ハドロン共鳴状態とその構造

兵藤 哲雄

東京都立大学

Clusters & Hierarchies

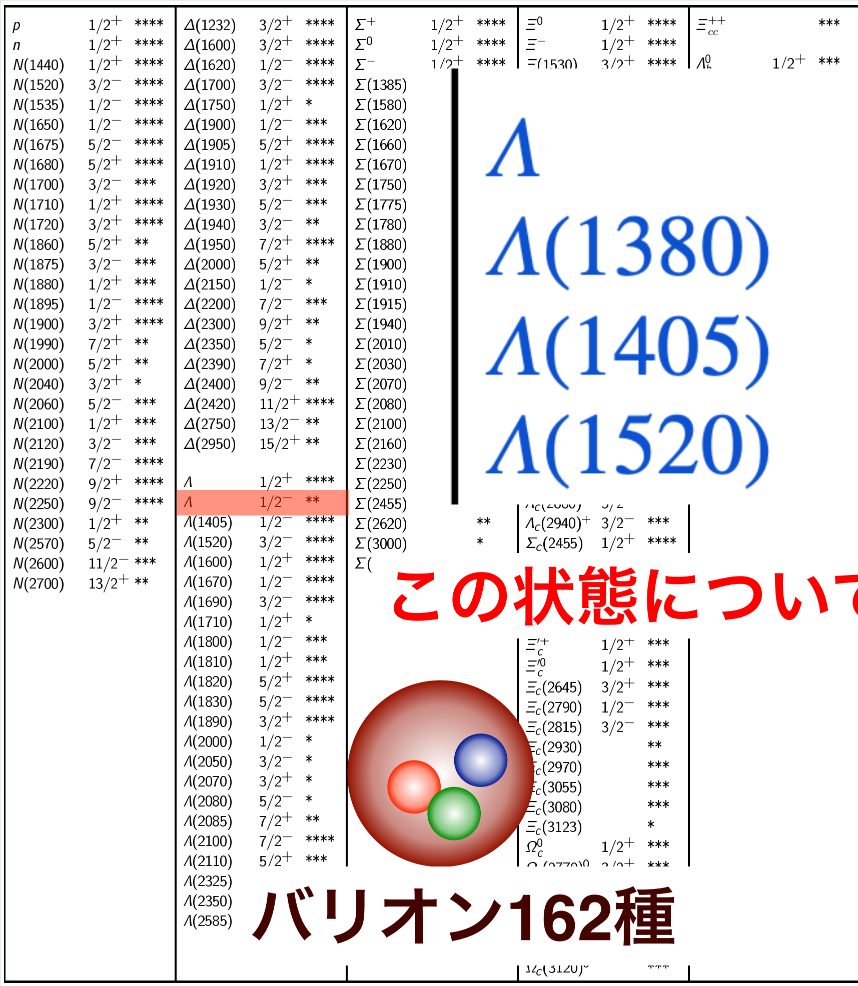
2021, Aug. 10th

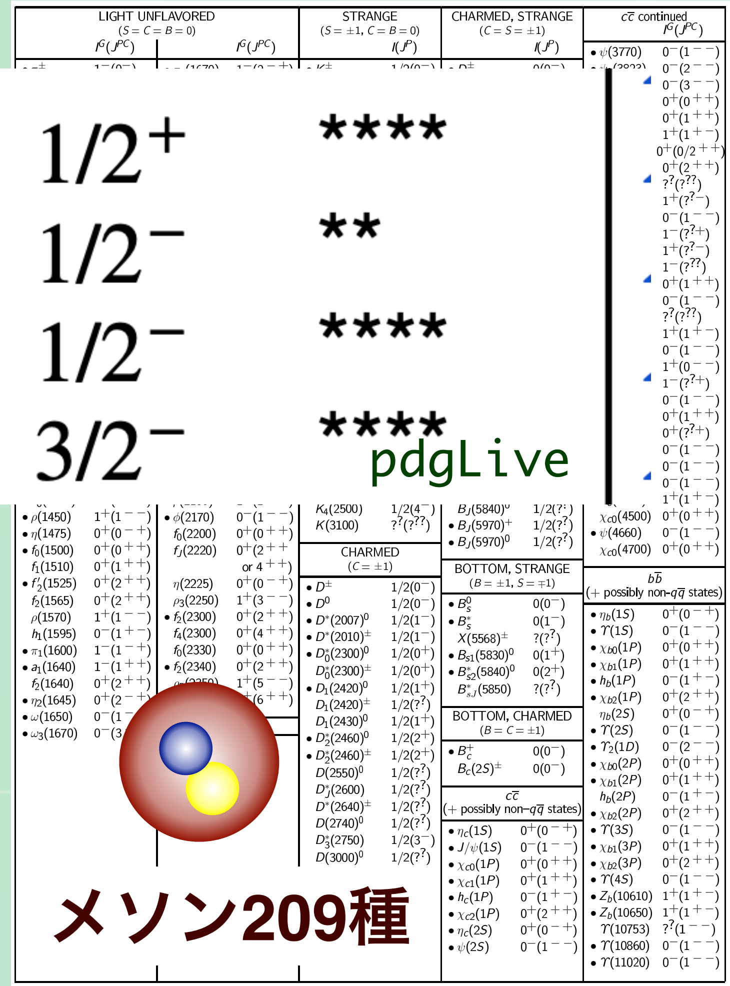
目次

観測されているハドロン (2020)

Particle Data Group (PDG) 2020年版

http://pdg.lbl.gov/





Λ	1/2+	****
Λ(1380)	1/2−	**
Λ(1405)	1/2−	****
Λ(1520)	3/2−	****

pdgLive

この状態について

バリオン162種

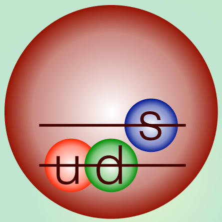
メソン209種

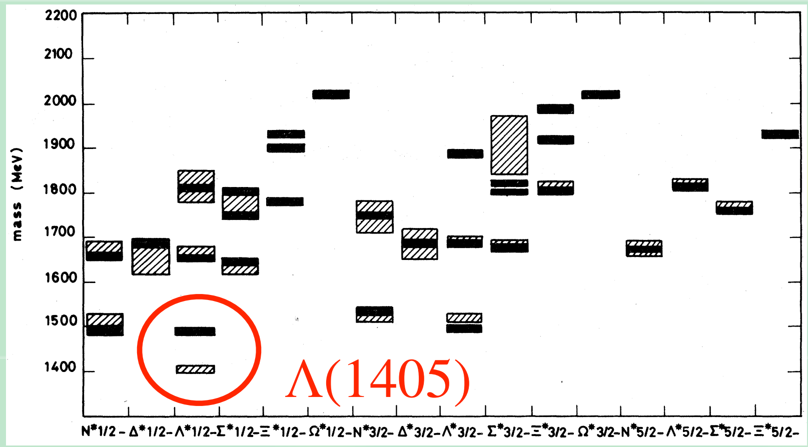
全ての ~ 370 種のハドロンはQCDから生じている

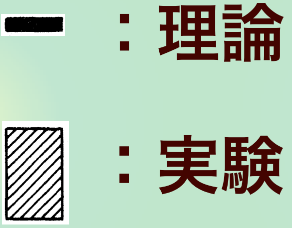
Λ(1405) と $\bar{K}N$ 散乱

Λ(1405) は標準的な描像で記述できない —> エキゾチック候補

N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D18, 4187 (1978)

