

原子核に現れるクラスター構造と アルファ非弾性散乱による 実験的探索

足立 智

九州大学大学院理学研究院
附属超重元素研究センター

2018/8/7



九州大学

Contents

- 導入
 - 宇宙物理学と原子核物理学
 - 原子核のクラスター構造
 - Isoscalar monopole transition
 - アルファ非弾性散乱
 - “Missing monopole problem”
- 実験と解析
 - DWBA計算による解析
 - 微視的モデルとの比較
- まとめ

宇宙物理・宇宙核物理でのノーベル賞

"The Nobel Prize in Physics 1983". *Nobelprize.org*.



Subramanyan Chandrasekhar
スブラマニアン・チャンドラ
セカール

チャンドラセカール
限界(白色矮星の
理論的質量限界)



William Alfred Fowler
ウィリアム・アルフレッド
ド・ファウラー

宇宙での元素合成
における原子核反
応について

The Nobel Prize in Physics 1983 was **divided equally between** Subramanyan Chandrasekhar "for his theoretical studies of the physical processes of importance to the structure and evolution of the stars" and William Alfred Fowler "for his **theoretical and experimental studies of the nuclear reactions of importance in the formation of the chemical elements in the universe**".

宇宙における元素合成を
の過程をその原子核反応
を実験的・理論的に説明
した。

REVIEWS OF MODERN PHYSICS

VOLUME 29, NUMBER 4

OCTOBER, 1957

Synthesis of the Elements in Stars*

E. MARGARET BURBIDGE, G. R. BURBIDGE, WILLIAM A. FOWLER, AND F. HOYLE

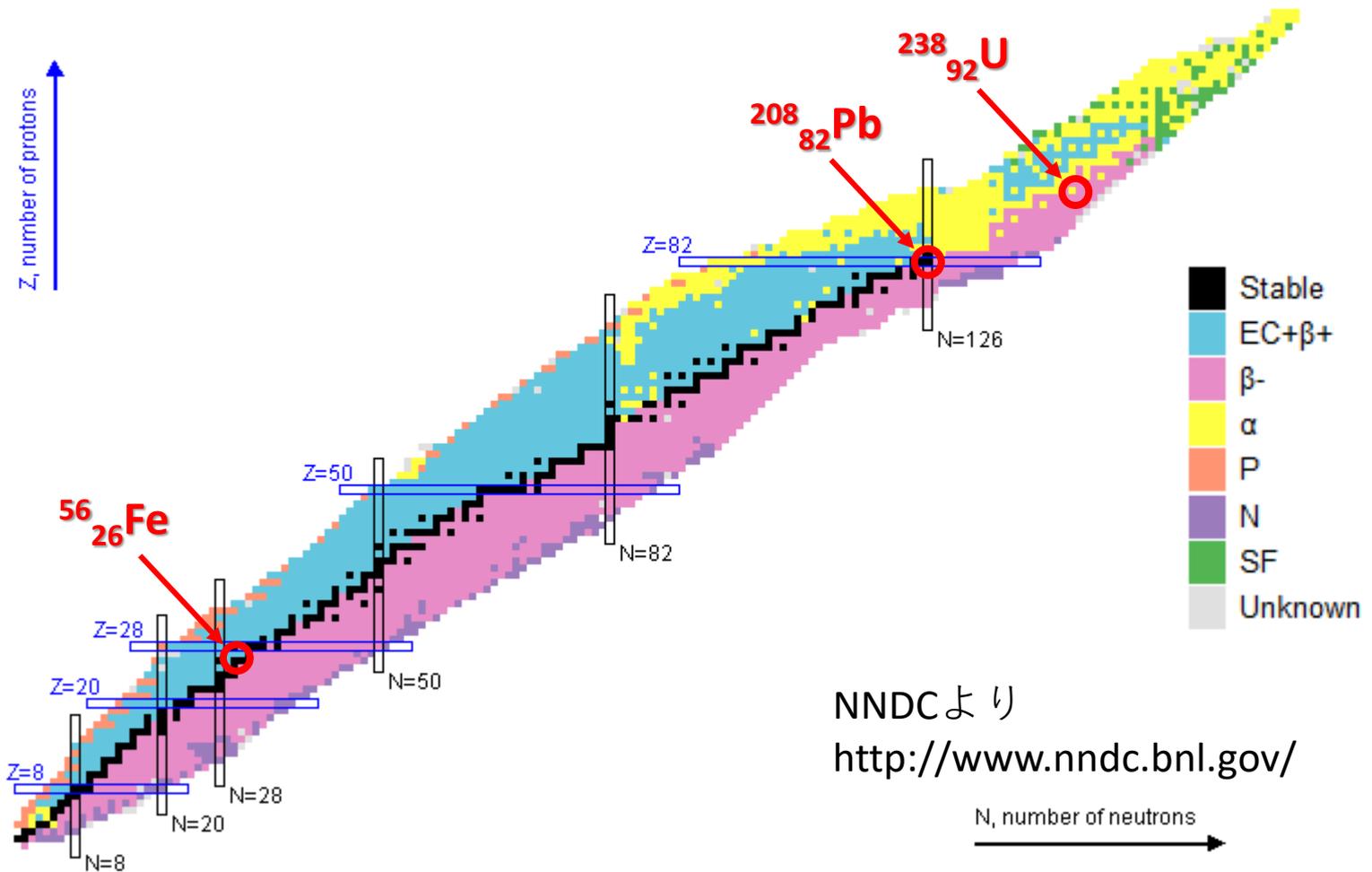
*Kellogg Radiation Laboratory, California Institute of Technology, and
Mount Wilson and Palomar Observatories, Carnegie Institution of Washington,
California Institute of Technology, Pasadena, California*

“It is the stars, The stars above us, govern our conditions”;
(*King Lear*, Act IV, Scene 3)

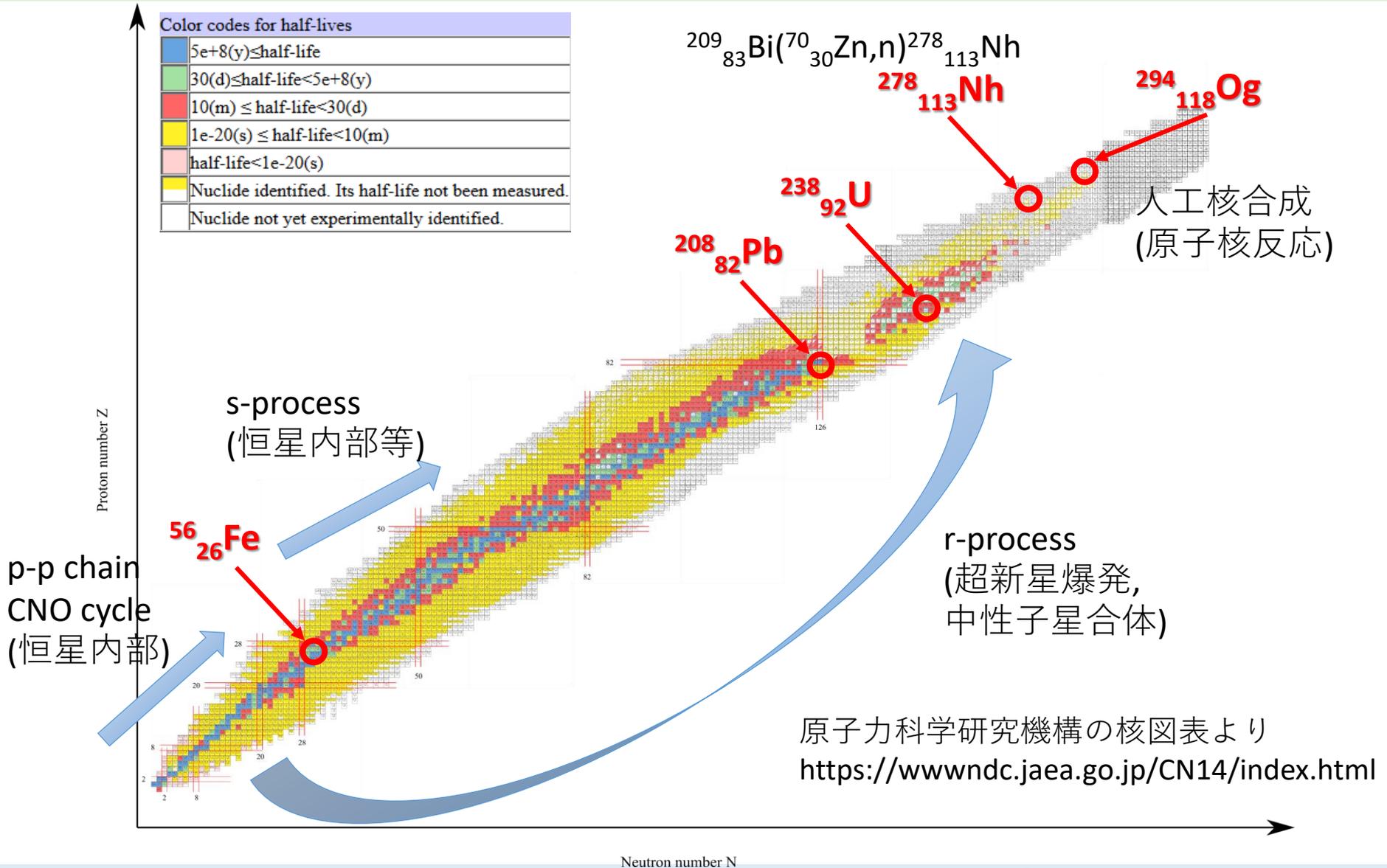
but perhaps

“The fault, dear Brutus, is not in our stars, But in ourselves,”
(*Julius Caesar*, Act I, Scene 2)

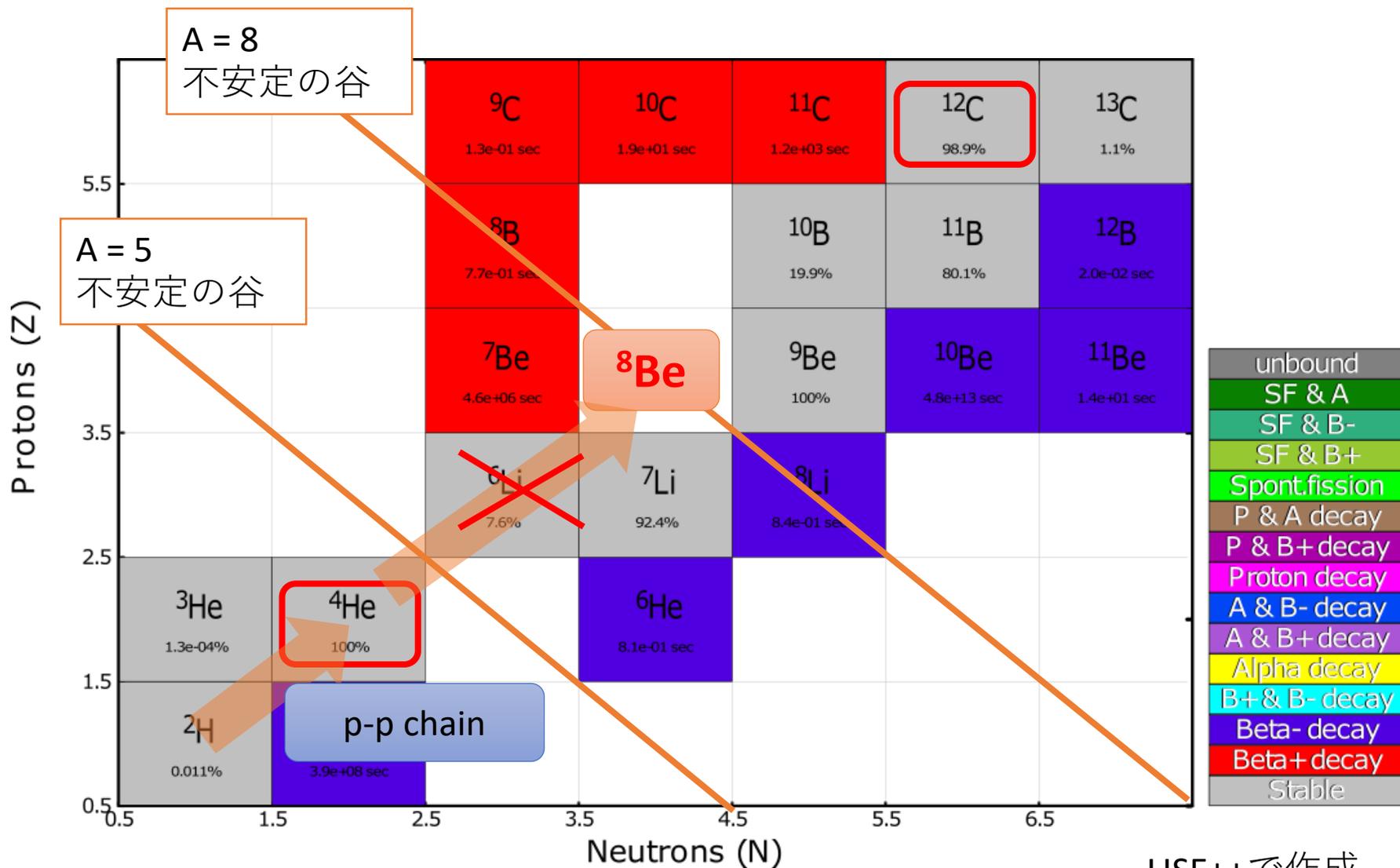
核図表(崩壊モード)



核図表(寿命)



元素合成の初期



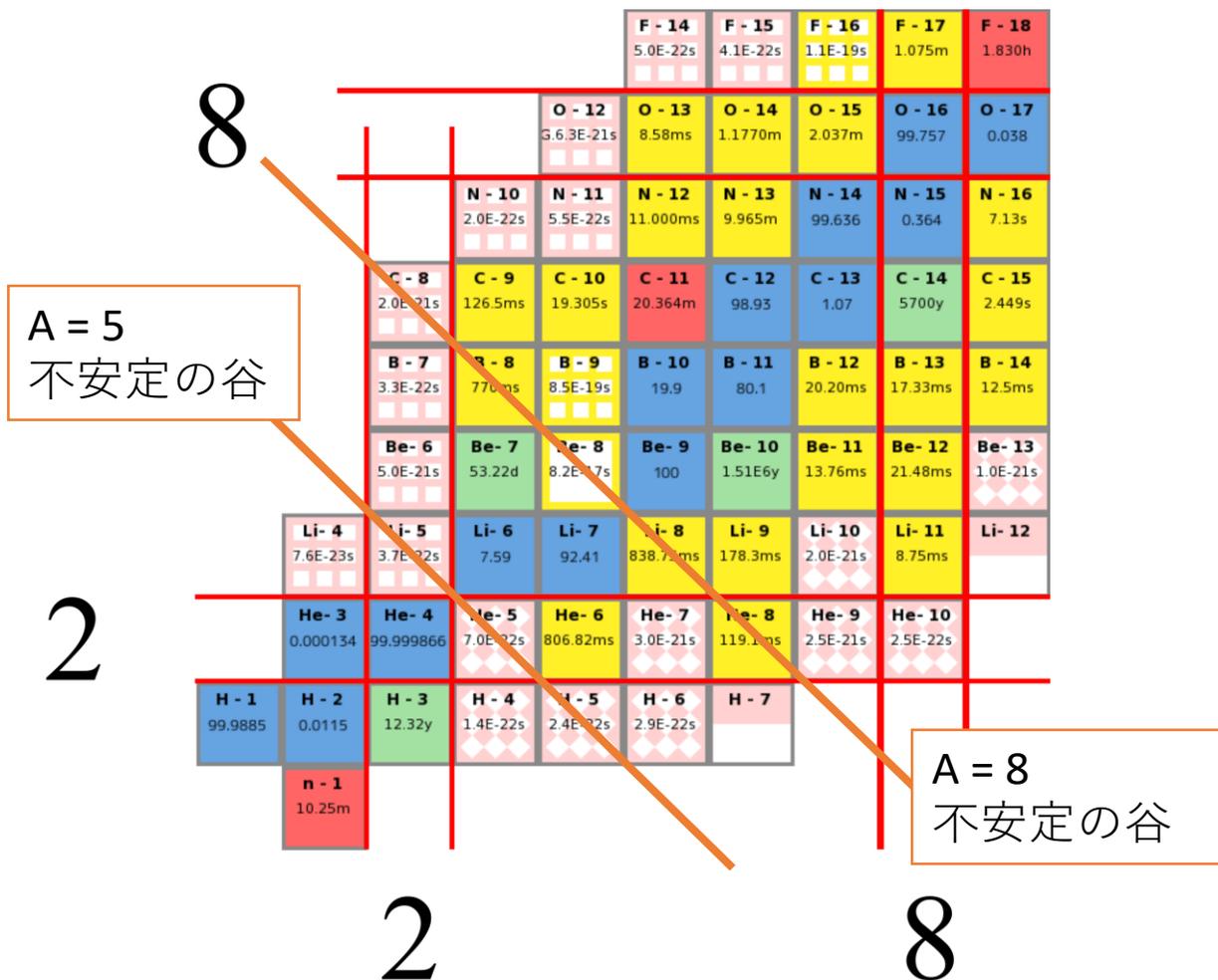
LISE++で作成

- 恒星内での元素合成 (p-p chain, 水素燃焼) により、 ${}^4\text{He}$ が合成される。
- $A=5$, $A=8$ に安定に存在する原子核が存在しない。
- ${}^8\text{Be}$ の寿命もごく短い。



${}^4\text{He}$ 3つから ${}^{12}\text{C}$ を合成する過程

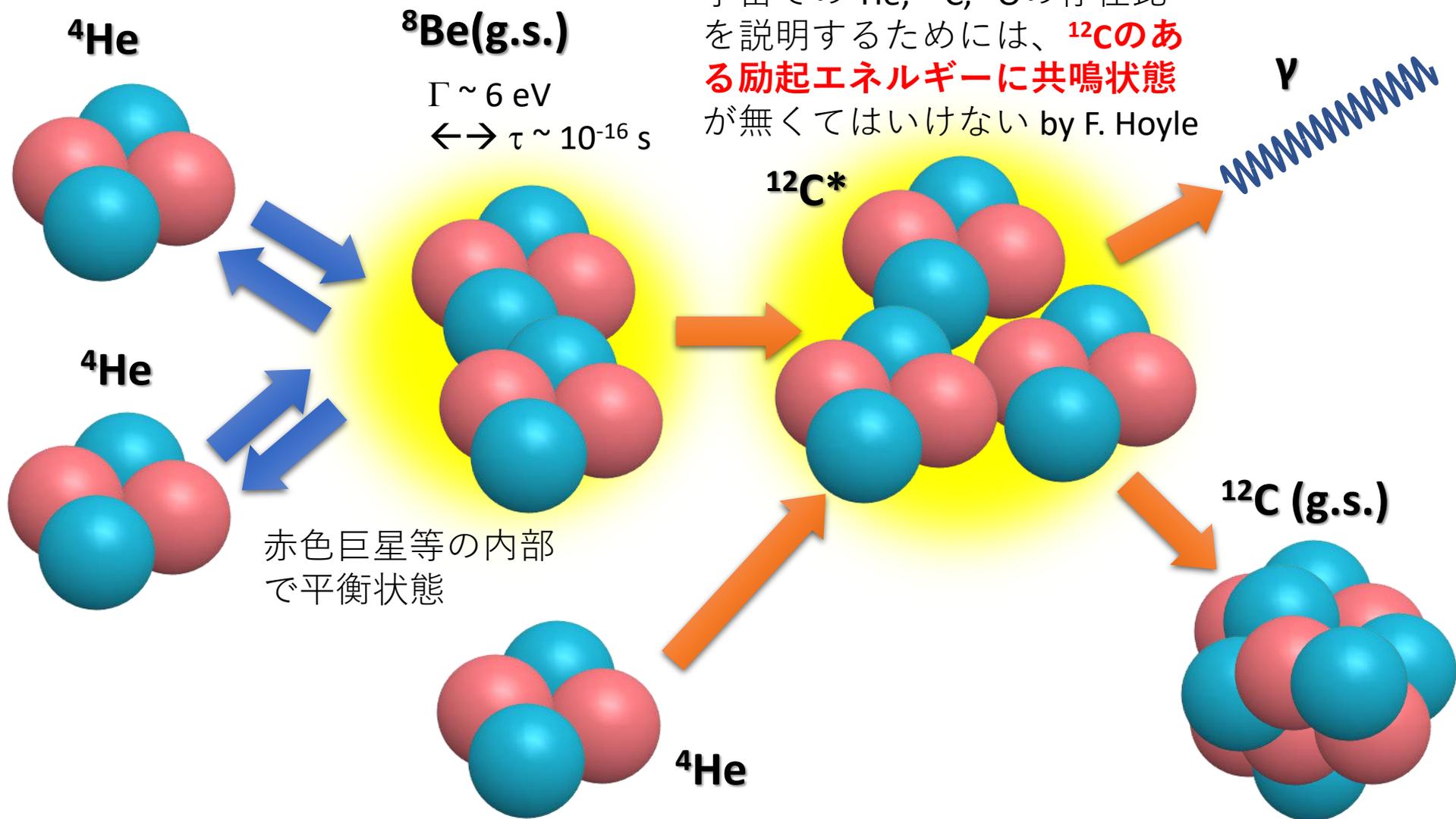
Color codes for half-lives	
■	$5e+8(\text{y}) \leq \text{half-life}$
■	$30(\text{d}) \leq \text{half-life} < 5e+8(\text{y})$
■	$10(\text{m}) \leq \text{half-life} < 30(\text{d})$
■	$1e-20(\text{s}) \leq \text{half-life} < 10(\text{m})$
■	$\text{half-life} < 1e-20(\text{s})$
■	Nuclide identified. Its half-life not been measured.
■	Nuclide not yet experimentally identified.



