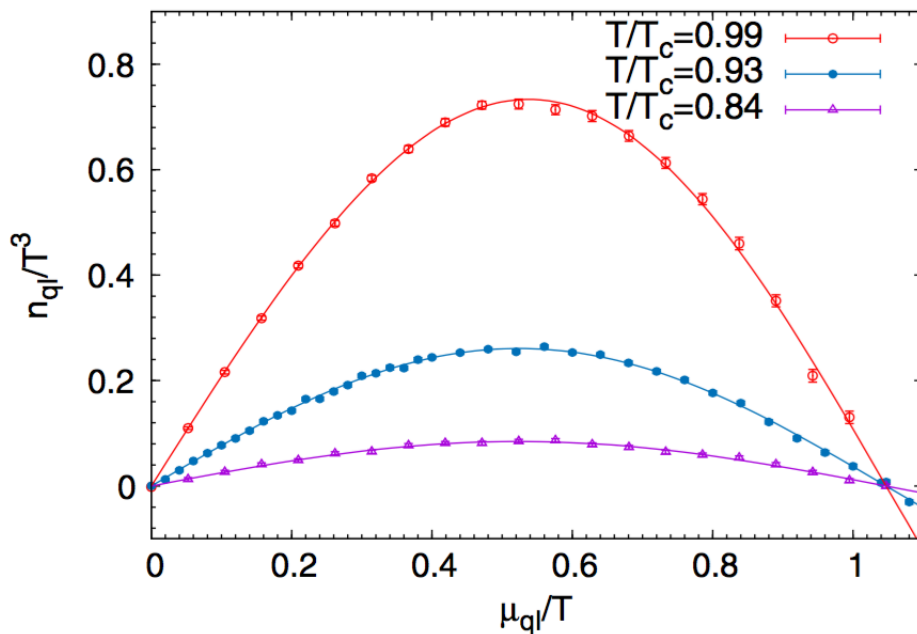
J. Gunther et al., EPJ137(2017)

J. Takahashi et al, PRD91(2015)

T. Takaishi et al, PoS LAT 2009

M. D'Elia et al., PRD80(2009)

$$n_q = i n_{qI} \quad \theta = \frac{\mu_{qI}}{T}$$



クォーク数密度からのアプローチ

クォーク数密度はmulti-sine関数か多項式で近似可能

M. D'Elia et al., PRD95(2017)

J. Gunther et al., EPJ137(2017)

J. Takahashi et al, PRD91(2015)

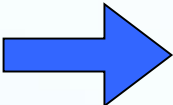
T. Takaishi et al, PoS LAT 2009

M. D'Elia et al., PRD80(2009)

$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta) \sim \sum_k f_{3k} \sin(3k\theta) \quad (\text{低温領域})$$

$$\sim \sum_k a_{2k-1} \theta^{2k-1} \quad (\text{高温領域})$$

$$n_q = i n_{qI} \quad \theta = \frac{\mu_{qI}}{T}$$


$$Z_{GC}(i\mu_{qI}, T, V) \xrightarrow{\text{FT}} Z(n, T, V)$$



$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Z(n, T, V) \xi^n \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

無限のnに対して Z_n が計算できれば、**任意の**密度での調査が可能！

クォーク数密度からのアプローチ

クォーク数密度はmulti-sine関数か多項式で近似可能

M. D'Elia et al., PRD95(2017)

J. Gunther et al., EPJ137(2017)

J. Takahashi et al, PRD91(2015)

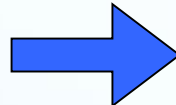
T. Takaishi et al, PoS LAT 2009

M. D'Elia et al., PRD80(2009)

$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta) \sim \sum_k f_{3k} \sin(3k\theta) \quad (\text{低温領域})$$