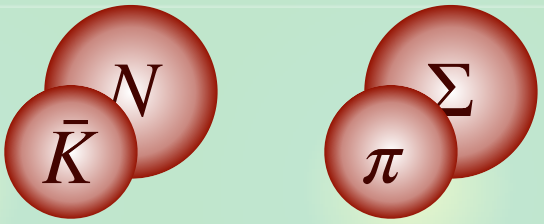


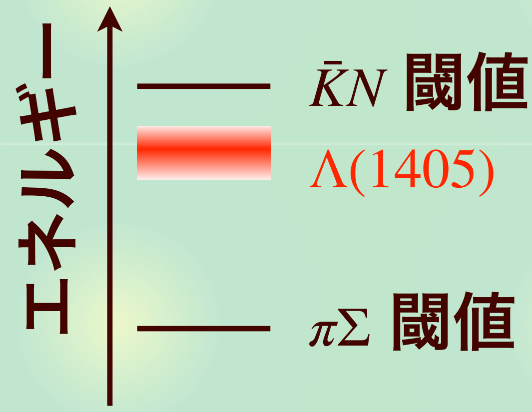




チャンネル結合散乱での共鳴状態

- MB状態との結合





$\bar{K}N$-$\pi\Sigma$ 散乱の精密な解析が必要

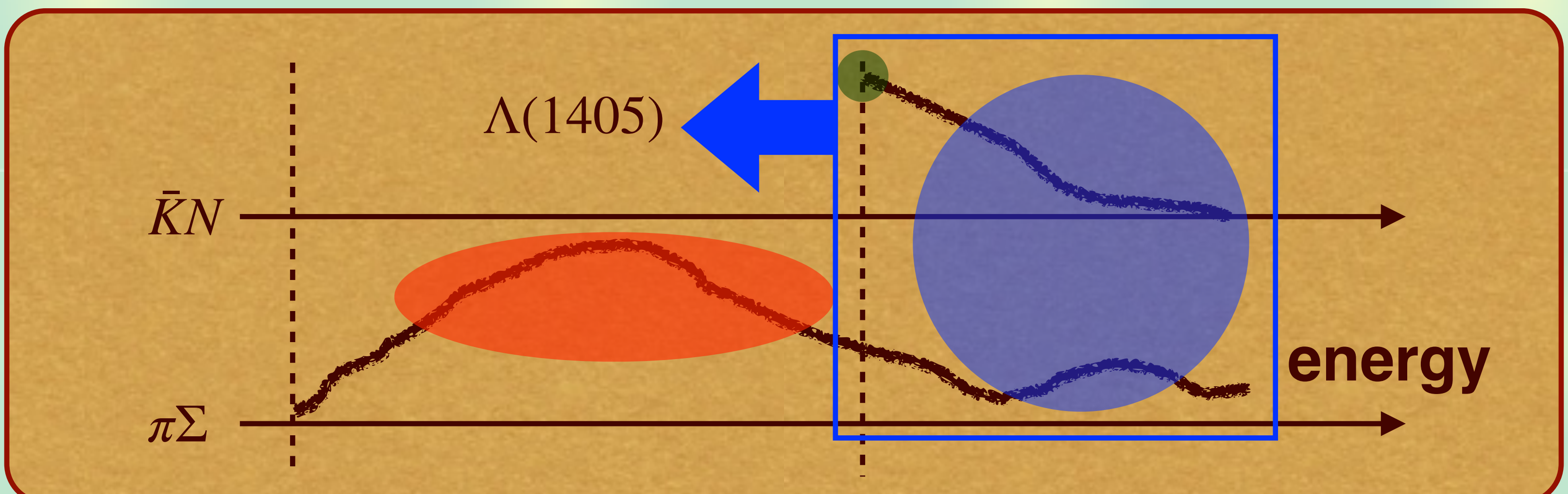
$\bar{K}N$ 相互作用に関する実験データ

$\bar{K}N$ 閾値より上：直接的な制限

- $K^- p$ 散乱断面積（古いデータ）
- $\bar{K}N$ 閾値分岐比（古いデータ）
- $K^- p$ 散乱長（新しいデータ：SIDDHARTA）

$\bar{K}N$ 閾値より下: 間接的な制限

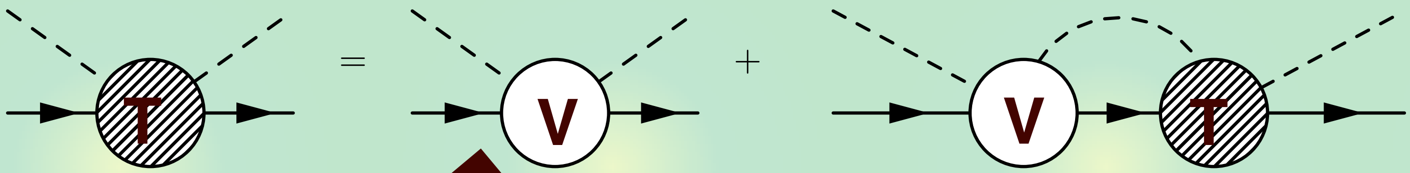
- $\pi\Sigma$ 不変質量分布 (新しいデータ: LEPS, CLAS, HADES, ...)



現実的な散乱振幅の構築

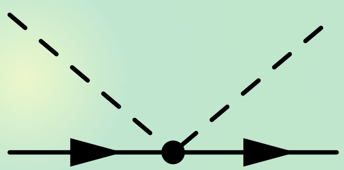
チャンネル結合 $(\bar{K}N, \pi\Sigma, \pi\Lambda, \eta\Lambda, \eta\Sigma, K\Xi)$ カイラルSU(3)動力学

Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, PLB 706, 63 (2011); NPA 881 98 (2012)



