

# 原子核集団現象への平均場アプローチ

日野原 伸生

筑波大学計算科学研究センター  
原子核理論研究室



# 講義計画

---

- 1. イントロダクション
  - 平均ポテンシャルと一粒子運動・集団運動
  - 対相関
- 2. 平均場理論
  - Hartree-Fock, Hartree-Fock-Bogoliubov
  - 原子核密度汎関数理論
- 3. QRPA
  - RPA, QRPA
  - 線形応答理論
  - 有限振幅法
- 4. 大振幅集団運動の理論
  - ポソン展開法
  - 生成座標法
  - 時間依存Hartree-Fock-Bogoliubov
  - 自己無撞着集団座標法

# 参考書・参考文献

## 教科書

- Ring and Schuck: The Nuclear Many-Body Problem, Chap. 5-12
- 高田・池田 原子核構造論(朝倉書店)
- Nilsson and Ragnarsson: Shapes and Shells in Nuclear Structure
- Bring and Broglia, "Nuclear Superfluidity Pairing in Finite Systems"

## レビュー論文

Bender, Heenen, and Reinhard, Rev. Mod. Phys. **75**, 121 (2003)  
"Self-consistent mean-field models for nuclear structure"

Nakatsukasa, Matsuyanagi, Matsuo, and Yabana, Rev. Mod. Phys. **88**, 045004 (2016)  
"Time-dependent density-functional description of nuclear dynamics"

# 原子核はどんな形をしていますか

原子核：陽子と中性子(フェルミ粒子)からなる

Schrödinger方程式に従う

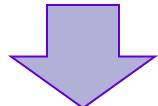
$$\hat{H}|N, Z, J, \pi, k\rangle = E_{N, Z, J, \pi, k}|N, Z, J, \pi, k\rangle$$

原子核の持つ量子数      N: 中性子数      Z: 陽子数  
J: 全角運動量(と3軸成分M)  $\pi$ : パリティ

量子数：Hamiltonianと演算子が交換・・エネルギー固有状態での同時固有状態

$$[\hat{H}, \hat{J}_k] = 0 \quad (k=1,2,3)$$

角運動量がよい量子数→原子核のエネルギー固有状態は回転対称性を保つ

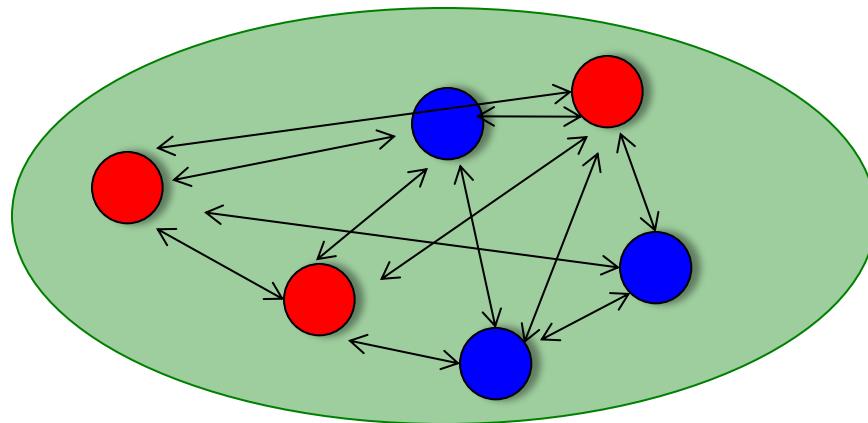


原子核は回転対称(丸い)

# 平均場理論

量子力学系としての原子核

核子は他の核子それぞれと  
強い相互作用や電磁気力で複雑な相互作用



実際はそんなに原子核内核子は相互作用をしない(媒質効果)

核内核子の平均核子間距離 : 2 fm 程度(原子核の飽和性より)

核内核子の平均自由行程 ~ 原子核の直径程度(半径 :  $R=1.2 \text{ fm} * A^{1/3}$ )

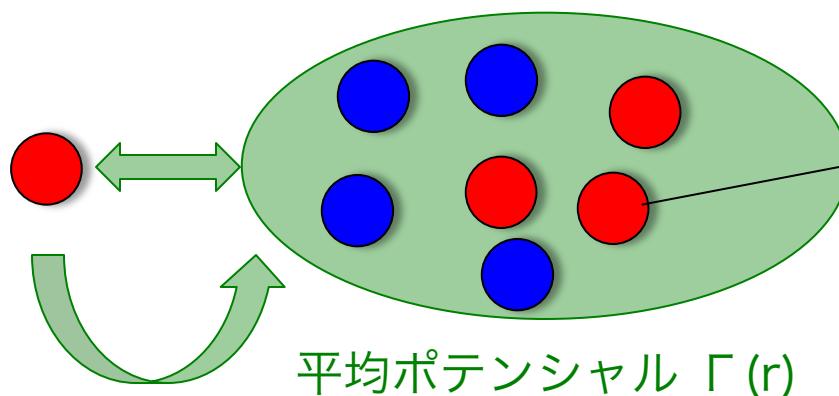
パウリ排他律により散乱される終状態が禁止されているため

# 平均場理論

量子多体問題の一体問題への置き換え

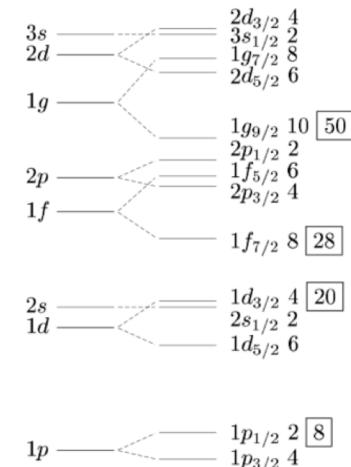
Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB)  
密度汎関数理論(density functional theory, DFT)

原子核内核子は他の核子が作る  
平均ポテンシャルと相互作用



核子の配位(あるいは密度)  
から平均ポテンシャルを更新

平均ポテンシャルによる  
Schrödinger方程式解  
(平均ポテンシャル内の一粒子運動)



1s ————— 1s<sub>1/2</sub> 2 [2]

すべての核子の軌道

多体問題の自己無撞着解

# 球対称平均ポテンシャル

平均ポテンシャルからどのようなことがわかるか

原子核内の核子の従う Schrödinger 方程式

$$\hat{H}\psi(\mathbf{r}) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

ポテンシャルが球対称な場合：変数分離  $\psi(\mathbf{r}) = R_l(\mathbf{r})Y_{lm}(\theta, \varphi)$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r + \frac{\hat{\mathbf{L}}^2}{2mr^2} + V(\mathbf{r})$$

$$\hat{\mathbf{L}}^2 = -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]$$

角度部分：球面調和関数( $l$ :軌道角運動量量子数、 $m$ :磁気量子数)

$$\hat{\mathbf{L}}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

動径部分  $\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] R_l(r) = E R_l(r)$

# 3次元調和振動子

平均ポテンシャルの例：3次元調和振動子  $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2$

動径部分  $\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] R_l(r) = E R_l(r)$

$$\rho = \sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}} r \quad R_l(r) = C \rho^l F\left(-n, l + \frac{3}{2}; \rho^2\right) e^{-\rho^2/2}$$

合流型超幾何関数

$$n = \frac{1}{2} \left( \frac{E}{\hbar\omega_0} - l - \frac{3}{2} \right) \quad \longleftrightarrow \quad E = \hbar\omega_0 \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right)$$

$$\begin{array}{ll} N = 2n + l & \text{:主量子数(principal quantum number)} \\ n & \text{:動径量子数(radial quantum number)} \end{array}$$