$$\sim \sum_k a_{2k-1} \theta^{2k-1} \quad (\text{高温領域})$$

$$n_q = i n_{qI} \quad \theta = \frac{\mu_{qI}}{T}$$


$$Z_{GC}(i\mu_{qI}, T, V) \xrightarrow{\text{FT}} Z(n, T, V)$$



$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

数値計算では、 n は**有限**。

体積 $V = (N_s a)^3$ が有限なので、 $N_{\max}$ の最大は N_s^3 程度。

目次

1. 導入

QCD相図、モンテカルロ法、符号問題

2. カノニカル法

基本的アイデア、歴史、数密度からのアプローチ

3. Lee-Yangの零点の計算

cut Baum-Kuchen algorithm、LYの零点の性質

4. 格子QCDによるLee-Yangの零点の結果

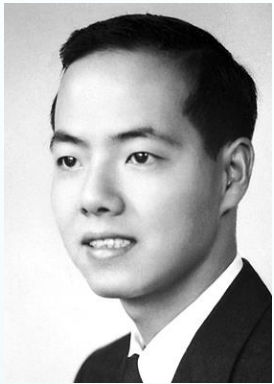
温度 T 依存性、体積 V 依存性、最大粒子数 $N_{\max}$ 依存性

5. まとめ & 今後の展望

Lee-Yangの零点

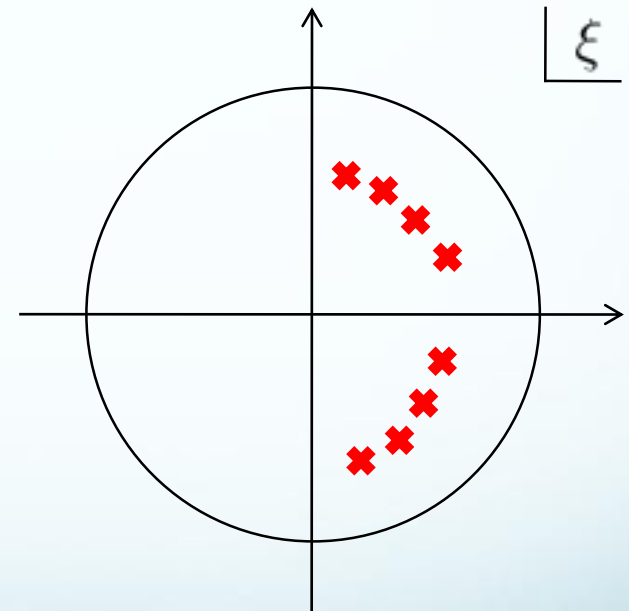
グランドカノニカル分配関数の零点は系の相転移について多くの情報を持つ。

T.D. Lee & C.N. Yang, Phys. Rev. 87, 404&410 (1952)



$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0$$

$$\xi = e^{\mu_q/T} \quad \prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$

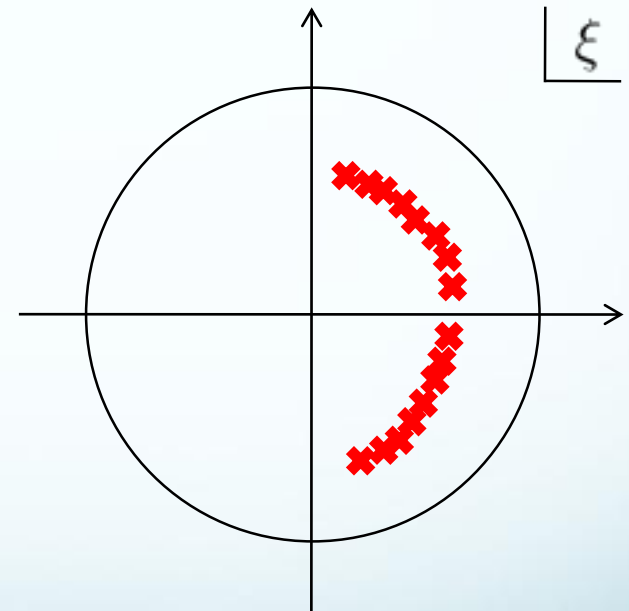
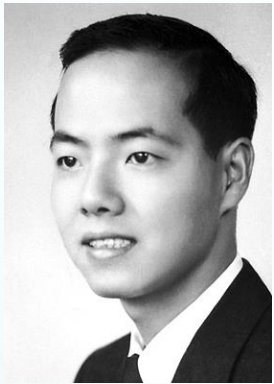


体積 $V \sim$ 小

Lee-Yangの零点

グランドカノニカル分配関数の零点は系の相転移について多くの情報を持つ。

T.D. Lee & C.N. Yang, Phys. Rev. 87, 404&410 (1952)



$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0$$

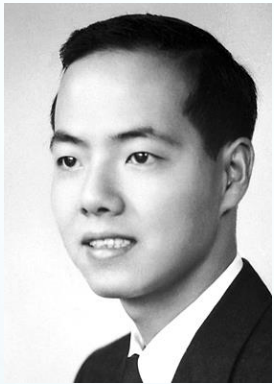
$$\xi = e^{\mu_q/T} \quad \prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$

体積 $V \rightarrow$ 大

Lee-Yangの零点

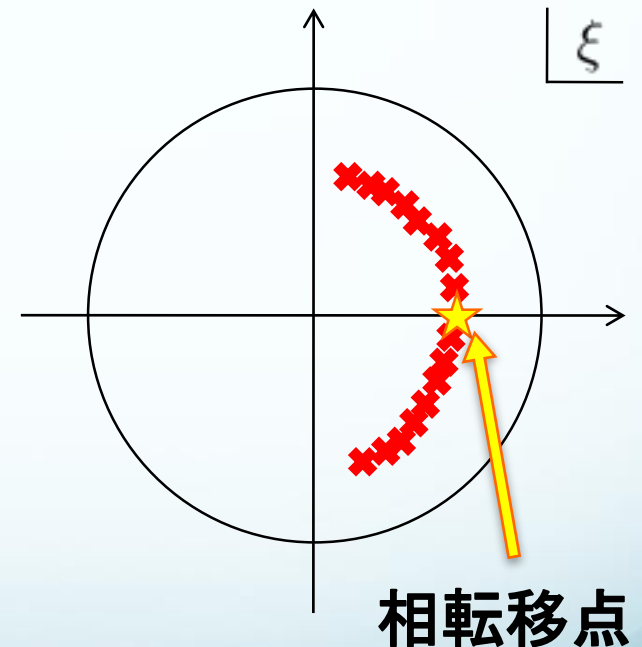
グランドカノニカル分配関数の零点は系の相転移について多くの情報を持つ。

T.D. Lee & C.N. Yang, Phys. Rev. 87, 404&410 (1952)



$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0$$

$$\xi = e^{\mu_q/T} \quad \prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$



体積 $V \rightarrow$ 無限大

多倍長精度による計算

$2N_{\max}$ 次多項式を解く。

$$Z_{\text{GC}}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0$$
$$\prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$

ill-posed problem (不良設定問題) !