カイラル摂動論

1) TW項

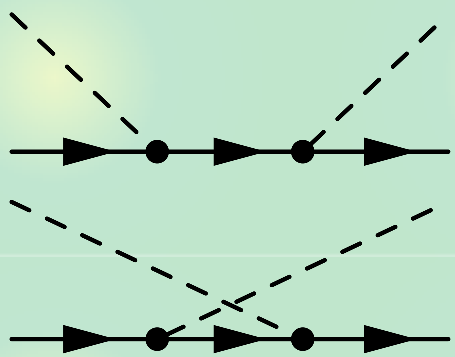


$\mathcal{O}(p)$

6 cutoffs

TW model

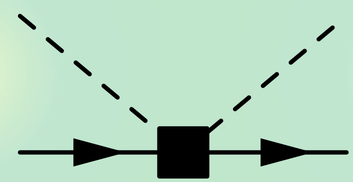
2) ボルン項



$\mathcal{O}(p)$

TWB model

3) NLO項



$\mathcal{O}(p^2)$

7 LECs

NLO model

実験データとの比較

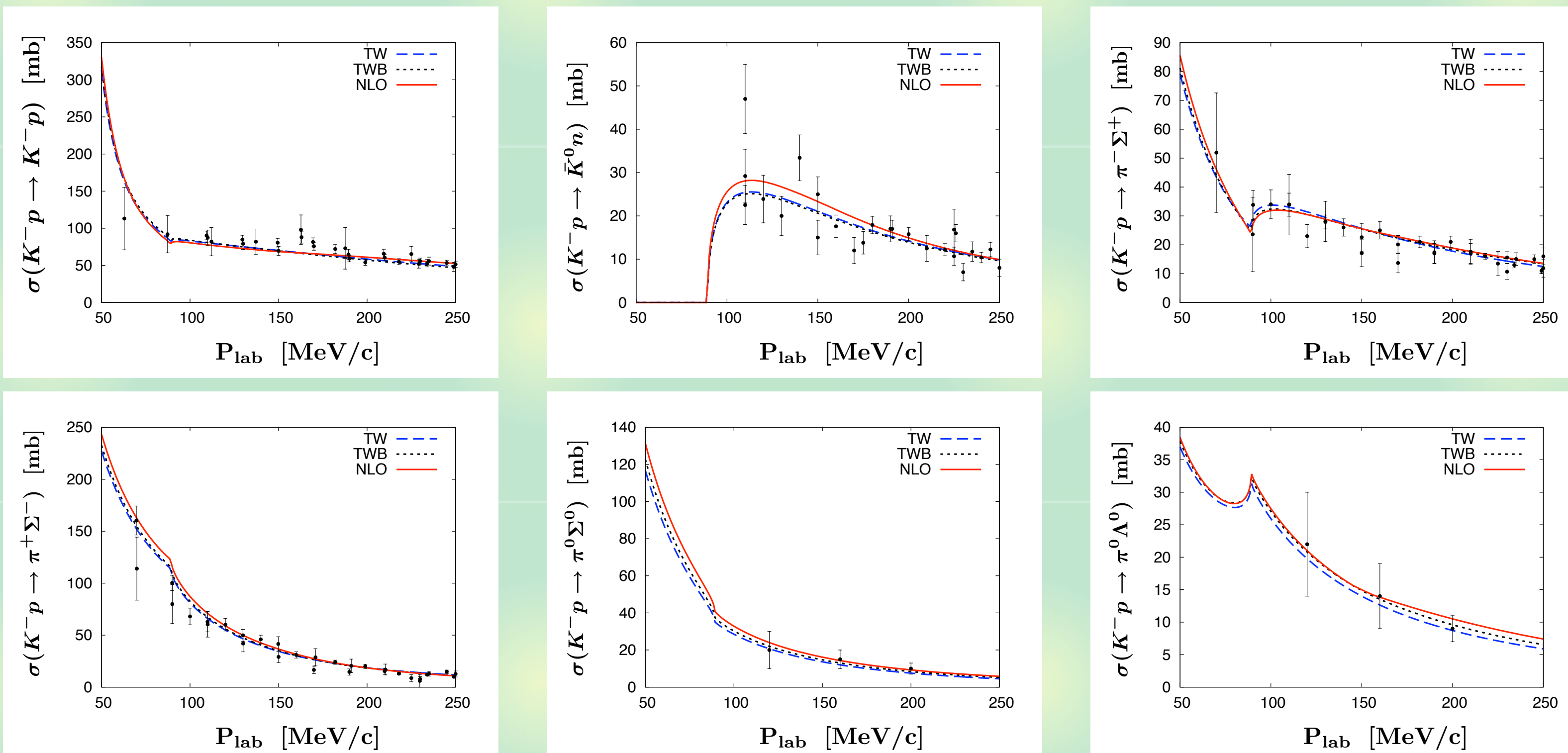
K at rest

	TW	TWB	NLO	Experiment	
ΔE [eV]	373	377	306	$283 \pm 36 \pm 6$	[10]
Γ [eV]	495	514	591	$541 \pm 89 \pm 22$	[10]
γ	2.36	2.36	2.37	2.36 ± 0.04	[11]
R_n	0.20	0.19	0.19	0.189 ± 0.015	[11]
R_c	0.66	0.66	0.66	0.664 ± 0.011	[11]
χ^2/d.o.f	1.12	1.15	0.96		

SIDDHARTA

閾値分岐比

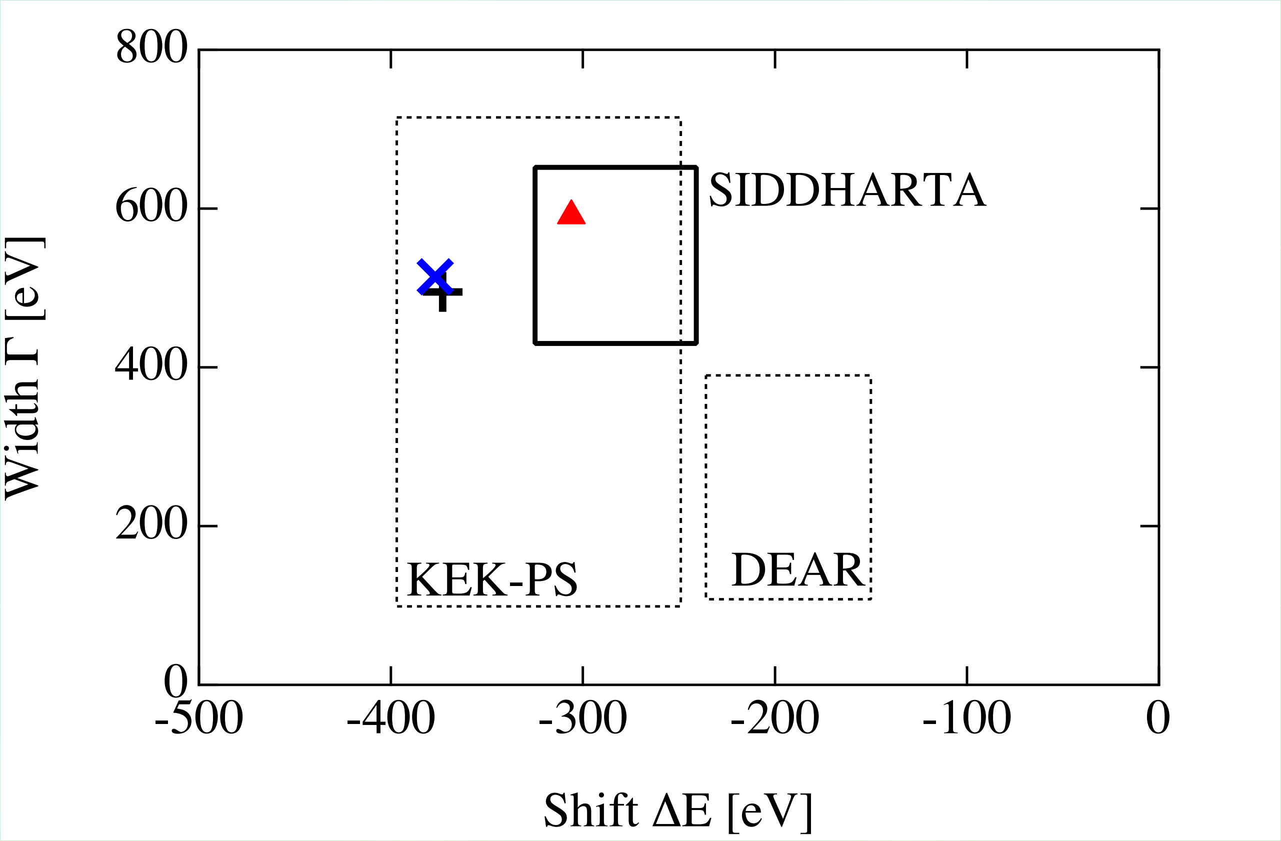
$K^- p$ 散乱断面積



現存するデータを高精度で再現 (χ^2/d.o.f ~ 1)

SIDDHARTAとの比較

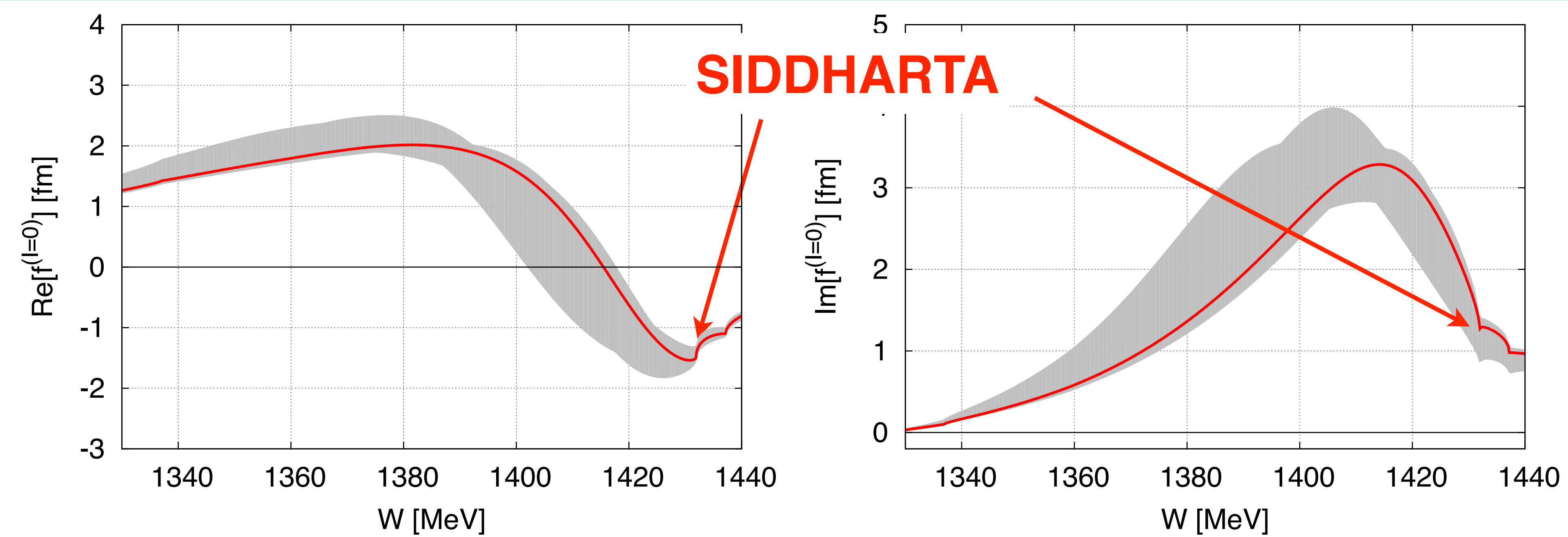
	TW	TWB	NLO
χ^2/d.o.f.	1.12	1.15	0.957



TW、TWBも十分だが、best-fitにはNLOが必要

閾値下への外挿

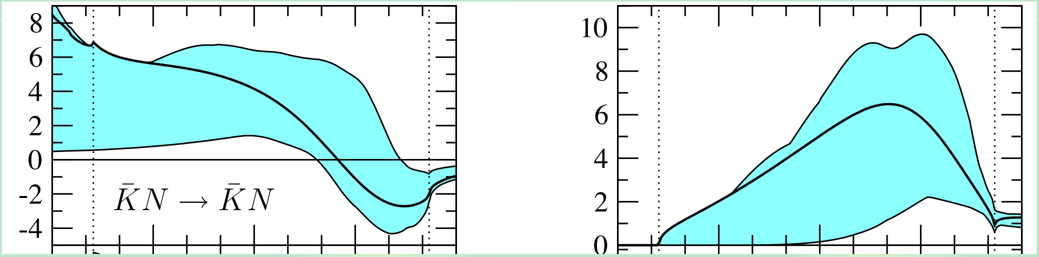
閾値下での $\bar{K}N \to \bar{K}N(I=0)$ 散乱振幅の不定性