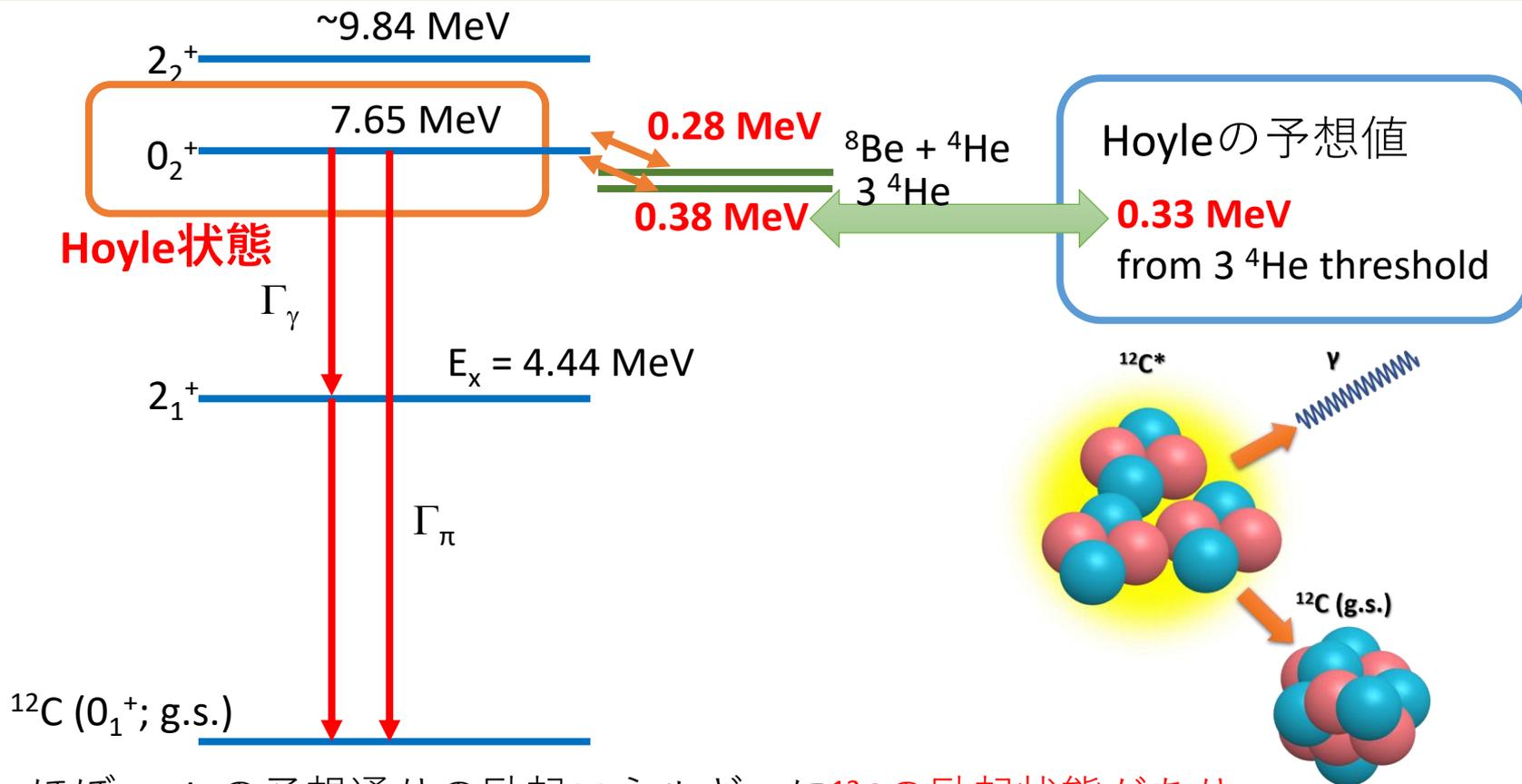
原子力科学研究機構の核図表より
<https://www.ndc.jaea.go.jp/CN14/index.html>

“Triple alpha reaction”

宇宙での ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$ の存在比を説明するためには、 **${}^{12}\text{C}$ のある励起エネルギーに共鳴状態**が無くてはいけない by F. Hoyle



“Hoyle状態”



ほぼHoyleの予想通りの励起エネルギーに ^{12}C の励起状態があり、**triple alpha reaction**の逆反応で崩壊することも観測された (Fowlerらの原子核実験グループの功績)。

この状態は星における元素合成において非常に重要な役割を果たしており、**Hoyle状態**と広く呼ばれている。

Fred Hoyle



Sir Fred Hoyle (1967)

フレッド・ホイル

From the photo list by Astrophysics
Group at Clemson University.

爵位持ち

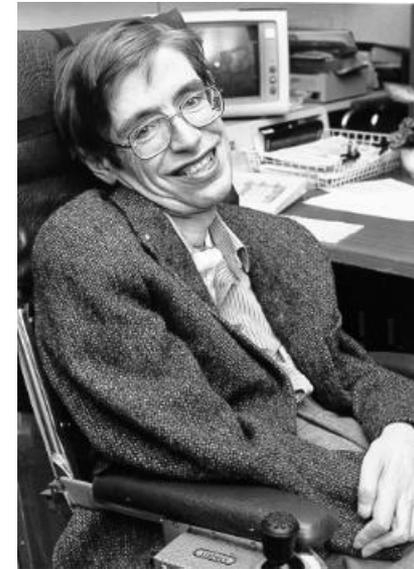
先に紹介した、**B²FH**論文の著者の一人であり、各共著者も**Hoyle**の先行研究が**B²FH**論文の基礎となったと**Fowler**を含め認めている。しかし、彼はノーベル賞を受賞しなかった。

- 定常宇宙論
(宇宙の時間構造に変化はない)
- 膨張宇宙論 or **BingBang theory**

Hoyleは定常宇宙論者で、またパンスペルミア論者(地球生命の起源は彗星がもたらした等)であった。

“**Big Bang**”と言い出したのも実は**Hoyle**だったそうだ。

ちなみに、かの有名なホーキング博士は、当時ケンブリッジ大学天文学研究所の既に著名な天文学者であったホイルの**PhD**学生になろうとしたがいろいろあり？結局なれず。**BigBang**理論に関しても色々あった？

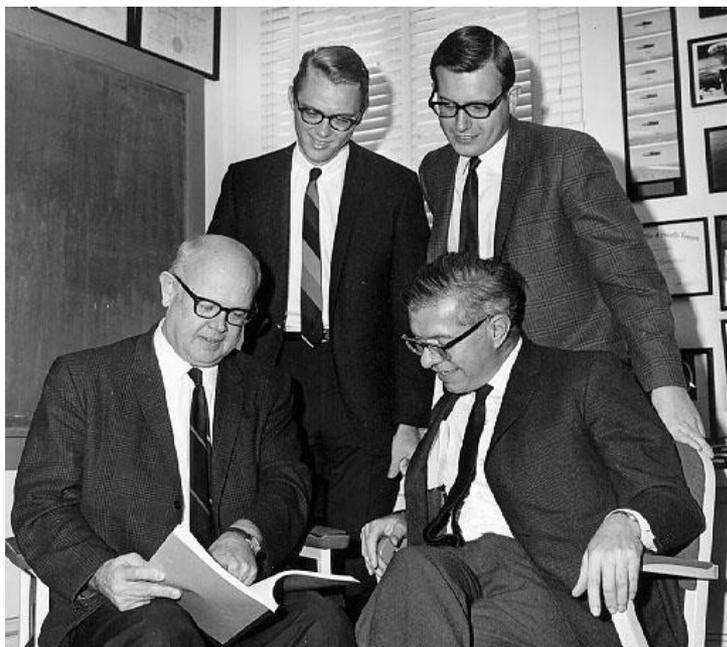


Stephen William Hawking

<http://www.hawking.org.uk/>



FowlerとHoyle



BingBang理論の論文について議論する
Fowler(左下)とHoyle(右下) (1967)

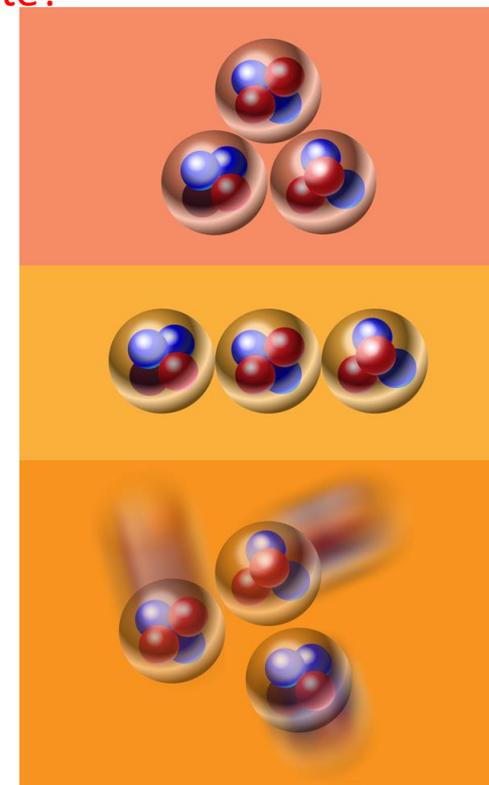
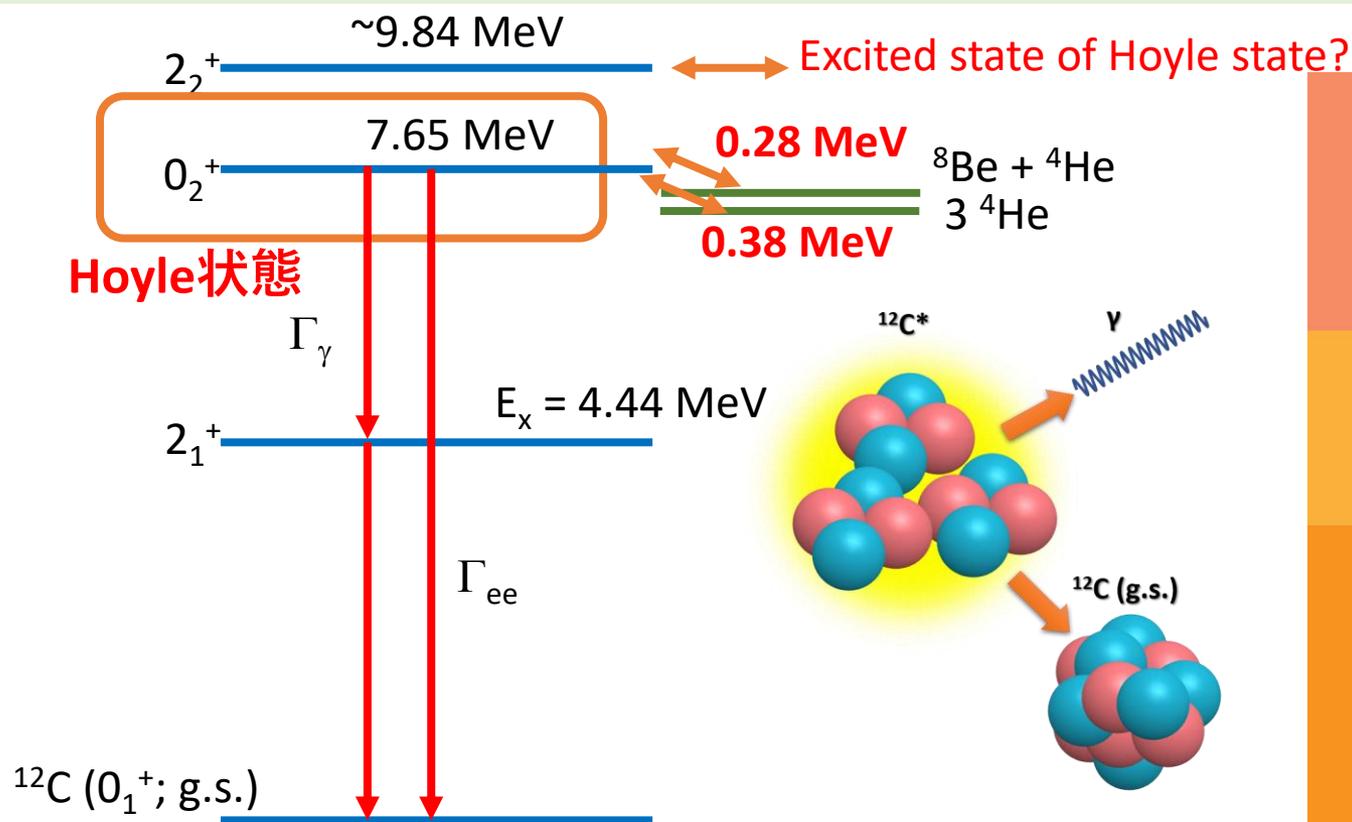
From the photo list by Astrophysics
Group at Clemson University.

BigBang理論の論文について・・・と
写真元には書いてあったが、Hoyleの
立場はどうであったのだろう。

この頃が一番FowlerとHoyleの共同研
究で大きな成果をもたらした時期だと
されている。

B²FH論文が出版され、10年時点。

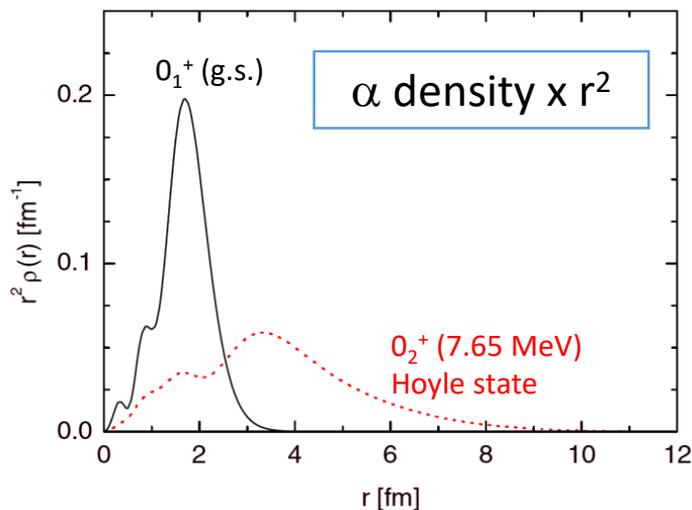
“Hoyle状態” 原子核のクラスタ構造



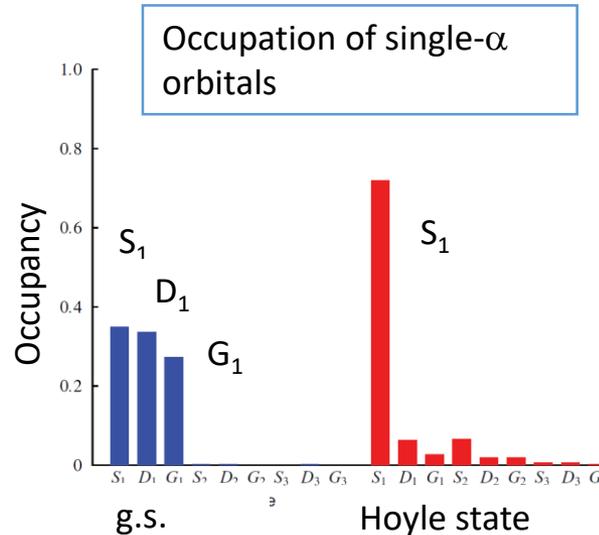
Hoyle状態は宇宙における元素合成で非常に重要な役割を果たしていることがわかったが、原子核物理側からもHoyle状態の構造は非常に興味深い研究対象である。 **“Loosely bound 3α system”**

Hoyle状態のクラスター構造

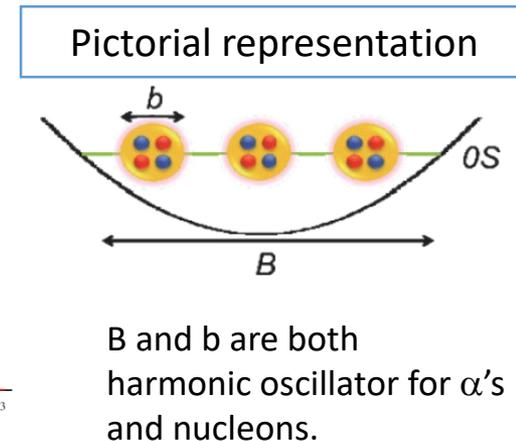
- Hoyle状態は、3個の α 粒子が最低軌道状態のs軌道を占めている状態であると考えられている
 - α 粒子: spin 0 \rightarrow Boson; Pauliの排他律の適用外
 - ボース・アインシュタイン凝縮に似た状態を示す
 - 希薄なガス状の状態: 大きな物質半径
 - 「**アルファ凝縮状態**」と呼ばれる



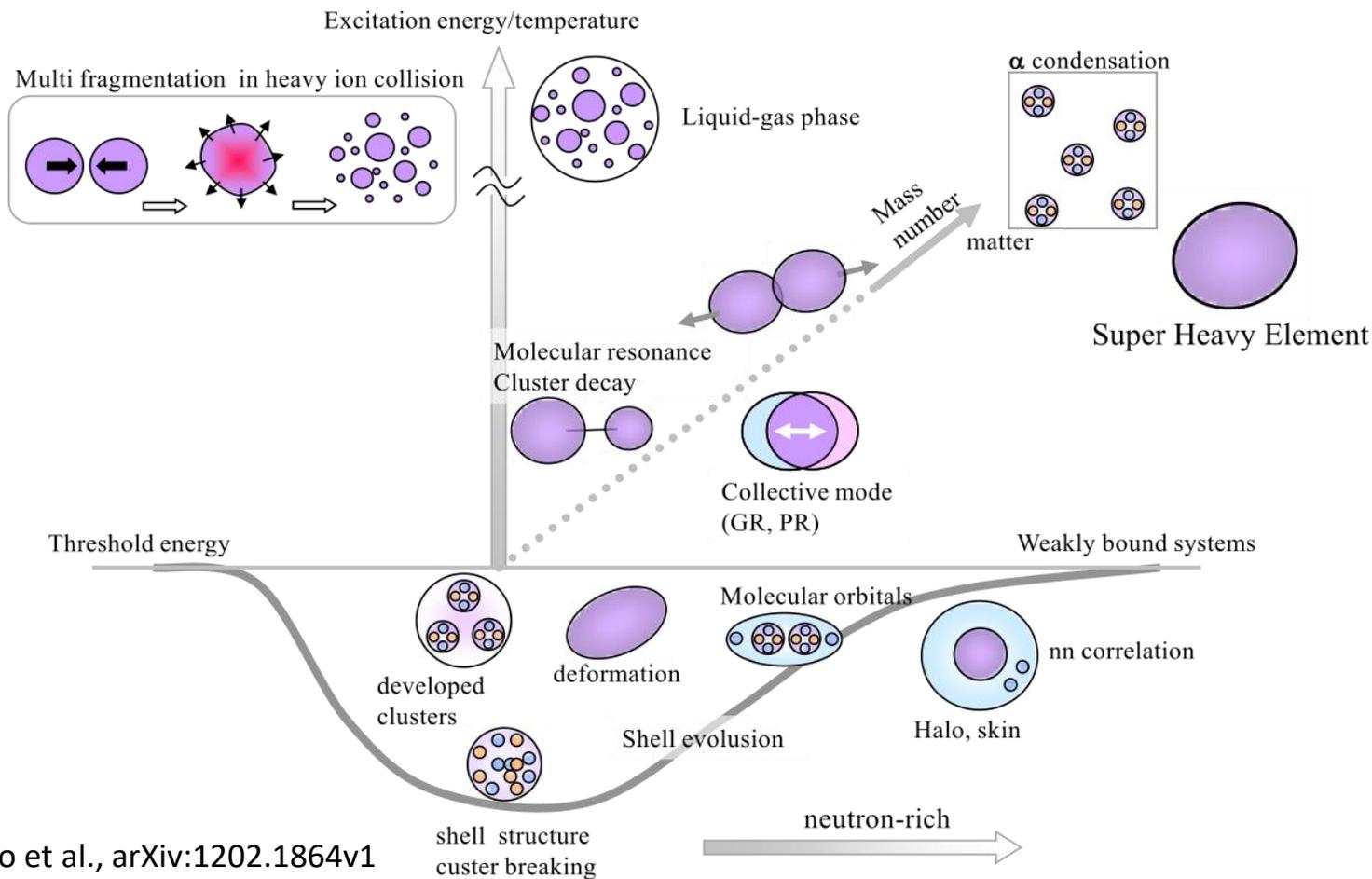
T. Yamada *et al.*, Eur. Phys. J. A **26**, 185 (2005).