これも、多倍長精度での計算 (FMLIB パッケージ) と
後述の cut Baum-Kuchen algorithm で解決 !

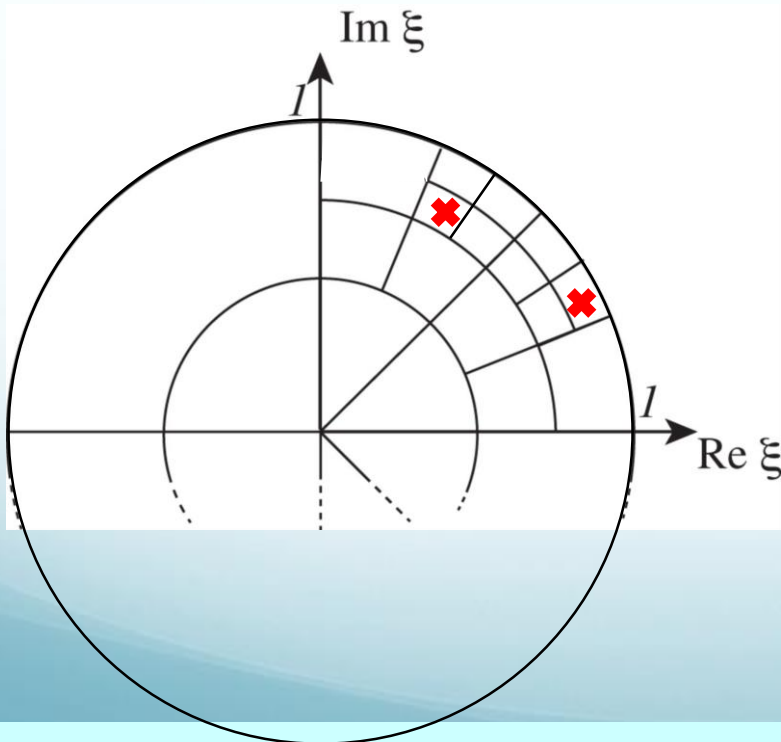
cut Baum-Kuchen algorithm

$$f(\xi) \equiv \prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n)$$

$$\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = \sum_{n=1}^{2N_{\max}} \frac{1}{\xi - \alpha_n}$$

Cauchy積分

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f'(\xi)}{f(\xi)} d\xi = \text{閉経路C内の
の零点の数}$$

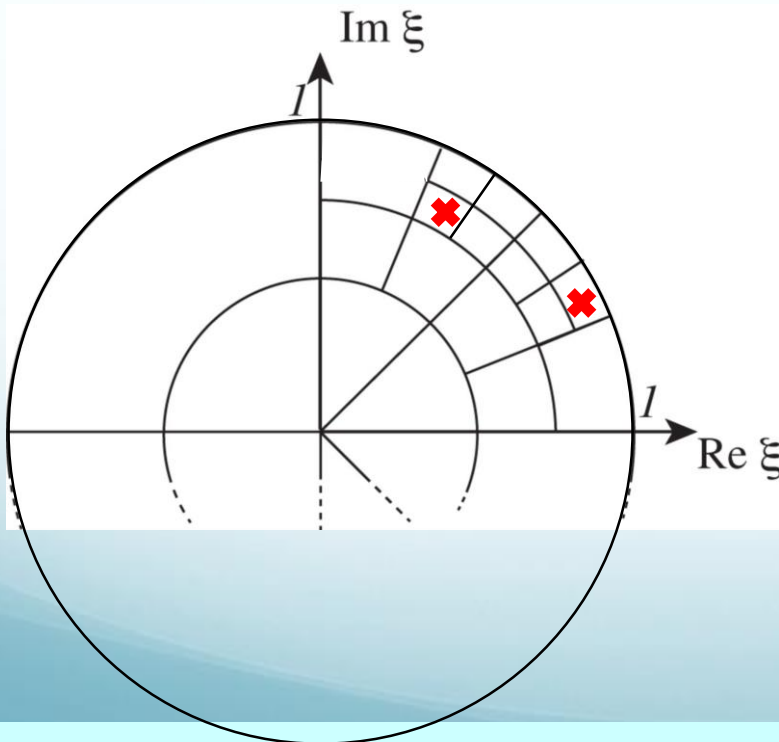


A. Nakamura & K. Nagata,
Prog. Theor. Exp. Phys. 2016, 033D01

LYの零点に対するZ(n)の性質

$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0 \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