Y. Kamiya, K. Miyahara, S. Ohnishi, Y. Ikeda, T. Hyodo, E. Oset, W. Weise, NPA 954, 41 (2016)

- c.f. SIDDHARTAなし

R. Nissler, Doctoral Thesis (2007)

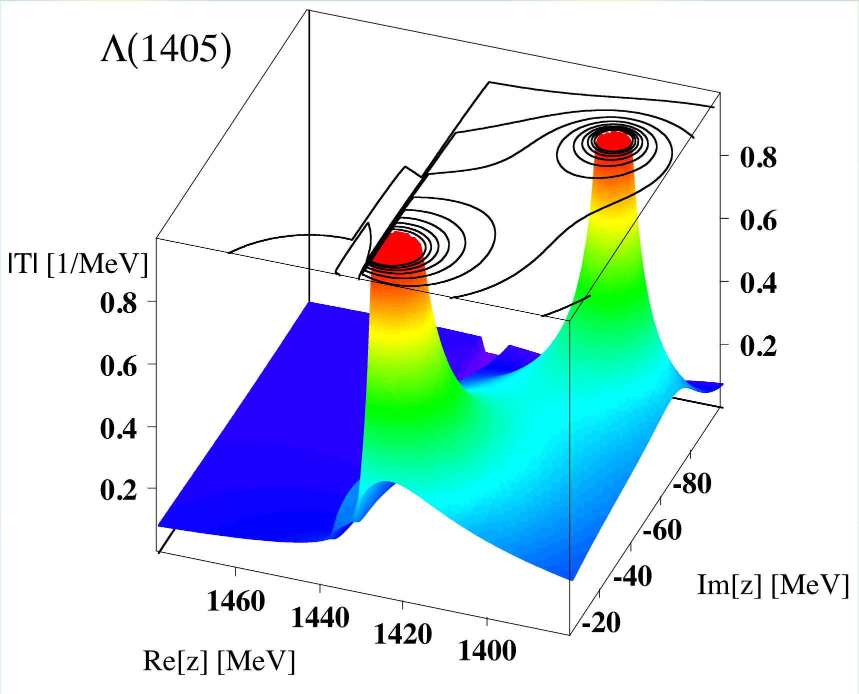


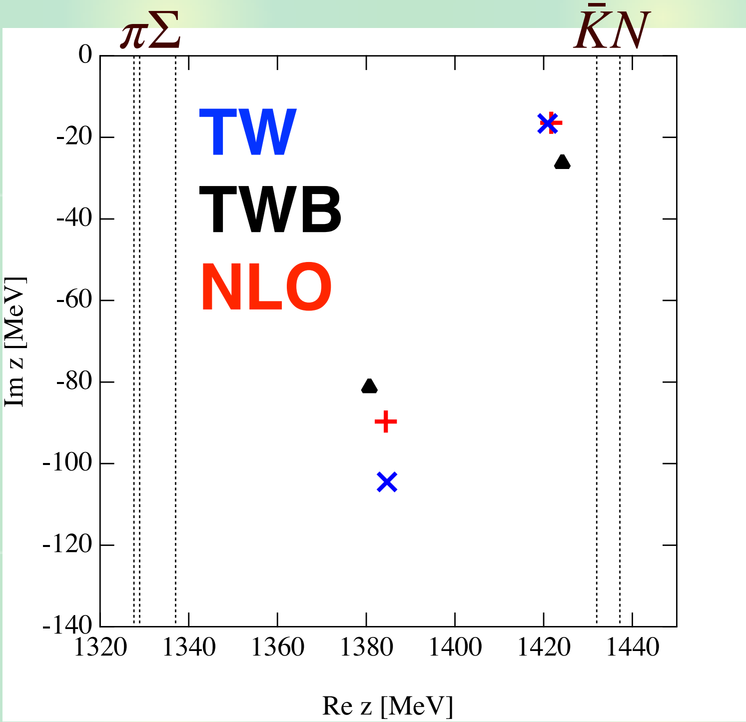
SIDDHARTA が閾値下への外挿に本質的

複素エネルギーへの外挿：two poles

極が2つ：2つの固有状態の重ね合わせ

J.A. Oller, U.G. Meißner, PLB 500, 263 (2001);
D. Jido, J.A. Oller, E. Oset, A. Ramos, U.G. Meißner, NPA 723, 205 (2003);
U.G. Meißner, Symmetry 12, 981 (2020); M. Mai, arXiv: 2010.00056 [nucl-th];
T. Hyodo, M. Niiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 120, 103868 (2021)





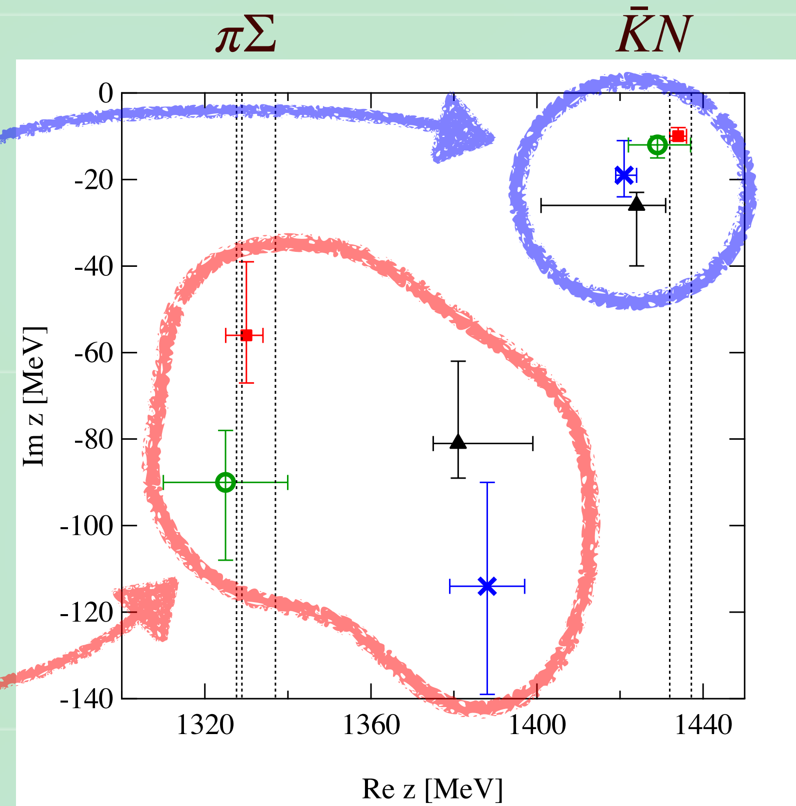
T. Hyodo, D. Jido, Prog. Part. Nucl. Phys. 67, 55 (2012)

NLO 解析によってtwo-pole構造が検証された

PDGの更新

PDGの2020年の更新

Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, PLB 706, 63 (2011); NPA 881, 98 (2012); ▲
Z.H. Guo, J.A. Oller, PRC87, 035202 (2013); ×
M. Mai, U.G. Meißner, EPJA51, 30 (2015) ■ ○



- Particle Listing section:

Citation: P.A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020)

$\boxed{\Lambda(1405)\ 1/2^-}$ $I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^-)$ Status: ∗∗∗∗

Citation: P.A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020)