Y. Funaki *et al.*, Phys. Rev. C **80**, 064326 (2009).



原子核系での多様な現象



Y. Kanada-En'yo et al., arXiv:1202.1864v1
 Y. Kanada-En'yo et al., PTEP 2012, 01A202
 より

α 凝縮状態 in $A = 4n$ heavier nuclei

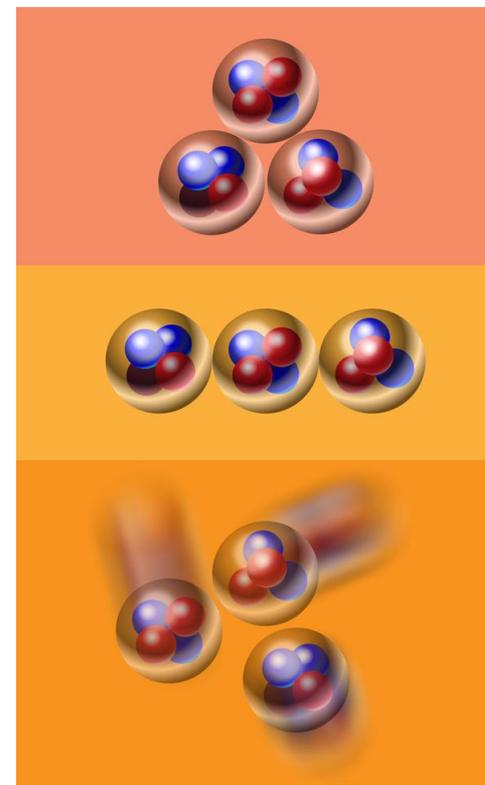
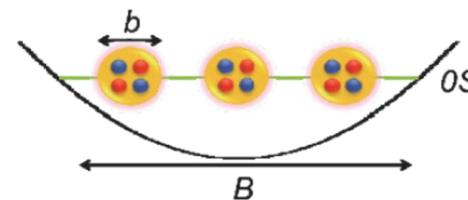
- ${}^8\text{Be}$ や ${}^{12}\text{C}$ における α 凝縮状態はほぼ確立されたものであると考えられている。
- Ikeda *et al.* はクラスター構造は対応する崩壊閾値近傍に現れると理論的に予想した。

Ikeda diagram

- また、 $A < 40$ の、 ${}^{12}\text{C}$ よりも重い原子核についても、 α 凝縮状態が存在するという理論的予測もなされている。
- より重い原子核においてこのような α 凝縮状態が存在するか否かとはごく自然な疑問であり、かついまだ実験的に確認できていない問題である。

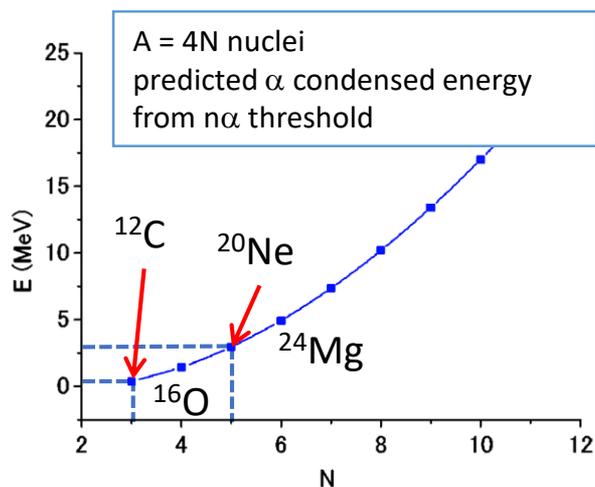


最近でも多くの理論的、実験的研究が上記の α 凝縮状態に関してなされている。

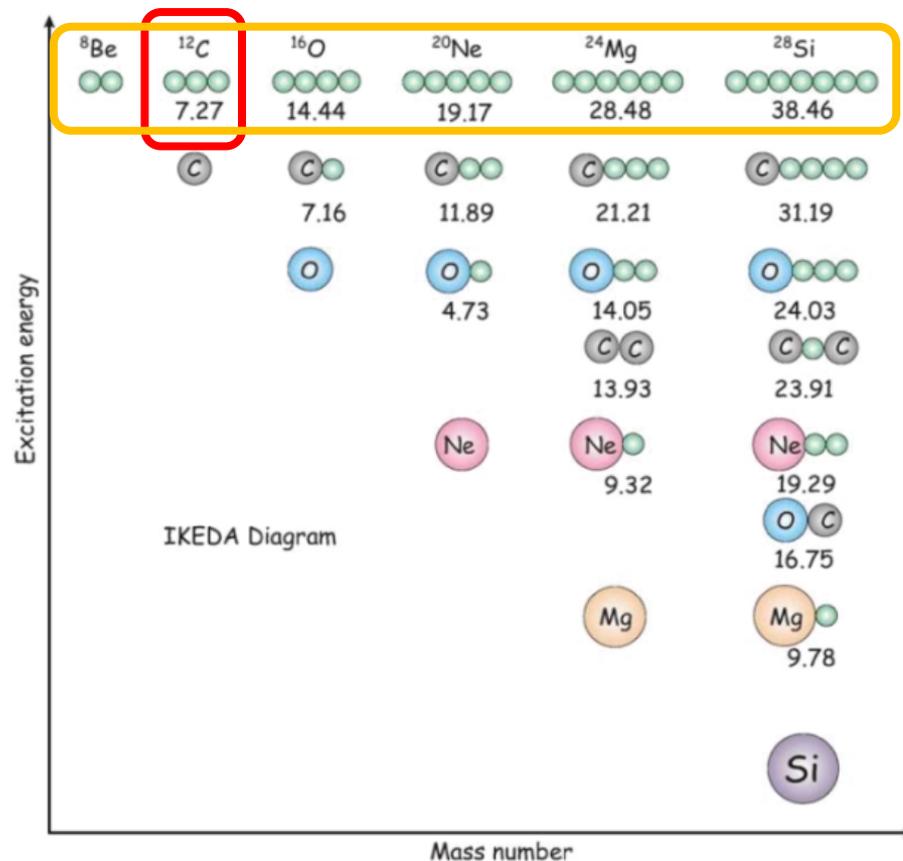


Ikeda diagram (Threshold rule)

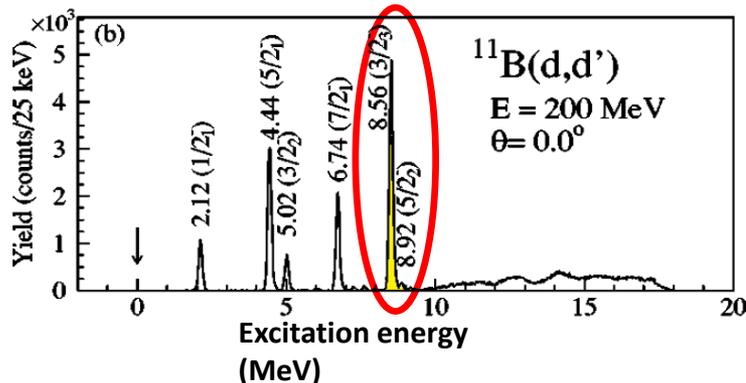
- 横軸に質量数、縦軸に励起エネルギーをとり、各原子核のサブユニットへの崩壊閾値を示したもの
- 例えばHoyle状態は3個の α 粒子の崩壊閾値7.27 MeVの0.38 MeV上に存在する
- $n\alpha$ 凝縮状態の存在？



T. Yamada, Phys. Rev. C 69, 024309 (2004).

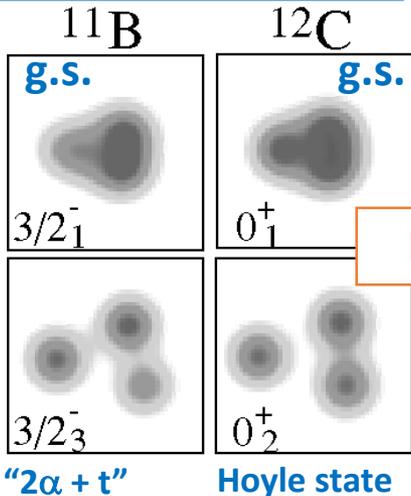


クラスター構造についての情報を得るための観測量



T. Kawabata *et al.*, Phys. Rev. C **70**, 034318 (2004) and Phys. Lett. B **646**, 6 (2007).

AMD (VAP) calc.



Y. Kanada-En'yo *et al.*, Phys. Rev. C **75**, 024302 (2007).

One candidate for the dilute $2\alpha + t$ cluster state was observed via the E0 measurement.
T. Kawabata *et al.*, PLB **646**, 6 (2007).

Excitation strengths for the $3/2^-_3$ state is reasonable well described by AMD with a dilute $2\alpha+t$ wave function.

Y. Kanada-En'yo, PRC **75**, 024302 (2007).

Large E0 strengths for spatially developed α cluster states are theoretically explained by T. Yamada *et al.*

T. Yamada *et al.*, PTP **120**, 1139 (2008).

Large E0 strengths for spatially developed α cluster states

For example, in ^{12}C case,

0_2^+ state in ^{12}C : $B(E0; IS) = 121 \pm 9 \text{ fm}^4$
Single Particle Unit : $B(E0; IS)_{s.p.} \sim 40 \text{ fm}^4$

Giant resonance: E0遷移強度からの物理

逆に、Isoscalar E0 遷移という観測量から物理を見た場合、GMR(Giant monopole resonance)で探る原子核物理が関係してくる。

原子核の状態方程式に関連

- 無限の核物質の非圧縮率 $K_{\text{inf}} = 240 \pm 10 \text{ MeV}$
- 非対称項 K_{τ} : 不定性がいまだ大きい
 - 中性子星などの非対称核物質の理解において非常に重要

IS-E0遷移は、原子核の非圧縮性と関係している(Breathing mode)。質量数Aの原子核の非圧縮率を K_A とすると、

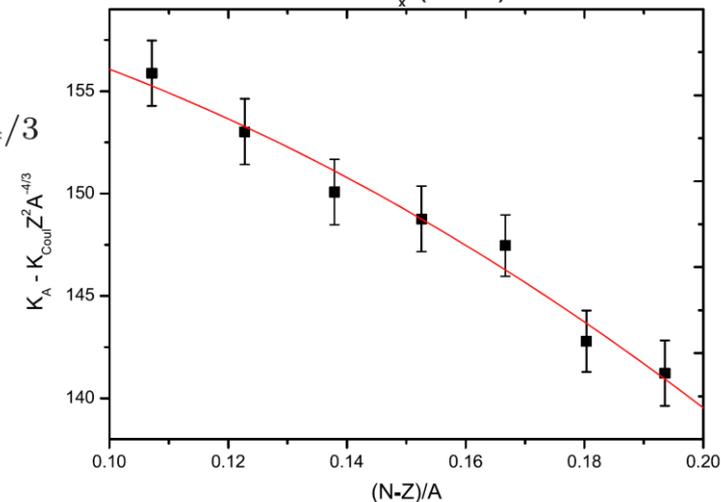
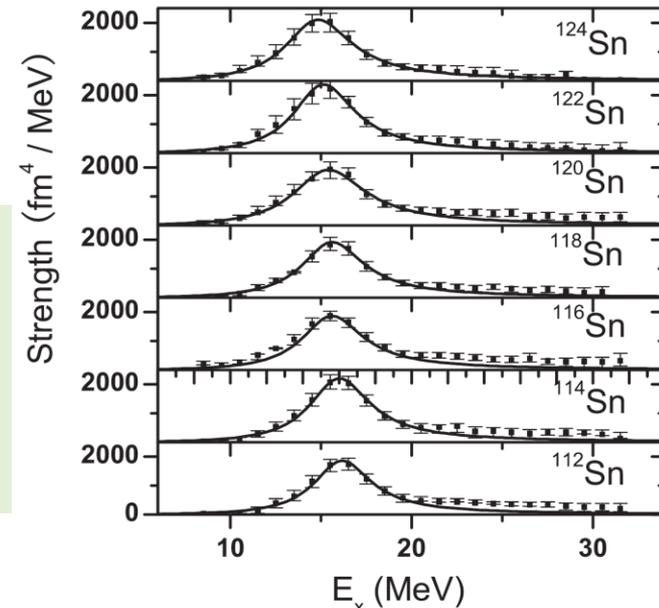
$$K_A = K_{\infty} + K_{\text{surf}} A^{-1/3} + K_{\tau} [(N - Z)/A]^2 + K_{\text{Coul}} Z^2 A^{-4/3}$$

$$E_{\text{ISGMR}} = \sqrt{\frac{\hbar^2 K_A}{m \langle r^2 \rangle_m}}$$

Snの同位体について巨大単極子共鳴領域で系統的にE0遷移強度を測定

→ 曲率から K_{τ} を求める

$$K_{\tau} = -550 \pm 100 \text{ MeV}$$

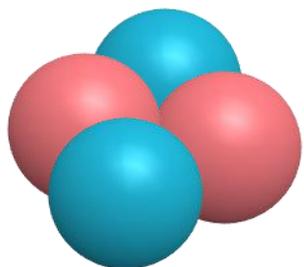


T. Li *et al.*, Phys. Rev. Lett. 99, 162503 (2007).



非弾性アルファ散乱

- 原子核の励起状態への遷移強度とその励起エネルギー
 - 実験的に測定可能な物理量
 - 核構造の理論計算結果と直接比較可能
 - → 実験的な決定が非常に重要
- 特に、**isoscalar natural-parity** な遷移については
 - 非弾性アルファ散乱が有用なプローブ



アルファ粒子 (^4He)

スピン $S=0$, アイソスピン $T=0$



基底状態から励起状態への移行に、
 $\Delta S = 0$, $\Delta T = 0$
の選択性

電子散乱等の電磁プローブとの比較

- 電子散乱
 - 作用する力: EM → 理論的不定性が小さい
 - 遷移の選択性: EM → 主に陽子と相互作用
 - → isoscalarな遷移を励起するのは不得意
- アルファ散乱
 - 作用する力: Strong, EM → 相対的に理論的不定性大
 - ⇔ 反応機構が簡単
 - 遷移の選択性: $\Delta S = 0$, $\Delta T = 0$ に選択性
 - → isoscalarな遷移に選択性

非弾性アルファ散乱の特徴

- 以下の特徴が広く認識されている
 - 反応メカニズムが簡単であり、中間エネルギー領域($E_\alpha > 100 \text{ MeV/u}$)において微分断面積と遷移強度とのあいだにより比例関係が成り立つ ($M(E\lambda)$: 対応する遷移行列要素)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto |M(E\lambda)|^2$$

- **Folding model** による理論計算で微分断面積をよく再現することができる
 - Single folding (α 粒子と、標的原子核中の核子の相互作用)
 - Double folding (α 中の核子と、標的核中の核子の相互作用)

Multipole decomposition analysis (MDA) の有用性

- 実験データから目的の励起状態への遷移強度を導き出すことが必要
 - 解析手法: **MDA**が広く用いられている。
- MDAとは
 - 非弾性アルファ散乱の特徴を仮定
 - 各移行角運動量(ΔL)の成分を弁別
 - 遷移強度を抽出
 - 連続状態においても適用可

アルファ粒子による選択性($\Delta S = 0, \Delta T = 0$)と
MDAによる移行角運動量の弁別 (ΔL)
→終状態のスピンプリティ(J^π)に対する高い選択性を持つ
実験と解析が可能

MDAのformalism

- Formalism

$$\left[\frac{d^2\sigma(\theta_{\text{c.m.}}, E_x)}{d\Omega dE_x} \right]^{\text{exp}} = \sum_{\Delta L} \underbrace{a_{\Delta L}(E_x)}_{\text{フィットするパラメータ}} \left[\frac{d^2\sigma(\theta_{\text{c.m.}}, E_x)}{d\Omega dE_x} \right]_{\Delta L}^{\text{DWBA}}$$

実験で測定される微分断面積

フィットするパラメータ

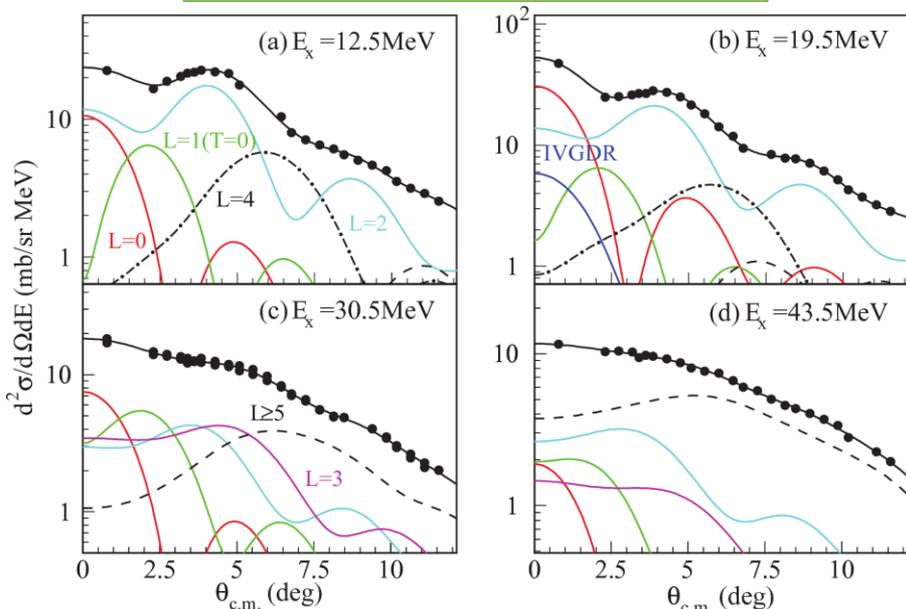
DWBA計算による移行角運動量 ΔL に対する微分断面積

- 実験データから

- パラメータセット $a_{\Delta L}(E_x)$ でフィット
- 各移行角運動量成分の割合と強度を決定

MDAの実例

$^{32}\text{S}(\alpha, \alpha')$ @ $E_\alpha = 386 \text{ MeV}$



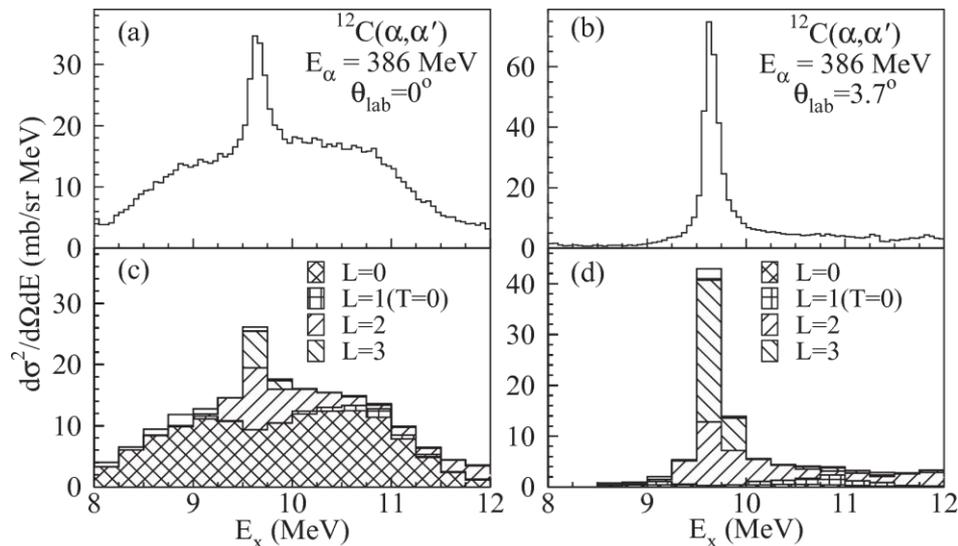
M. Itoh *et al.*, Phys. Rev. C **88**, 064313 (2013).