$$\prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$



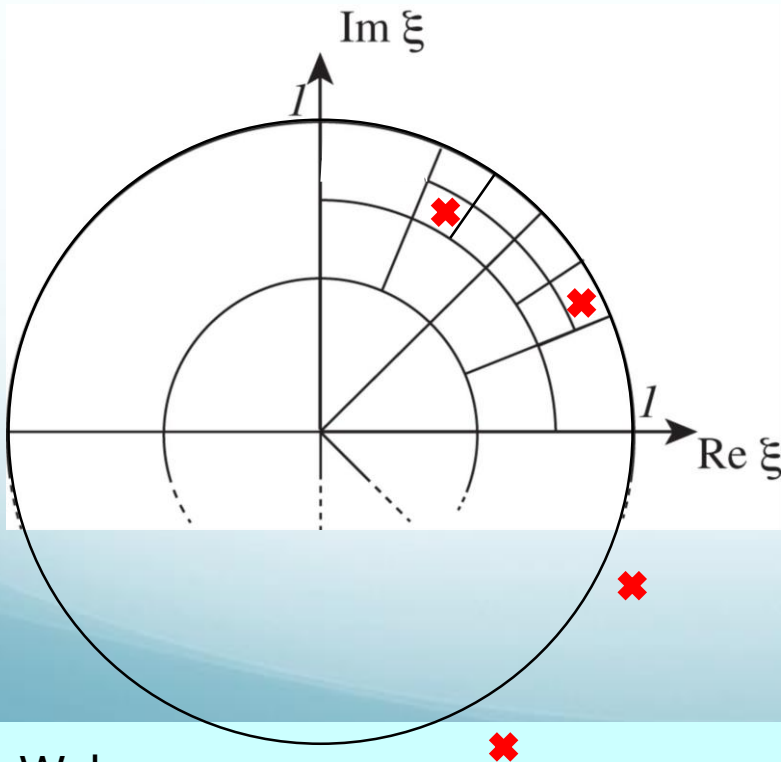
LYの零点に対するZ(n)の性質

$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0 \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

$$\prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$

$$Z(+n, T, V) = Z(-n, T, V)$$

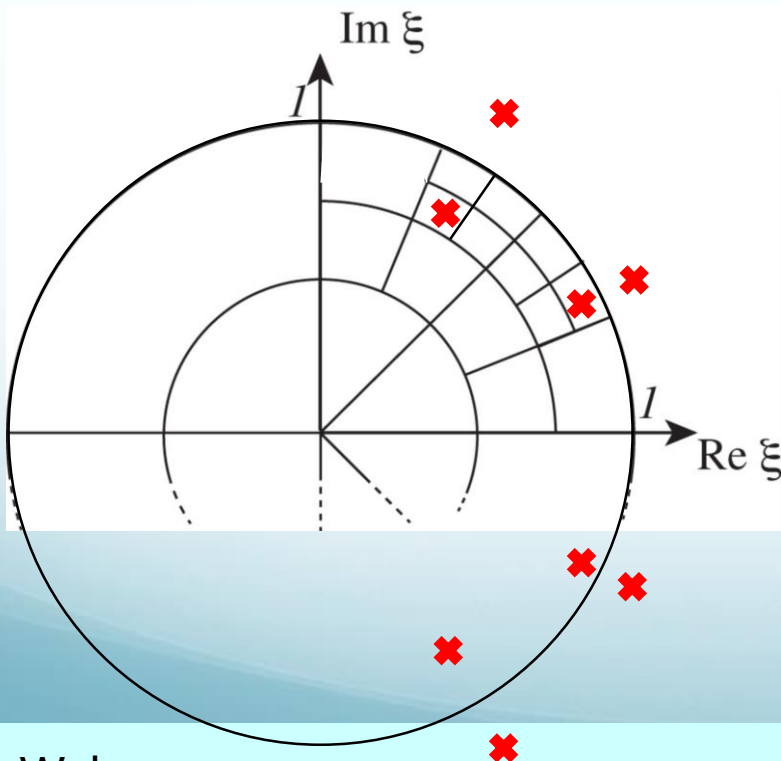
$$\xi \leftrightarrow \xi^{-1}$$



LYの零点に対するZ(n)の性質

$$Z_{\text{GC}}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\text{max}}}^{N_{\text{max}}} Z(n, T, V) \xi^n = 0 \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

$$\prod_{n=1}^{2N_{\text{max}}} (\xi - \alpha_n) = 0$$



$$Z(+n, T, V) = Z(-n, T, V)$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^{-1}$$

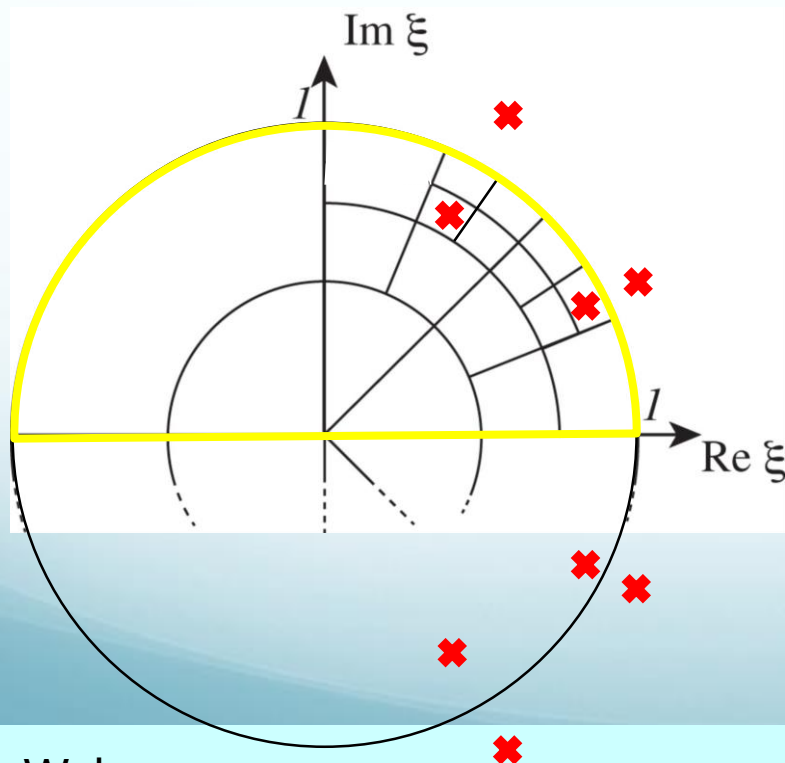
$$Z(n, T, V) : \text{実数}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^*$$