$\boxed{\Lambda(1380)\ 1/2^-}$ **new!** $J^P = \frac{1}{2}^-$ Status: ∗∗

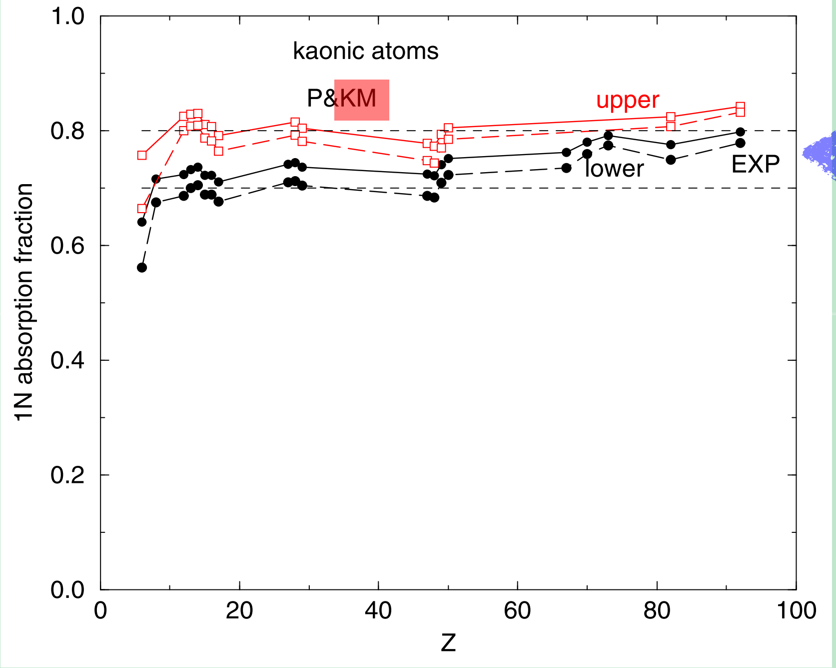
T. Hyodo, M. Niiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 120, 103868 (2021)

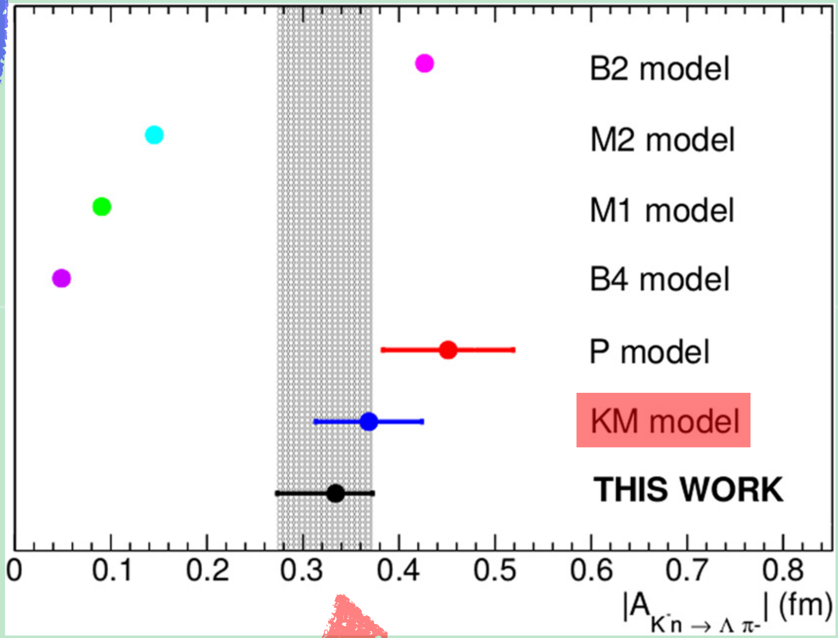
- “Λ(1405)” の極は1405 MeVではなく ~ 1420 MeVに位置する
- Lower pole：新しい two-star 共鳴 Λ(1380)

さらなる実験との比較

K 中間子原子の1核子吸収の割合

E. Friedman, A. Gal, NPA959, 66 (2017)





DAΦNEでの ^{4}He による K^- 吸収からの $|f_{K^-n\to\pi^-\Lambda}|$

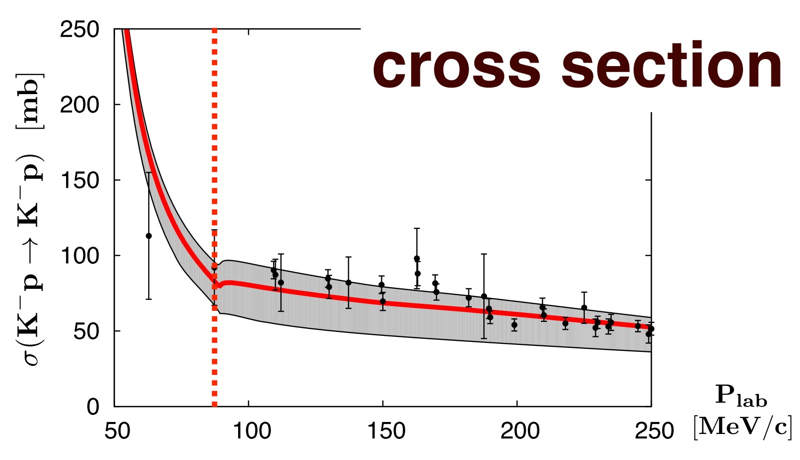
K. Piscicchia, *et al.*, PLB782, 339 (2018)

散乱振幅（KM model）はこれらの解析と整合的

新しいデータ：$K^{-}p$ 相関関数

$K^{-}p$ 散乱断面積

Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, PLB 706, 63 (2011)

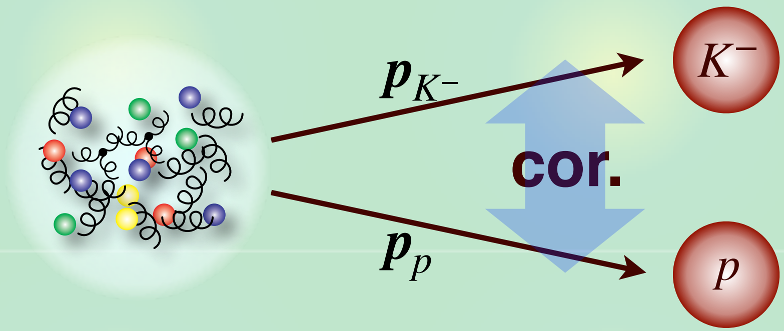


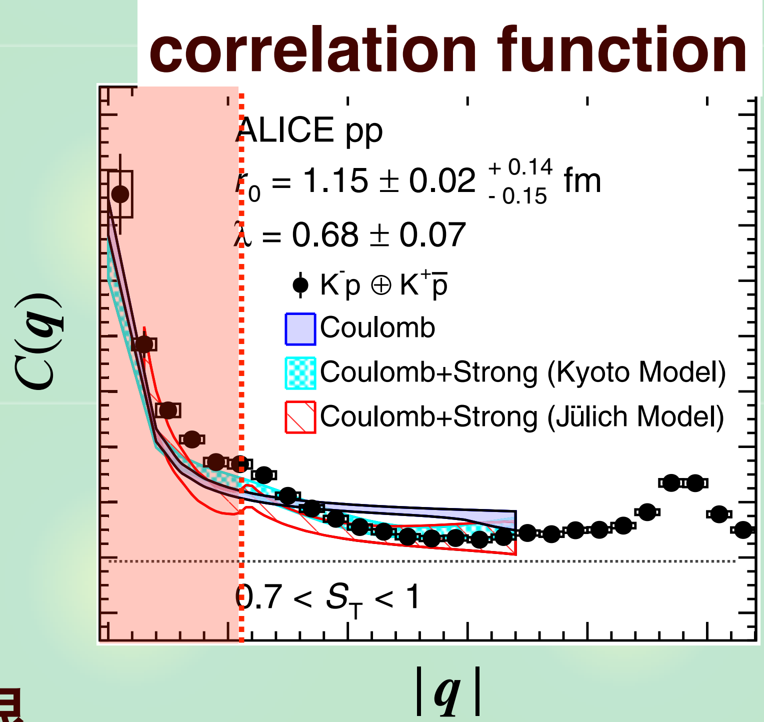
- 古いデータで精度が良くない

$K^{-}p$ 相関関数

S. Acharya *et al.* (ALICE), PRL 124, 092301 (2020)

$$C(\boldsymbol{q}) = \frac{N_{K^-p}(\boldsymbol{p}_{K^-}, \boldsymbol{p}_p)}{N_{K^-}(\boldsymbol{p}_{K^-})N_p(\boldsymbol{p}_p)}, \quad \boldsymbol{q} \sim \boldsymbol{p}_{K^-} - \boldsymbol{p}_p$$





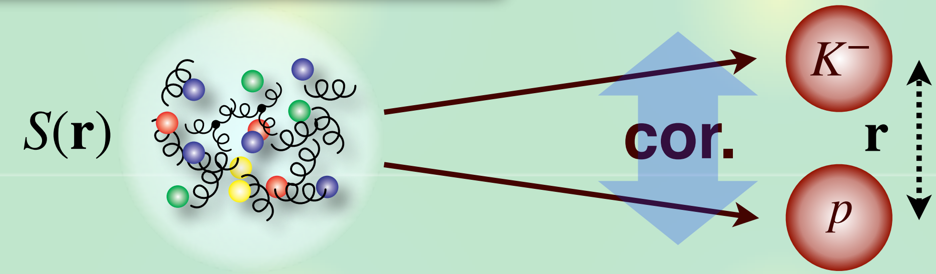
- 高い**精度** ($\bar{K}^0 n$ カスプが見える)
- $\bar{K}^0 n$ **閾値下**のエネルギーでのデータ