第一種合流型超幾何関数(Kummer関数)

$$F(a, c; z) \equiv 1 + \frac{a}{c} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)}{c(c+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots$$

$$F\left(-n, l + \frac{3}{2}; \rho^2\right) = \frac{n!(l + \frac{1}{2})!}{(n + l + \frac{1}{2})!} L_n^{l+1/2}(\rho^2) \quad \text{Laguerre陪多項式}$$

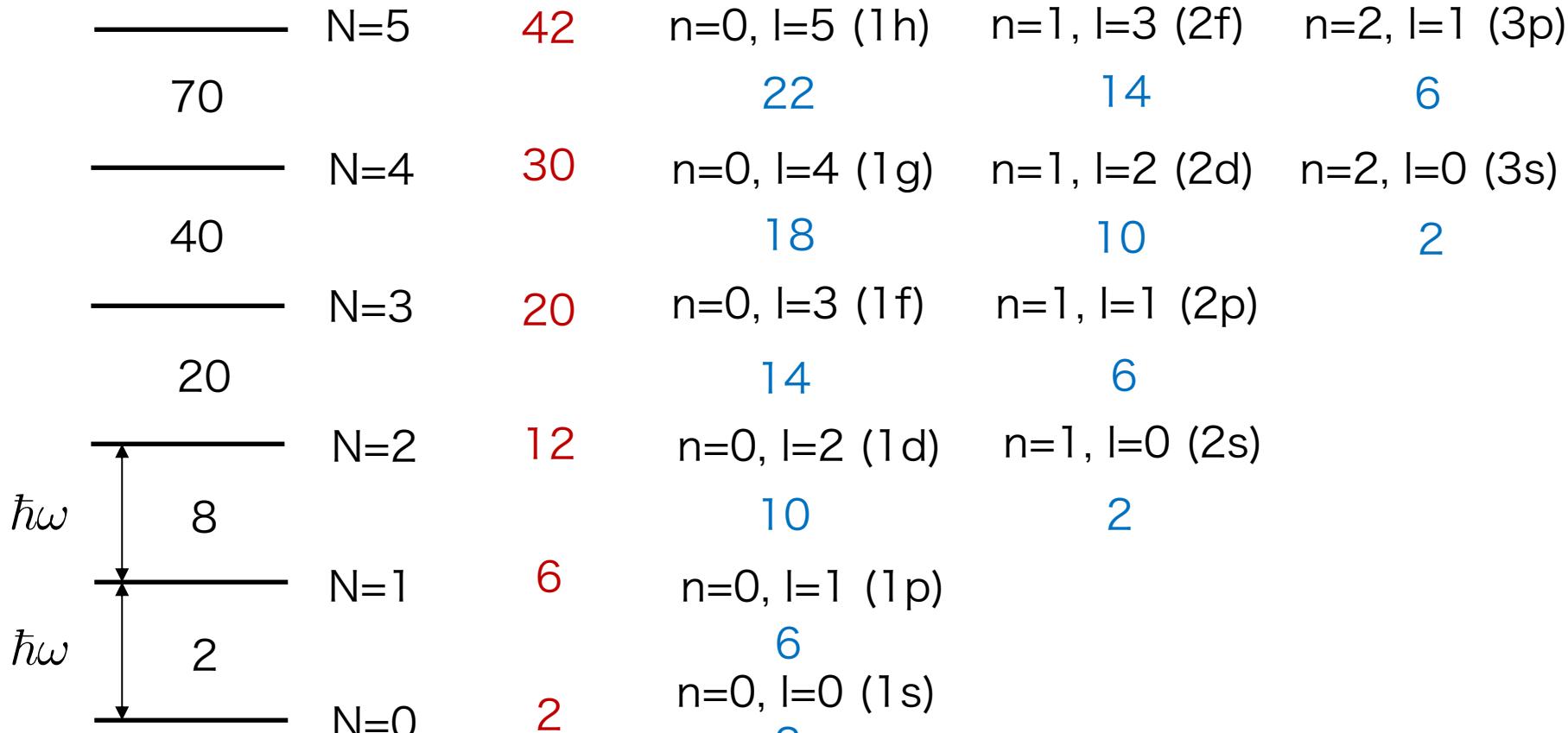
調和振動子ポテンシャルの波動関数は遠方で $\exp(-r^2)$ で小さくなる

# 3次元調和振動子

$$E = \hbar\omega_0 \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) = \hbar\omega \left( N + \frac{3}{2} \right)$$

$N = 2n + l$ : 主量子数(principal quantum number)  
 n: 動径量子数(radial quantum number)  
 l: 軌道量子数(orbital quantum number)

縮退度 :  $(N+1)(N+2)$



- エネルギーは主量子数だけで決まる
- シェル構造(液滴模型ではない量子力学系の性質)
- 縮退度の2はスピン自由度から
- 魔法数 : 2, 8, 20, 40, 70,... (閉殻構造をとる数)

# 調和振動子ポテンシャルでの問題

- 3次元調和振動子での問題 1： $|l|$ の大きな軌道のエネルギーが高すぎる

修正 1：調和振動子に  $|l|^2$  に比例するポテンシャルを追加

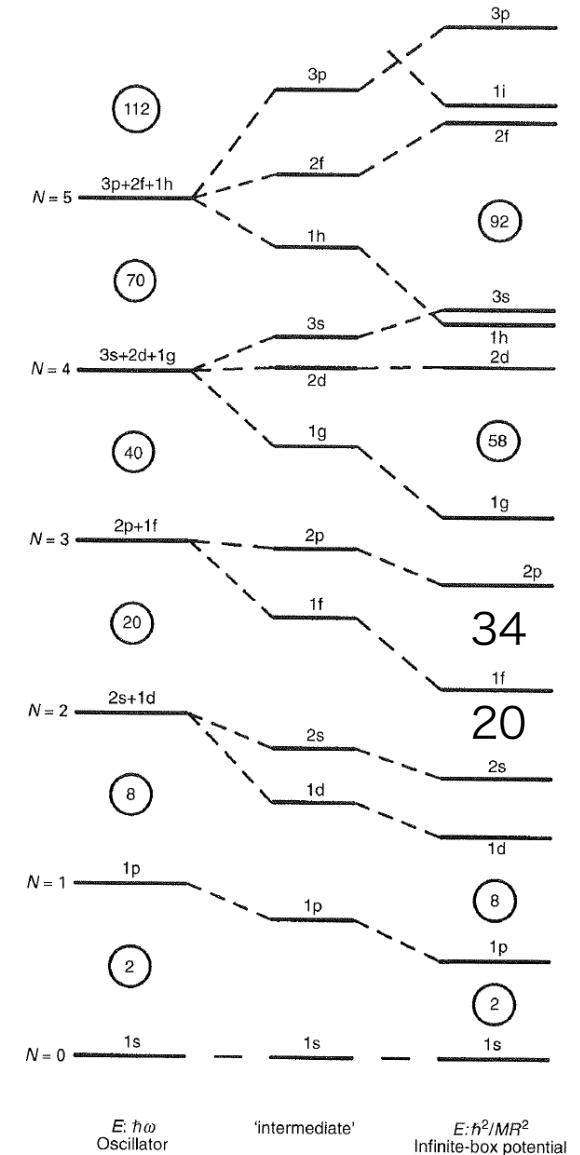
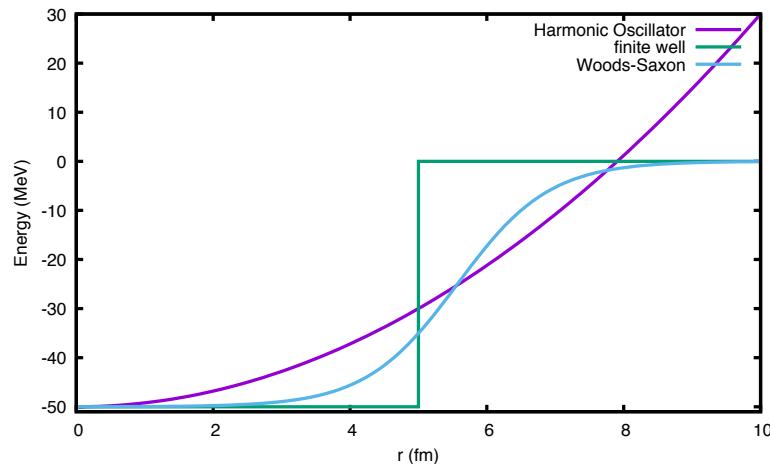
$$-\kappa\hbar\omega_0\mu(l^2 - \langle l^2 \rangle_N)$$