LYの零点に対するZ(n)の性質

$$Z_{GC}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(n, T, V) \xi^n = 0 \quad \xi = e^{\mu_q/T}$$

$$\prod_{n=1}^{2N_{\max}} (\xi - \alpha_n) = 0$$



$$Z(+n, T, V) = Z(-n, T, V)$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^{-1}$$

$$Z(n, T, V) : \text{実数}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^*$$

単位円の上半分だけを
調べれば十分

目次

1. 導入

QCD相図、モンテカルロ法、符号問題

2. カノニカル法

基本的アイデア、歴史、数密度からのアプローチ

3. Lee-Yangの零点の計算

cut Baum-Kuchen algorithm、LYの零点の性質

4. 格子QCDによるLee-Yangの零点の結果

温度 T 依存性、体積 V 依存性、最大粒子数 $N_{\max}$ 依存性

5. まとめ & 今後の展望

格子セットアップ

- ・ 岩崎ゲージ作用
- ・ クローバーフェルミオン作用
- ・ 格子サイズ: $16*16*16*4$
- ・ $m_\pi/m_\rho = 0.8$
- ・ 密度方向の数: 19 - 40点
- ・ 2000 or 4000 配位

S. Ejiri et al., PRD82,
014508 (2010)

$$T = \frac{1}{N_t a}$$

$$\beta=1.70 \quad T/T_c=0.84$$

$$\beta=1.80 \quad T/T_c=0.93$$