—> Λ(1405) の理論に関する重要な制限

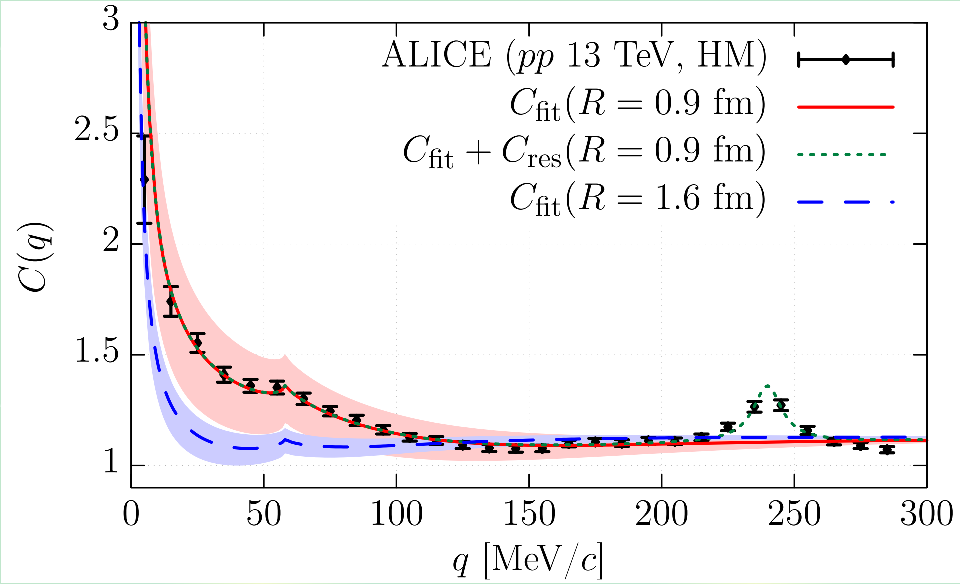
カイラルSU(3)動力学の予言

$C(q)$ の理論計算

$$C(\boldsymbol{q}) \simeq \int d^3\boldsymbol{r}\ S(\boldsymbol{r})\,|\Psi^{(-)}_{\mathbf{q}}(\boldsymbol{r})|^2$$



- 波動関数 $\Psi^{(-)}_{q}(r)$：チャンネル結合 $\bar{K}N$-$\pi\Sigma$-$\pi\Lambda$ ポテンシャル
- ソース関数 $S(r)$：K^+p のデータから決定



Y. Kamiya, T. Hyodo, K. Morita, A. Ohnishi, W. Weise. PRL124, 132501 (2020)

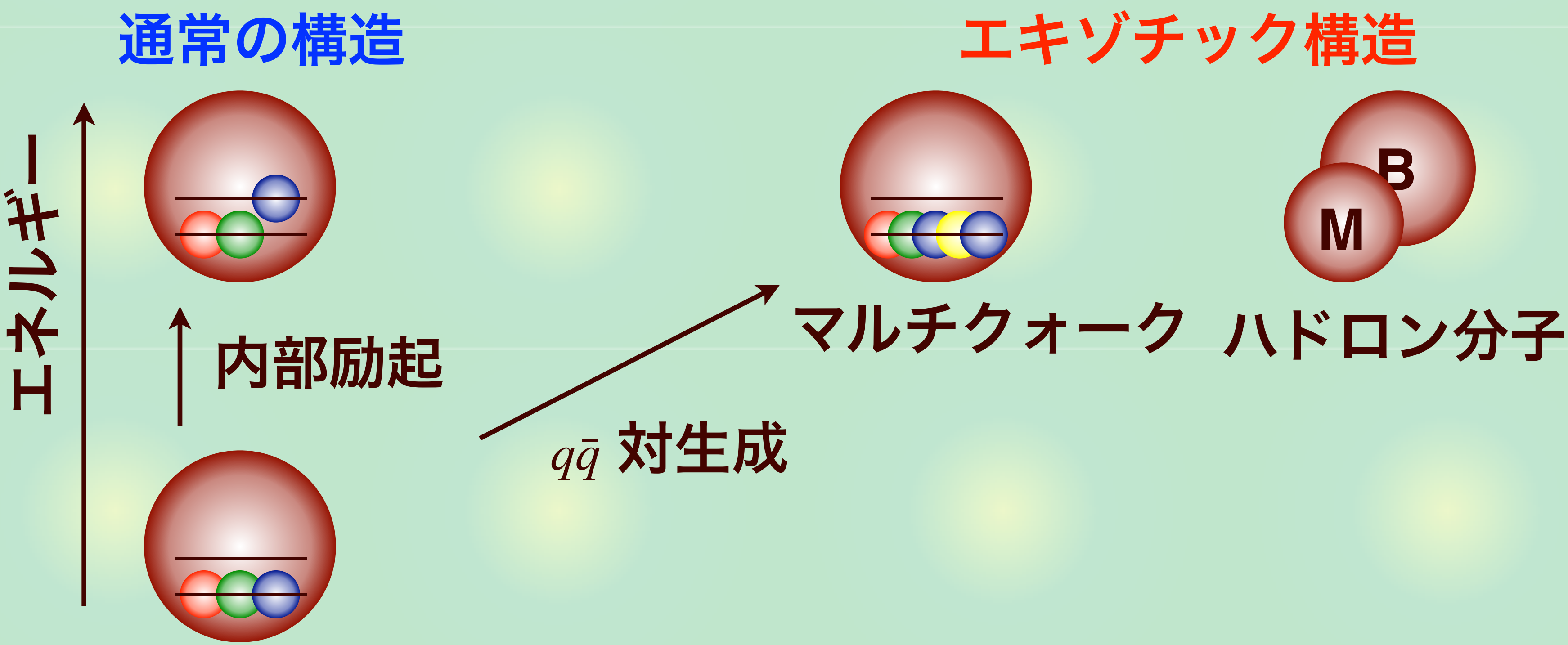
実験の相関関数がよく再現される

目次

- 講義１：導入
  - エキゾチックハドロンの現状
  - カイラル対称性と有効場の理論
- 講義２：共鳴状態の記述
  - ハミルトニアンの固有状態
  - 散乱理論と散乱振幅の極
- 講義３：$\Lambda(1405)$共鳴の構造
  - $\bar{K}N$ 散乱振幅と共鳴状態
  - ハドロンの複合性

ハドロンの励起

励起バリオンの記述



QCDでは qqq 以外の構造が自然に出てくる

- 一般のバリオンは qqq とエキゾチック構造の線型結合

—> どのようにして異なる構造を判別するか？

ハドロンの複合性

- 多様な励起ハドロンの内部構造を判別したい
- 閾値近傍の束縛状態に対する弱束縛関係式

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, B672 (1965)

複合性 X 閾値チャンネルの寄与	or	“素粒子性” Z その他の寄与

↑

観測可能量 (a_0, B)

- 有効場の理論を用いて不安定状態へ拡張し、解釈可能な方法でハドロン共鳴の複合性を調べる

安定状態の弱束縛関係式

s波弱束縛状態 ($R \gg R_{\mathrm{typ}}$) の複合性 X

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, B672 (1965);
T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013)

$$|d\rangle = \sqrt{X}\,|NN\rangle + \sqrt{1-X}\,|\mathrm{others}\rangle$$

相互作用の長さ

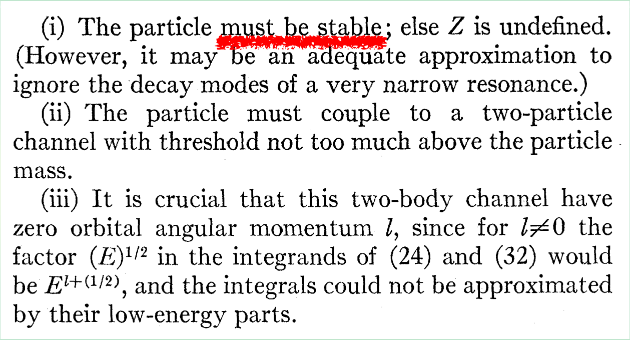
$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right)\right\}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{2\mu B}}$$

散乱長

束縛状態の波動関数の広がり

- 重陽子は NN 複合状態：$a_0 \sim R \Rightarrow X \sim 1$
- 内部構造 <— 観測可能量 (a_0, B)

問題：安定状態しか適用できない


(i) The particle must be stable; else Z is undefined. (However, it may be an adequate approximation to ignore the decay modes of a very narrow resonance.)
(ii) The particle must couple to a two-particle channel with threshold not too much above the particle mass.
(iii) It is crucial that this two-body channel have zero orbital angular momentum l, since for $l \neq 0$ the factor $(E)^{1/2}$ in the integrands of (24) and (32) would be $E^{l+(1/2)}$, and the integrals could not be approximated by their low-energy parts.