修正 2：井戸型ポテンシャル

$|l|$  の大きな軌道は遠心力により  
原点から離れたところに存在

修正 3：現実的なポテンシャル  
(Woods-Saxon ポテンシャル)

$$V_{WS}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp[(r - R)/a]}$$



Nilsson and Ragnarsson より

# スピン-軌道力 (LS力)

- 3次元調和振動子での問題2：魔法数が説明できない(28など)

$$V_{LS} = W(r) \hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{s}}$$

スピン-軌道力  $\mathbf{l}$  と  $\mathbf{s}$  が平行なら引力 ( $W(r) < 0$ )  
反平行なら斥力

$$\hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{s}} = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{j}}^2 - \hat{\mathbf{l}}^2 - \hat{\mathbf{s}}^2)$$

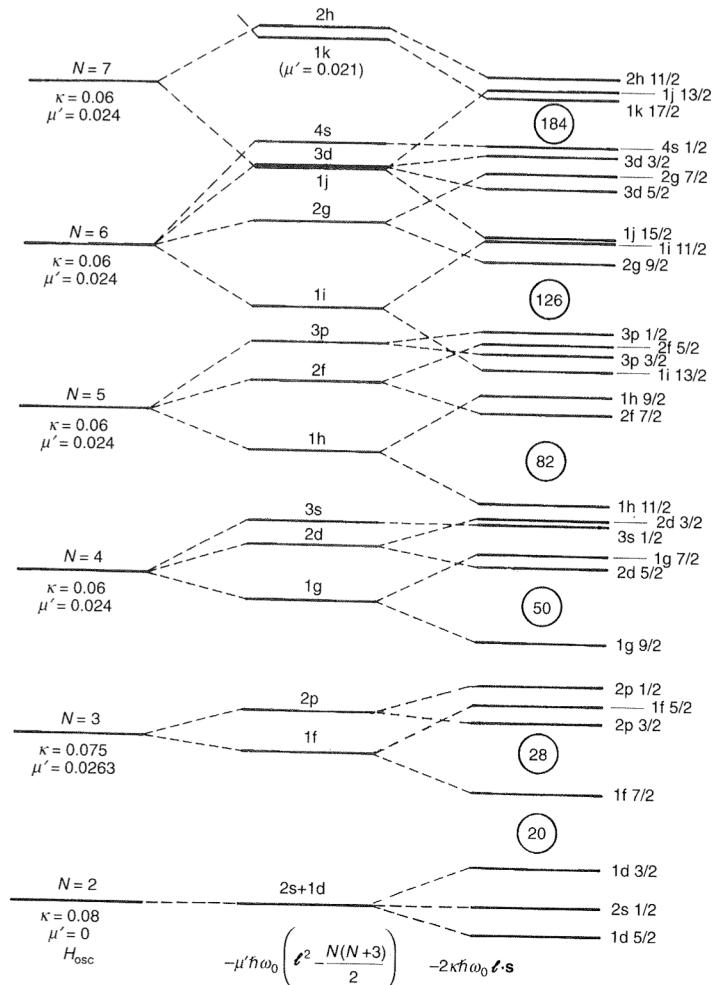
$\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{s}}$  全角運動量(軌道とスピンの合成)

$$\langle \hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{s}} \rangle = \frac{1}{2} \left[ j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] = \begin{cases} \frac{l}{2} & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{l+1}{2} & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

スピン-軌道力がないと  $l, l_z, s, s_z$  が量子数  
スピン-軌道力で  $j, j_z, l, s$  が量子数

スピン-軌道力は波動関数の形を変えない

魔法数を説明 (Mayer and Jensen 1963年ノーベル物理学賞)



Nilsson and Ragnarsson より

# 原子核の変形

原子核の変形(回転対称性の破れ)——平均ポテンシャルの変形(回転対称性の破れ)

原子核の密度を球面調和関数で展開

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right]$$

$\lambda=0$ : 半径を変えるのみ(飽和性のためあまり半径は変わらない)

$\lambda=1$ : 双極子、球形のまま重心の位置がずれる

$\lambda=2$ : 四重極変形、原子核の変形で最も重要

$\lambda=3$ : 八重極変形、パリティ対称性を破る

$\lambda=4$ : 十六重極変形、核分裂などでは重要

四重極変形：5つの自由度 ( $\mu=-2, -1, 0, 1, 2$ )