$$\beta=1.85 \quad T/T_c=0.99$$

$$\beta=1.90 \quad T/T_c=1.08$$

$$\beta=1.95 \quad T/T_c=1.20$$

$$\beta=2.00 \quad T/T_c=1.35$$

$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta)$$

$$f_3 \sin(3\theta)$$

$$f_3 \sin(3\theta)$$

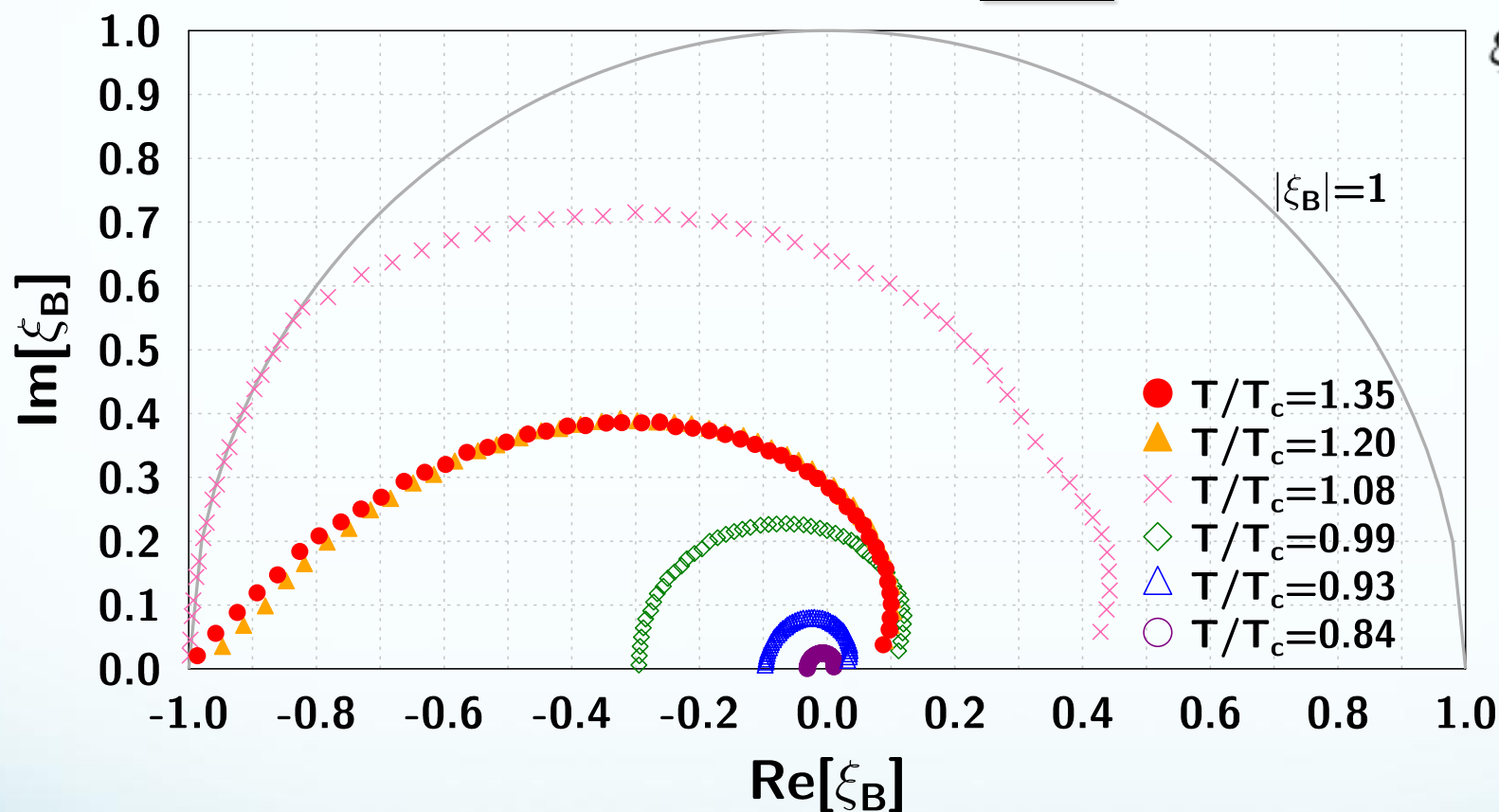
$$\sum_{k=1}^3 f_{3k} \sin(3k\theta)$$

$$\sum_{k=1}^7 f_{3k} \sin(3k\theta)$$

$$\sum_{k=1}^5 a_{2k-1} \theta^{2k-1}$$

$$a_1 \theta^1 + a_3 \theta^3$$

温度依存性 ($N_{\max}=100$)



$$\xi_B = \xi^3$$

$$\xi = e^{\mu_q/T}$$

臨界温度 T_c 以上と T_c 以下では、Lee-Yangの零点分布の振る舞いは大きく異なることが分かる。

M.W., V. Borynakov, D. Boyda, V. Goy, H. Iida, A. Molochkov, A. Nakamura & V. Zakharov, arXiv:1802.02014[hep-lat]

VとN_{max}依存性 (T/T_c=1.35)

Preliminary !

$$a_1\theta^1 + a_3\theta^3$$



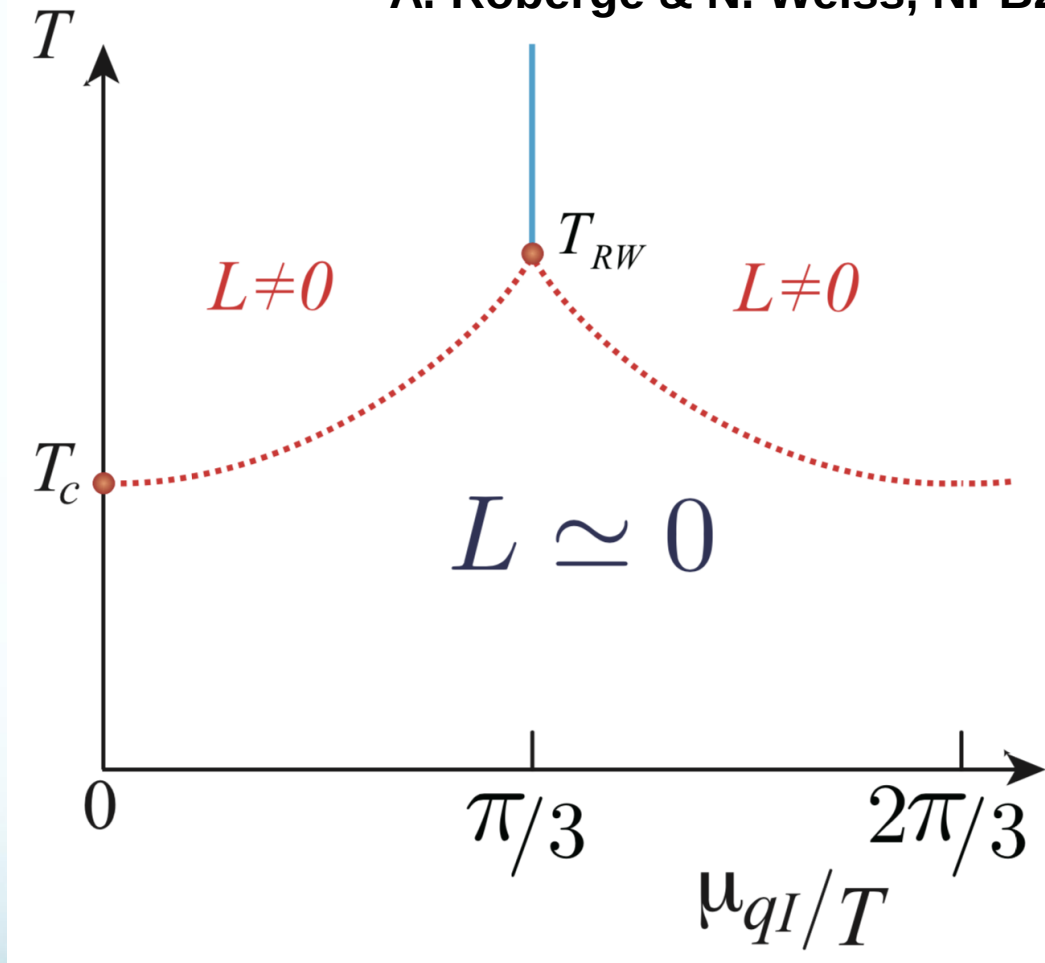
$$\xi_B = -1 \Leftrightarrow \mu_q/T = \frac{(2k+1)\pi i}{3}$$