DWBA計算の微分断面積の和で実験値がよくあらわされている。

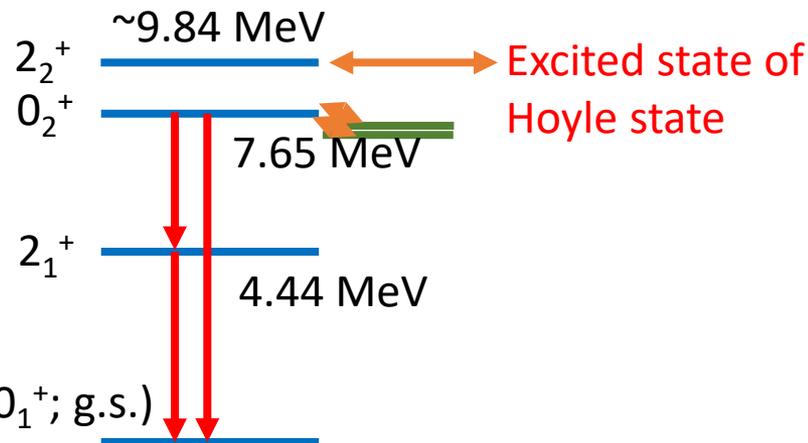
→各 ΔL 成分の抽出

Hoyle状態の励起状態の発見
理論的に存在が予測されていた $^{12}\text{C} (0_1^+; \text{g.s.})$

$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')$ @ $E_\alpha = 386 \text{ MeV}$



M. Itoh *et al.*, Phys. Rev. C **84**, 054308 (2011).



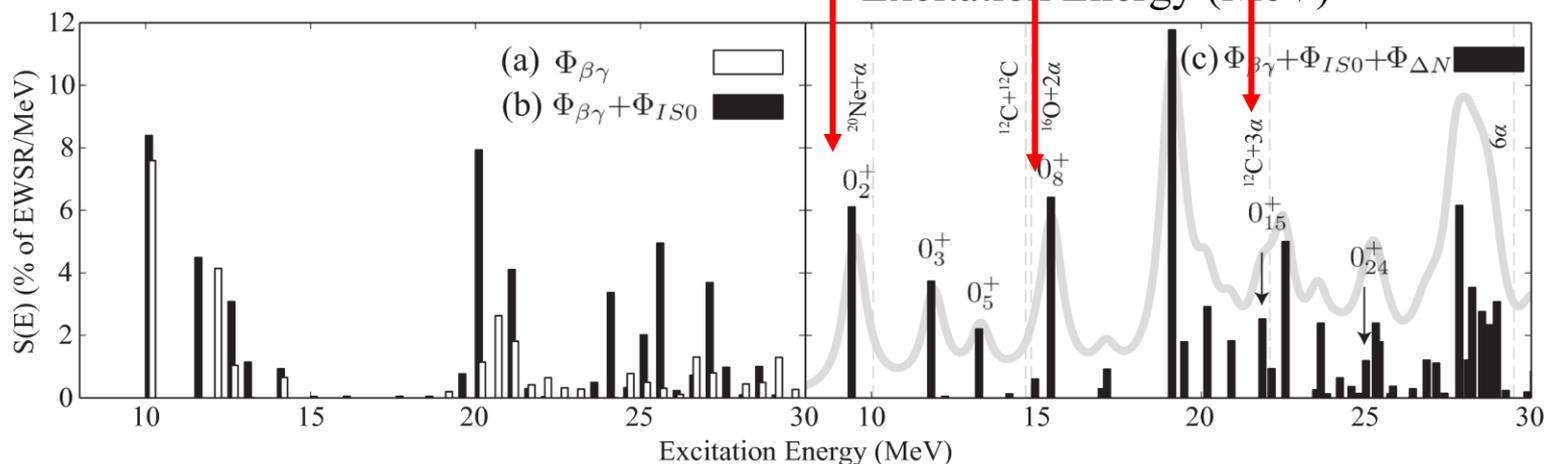
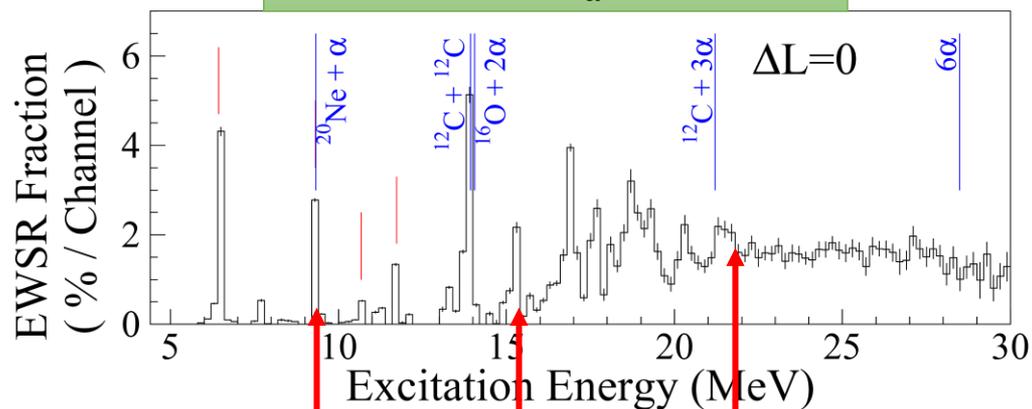
MDAの実例その2

T. Kawabata *et al.*, J. Conf. Ser. **321**, 012012 (2011).

$^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')$ の実験データで
各 ΔL 成分の抽出を行った。
Threshold ruleにおけるクラスター状
状態の探索

後に理論計算が行われ特徴的なピーク
をよく表していることが分かった。

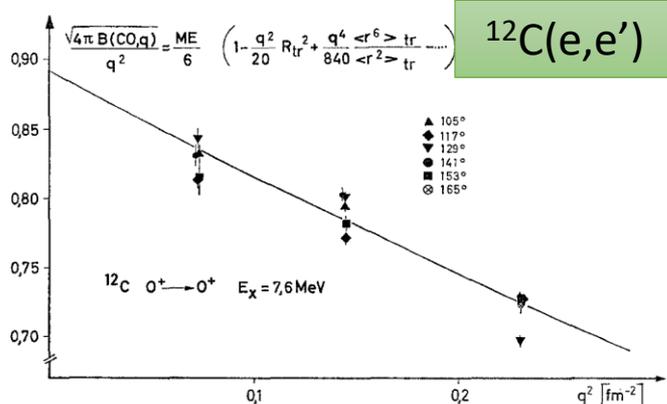
$^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')$ @ $E_\alpha = 386$ MeV



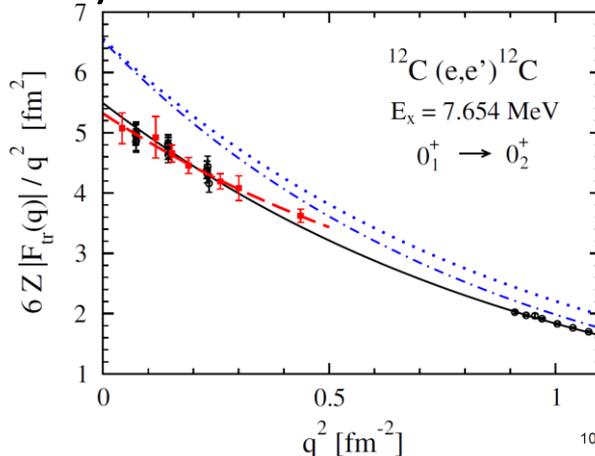
Y. Chiba *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 061302 (2015).

Hoyle状態についての比例関係

- 多くの実験(KVI@オランダ, RCNP@日本, Texus A&M@アメリカ, iThemba@南アフリカ et al.)が微分断面積と遷移強度との比例関係を仮定して解析してきたが、Hoyle状態について矛盾が報告された。



P. Strehl, Z. Phys. **234**, 416 (1970).



M. Chernykh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 1 (2010).

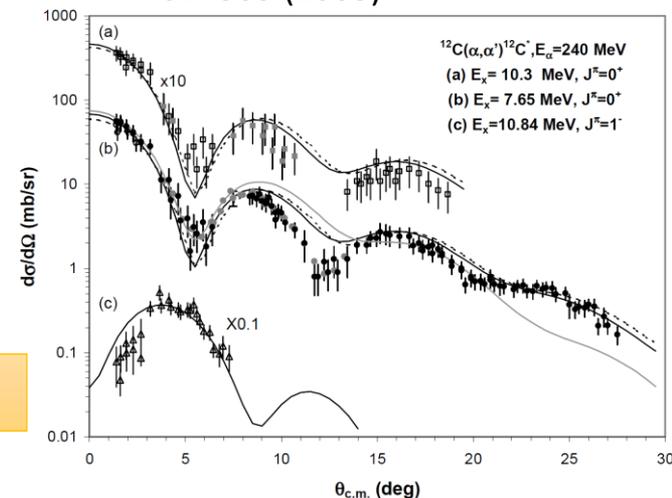
電子散乱で測定することができるのであれば、電磁相互作用はよく理解されているので、信頼できる遷移強度であると考えられている。

$M(E0) = 5.29 \text{ fm}^2 \rightarrow$ **14% EWSR** by $^{12}\text{C}(e, e')$

7.6% EWSR by $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')$ @ $E_\alpha = 240 \text{ MeV}$

$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')$

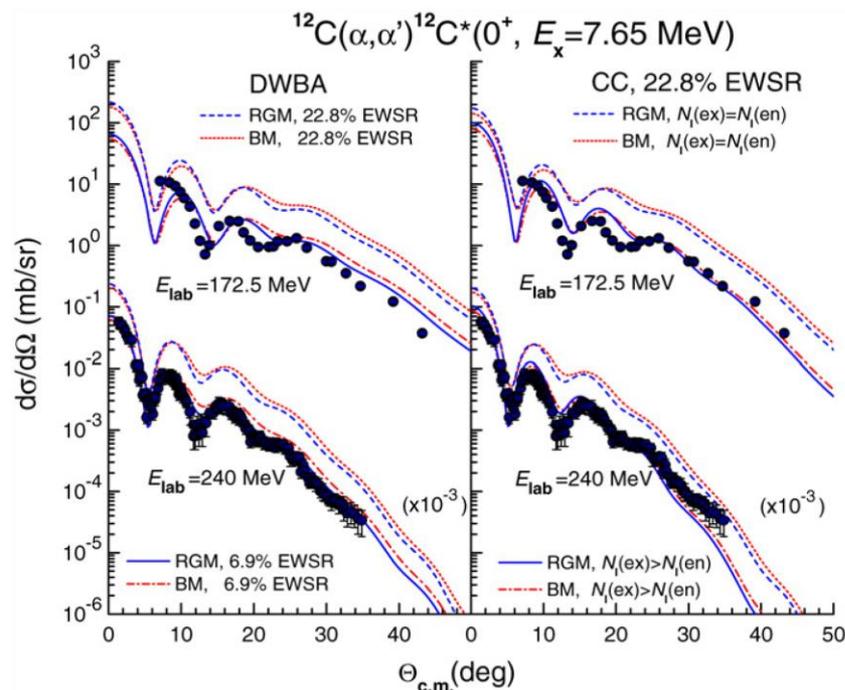
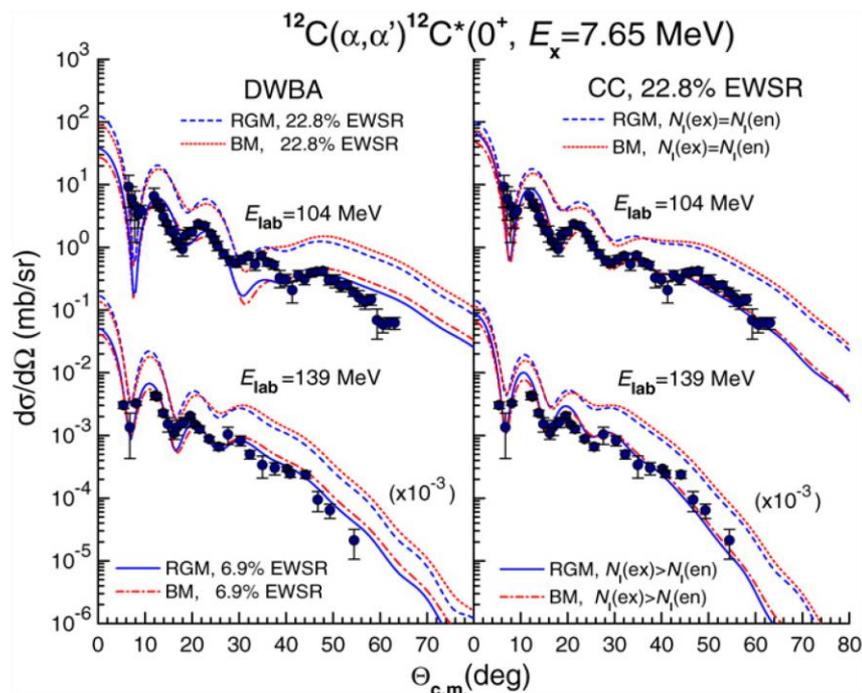
B. John *et al.*, Phys. Rev. C **68**, 014305 (2003).



Khoaらによる計算&解釈

D. T. Khoa and D. C. Cuong, Phys. Lett. B **660**, 331 (2007).

- 微視的な核子-核子相互作用 (CDJLM: Khoaら独自の相互作用)
- 微視的な遷移密度(3 α RGM波動関数)と巨視的な遷移密度(Breathing model=BM)
- DWBA計算 & CC(Coupled channel)計算



DWBA計算では

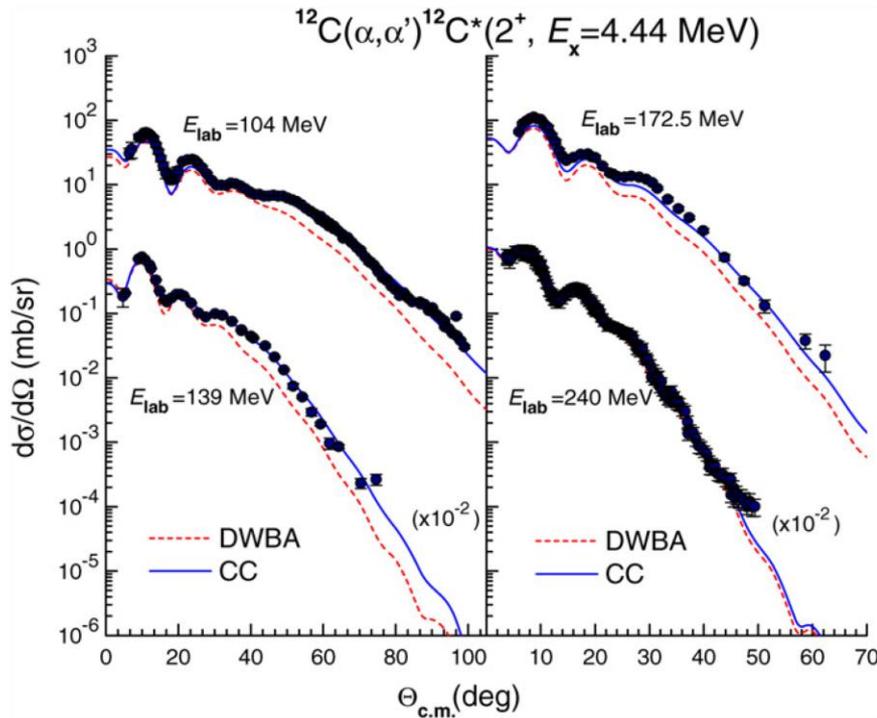
RGM波動関数: 22.8% EWSR, 信頼できる波動関数だと知られている

実験データの再現は 6.9% \leftrightarrow 7.6% from (α, α') exp.

同じ矛盾が確認された

Khoaらによる計算(2+状態)

D. T. Khoa and D. C. Cuong, Phys. Lett. B **660**, 331 (2007).



同様に2+状態への励起も計算した
CC計算であれば無矛盾



Hoyle状態が弱束縛な系であるという
性質が影響し、終状態の $\alpha+^{12}\text{C}^*(0_2^+)$
チャンネルでの減衰が非常に大きく
なっている



終状態の核構造が断面積の再現に
大きく依存している

もしKhoaらの主張が正しければ、アルファ非弾性散乱から遷移強度の絶対値を求めることができなくなる

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \cancel{\propto} |M(E\lambda)|^2 \quad ?$$

“Missing monopole strength of the Hoyle state”

蓑茂らによる計算

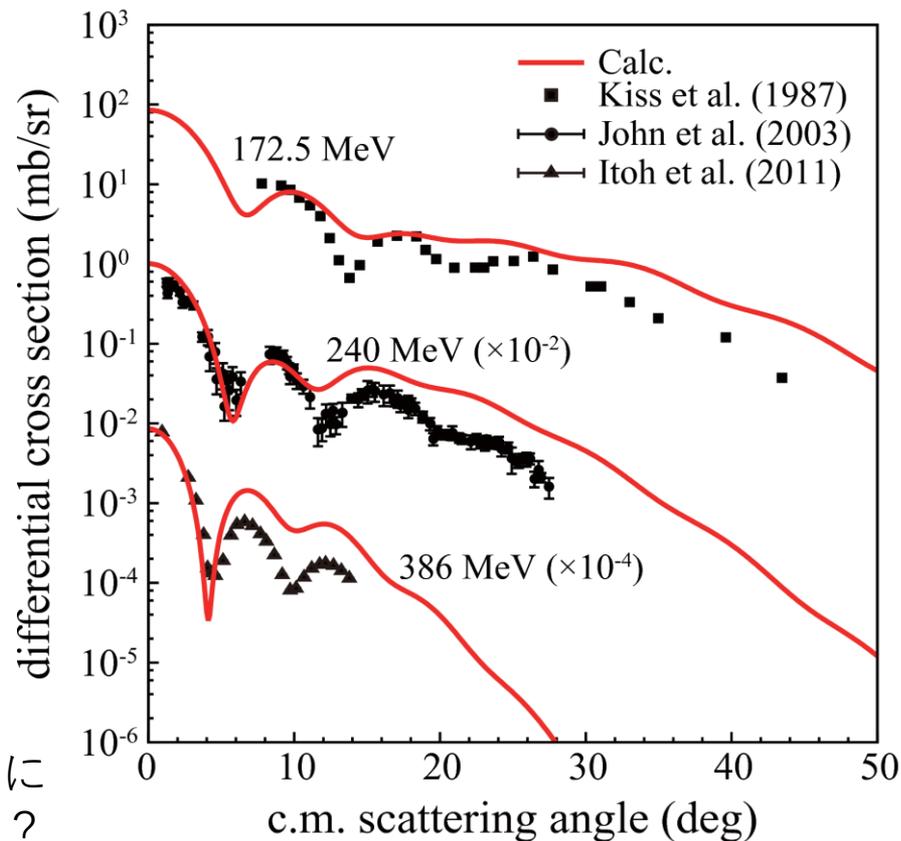
Khoaらの主張の一方で、別の理論計算のグループが、無矛盾であるという主張をしている。

K. Minomo and K. Ogata, Phys. Rev. C **93**, 051601 (2016).

- 微視的な核子-核子相互作用
 - Melbourne G matrix-based
- 微視的な遷移密度(3α RGM波動関数)
 - 22.8% EWSR
- CC(Coupled channel)計算
Khoaらとは核子間相互作用が違うだけで根本的には同様な計算を行っている。

“Missing monopole strength of the Hoyle state”は存在しない

理論計算で結論が相互に異なる。
実験データから遷移強度を抽出するのにアルファ非弾性散乱は使用できるのか？
状況は確定していない(いなかった)



非弾性アルファ散乱をめぐる状況

- Khoa氏らの主張が正しければ、 (α, α') 散乱の断面積から遷移強度を求めてきた解析の仮定が覆る
 - 断面積と遷移強度の間の比例関係?
 - “Missing monopole strength”の問題?
 - そもそも ^{12}C についてだけか?
 - 実験グループの用いている解析手法(相互作用、遷移密度、DWBAという近似)は適切か?