3つは軸のとり方の自由度、 $a_1=a_{-1}=0$ とすれば(主軸系) $a_2=a_{-2}$ ,  $a_0$ の2つ。

軸対称四重極変形度  $\beta$

非軸対称変形度  $\gamma$

$$a_0 = \beta \cos \gamma$$

$$a_2 = a_{-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$

オブレート変形

$\beta=0$

$\gamma=120^\circ$   
対称軸:x



$\gamma=60^\circ$  対称軸:y

オブレート変形

$\gamma$

$\gamma=0^\circ$

プロレート変形

対称軸:z

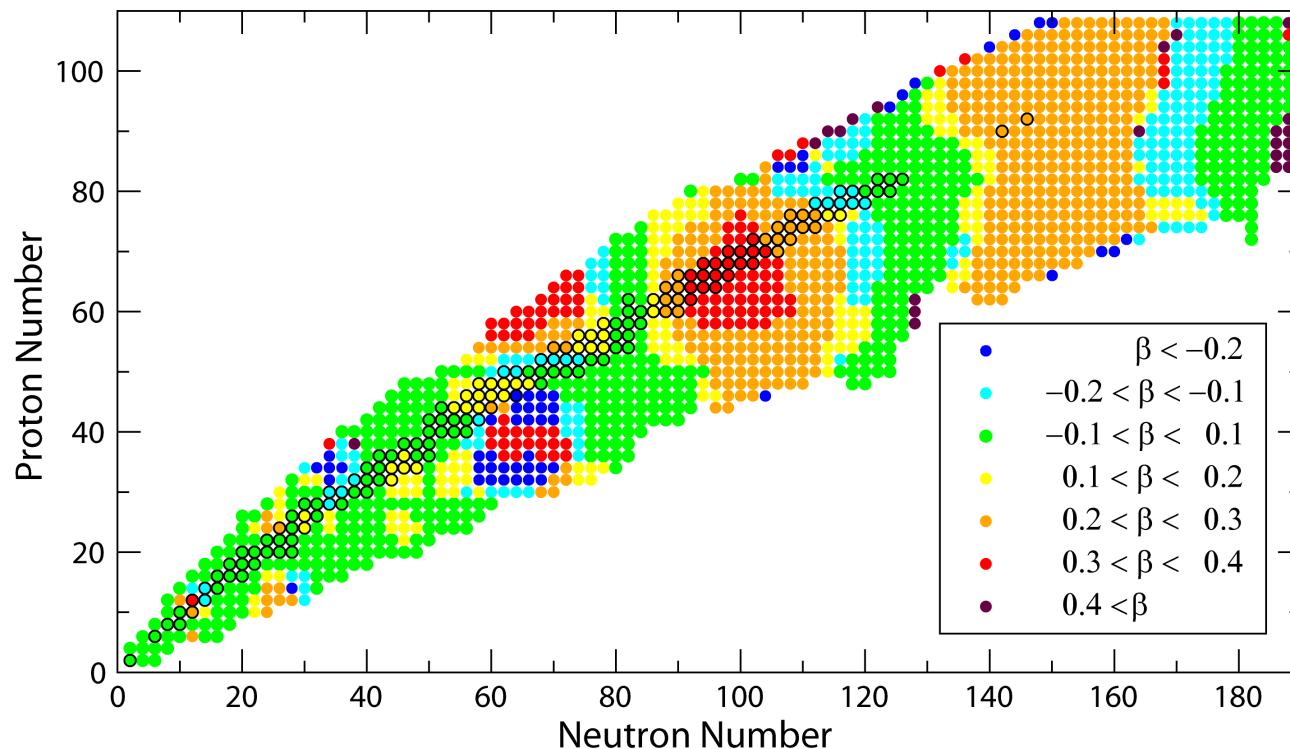
# 基底状態での四重極変形

核図表

緑色：球形( $\beta=0$ )、 赤：プロレート変形( $\beta>0$ ) 青：オブレート変形( $\beta<0$ )



軸対称HFB計算：Stoitsov et al., Phys. Rev. C 68, 054312 (2003)



平均場計算では多くの原子核は変形→四重極相関は強い引力

# 変形調和振動子ポテンシャル

軸対称変形(z軸周りで回転対称)

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 \quad \longrightarrow \quad V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m[\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2]$$

$$\omega_z = \omega_0(\varepsilon) \left(1 - \frac{2}{3}\varepsilon\right) \quad \omega_{\perp} = \omega_0(\varepsilon) \left(1 + \frac{1}{3}\varepsilon\right)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega_{\perp} - \omega_z}{\omega_0} \text{ distortion parameter}$$

球形付近での振る舞い( $\varepsilon \ll 1$ )

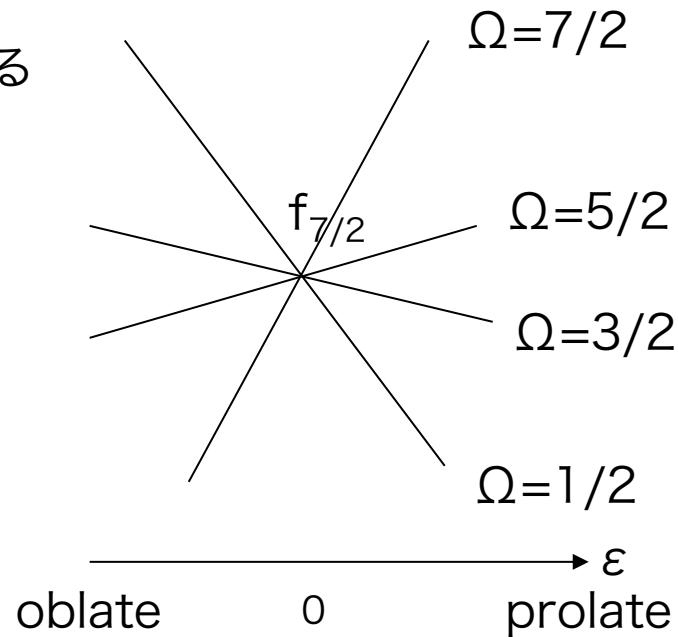
Hamiltonianに対して1次の摂動項  $\varepsilon M\omega_0^2 \frac{1}{3}(x^2 + y^2 - 2z^2) = -M\omega_0^2 \frac{2}{3}\varepsilon \sqrt{\frac{4\pi}{5}} r^2 Y_{20}(\theta, \varphi)$

$j$ 軌道は $2j+1$ 重に縮退→摂動項によって縮退が解ける

$$\langle Nlj\Omega | -\varepsilon r^2 Y_{20}(\theta, \varphi) | Nlj\Omega \rangle \sim \varepsilon \langle r^2 \rangle \frac{3\Omega^2 - j(j+1)}{j(j+1)}$$

$\Omega$ の大きさでエネルギーが変わる  
 $\pm\Omega$ の順位は縮退

$\Omega$  : 角運動量の第三成分( $j_z$ )



# 変形した平均ポテンシャル

変形が大きいときの振る舞い(漸近的な振る舞い)

$$\text{変形調和振動子の場合 } \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{m}{2}[\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2]$$

$$\xi = x\sqrt{\frac{m\omega_{\perp}}{\hbar}} \quad \eta = y\sqrt{\frac{m\omega_{\perp}}{\hbar}} \quad \zeta = z\sqrt{\frac{m\omega_z}{\hbar}} \quad \begin{aligned} \xi &= \rho \cos \varphi \\ \eta &= \rho \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{1}{2}\hbar\omega_{\perp} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \rho^2 \right) + \frac{1}{2}\hbar\omega_z \left( -\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta^2 \right) \right] \psi(\rho, \varphi, \zeta) = E\psi(\rho, \varphi, \zeta)$$

$$\text{変数分離 } \psi(\rho, \varphi, \zeta) = U(\rho)Z(\zeta)\phi(\varphi)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\phi = \Lambda^2\phi \quad \phi(\varphi) = e^{i\Lambda\varphi}$$

$$\hbar\omega_z \left( -\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta^2 \right) Z(\zeta) = E_z Z(\zeta) \quad E_z = \hbar\omega_z \left( n_z + \frac{1}{2} \right) \quad Z_{n_z}(\zeta) = H_{n_z}(\zeta)e^{-\zeta^2/2}$$

$\zeta$  (z)方向は1次元調和振動子と同じ形→Hermite多項式

$$\frac{1}{2}\hbar\omega_{\perp} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\Lambda^2}{\rho^2} + \rho^2 \right) U(\rho) = E_{\perp} U(\rho)$$

$$U(\rho) = \rho^{|\Lambda|} e^{-\rho^2/2} W(\rho) \quad W_{n_{\rho}}^{|\Lambda|}(\rho) = F(-n_{\rho}, |\Lambda| + 1; \rho^2) = \frac{n_{\rho}!|\Lambda|!}{(n_{\rho} + |\Lambda|)!} L_{n_{\rho}}^{|\Lambda|}(\rho^2)$$

動径( $\rho$ )方向はLaguerreの陪多項式

$$E_{\perp} = \hbar\omega_{\perp}(2n_{\rho} + |\Lambda| + 1) = \hbar\omega_{\perp}(n_{\perp} + 1) \quad n_{\rho} = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{軌道のエネルギー} \quad E(n_z, n_{\perp}) = \hbar\omega_z \left( n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_{\perp}(n_{\perp} + 1) \quad n_{\perp} = n_x + n_y$$