Roberge-Weiss相転移点

N_{max} が増加するにつれて、
LYZは原点に近く。

Roberge-Weiss 対称性

A. Roberge & N. Weiss, NPB275, 735 (1986)



L: Polyakovループの期待値 V. Borynakov et al., PRD95, 094506 (2017)

VとN_{max}依存性 (T/T_c=0.93)

$$\xi_B = e^{\mu_B/T}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^{-1}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^*$$

Preliminary !

$$f_3 \sin(3\theta)$$

N_{max}が増加するにつれて、LYZは実軸に近く。

VとN_{max}依存性 (T/T_c=0.99)

Preliminary !

$$\sum_{k=1}^3 f_{3k} \sin(3k\theta)$$

N_{max}が増加するにつれて、LYZは実軸に近く。

$N_{\max}$ 依存性 ($T/T_c=0.84$)

$$\xi_B = e^{\mu_B/T}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^{-1}$$

$$\xi \leftrightarrow \xi^*$$

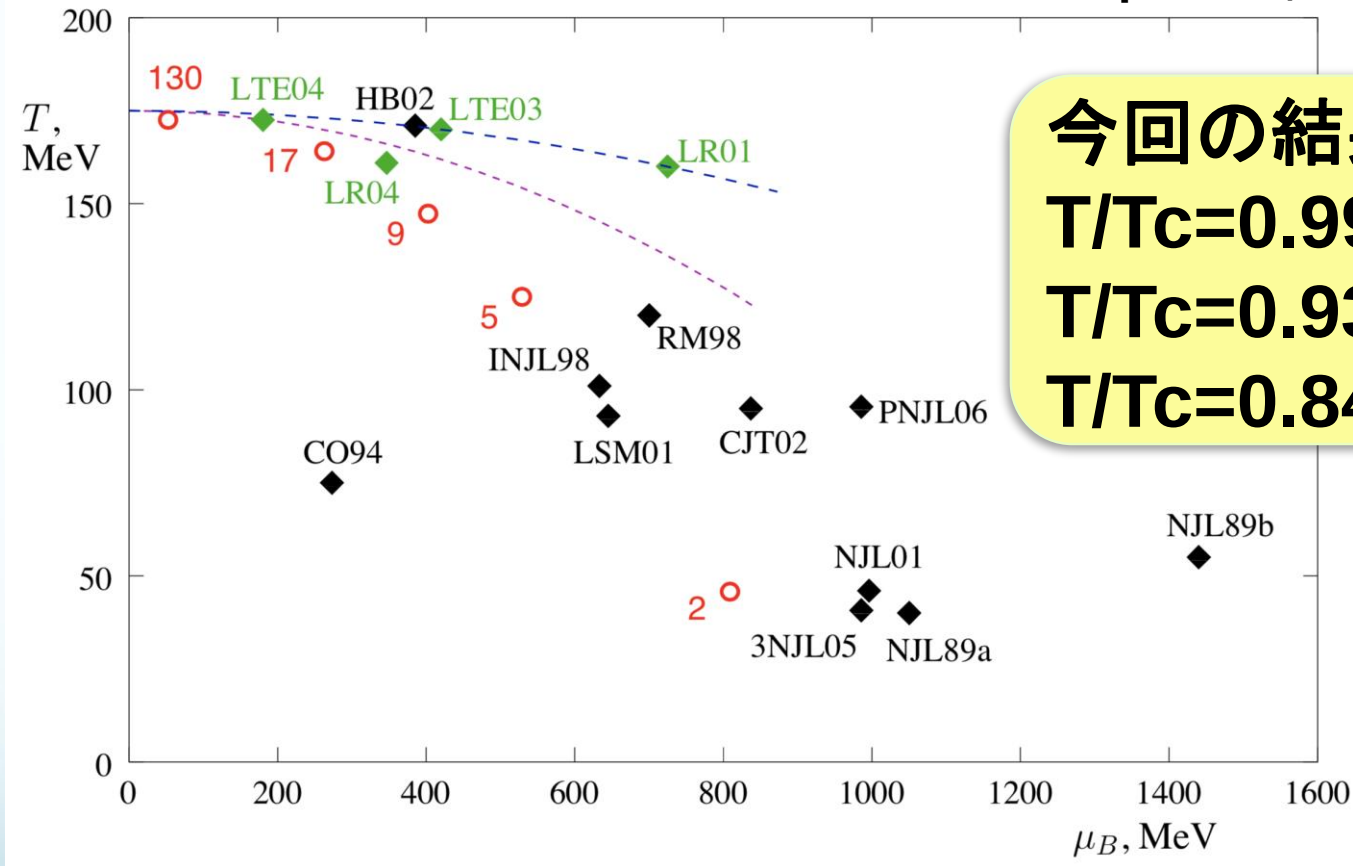
Preliminary !