今日に至るまで、実験データを用いた系統的な確認はなされてこなかった

“Missing monopole strength problem”の解決に向けて

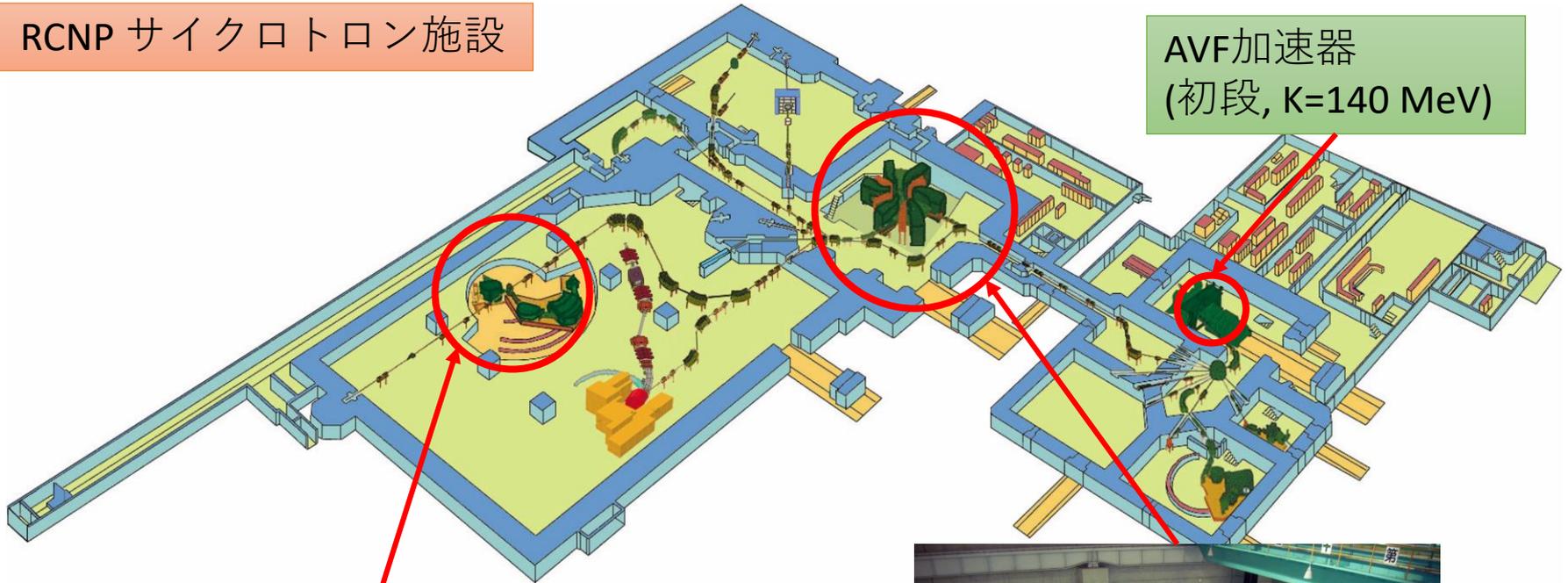
- 中間エネルギーでの非弾性アルファ散乱において、**Foldingモデルで計算される断面積と、遷移強度の間により線形性があるのか、自己共役な $A=4n$ である原子核に対して系統的に分析**
 - 自己共役で $A=4n \rightarrow$ even-even核で $N=Z \rightarrow \rho_p = \rho_n$ と仮定できる \rightarrow 理論計算での不定性が小さい
- 特に、実験グループがよく解析に用いている、有効 αN 相互作用とsingle folding modelおよび巨視的モデルによる遷移密度を用いたDWBA計算の妥当性を確認

- **標的核: ^{12}C , ^{16}O , ^{20}Ne , ^{24}Mg , ^{28}Si , and ^{40}Ca**
 - $A = 4N$ の自己共役な原子核
- **入射ビーム: $E_\alpha = 130 \text{ MeV}$ & 386 MeV (\sim low & high energy)**
 - エネルギー依存性の確認 & 低励起エネルギーの状態
- **励起状態: discreteな測定できる全ての励起状態**

Research Center for Nuclear Physics (RCNP)

RCNP サイクロトロン施設

AVF加速器
(初段, $K=140$ MeV)



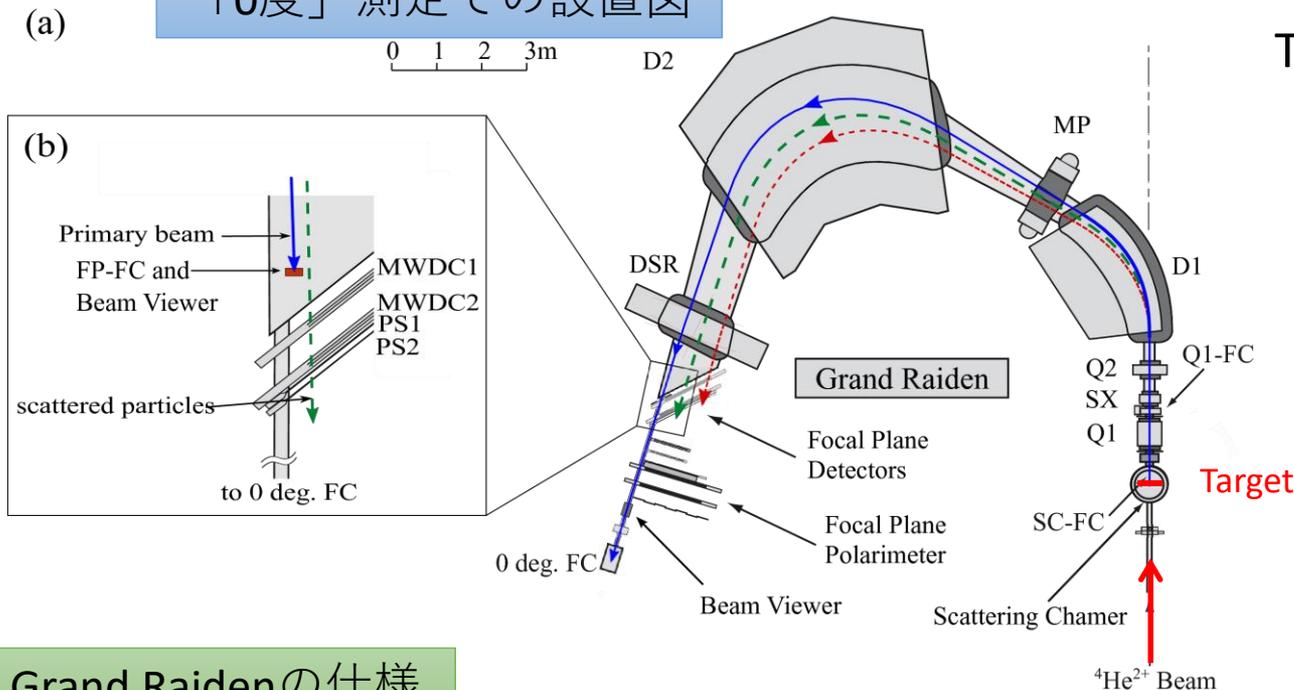
Magnetic spectrometer
"Grand Raiden"



リングサイクロトロン加速器
(後段, $K=400$ MeV)

磁気スペクトロメータ“Grand Raiden”

「0度」測定での設置図



Target(α, α')Target*

散乱された α' の角度・
運動量を測定



標的核の励起エネルギー
ギースペクトル

Grand Raidenの仕様

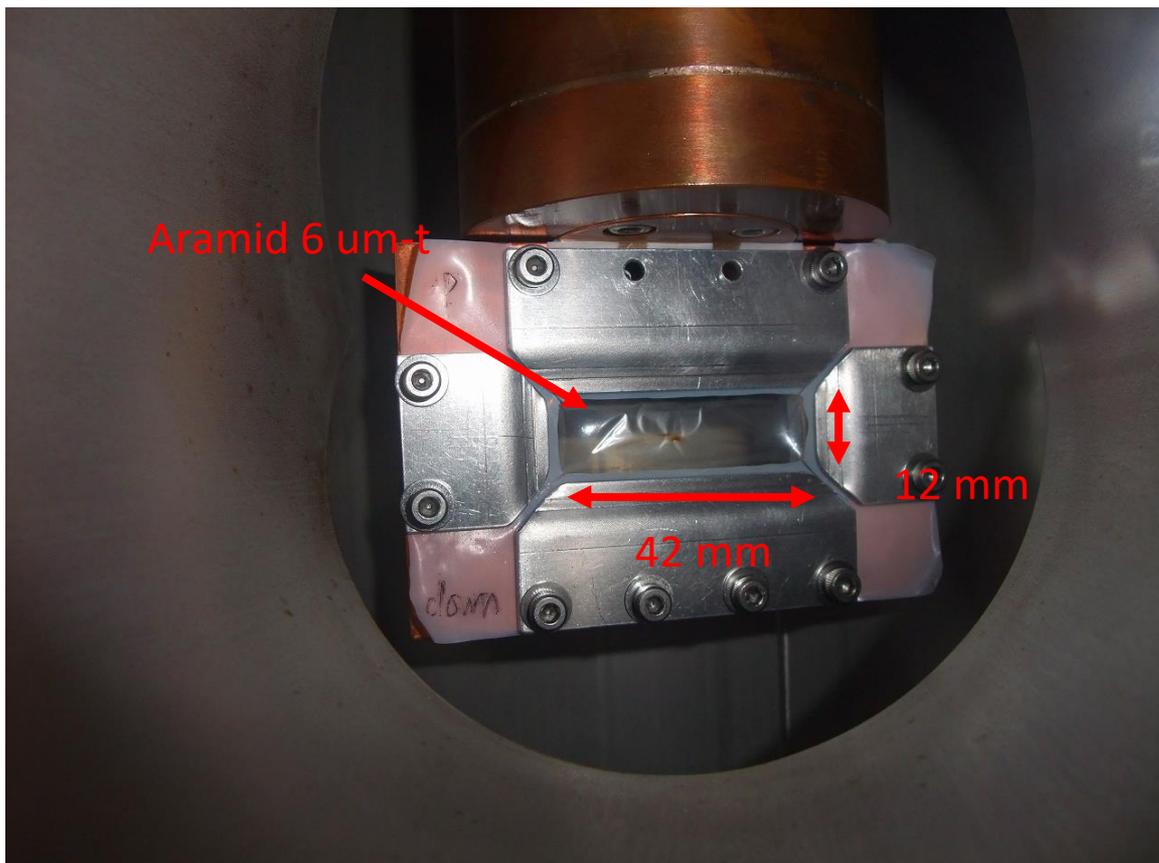
- 運動量分解能: $\Delta p/p = 1/37,000$ **高分解能**
- 立体角: horizontal ± 20 mr
vertical ± 70 mr
- **0度を含む超前方での非弾性散乱**を測定できる
主に軽イオンを用いた実験に利用されている

**Dispersion matching technique
(分散整合技術)**

が利用可能

→ 入射ビームのエネルギー広
がりの影響を打ち消すことが
できる(今回は説明割愛)

標的の一例 (^{20}Ne ガス標的)



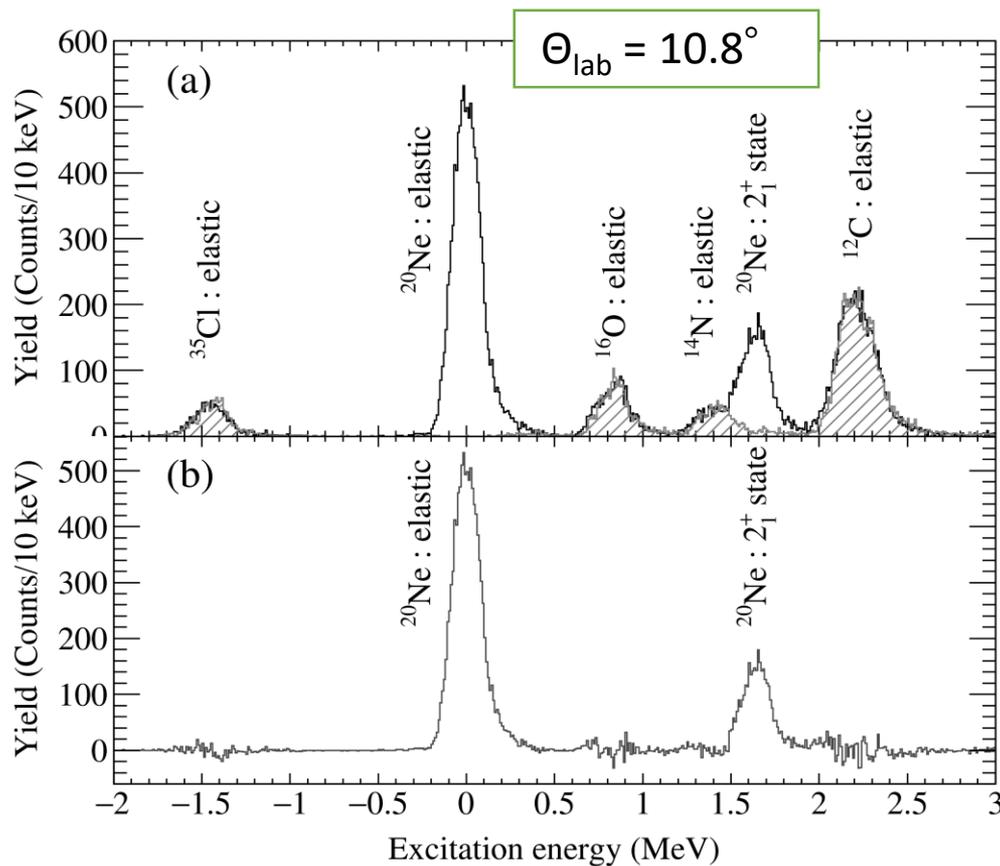
^{20}Ne ガス標的

- ・ ビーム軸方向長さ
11 mm(膜膨張分含む)
- ・ 圧力
78 kPa (~0.8 atm)
- ・ 温度
87 K (LN₂冷却)
- ・ 真空隔膜
アラミド膜 6um-t x 2
- ・ 同位体濃縮
99.95%

→ Mass thickness
2.4 mg/cm²

Grand Raidenを用いた実験では典型的な標的厚は mg/cm²オーダー
ビームスポットは典型的には~ 1 mm-φ (normal focus)

励起スペクトルの例 (^{20}Ne)



(a)
Solid : ^{20}Ne ガス + アラミド膜
Hatched : アラミド膜のみ

アラミド膜のC, N, O, Clが見えている。

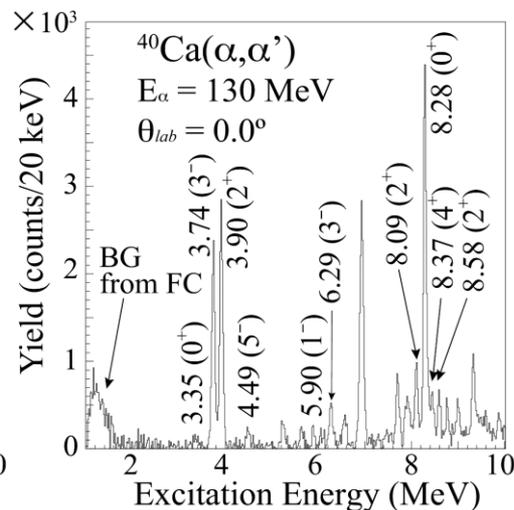
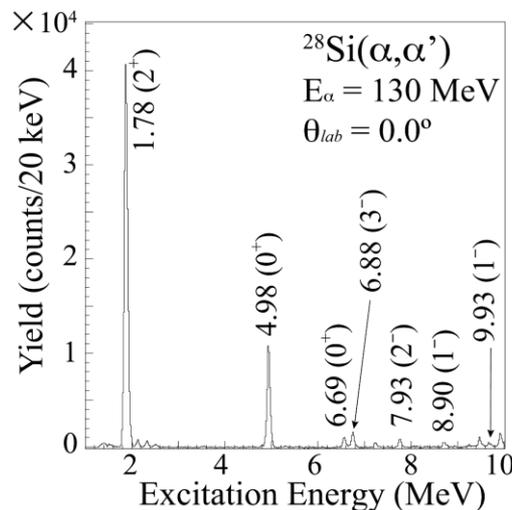
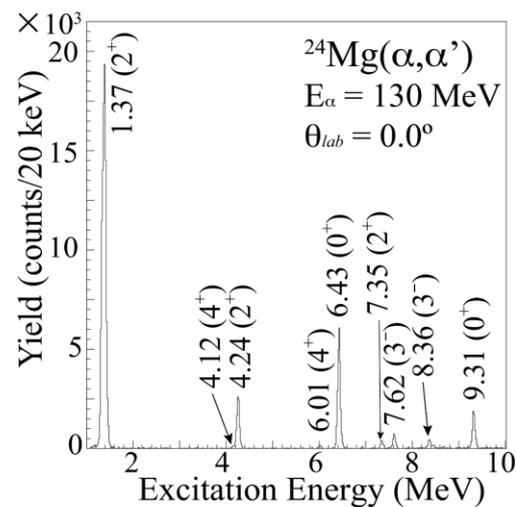
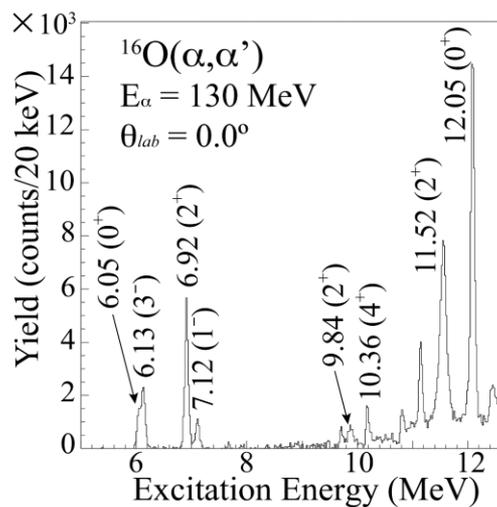
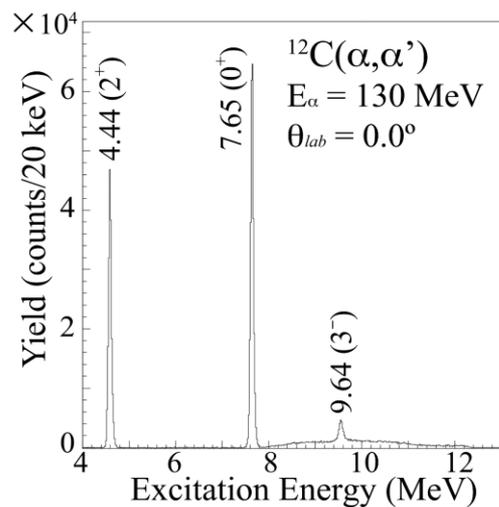
(b)
Solid : ^{20}Ne のみ
(照射ビーム量で規格化してアラミド膜分を減算)

Energy resolution : 250 keV at FWHM

Bad... The accelerator condition was bad.