# 一粒子エネルギーの変形度依存

球形  $\varepsilon = 0$

$$\omega_z = \omega_{\perp} = \omega_0$$

$$E(n_z, n_{\perp}) = \hbar\omega_0 \left( n_z + n_{\perp} + \frac{3}{2} \right)$$

主量子数ごとに順位が縮退  
(魔法数の出現)

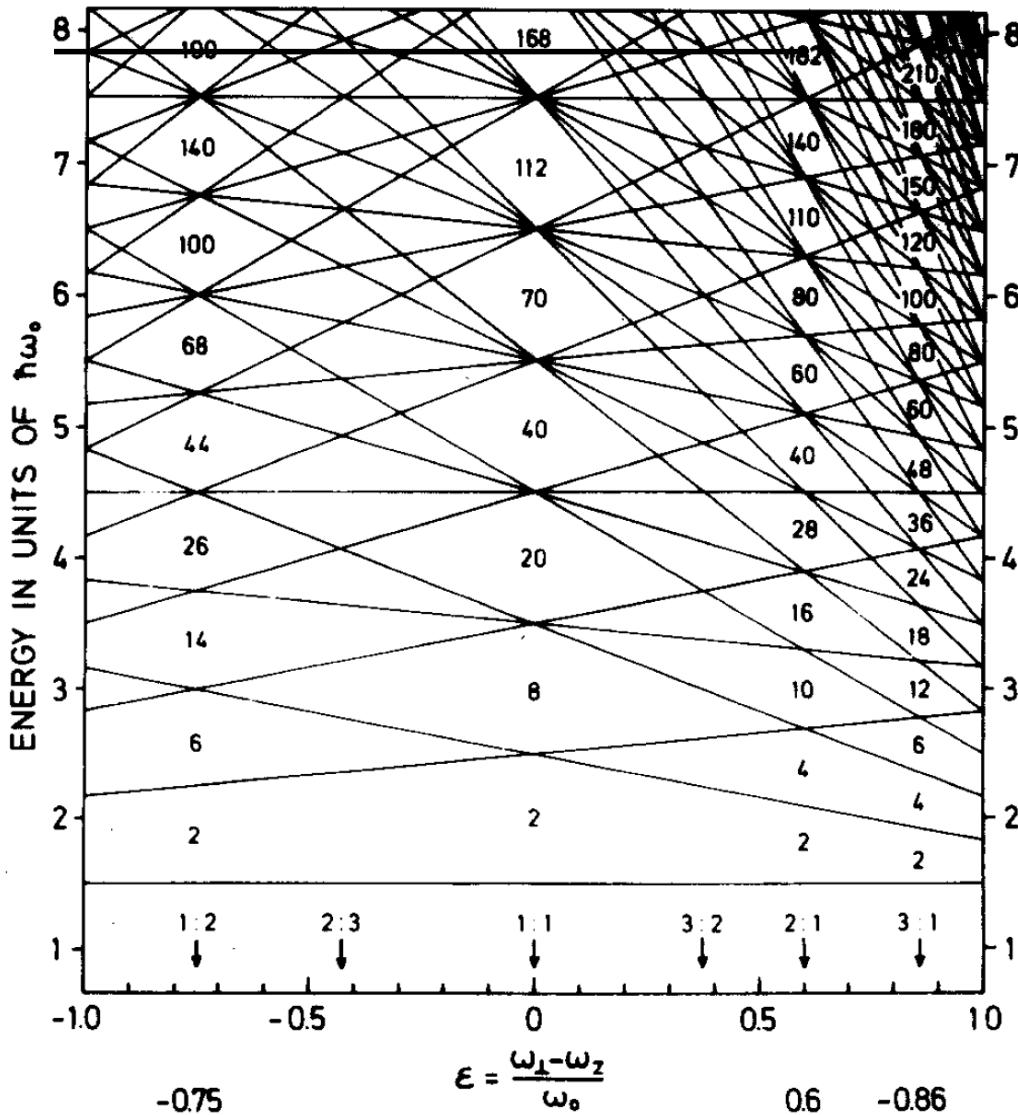
超変形  $\omega_{\perp} : \omega_z = 2 : 1$

$$\varepsilon = 0.6$$

$$\omega_{\perp} = 2\omega_z = \frac{6}{5}\omega_0$$

$$E(n_z, n_{\perp}) = \frac{3}{5}\hbar\omega_0 \left( n_z + 2n_{\perp} + \frac{5}{2} \right)$$

再び多くの準位が縮退  
(超変形魔法数の出現)



# 漸近量子数

スピン一軌道力と  $L^2$  項は変形調和振動子の基底関数では対角的ではない  
変形度の大きい極限では無視できる → 変形調和振動子基底の近似はよい

軸対称変形の漸近量子数(asymptotic quantum number)  $|N n_z \Lambda \Omega\rangle$

$N$ : 主量子数、  $n_z$ :  $z$  方向のノード数、  $\Lambda$ : 軌道角運動量の  $z$  成分  
 $\Omega$ : 角運動量の  $z$  成分  $\Omega = \Lambda + \Sigma$   
( $\pi$ : パリティ)

Nilssonレベルの表記:  $\Omega^\pi [ N n_z \Lambda ]$

軸対称変形での量子数:  $\Omega, \pi$  のみ

$$|\Omega, k\rangle = \sum_{Nlj} C(Nljk) |Nlj\Omega\rangle = \sum_{Nn_z\Lambda k} C'(Nn_z\Lambda k) |Nn_z\Lambda\Omega\rangle$$