有効場の理論

閾値近傍に束縛状態のある低エネルギー散乱の記述

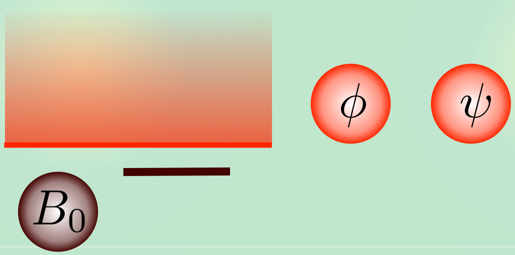
- 接触相互作用の非相対論的EFT

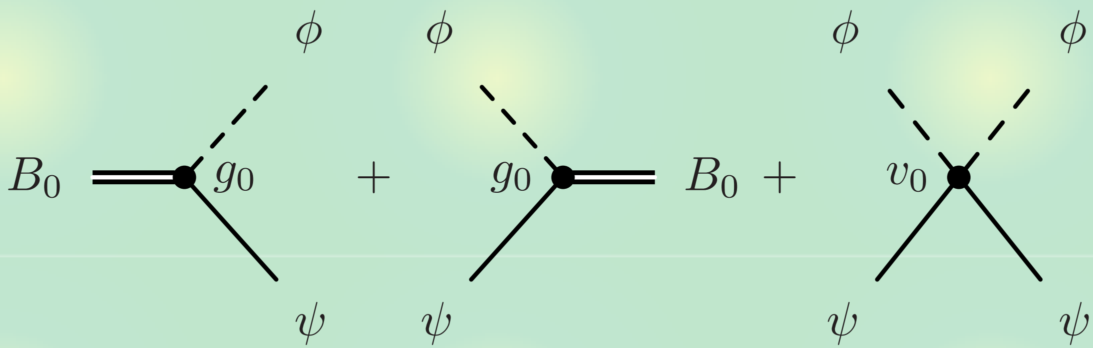
D.B. Kaplan, Nucl. Phys. B494, 471 (1997)

E. Braaten, M. Kusunoki, D. Zhang, Annals Phys. 323, 1770 (2008)

$$H_{\rm free} = \int d\mathbf{r}\left[\frac{1}{2M}\nabla\psi^\dagger\cdot\nabla\psi + \frac{1}{2m}\nabla\phi^\dagger\cdot\nabla\phi + \frac{1}{2M_0}\nabla B_0^\dagger\cdot\nabla B_0 + \omega_0 B_0^\dagger B_0\right]$$

$$H_{\rm int} = \int d\mathbf{r}\left[g_0\left(B_0^\dagger\phi\psi + \psi^\dagger\phi^\dagger B_0\right) + v_0\psi^\dagger\phi^\dagger\phi\psi\right]$$





- カットオフ：$\Lambda \sim 1/R_{\rm typ}$（本来の相互作用の長さスケール）
- 相互作用が点状に見える低エネルギー $p \ll \Lambda$ で有効

複合性と”素粒子性”

固有状態：

$$H_{\text{free}}|B_0\rangle = \omega_0|B_0\rangle, \quad H_{\text{free}}|\mathbf{p}\rangle = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu}|\mathbf{p}\rangle$$

相互作用なし（離散＋連続）

$$(H_{\text{free}} + H_{\text{int}})|B\rangle = -B|B\rangle$$

相互作用あり（束縛状態）

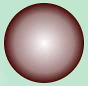
- 束縛状態 $|B\rangle$ の規格化＋完全性関係式

$$\langle B|B\rangle = 1, \quad 1 = |B_0\rangle\langle B_0| + \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}|\mathbf{p}\rangle\langle\mathbf{p}|$$

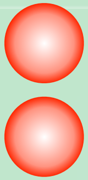
- 自由な固有状態への射影

$$1 = Z + X, \quad Z \equiv |\langle B_0|B\rangle|^2, \quad X \equiv \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}|\langle\mathbf{p}|B\rangle|^2$$

“素粒子性”



複合性

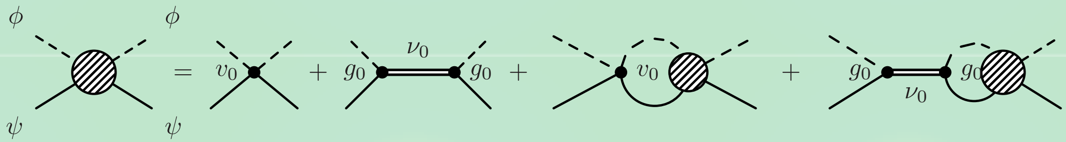


Z, X：非負実数 —> 確率として解釈できる

弱束縛関係式

$\psi\phi$ 散乱振幅（厳密な結果）

$$f(E) = -\frac{\mu}{2\pi}\frac{1}{[v(E)]^{-1} - G(E)}$$



$$v(E) = v_0 + \frac{g_0^2}{E-\omega_0}, \quad G(E) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\Lambda dp \frac{p^2}{E - p^2/(2\mu) + i0^+}$$

複合性 $X \leftarrow v(E), G(E)$

$$X = \frac{G'(-B)}{G'(-B) - [1/v(-B)]'}$$

散乱長 a_0 を $1/R = \sqrt{2\mu B}$ で展開：主要項の係数が X で表現できる

$$a_0 = -f(E=0) = R\left\{\underbrace{\frac{2X}{1+X}}_{\text{くりこみ不変}} + \overbrace{\mathcal{O}\left(\frac{R_{\rm typ}}{R}\right)}^{\text{くりこみ依存}}\right\}$$

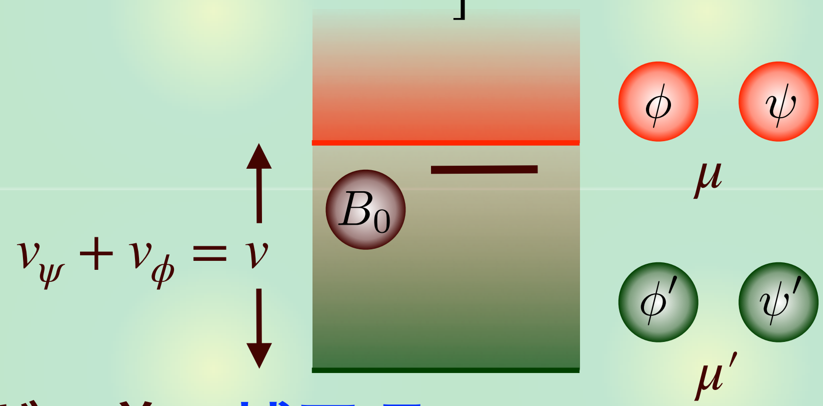
$R \gg R_{\rm typ}$ （弱束縛）のとき誤差項が無視でき $X \leftarrow (a_0, B)$

不安定状態への拡張

崩壊チャンネルを導入

$$H'_{\mathrm{free}} = \int d\mathbf{r}\left[\frac{1}{2M'}\nabla\psi'^{\dagger}\cdot\nabla\psi' - \nu_{\psi}\psi'^{\dagger}\psi' + \frac{1}{2m'}\nabla\phi'^{\dagger}\cdot\nabla\phi' - \nu_{\phi}\phi'^{\dagger}\phi'\right]$$

$$H'_{\mathrm{int}} = \int d\mathbf{r}\left[g'_0\left(B_0^{\dagger}\phi'\psi' + \psi'^{\dagger}\phi'^{\dagger}B_0\right) + v'_0\psi'^{\dagger}\phi'^{\dagger}\phi'\psi' + v_0^t(\psi^{\dagger}\phi^{\dagger}\phi'\psi' + \psi'^{\dagger}\phi'^{\dagger}\phi\psi)\right]$$



準束縛状態：固有値が複素数

$$H = H_{\mathrm{free}} + H'_{\mathrm{free}} + H_{\mathrm{int}} + H'_{\mathrm{int}}$$

$$H|h\rangle = E_h|h\rangle, \quad E_h \in \mathbb{C}$$

一般化された関係式：閾値エネルギー差の補正項

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\left|\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right|\right) + \underline{\mathcal{O}\left(\left|\frac{\ell}{R}\right|^3\right)}\right\}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{-2\mu E_h}}, \quad \ell \equiv \frac{1}{\sqrt{2\mu\nu}}$$