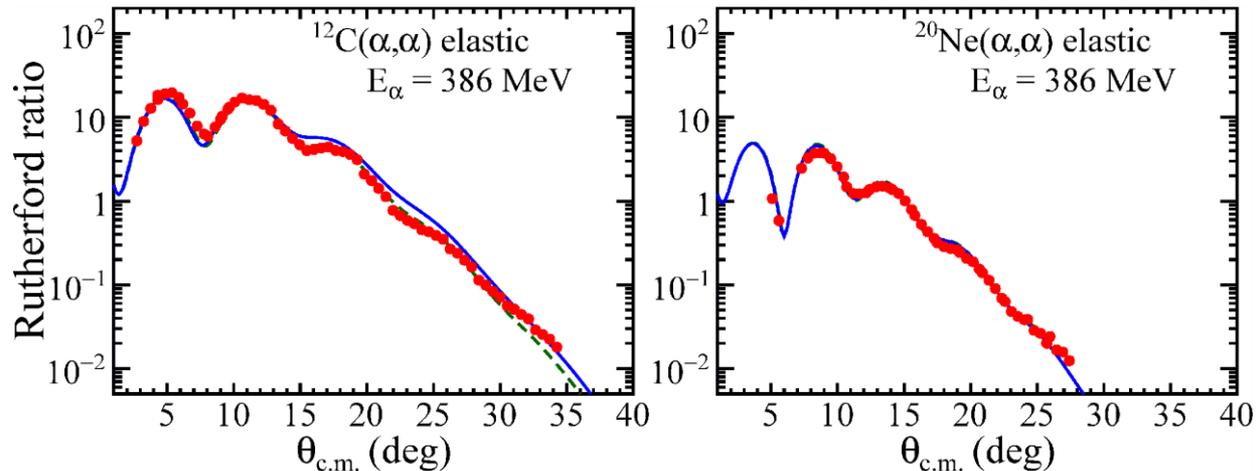
Energy resolution : 95 keV at FWHM @ $E_\alpha = 386$ MeV for the other targets

励起スペクトル ($E_\alpha = 130 \text{ MeV}$)



Energy resolution : 85 keV at FWHM @ $E_\alpha = 130 \text{ MeV}$

弾性散乱の微分断面積 @ $E_\alpha = 386$ MeV



縦軸はラザフォード散乱の断面積に対する比 (Rutherford ratio)
 実線・破線については後述

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{lab}}) \right]_{\text{lab}} = \frac{Y}{N_{\text{tgt}} \cdot N_{\text{beam}} \cdot \Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\epsilon_{\text{track}} \cdot \epsilon_{\text{FC}} \cdot \epsilon_{\text{DAQ}}}$$

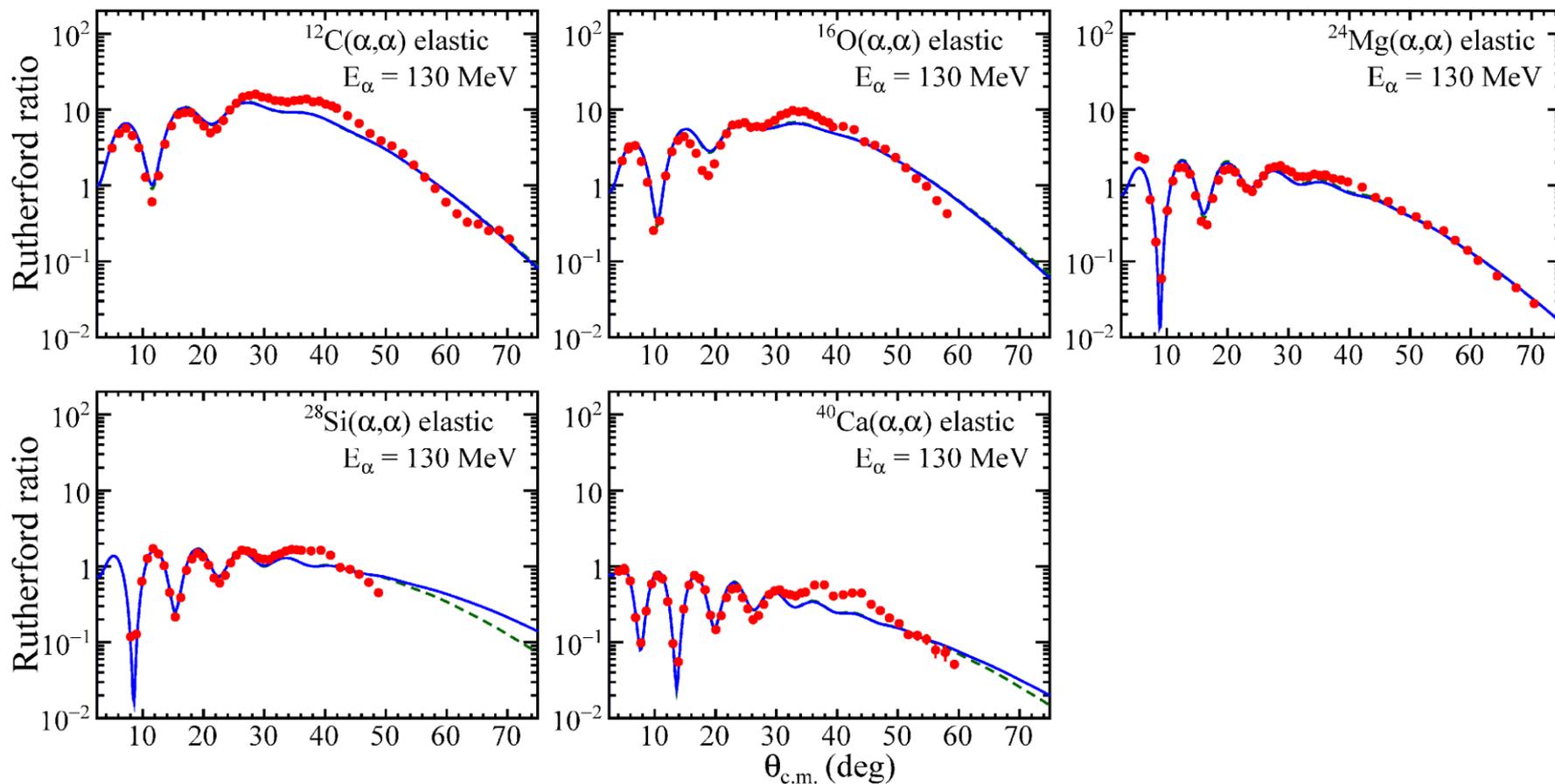
Y : 検出した粒子数,

N_{tgt} : 標的の数密度, N_{beam} : ビーム粒子数, $\Delta\Omega$: 立体角

ϵ_{track} : 飛跡検出器のtracking効率, ϵ_{FC} : ファラデーカップの効率,

ϵ_{DAQ} : データ取得の効率

弾性散乱の微分断面積 @ $E_\alpha = 130$ MeV

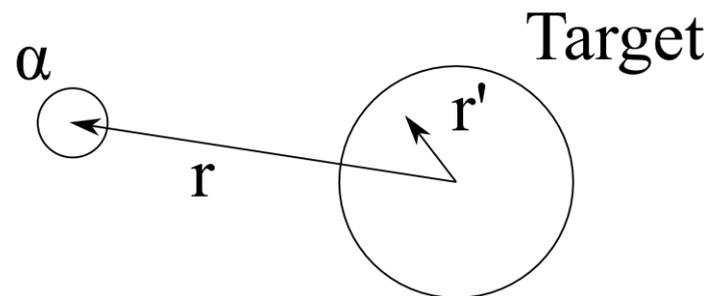


縦軸はラザフォード散乱の断面積に対する比 (Rutherford ratio)
できるだけ後方角度まで測定した

DWBA解析

DWBA計算を行うためには

- ・ 入口および出口チャンネルでの歪曲ポテンシャル
 - ・ 遷移密度=考えている状態間のForm Factor
- を決めなくてはならない。



使用した相互作用: 現象論的な有効 αN 相互作用

= α 粒子と核子の有効相互作用

これまで多くの実験の解析で適用されてきた → 妥当性を確認したい

→ 標的核の密度分布 $\rho_0(r')$ で畳み込み積分することにより、 α 粒子と標的原子核の光学ポテンシャルとする(入口チャンネル)

$$U(r) = \int d\mathbf{r}' \rho_0(r') u[|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \rho_0(r')]$$

有効 αN 相互作用

$$u[|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \rho_0(r')] = -v \left[1 + \beta \rho_0^{2/3}(r') \right] e^{-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \alpha_v^2} \\ - iw \left[1 + \beta \rho_0^{2/3}(r') \right] e^{-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \alpha_w^2}$$

有効 αN 相互作用

$$u(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \rho_0(r')) = -v \left[1 + \beta \rho_0^{2/3}(r') \right] e^{-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \alpha_v^2} \\ - iw \left[1 + \beta \rho_0^{2/3}(r') \right] e^{-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \alpha_w^2}$$

- 複素ガウス型相互作用
- 実部と虚部が同じ形式をとる(最もシンプルな型、他の形式もある)

v, w : 強さ(深さ)のパラメータ
 α_v, α_w : レンジ(相互作用距離)のパラメータ
 β : 密度依存性パラメータ

G. R. Satchler and D. T. Khoa, Phys. Rev. C, **55**, 285 (1997)により定式化され、

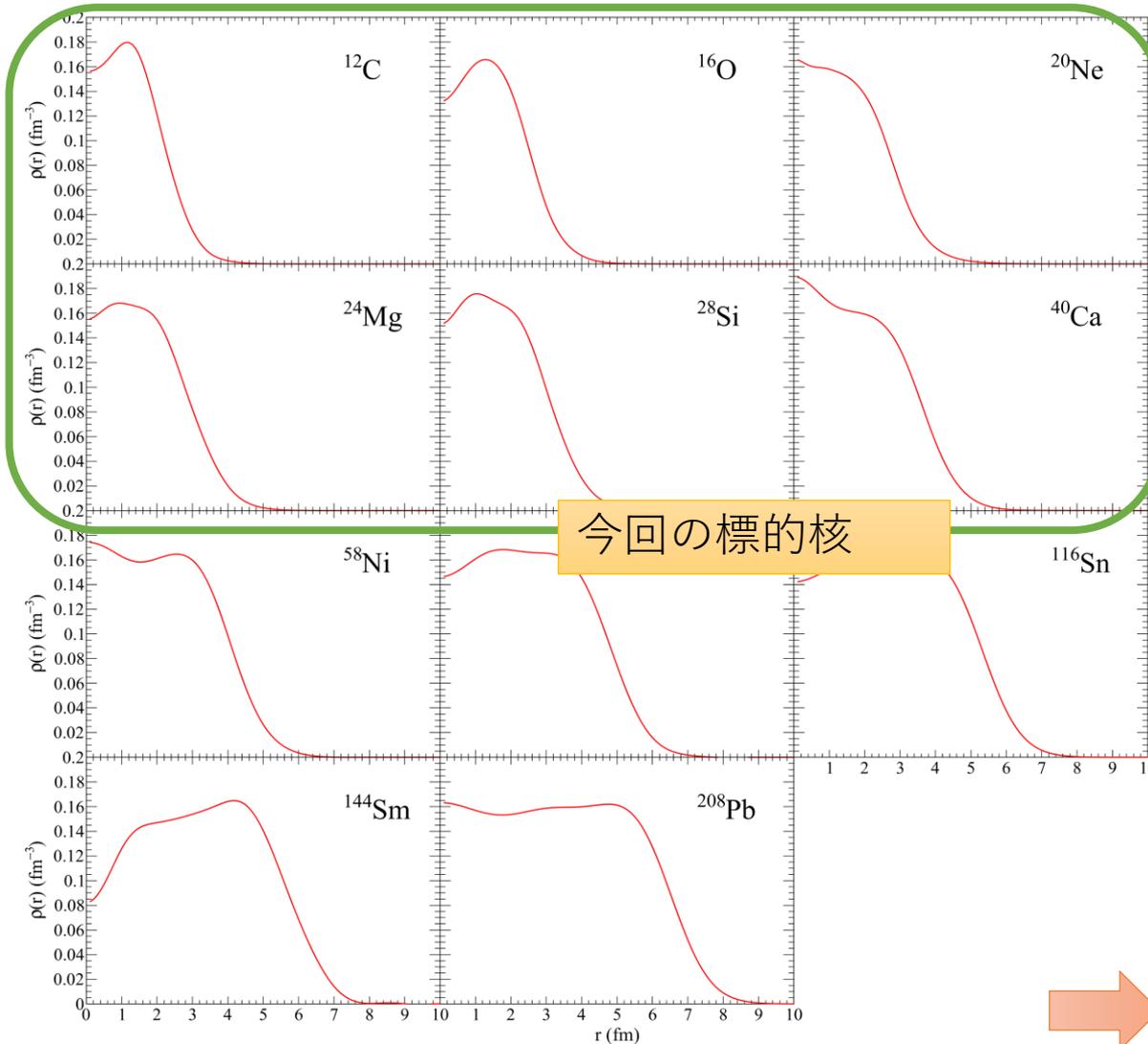
$$\beta = -1.9$$

が推奨された。多くの実験グループの解析は彼らに倣いこの値を利用している

- 有効 αN 相互作用 \longrightarrow 光学ポテンシャル \longrightarrow 弾性散乱の微分断面積
- 標的核の密度分布

標的核の密度分布は既知(とする)ので弾性散乱の微分断面積を再現するように有効相互作用のパラメータを決める

標的核の密度分布(核子分布)



電子散乱等で求められている
標的核の荷電分布



陽子のForm factor



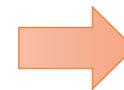
陽子のform factor
でunfold

Point-protonの分布



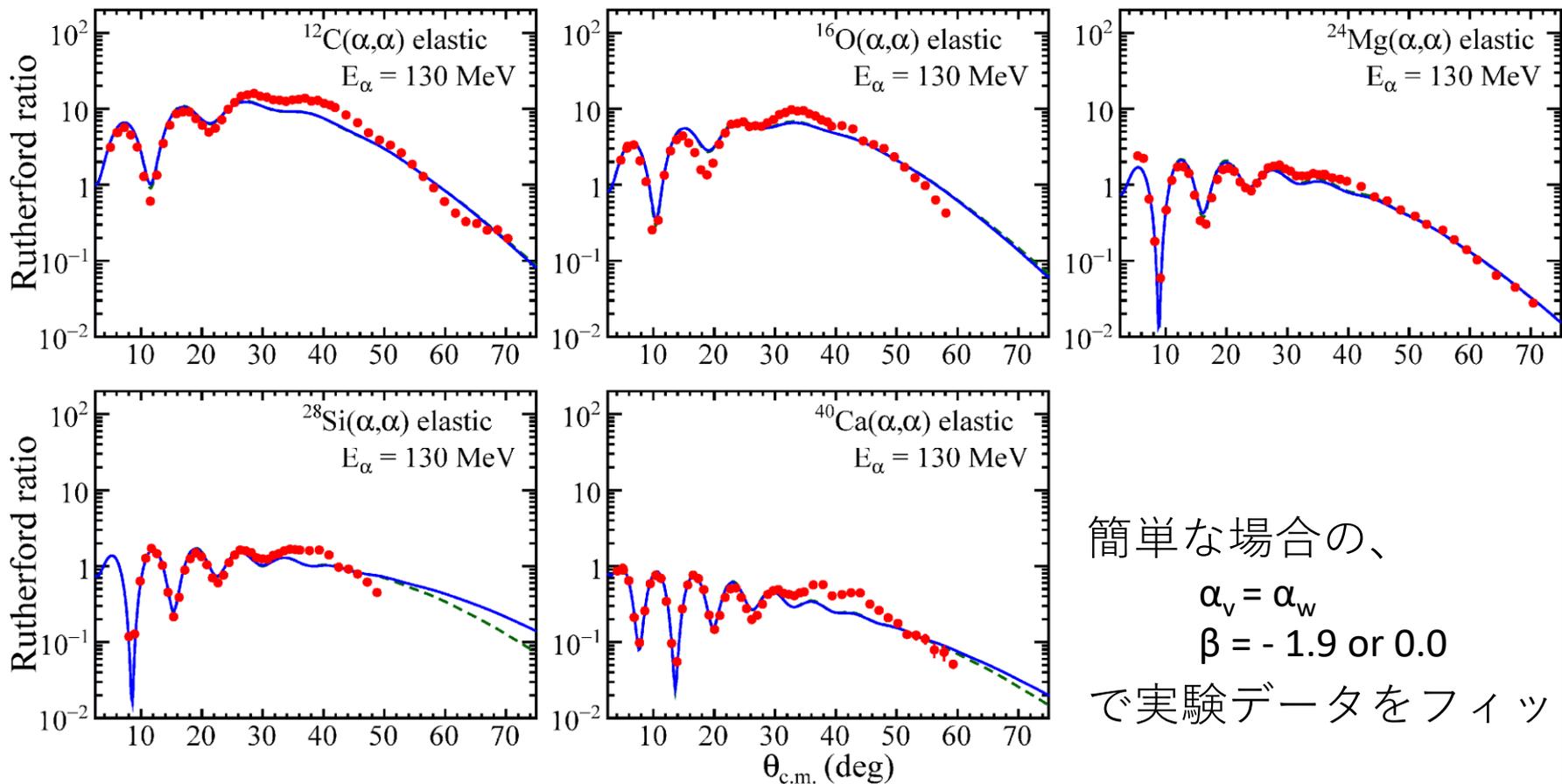
Point-neutronの分布

今回用いた自己共役な
 $A=4N$ 核では陽子と中性子の
分布が等しいと仮定



Point-nucleonの分布

弾性散乱の微分断面積 @ $E_\alpha = 130 \text{ MeV}$ (再掲)



簡単な場合の、
 $\alpha_v = \alpha_w$
 $\beta = -1.9$ or 0.0
 で実験データをフィット



相互作用が一意に決まる

$\beta = 0.0$ のセット (solid)
 Density Independent (DI)

$\beta = -1.9$ のセット (dashed)
 Density Dependent (DD)

No adjustable parameters !

遷移密度

- 以下の巨視的モデルによる遷移密度を用いた($\Delta L = \lambda = 0$ の時は所謂Breathing modelである。ここでは $\Delta L = 1$ は省略)

$$\tilde{\rho}_{J_f, J_i}^{(0)}(r') = -\alpha_0 \left(3 + r' \frac{d}{dr'} \right) \tilde{\rho}_0(r')$$

$$\tilde{\rho}_{J_f, J_i}^{(\lambda)}(r') = -\delta_\lambda \frac{d}{dr'} \tilde{\rho}_0(r')$$

- ここで $\tilde{\rho}_0(r')$ は核子密度分布ではなく電荷分布である
- 遷移密度の大きさ、すなわち遷移強度を決める振幅 α_0, δ_λ 等は電子散乱等で既知の強度を再現するように決定した

遷移密度と行列要素の関係 $M(E\lambda) = \int \tilde{\rho}_{J_f, J_i}^{(\lambda)}(r') r'^{\lambda+2} dr' \quad (\lambda \geq 2)$

No adjustable parameters !

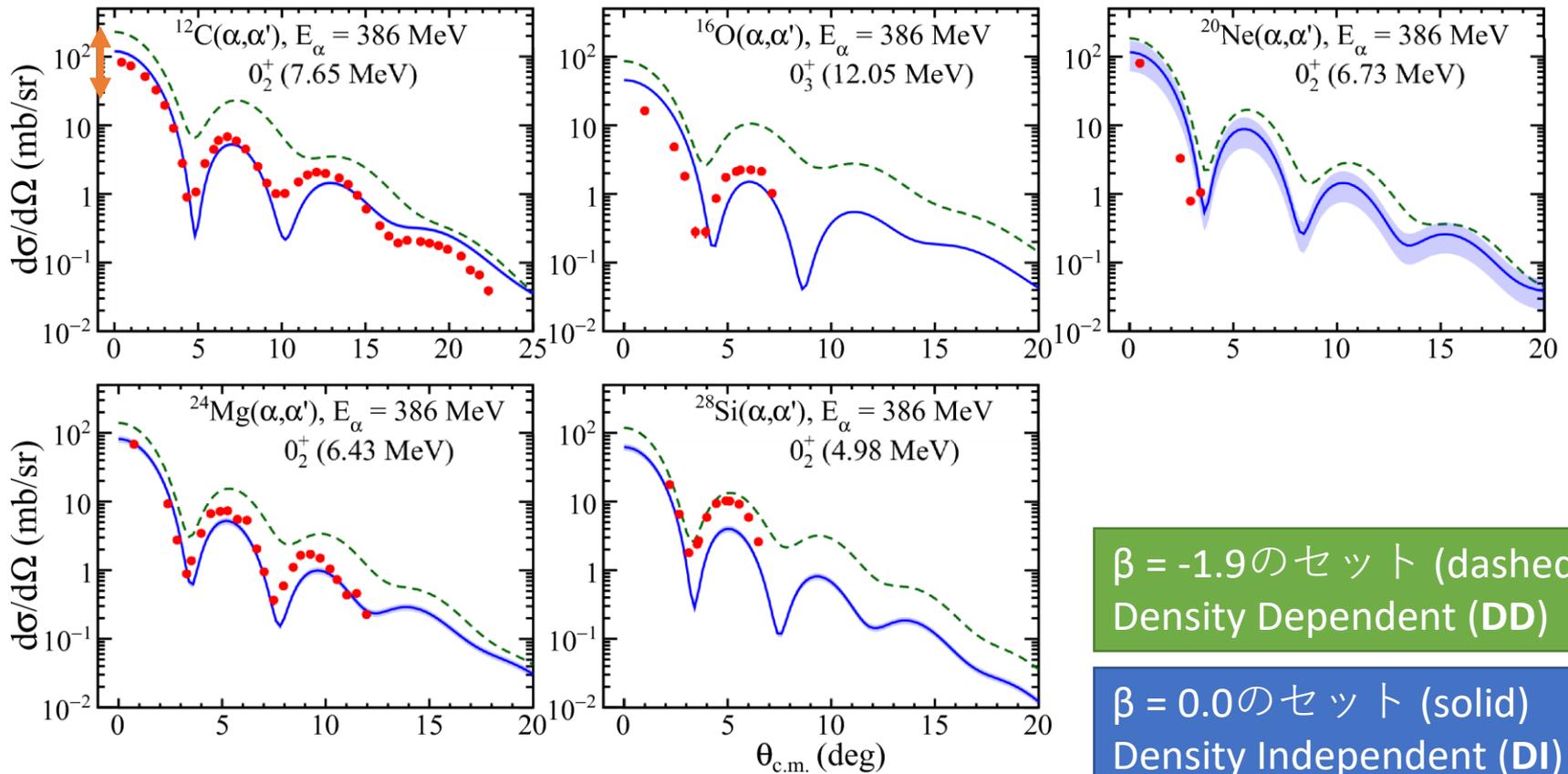
例えば、Hoyle state への遷移も例外ではなく、
 $M_\pi = 5.5 \text{ fm}^2 \Leftrightarrow B(E0) = 30.3 \text{ e}^2\text{fm}^4 \Leftrightarrow \alpha_0 = 0.27$
と一意に決めた

今回のDWBA計算

- 有効 αN 相互作用
 - 本来は5パラメータ
 - → 弾性散乱を再現するよう決定→パラメータフリー
- 遷移密度
 - 巨視的モデルにより計算
 - 電子散乱の遷移強度を再現するよう決定→パラメータフリー
- 歪曲ポテンシャル
 - 入口チャンネルは弾性散乱の光学ポテンシャル
 - 出口チャンネルは入口チャンネルと同じと仮定