変形一粒子状態は球形基底でも Nilsson 基底でも展開できる

球形での量子数  $|Nlj\Omega\rangle$

# Nilsson図

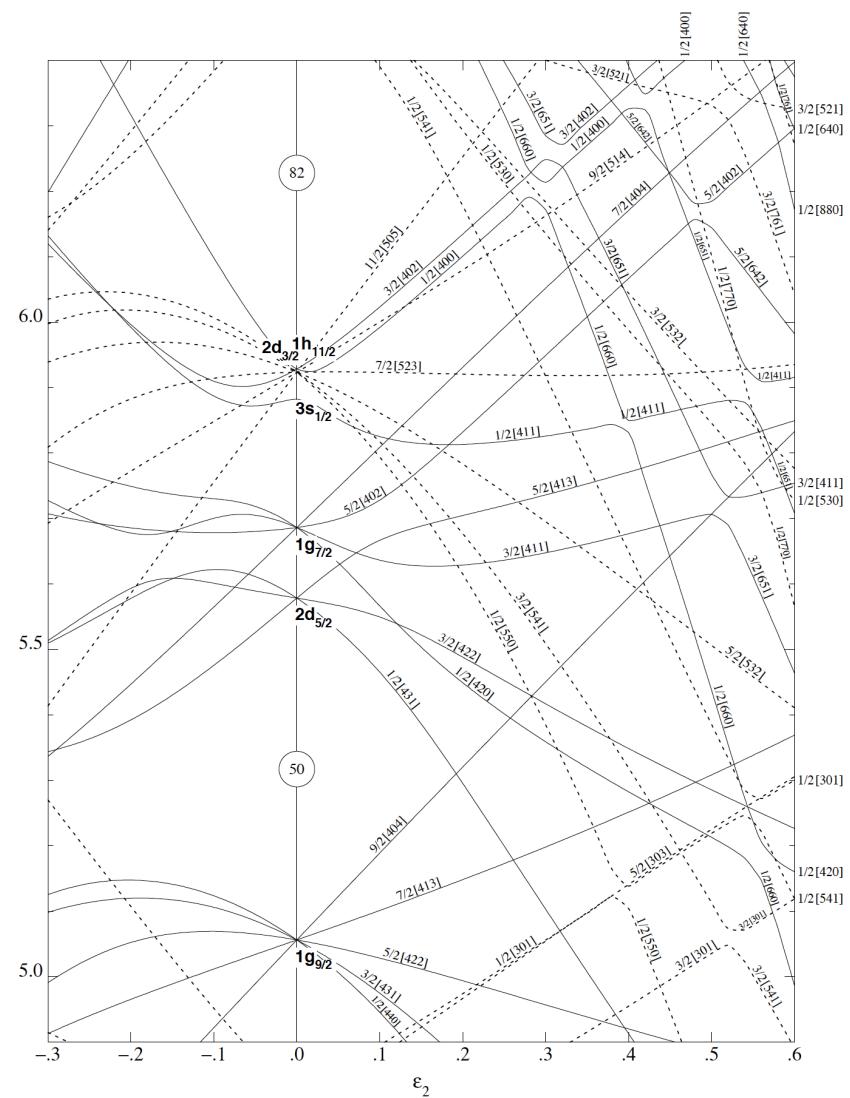
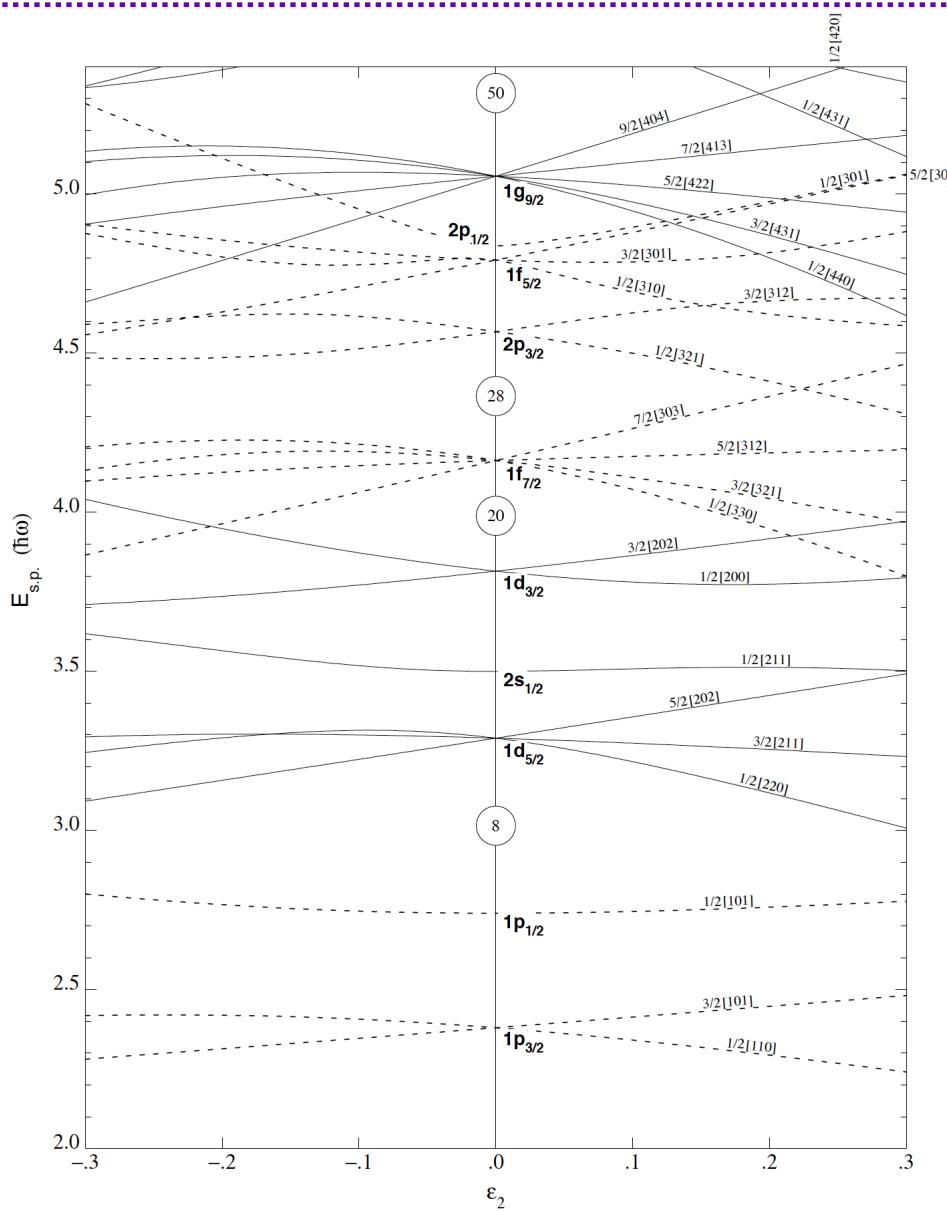


Table of Superdeformed bandより

量子数が同じ軌道は相互作用して交差しない

# 球形核の集団振動運動

原子核内の核子の運動：平均ポテンシャルによって作られる一粒子軌道

一粒子運動は平均ポテンシャルの性質に影響を及ぼす

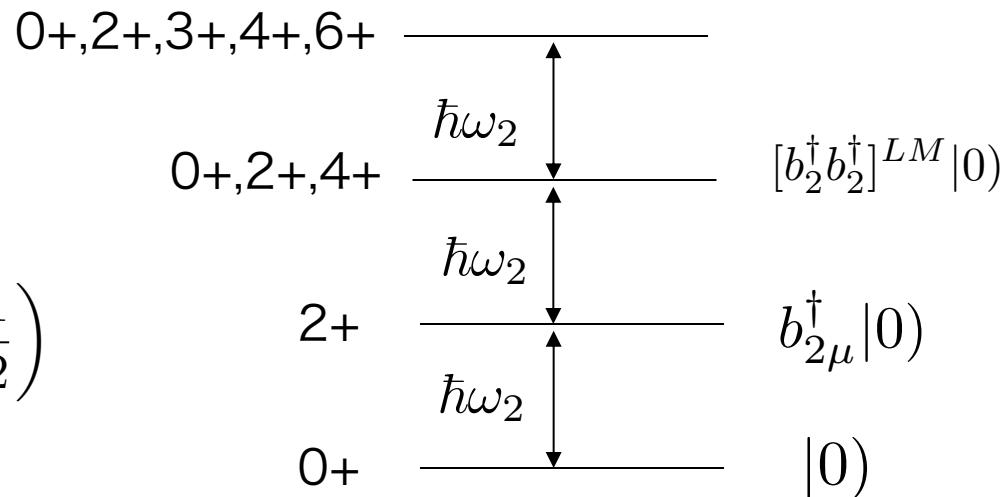
集団運動：コヒーレントな一粒子運動による平均ポテンシャル全体の運動

平均ポテンシャルの表面振動(形の集団運動)  $R(\theta, \varphi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right]$

球形からのずれ  $\alpha$  は小さい  $H_{\text{coll}} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2B_\lambda} |\pi_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2$