$$f_3 \sin(3\theta)$$

$N_{\max}$ が増加するにつれて、LYZは実軸に近く。

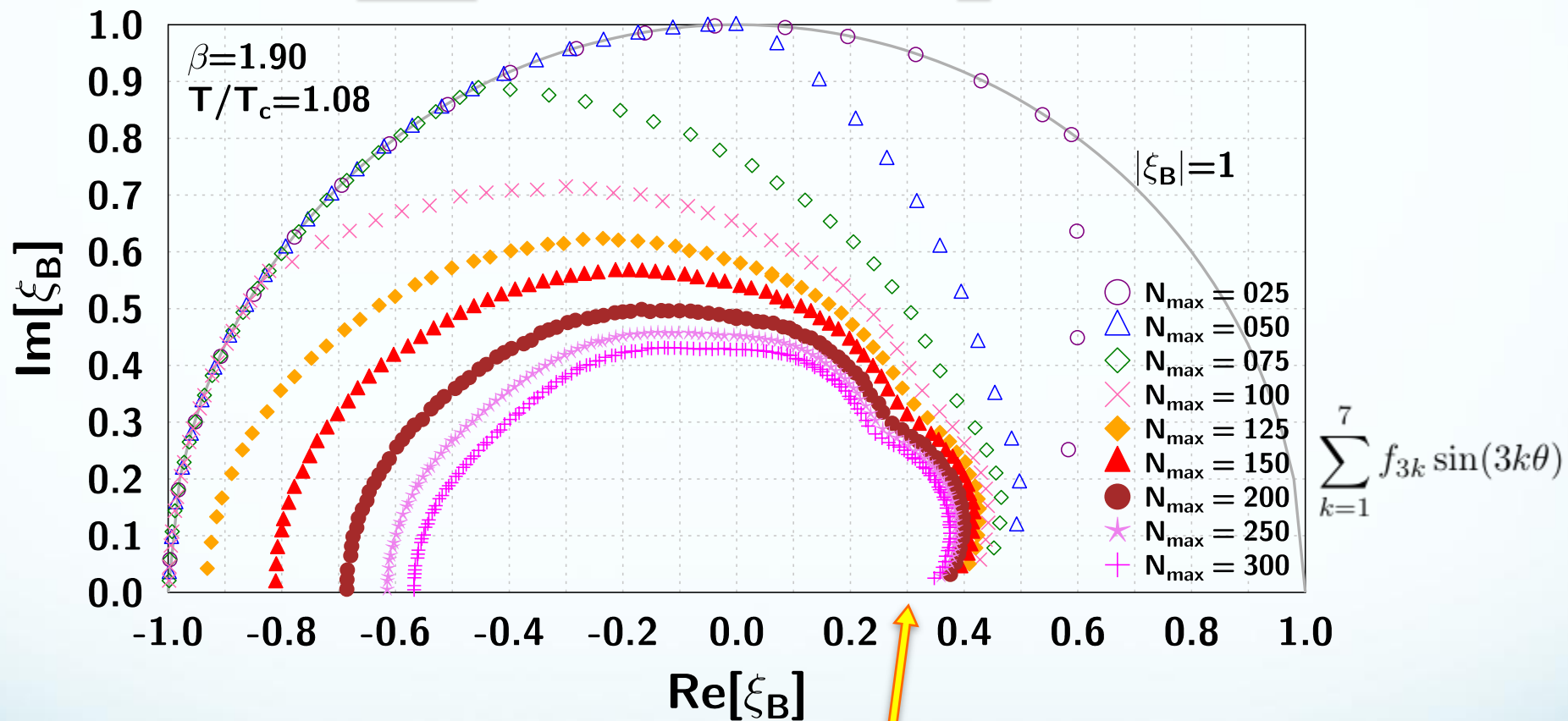
QCD相図 (予想図)

M. Stephanov, PoS(Lattice2006), 024



臨界点、相転移線はどこ??

$N_{\max}$ 依存性 ($T/T_c=1.08$)



RW相転移点は見られない

$N_{\max}$ が増加するにつれて、LYZは複素平面上で収束??

目次

1. 導入

QCD相図、モンテカルロ法、符号問題

2. カノニカル法

基本的アイデア、歴史、数密度からのアプローチ

3. Lee-Yangの零点の計算

cut Baum-Kuchen algorithm、LYの零点の性質

4. 格子QCDによるLee-Yangの零点の結果

温度 T 依存性、体積 V 依存性、最大粒子数 $N_{\max}$ 依存性

5. まとめ & 今後の展望

まとめ(1)

- QCDの臨界点・相転移線の決定は未解決問題のひとつ。
- 有限密度系での格子QCDには符号問題が存在。
- カノニカル法は、符号問題が存在しない純虚数化学ポテンシャル領域で計算をし、実数化学ポテンシャル領域の情報を引き出す。
- 多倍長精度の計算を用いることで、カノニカル法による相構造の探索が可能になってきた。
- 格子QCDを用いて分配関数を計算して、対応するLee-Yangの零点の計算を行った。

まとめ(2)

- 臨界温度 T_c より高い温度と低い温度とでは、LYの零点分布は大きく異なる。
- $T/T_c=1.35, 1.20$ では、RW相転移点が存在することを確認した。
- T_c 以下の温度では、おおよその相転移の点を見積もることができた。
- $T/T_c=1.08$ では、複素平面上に存在する相転移点を捕らえられた可能性がある。

今回の結果 Preliminary !

$T/T_c=0.99$:

$T/T_c=0.93$:

$T/T_c=0.84$:

将来の展望

- より大きい $N_{\max}$ での計算
- 現実のクォーク質量($m_{\pi}/m_{\rho}=135/770$)での計算
(今回の計算は $m_{\pi}/m_{\rho}=0.8$ で行った)
- 2+1 フレーバーでの計算 => ストレンジクォーク化学ポテンシャル
- 符号問題がない場合でのカノニカル法の検算
 - 2カラーQCDでの格子計算
 - 有効模型(NJL模型etc.)?