今回のDWBA計算は、基本的に**パラメータフリーの計算**

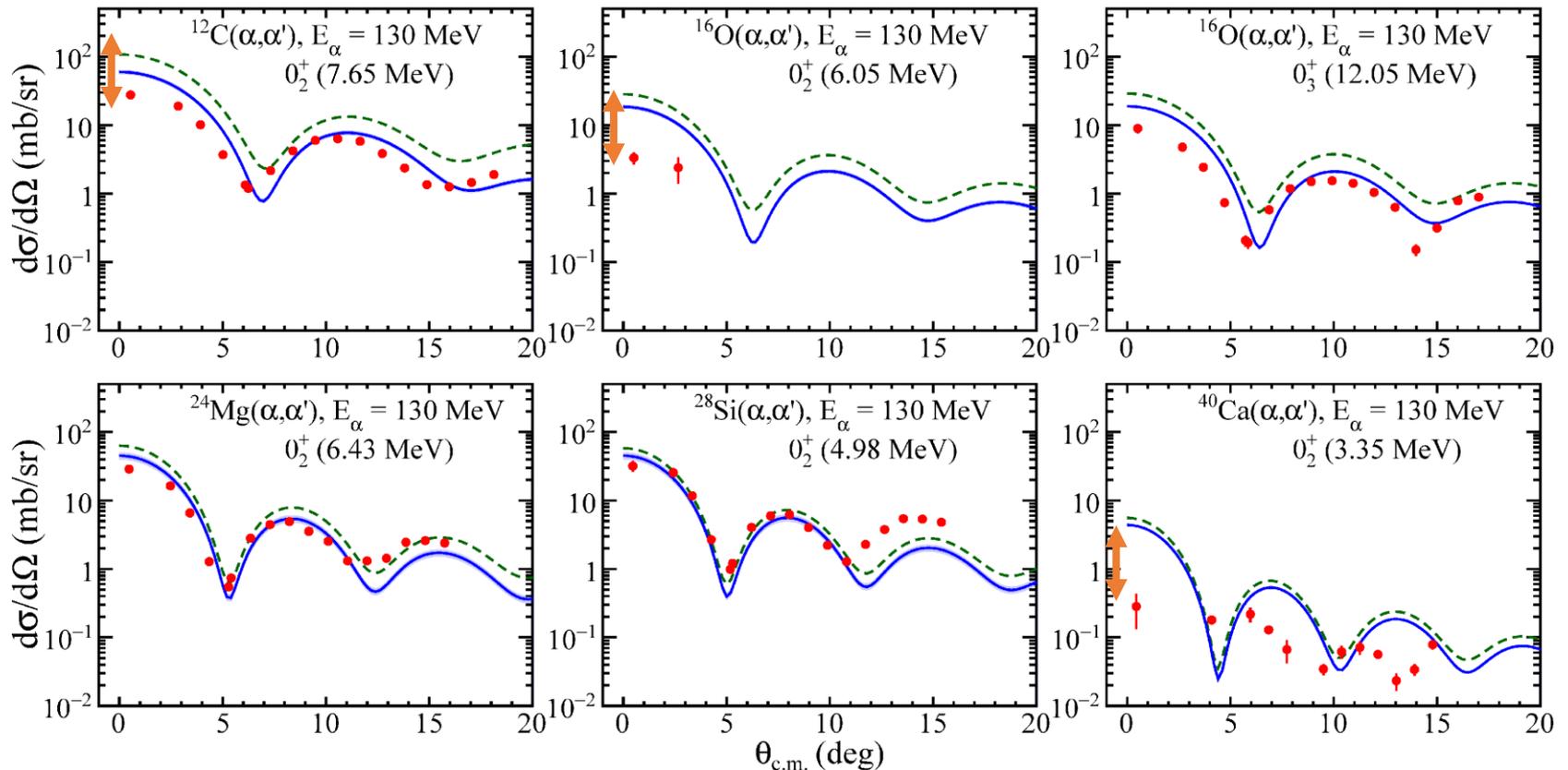
微分断面積 ($\Delta L = 0, E_\alpha = 386 \text{ MeV}$)



- DIのほうがDDより小さな断面積を与える
- DIのほうが実験値を良く再現している

DIにのみ既知の遷移強度の誤差由来のエラーを表示している

微分断面積 ($\Delta L = 0, E_\alpha = 130 \text{ MeV}$)

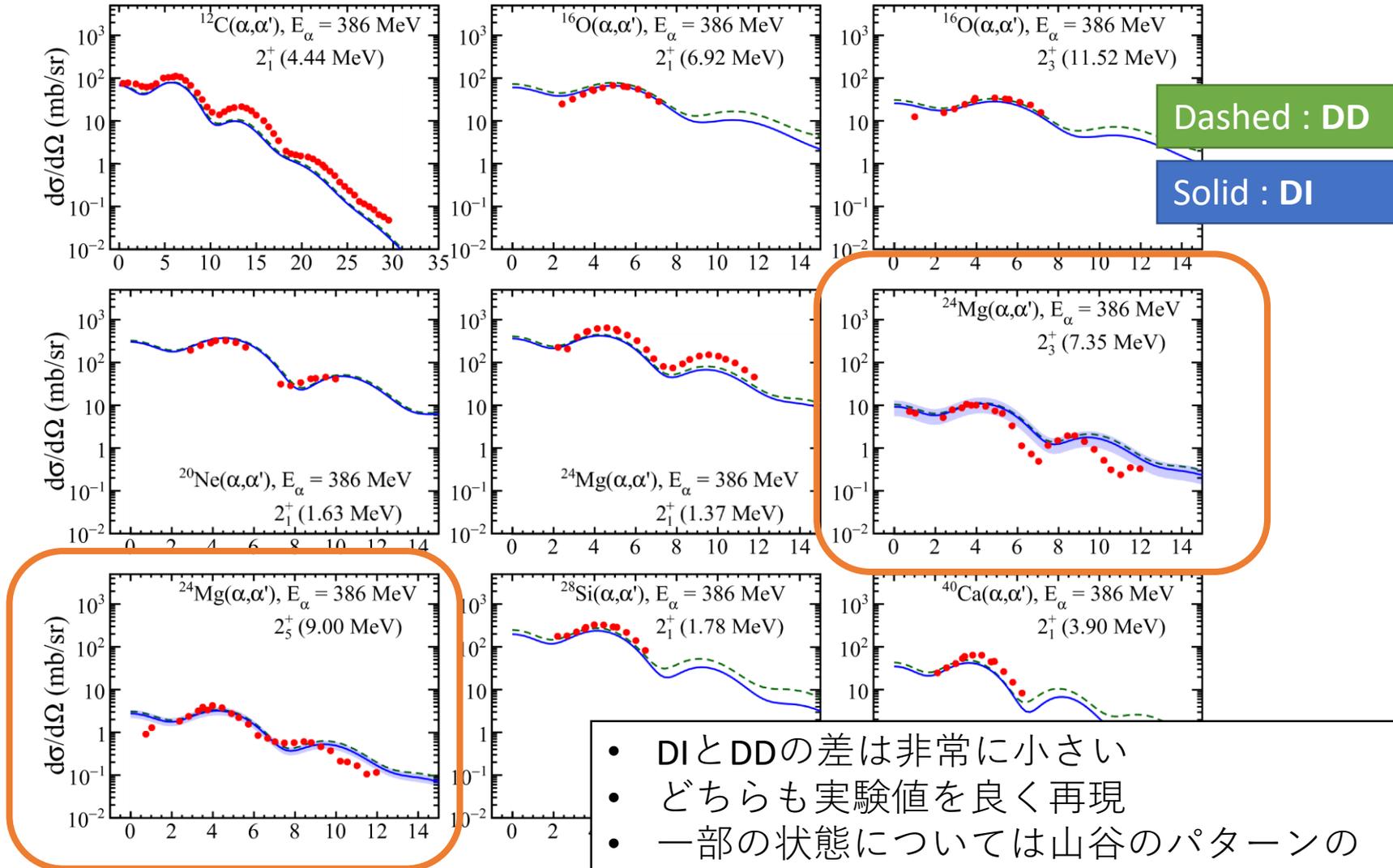


- 傾向は386 MeVと変わらない(DI < DD, DI is better than DD.)
- $^{16}\text{O} (0_2^+)$, $^{40}\text{Ca} (0_2^+)$: 1桁overestimate。理解できていない
 - 386 MeVでは測定できなかった(断面積が小さい)
 - Doubly magic nucleus の第1励起状態?

Dashed : DD

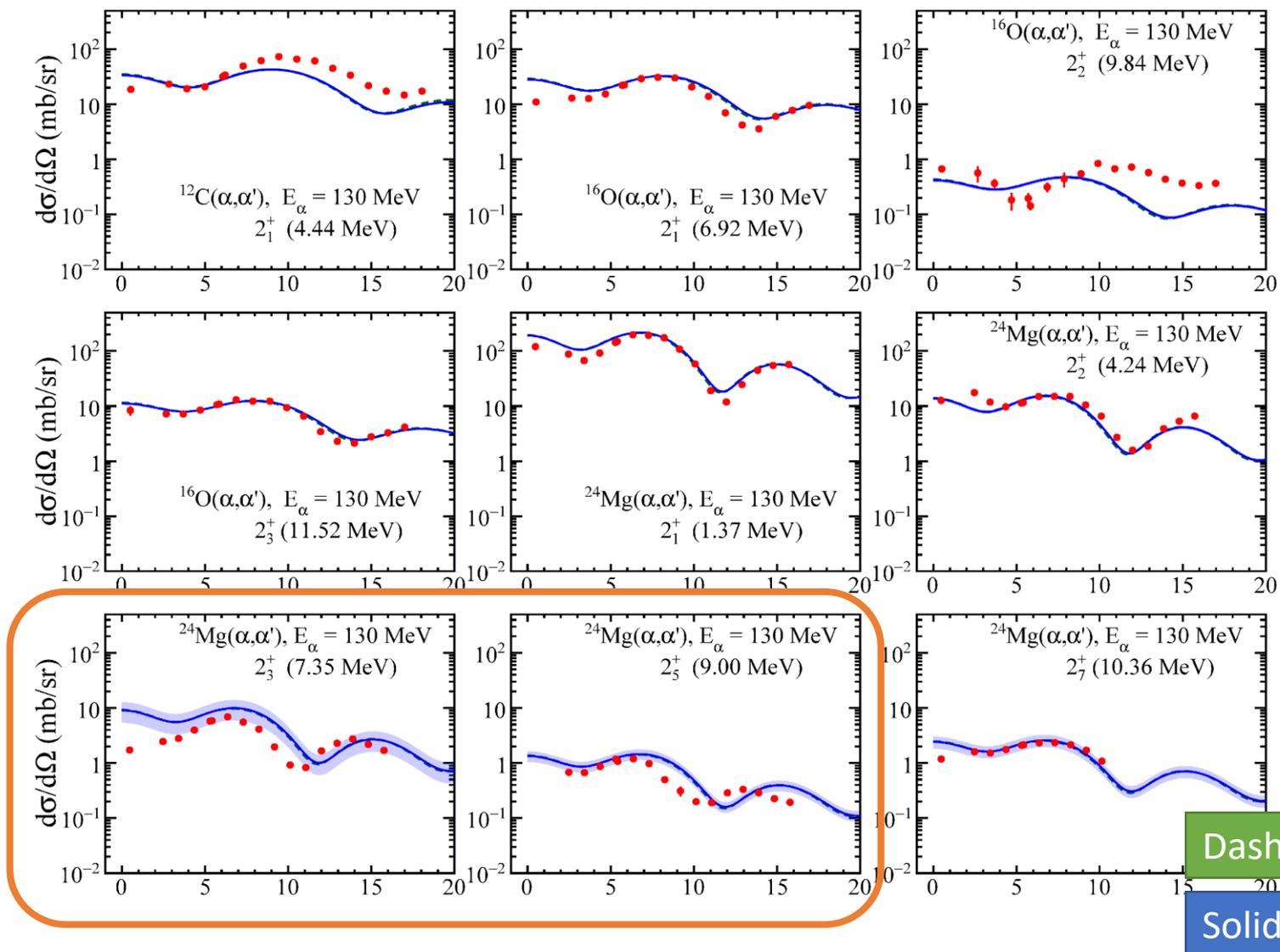
Solid : DI

微分断面積 ($\Delta L = 2, E_\alpha = 386 \text{ MeV}$)

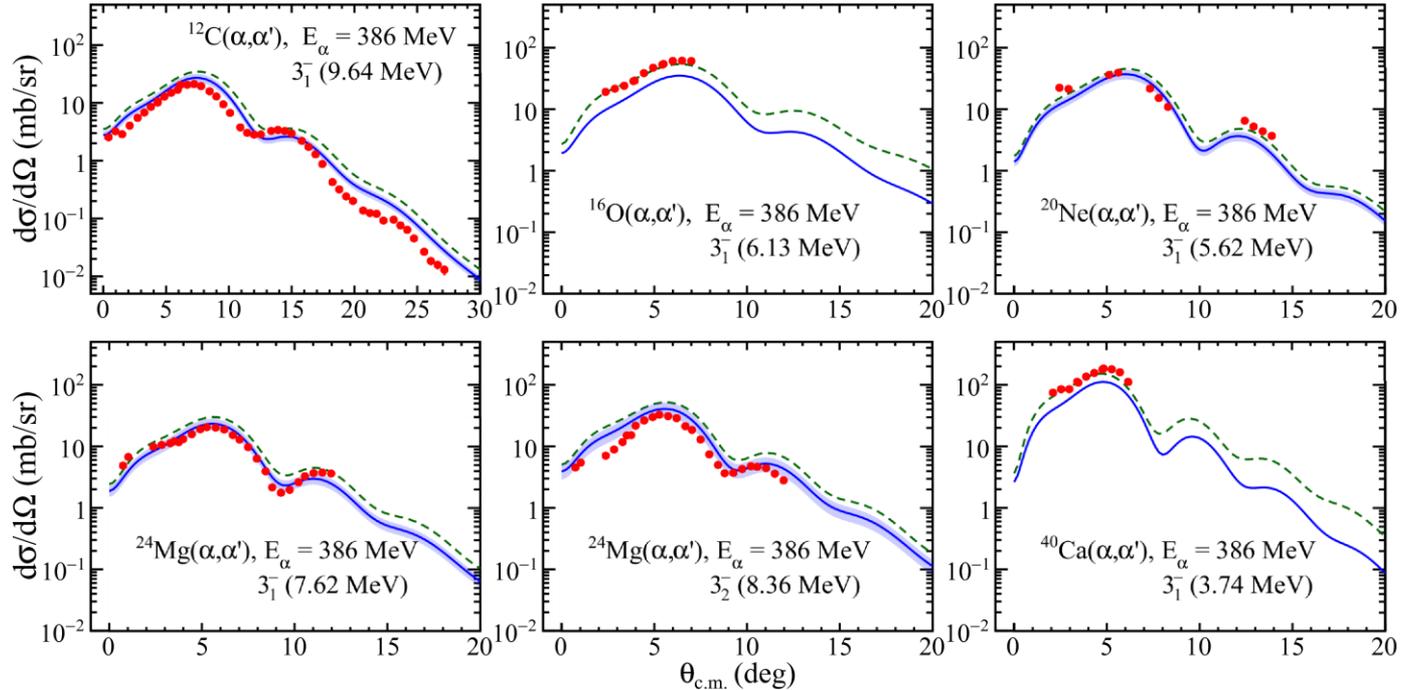


- DIとDDの差は非常に小さい
- どちらも実験値を良く再現
- 一部の状態については山谷のパターンのずれ? →物質半径の変化が見えている?

微分断面積 ($\Delta L = 2, E_\alpha = 130 \text{ MeV}$) 一部



微分断面積 ($\Delta L = 3, E_\alpha = 386 \text{ MeV}$)

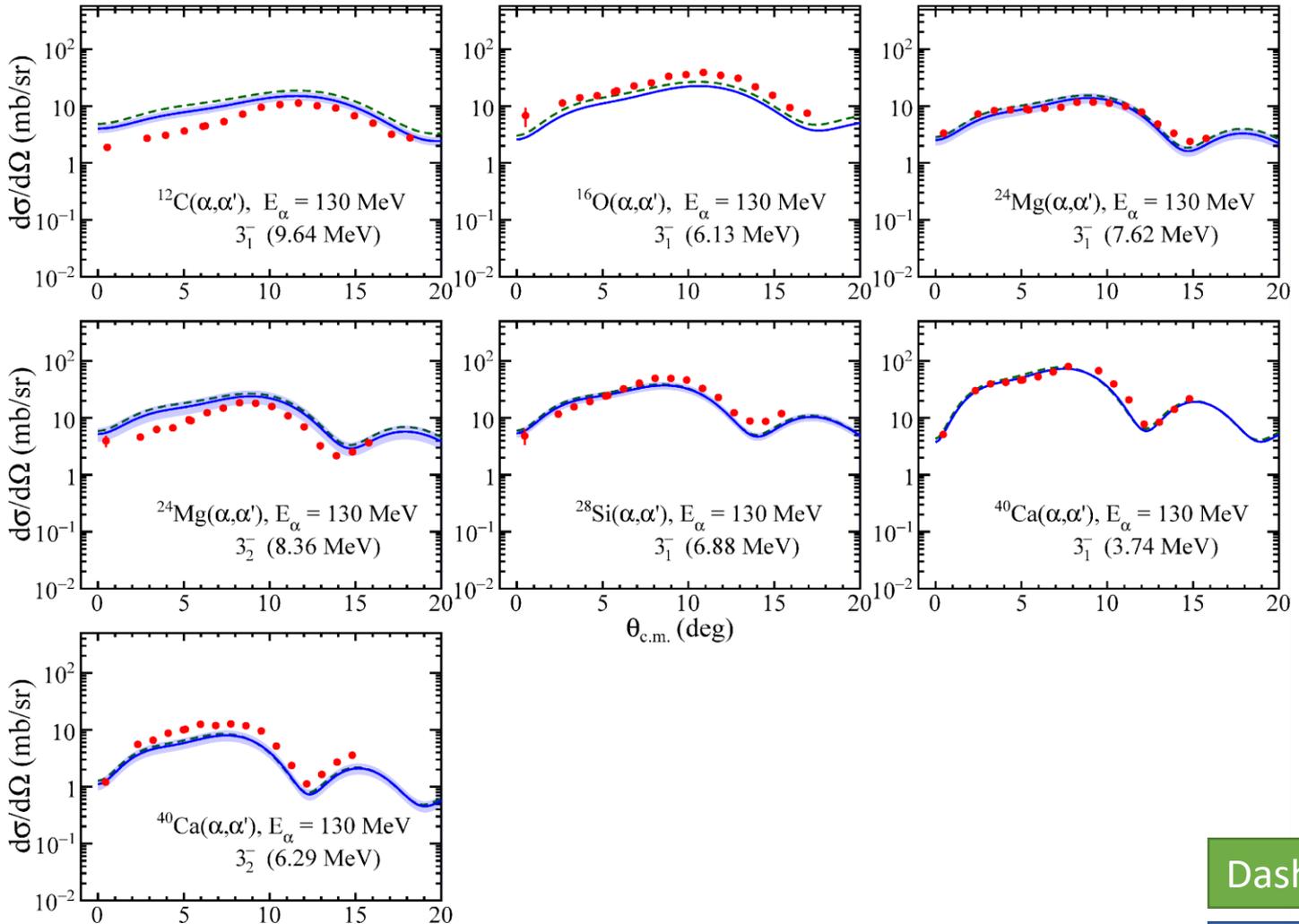


- DIとDDの差 < ($\Delta L=0$ の場合)

Dashed : DD

Solid : DI

微分断面積 ($\Delta L = 3, E_\alpha = 386 \text{ MeV}$)