表面振動の量子化  $b_{\lambda\mu}^\dagger = \sqrt{\frac{B_\lambda \omega_\lambda}{2\hbar}} \alpha_{\lambda\mu} - \frac{i}{\sqrt{2\hbar B_\lambda \omega_\lambda}} \pi_{\lambda\mu}^\dagger$  表面振動のフォノン演算子

$$\hat{H}_{\text{coll}} = \sum_{\lambda\mu} \hbar\omega_\lambda \left( b_{\lambda\mu}^\dagger b_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} \right)$$



# 変形核の集団運動

球形核での四重極振動のHamiltonian  $H = \frac{1}{2}B \sum_{\mu} |\dot{\alpha}_{\mu}|^2 + \frac{1}{2}C \sum_{\mu} |\alpha_{\mu}|^2$

座標変換(変形パラメターとEuler角)  $\alpha_{\mu} \rightarrow \beta, \gamma, \Omega$

$$H = T_{\text{rot}} + T_{\text{vib}} + V(\beta, \gamma)$$

回転の運動エネルギー  $T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \mathcal{J}_k \omega_k^2$  慣性モーメント

$$\mathcal{J}_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left( \gamma - \frac{2}{3}\pi k \right)$$

振動の運動エネルギー  $T_{\text{vib}} = \frac{1}{2}B(\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2)$

軸対称変形核の場合の量子化

対称軸周りの回転は禁止( $J_3=0$ )、 $J_1=J_2$

回転  $\hat{H}_{\text{rot}} = \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{I}_k^2}{2\mathcal{J}_k}$   $\hat{H}_{\text{rot}} = \frac{1}{2\mathcal{J}} (\hat{I}_1^2 + \hat{I}_2^2) = \frac{1}{2\mathcal{J}} (\hat{\mathbf{I}}^2 - \hat{I}_3^2)$

$\beta$  振動  $\hat{H}_{\beta} = -\frac{1}{2B} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{1}{2} C_{\beta} (\beta - \beta_0)^2$

$\gamma$  振動  $\hat{H}_{\gamma} = -\frac{1}{2B\beta_0^2} \left[ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{K^2}{4\gamma^2} \right] + \frac{1}{2} C_{\gamma} \gamma^2$  対称軸周りの回転は  $\gamma$  振動と結合

球形核の四重極振動を出発点にしているのでBの扱いは正確ではない

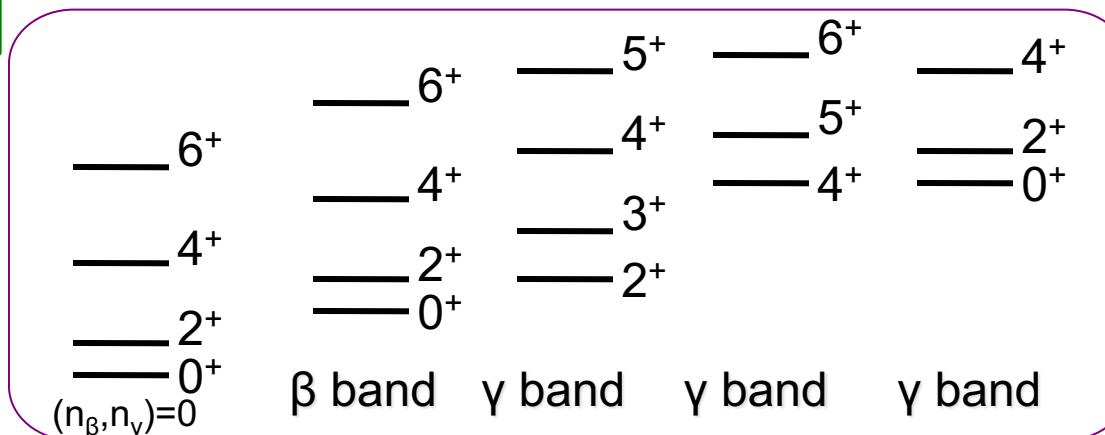
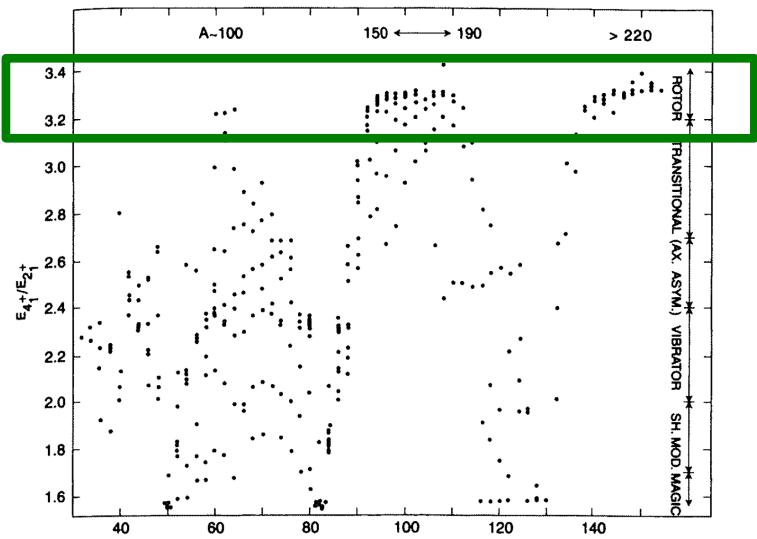
# 軸対称変形核のスペクトル

$$E(I, K, n_\beta, n_\gamma) = \frac{\hbar^2}{2J} [I(I+1) - K^2] + \left( n_\beta + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_\beta + (n_\gamma + 1) \hbar\omega_\gamma$$

回転励起                   $\beta$  振動                   $\gamma$  振動       $n_\gamma = 2n_2 + \frac{1}{2}K$

変形して初めて現れる自由度：回転運動

球形核は回転の自由度がない(量子系では回転させても状態が変わらない)



Casten, "Nuclear Structure from a simple perspective" より

第一2+励起状態と第一4+励起状態のエネルギー比( $R_{4/2}$ )

球形核では2, 变形核では10/3~3.3

基底状態の変形の情報は励起状態からわかる

# 対相関

対相関：時間反転対称な軌道に対で入った核子は引力相互作用を受ける  
これまでの平均ポテンシャルには入らない相関(残留相互作用)

## 対相関の実験的証拠

偶々核と奇核で束縛エネルギーに差(odd-even staggering)  
(奇核では最後の粒子がペアを組めないため  
近くの偶々核より対相関分だけエネルギーを損する)