Dashed : DD

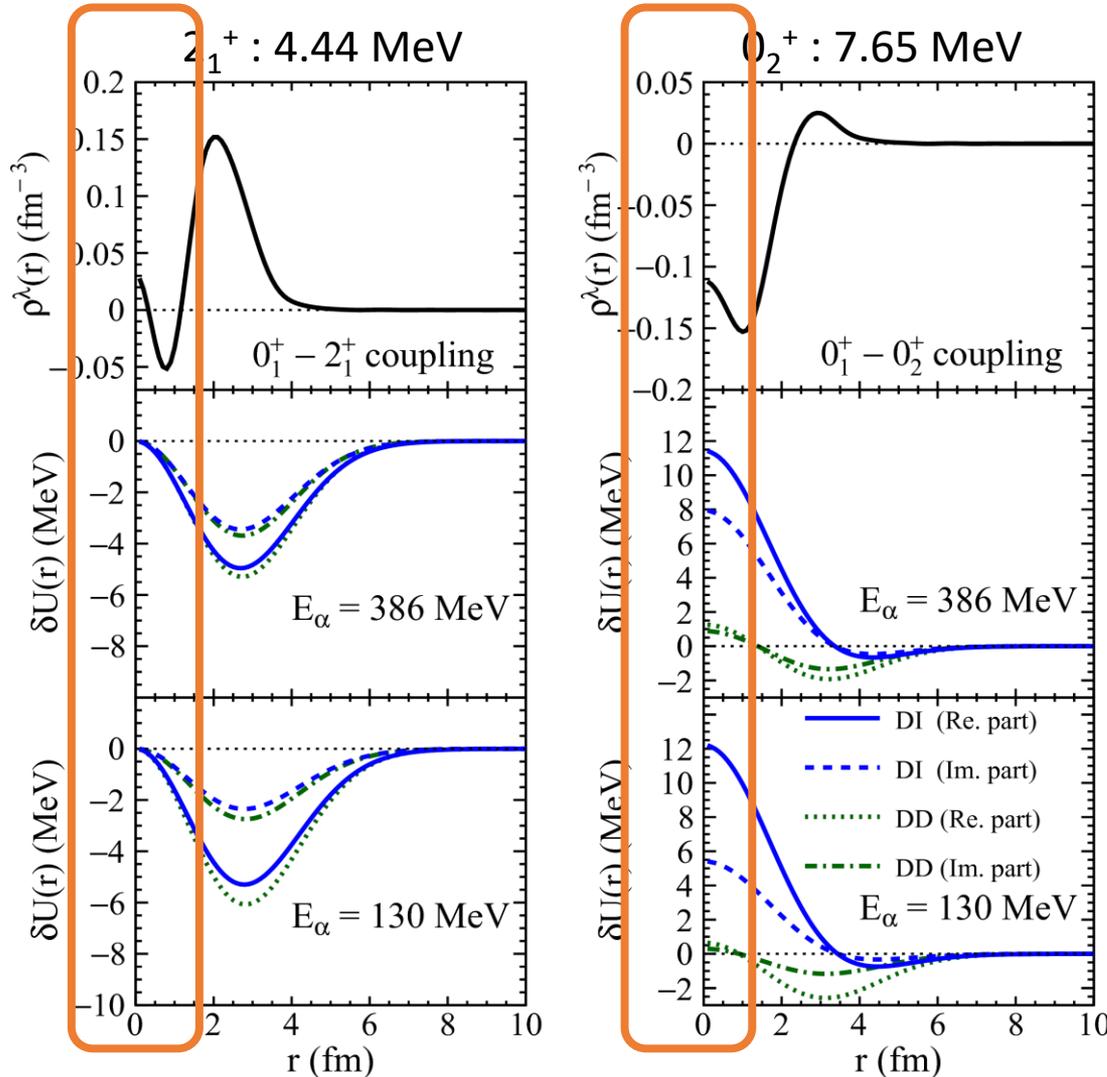
Solid : DI

実験データと今回のDWBA計算の比較

- $\Delta L = 0$ の遷移
 - DIとDDの計算の断面積の絶対値の違いが大きい
 - (DIのほうが小さい)
 - DIが比較的实验データをよく再現
 - いくつかの例外
 - ($^{16}\text{O } 0_2^+$ and $^{40}\text{Ca } 0_2^+$: first excited states in the doubly magic nuclei?)
- $\Delta L = 2$ の遷移
 - DIとDDの計算の違いは小さい
 - どちらもよく实验データを再現
- $\Delta L = 3$ の遷移
 - $\Delta L = 0$ の場合よりは小さいが、DIとDDである程度の違い

巨視的遷移密度の特性と相互作用1/2

$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')$



$\Delta L = 0$ と $\Delta L = 2$ ではDIとDDの差の違いは非常に大きい
 →原因は？遷移ポテンシャルを確認してみる

密度の大きくなる核内部でのポテンシャルに大きな差がみられる
 →非常に強い密度依存効果(有効 αN 相互作用の減衰)

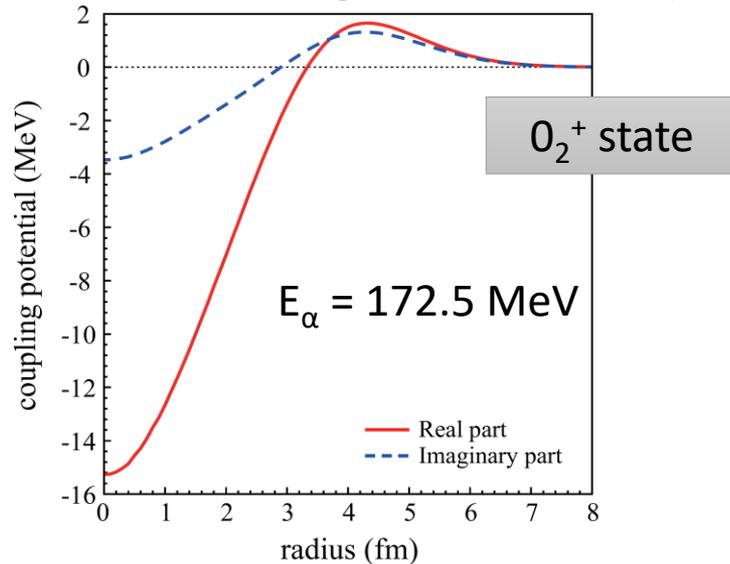
$\Delta L=0$ の遷移密度は大きな値を原点で持つため、その影響が顕著に見える
 $\Delta L=2$ では原点周りは小さな値であるため変化が小さい

巨視的遷移密度の特性と相互作用2/2

現実的な核子-核子間相互作用 (Melbourne G-matrix) に基づいた微視的計算との比較

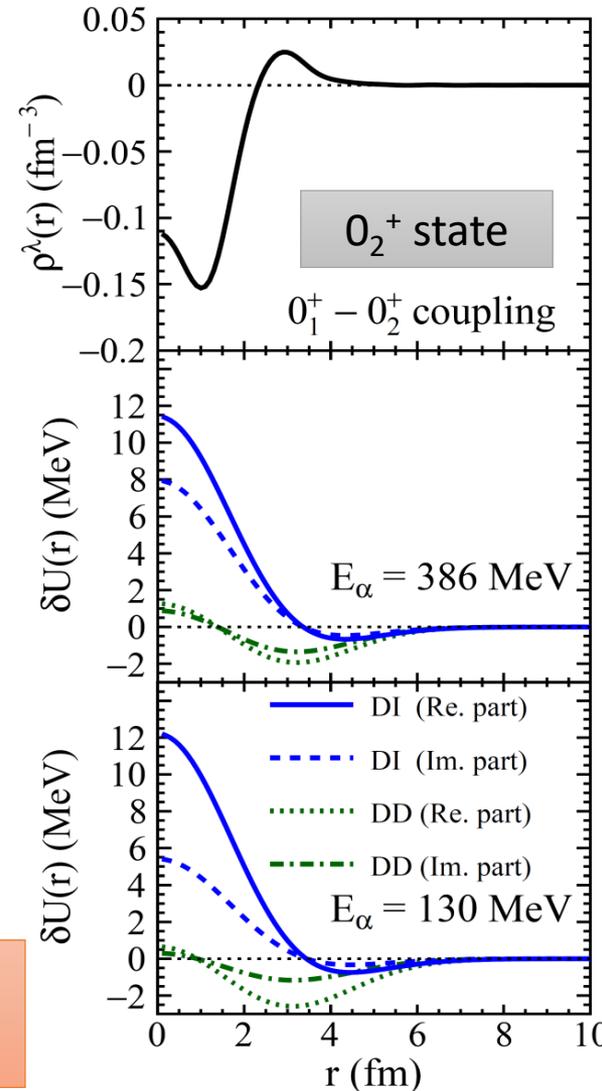
- 理論計算が実験データをよく再現する
- 密度依存性が取り入れられている

K. Minomo and K. Ogata, PRC **93**, 051601 (2016)



(注)定義が異なるため、ポテンシャルの符号が違う

遷移密度



遷移ポテンシャル

DI相互作用によるポテンシャルとの類似
⇒ 我々の計算の密度依存性の取り扱い方が問題

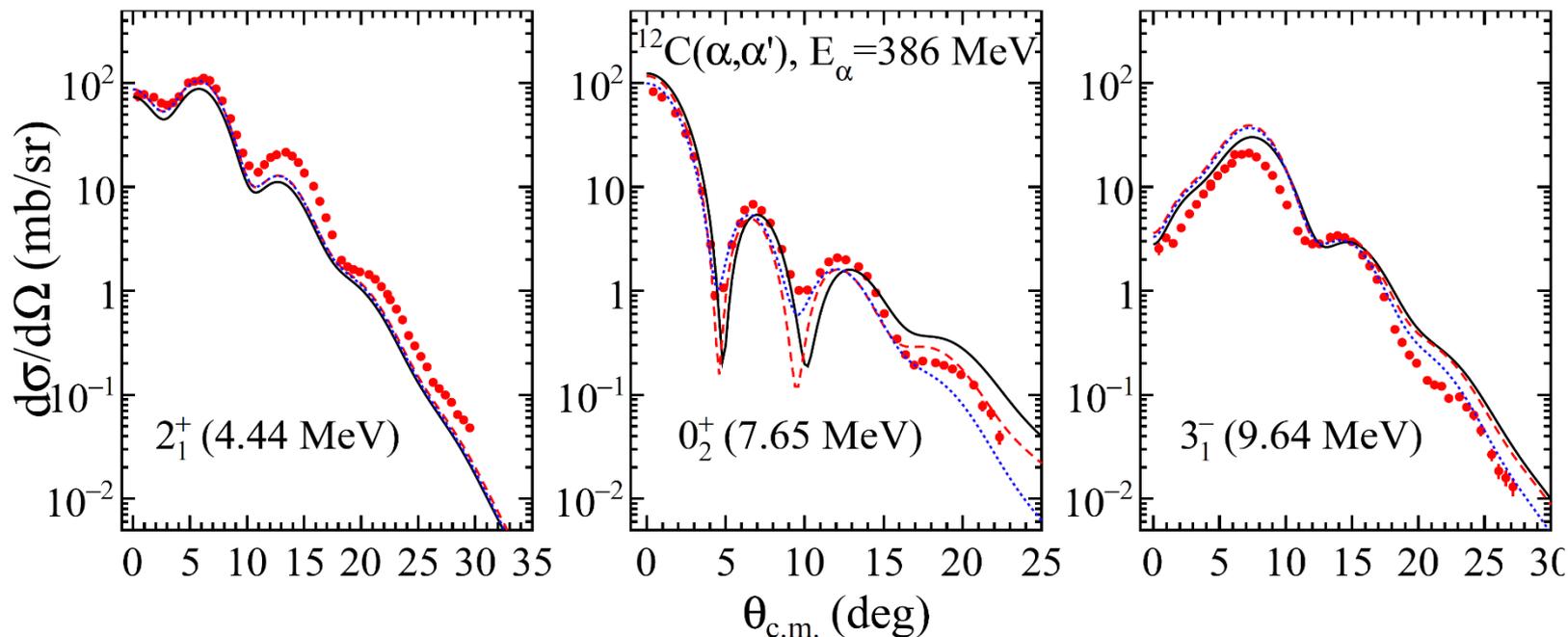
今回のDWBA計算における不確定性

- 遷移密度
 - 巨視的モデルで計算された遷移密度
 - \Leftrightarrow 微視的モデル(3 α RGM w. f. & THSR w. f.)
- 歪曲ポテンシャル
 - 出口チャンネル=入口チャンネルと仮定
 - \Leftrightarrow 現実的な出口チャンネル with 微視的モデル
- 相互作用
 - 有効 αN 相互作用というガウス型相互作用
 - \Leftrightarrow 微視的核子-核子間相互作用 (Melbourne G-matrix)
- Coupled-channel の効果
 - 結合チャンネルの効果は無視
 - \Leftrightarrow CC計算 with 微視的モデルによる波動関数

微視的モデルが利用可能な ^{12}C について比較

遷移密度 & 歪曲ポテンシャル

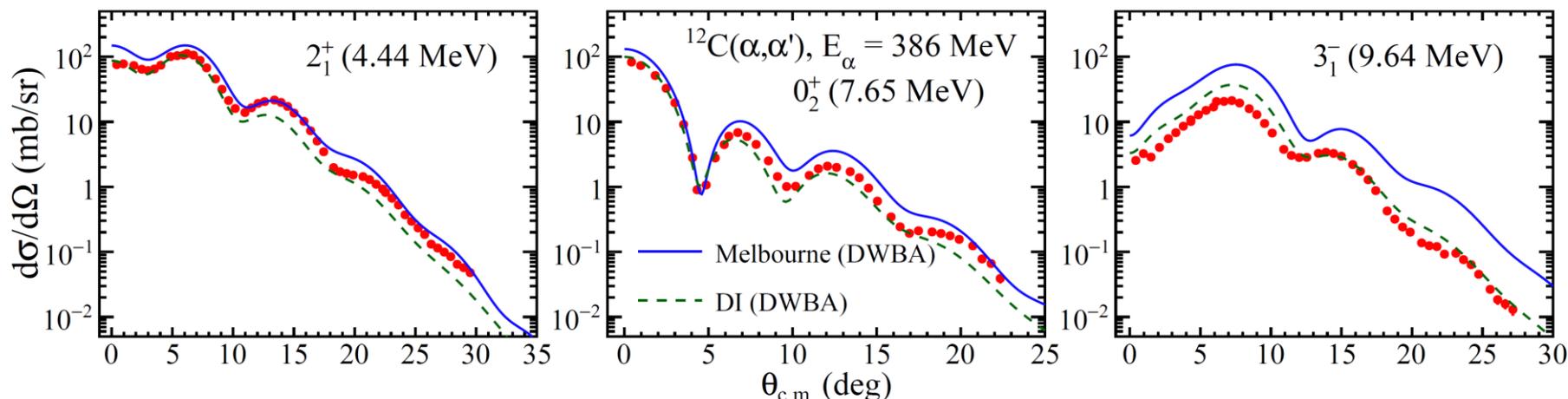
- 実線: これまでのDWBA計算(DI相互作用)
- 破線: 遷移密度を 3α RGM w. f. & THSR w. f. で計算されたものに置き換え(遷移強度は同じに設定)
- 点線: さらに歪曲ポテンシャルを置き換え



断面積の絶対値に大きな影響は与えない

微視的相互作用との比較

- 点線: 有効 αN 相互作用(DI) with 微視的波動関数
- 実線: Melbourne G-matrix による核子-核子間相互作用

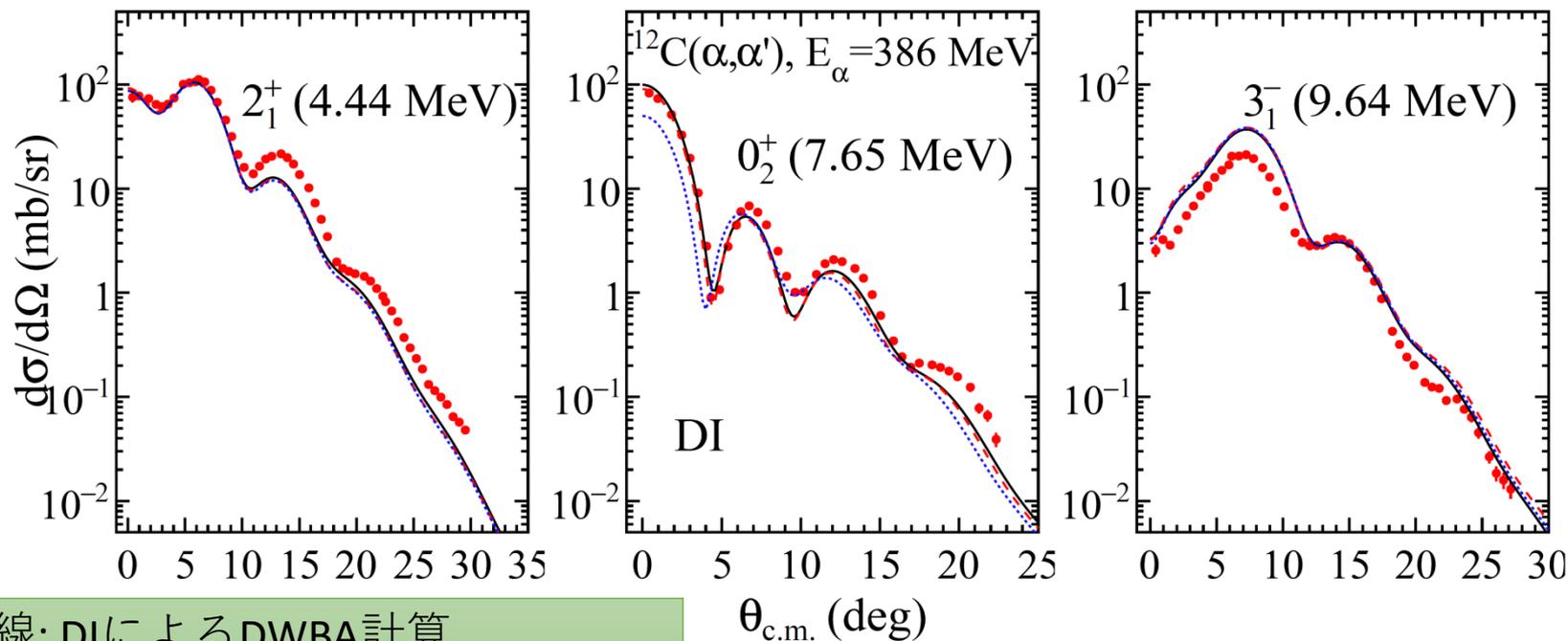


- 双方がよく似た断面積の分布パターンを与える

今回の有効 αN 相互作用(DI)は悪くはない

Coupled-channel の効果

- ^{12}C については、理論的に 0_2^+ (Hoyle state) $\leftrightarrow 2_2^+$ の結合が強いと指摘されている
 - $0_1^+ \leftrightarrow 2_1^+ \leftrightarrow 0_2^+ \leftrightarrow 3_1^- \leftrightarrow 2_2^+ \leftrightarrow 4_1^+$ の結合を考慮
 - $0_2^+ \leftrightarrow 2_2^+$ の結合をON/OFF



実線: DIによるDWBA計算
破線: $0_2^+ \leftrightarrow 2_2^+$ の結合OFFのCC計算
点線: 全結合を考慮したCC計算

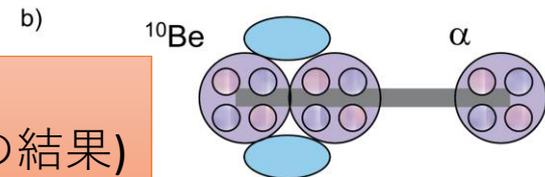
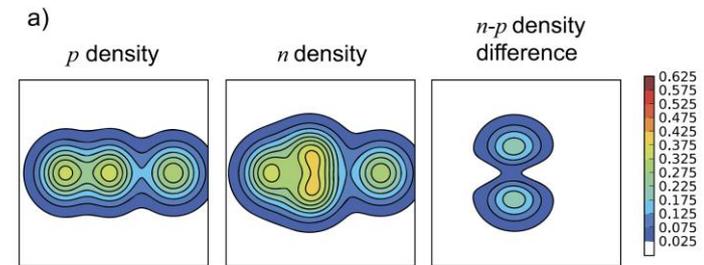
CCの効果は限定的だが検討の余地がある

アルファ非弾性散乱についてまとめ

- 非弾性アルファ散乱を中間エネルギー領域で初めて多くの原子核で系統的に測定、解析した
- “Missing monopole strength”は ^{12}C のHoyle stateに限らず、他の $\Delta L = 0$ の遷移にも見られ、これは相互作用の密度依存性の取り扱いに起因している部分が多い
- 未知の状態を調べる第一歩としては、 $E_\alpha \sim 100 \text{ MeV/u}$ のデータを密度依存性の無い有効 αN 相互作用で解析するのが比較的よい
- 相互作用には本来密度依存性があるべきだが、本結果はそれを支持しない。これは今回使った相互作用のformalismがあまりに単純であったためであろう
 - 現実的核力と微視的モデルに基づくより良い相互作用が必要

Open questions about the cluster structures in nuclei

- ^{12}C より重い系でアルファ凝縮状態が存在するのかわ？
 - 実験的にはいまだはっきりしない(特に ^{20}Ne 以上の系)
- 分子的なクラスター構造($^{16}\text{O}+\alpha+\alpha, \dots$)
- Direct 3α decay from the Hoyle state?
 - 上限値が測定され始めている
 - 理想的な凝縮状態なら同じ運動量を持つはず
 - (\Leftrightarrow クーロン障壁)
- Exoticな形状のクラスター構造?
 - Linear chain, bent-arm, ring, ...
 - 余剰中性子による安定化
- 励起状態の半径の測定
 - 実験的にどう決定？



^{14}C の構造
(AMD計算の結果)

H. Yamaguchi et al., PLB 766 (2017).

Thank you for your attention.