1中性子の分離エネルギー

$$S_n(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z)$$

$$B: \text{束縛エネルギー} \quad E(N, Z) = -B(N, Z)$$

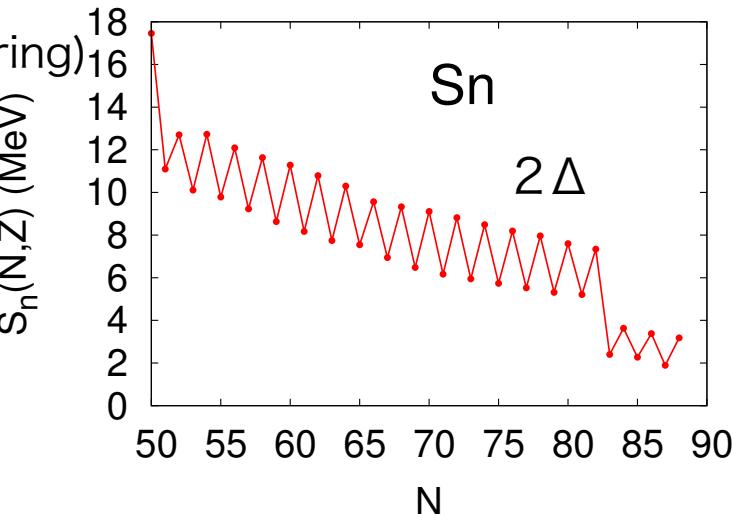
対ギャップ(いろいろな定義)

$$\Delta_n(N, Z) = -\frac{1}{4}[S_n(N + 1, Z) - 2S_n(N, Z) + S_n(N - 1, Z)]$$

$$\Delta_n^{(3)}(N, Z) = \frac{(-1)^{N+1}}{2}[B(N - 1, Z) - 2B(N, Z) + B(N + 1, Z)]$$

$$\Delta \approx 12/\sqrt{A} \text{ MeV}$$

錫同位体の1中性子の分離エネルギー



対相関は平均ポテンシャルに対ポテンシャル入れる拡張で扱える

# 準スピン形式

対相関を記述するHamiltonian  $\hat{H} = \varepsilon \hat{N} - G \hat{P}^\dagger \hat{P}$  の厳密解

一準位の模型、縮退度は $2\Omega$   
 $g_{9/2}$ とすれば $2\Omega=2j+1=10$

$$\hat{N} = \sum_{i=1}^{\Omega} (c_i^\dagger c_i + c_{\bar{i}}^\dagger c_{\bar{i}}) \quad \text{粒子数演算子}$$

$$\hat{P}^\dagger = \sum_{i=1}^{\Omega} c_i^\dagger c_{\bar{i}}^\dagger \quad \text{対生成演算子}$$

iбар: iの時間反転状態  $c_{j\bar{m}}^\dagger = (-1)^{j-m} c_{j,-m}^\dagger$

準スピン形式  $\hat{S}_+ = \hat{P}^\dagger \quad \hat{S}_- = \hat{P} \quad \hat{S}_z = \frac{1}{2}(\hat{N} - \Omega)$

$$[\hat{S}_+, \hat{S}_-] = 2\hat{S}_z \quad [\hat{S}_\pm, \hat{S}_z] = \pm \hat{S}_z \quad \text{角運動量と同じ代数(SU(2))}$$

$$\hat{S}_- |S, S_z = -S\rangle = 0 \quad S_z = -S \text{ 状態での粒子数 v: seniority}$$

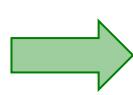
$$S_z = -S = \frac{1}{2}(v - \Omega) \quad v: \text{対を組んでいない粒子の数}$$

$$\hat{H} = \varepsilon(2\hat{S}_z + \Omega) - G[\hat{S}^2 - \hat{S}_z(\hat{S}_z - 1)]$$

$$E(N, v) = \varepsilon N - \frac{1}{4}G(N - v)(2\Omega - N - v + 2)$$

Nが偶数のとき。基底状態ではv=0  
 (すべての粒子が対を組む)

$$E(N, 0) = \varepsilon N - \frac{G}{4}(2N\Omega - N^2 + 2N)$$



$$\Delta_n(N) = \frac{1}{4}G(2\Omega + 1)$$

Nが奇数のとき。基底状態ではv=1

$$E(N, 1) = \varepsilon N - \frac{G}{4}(N - 1)(2\Omega - N + 1)$$

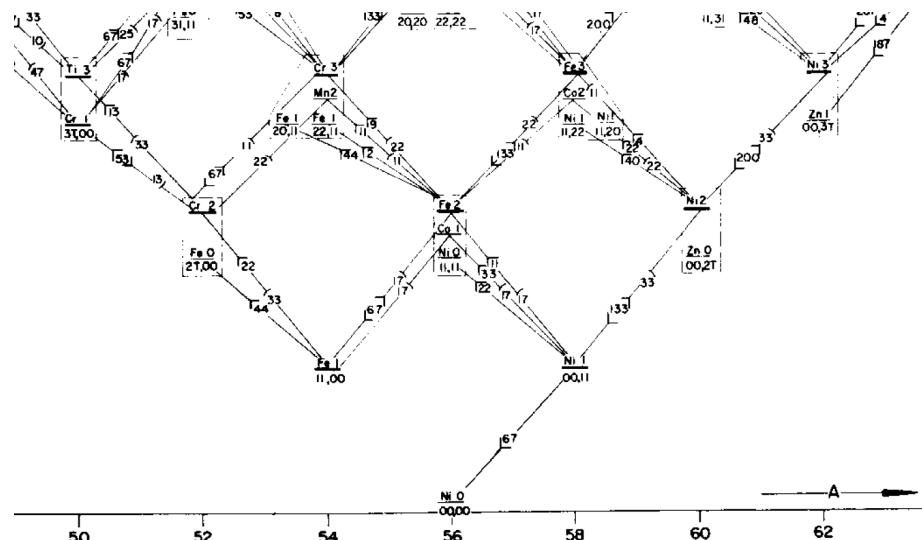
対相関力からodd-even staggeringが出る

# 対相関の集団運動

## 対振動

通常相原子核からのpair transfer  
→対フォノンの励起

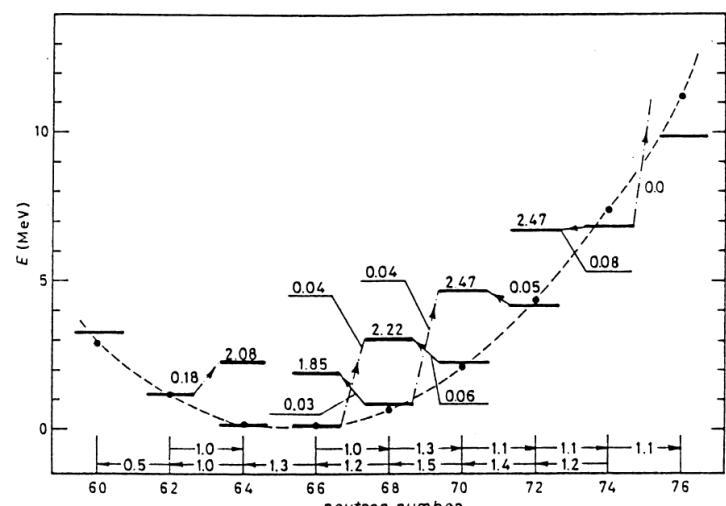
$$E_{\text{pair}}(N) = |N - N_0| \hbar \omega_{\text{vib}}$$



## 対回転

超伝導相でゲージ対称性の破れ  
対ポテンシャルのゲージ空間での回転運動

$$E_{\text{pair}}(N) = \frac{1}{2\mathcal{J}_N} (N - N_0)^2$$



Brink and Broglia "Nuclear Superconductivity"  
review: Broglia et al., Phys. Rep. 335, 1 (2000)

# まとめ

- 原子核の形
  - 厳密には原子核(有限孤立量子系)変形しない(回転対称性は破れない)
  - 平均ポテンシャルを導入すると変形しうる
- 平均ポтенシャル
  - 球対称調和振動子—シェル構造
  - スピン—軌道力—魔法数
  - 軸対称変形調和振動子—変形シェル構造・Nilsson軌道・超変形
- 平均ポтенシャルの集団運動
  - 球形核：表面振動の量子化
  - 変形核：振動運動( $\beta$ 、 $\gamma$ 振動)と回転運動
- 対相関
  - 準スピン形式
  - 対相関の集団運動：対振動と対回転