Y. Kamiya, T. Hyodo, PRC93, 035203 (2016); PTEP2017, 023D02 (2017)

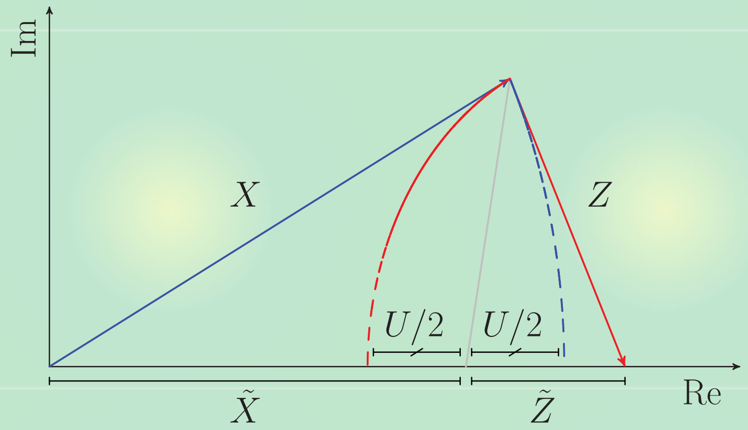
$|R| \gg (R_{\mathrm{typ}}, \ell)$ のとき誤差項が無視でき $X \leftarrow (a_0, E_h)$

複素の複合性の解釈

不安定状態 —> Z と X は複素数

$$Z + X = 1, \quad Z, X \in \mathbb{C}$$

- 確率解釈？



新しい定義

$$\tilde{Z} = \frac{1 - |X| + |Z|}{2}, \quad \tilde{X} = \frac{1 - |Z| + |X|}{2}$$

- 確率として解釈できる条件 $\tilde{Z} + \tilde{X} = 1, \quad \tilde{Z}, \tilde{X} \in [0, 1]$
- 束縛状態極限で通常の Z と X に一致

$U/2$：解釈の不定性

$$U = |Z| + |X| - 1$$

c.f. T. Berggren, Phys. Lett. 33B, 547 (1970)

- 意味のある解釈は $U/2$ が小さいときのみ可能

複合性の評価

一般化された弱束縛関係式

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\left|\frac{R_{\rm typ}}{R}\right|\right) + \mathcal{O}\left(\left|\frac{\ell}{R}\right|^3\right)\right\}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{-2\mu E_h}}, \quad \ell \equiv \frac{1}{\sqrt{2\mu\nu}}$$

いくつかのグループによる (a_0, E_h) の決定

- 誤差項を無視すると

	E_h [MeV]	a_0 [fm]	$X_{\bar{K}N}$	$\tilde{X}_{\bar{K}N}$	$U/2$
Set 1 [35]	$-10 - i26$	$1.39 - i0.85$	$1.2 + i0.1$	1.0	0.3
Set 2 [36]	$-4 - i8$	$1.81 - i0.92$	$0.6 + i0.1$	0.6	0.0
Set 3 [37]	$-13 - i20$	$1.30 - i0.85$	$0.9 - i0.2$	0.9	0.1
Set 4 [38]	$2 - i10$	$1.21 - i1.47$	$0.6 + i0.0$	0.6	0.0
Set 5 [38]	$-3 - i12$	$1.52 - i1.85$	$1.0 + i0.5$	0.8	0.3

- 全ての場合で $X \sim 1$ で $U/2$（解釈の不定性）は小さい

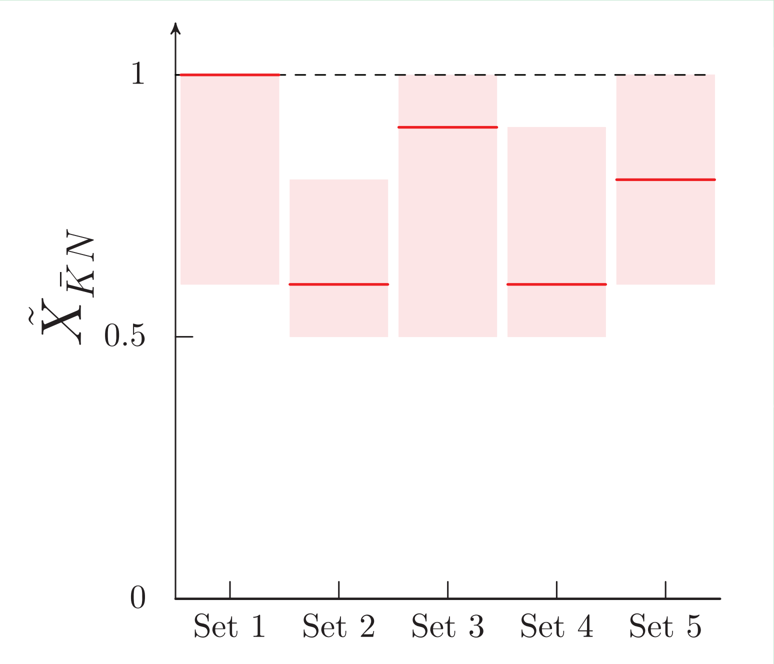
Λ(1405) は $\bar{K}N$ 複合成分支配的 <— 観測可能量

誤差の見積もり

誤差項の見積もり： $|R| \sim 2$ fm

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\left|\frac{R_{\rm typ}}{R}\right|\right) + \mathcal{O}\left(\left|\frac{\ell}{R}\right|^3\right)\right\}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{-2\mu E_h}}, \quad \ell \equiv \frac{1}{\sqrt{2\mu\nu}}$$

- ρ メソン交換描像： $R_{\rm typ} \sim 0.25$ fm
- $\pi\Sigma$ とのエネルギー差： $\ell \sim 1.08$ fm



$\bar{K}N$ 複合的という結論は誤差項込みで成立

講義３のまとめ

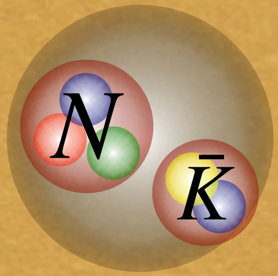
- Λ(1405) 領域のポール構造は実験データによってよく制限された。“Λ(1405)” —> Λ(1405) と Λ(1380)

Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, PLB 706, 63 (2011); NPA 881, 98 (2012)

$\Lambda(1380)$	$1/2^-$	**
$\Lambda(1405)$	$1/2^-$	****

pdgLive

- 弱束縛関係式を用いてハドロンの**複合性**は観測量から調べられる。一般化された弱束縛関係式により Λ(1405) の構造が $\bar{K}N$ **分子成分**が支配的であることが示された。

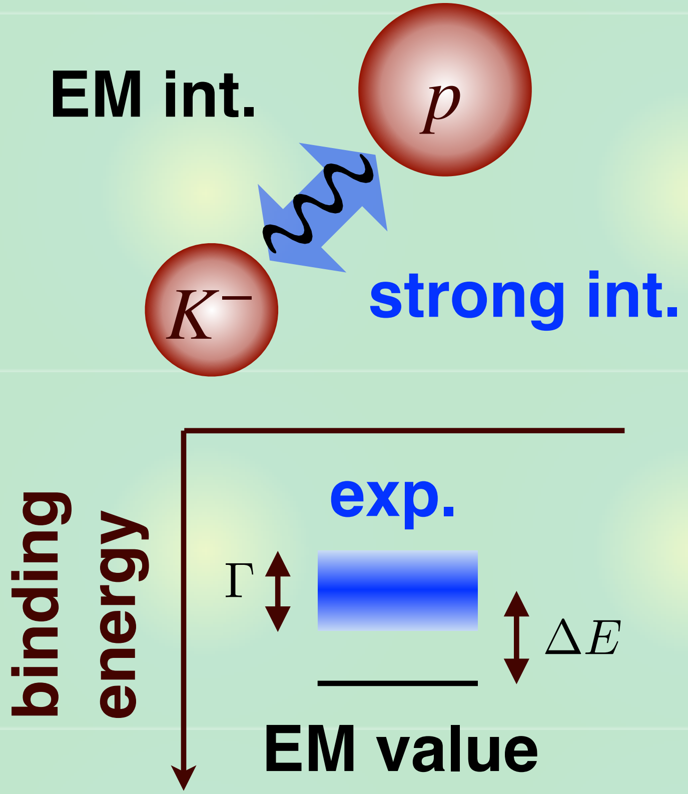


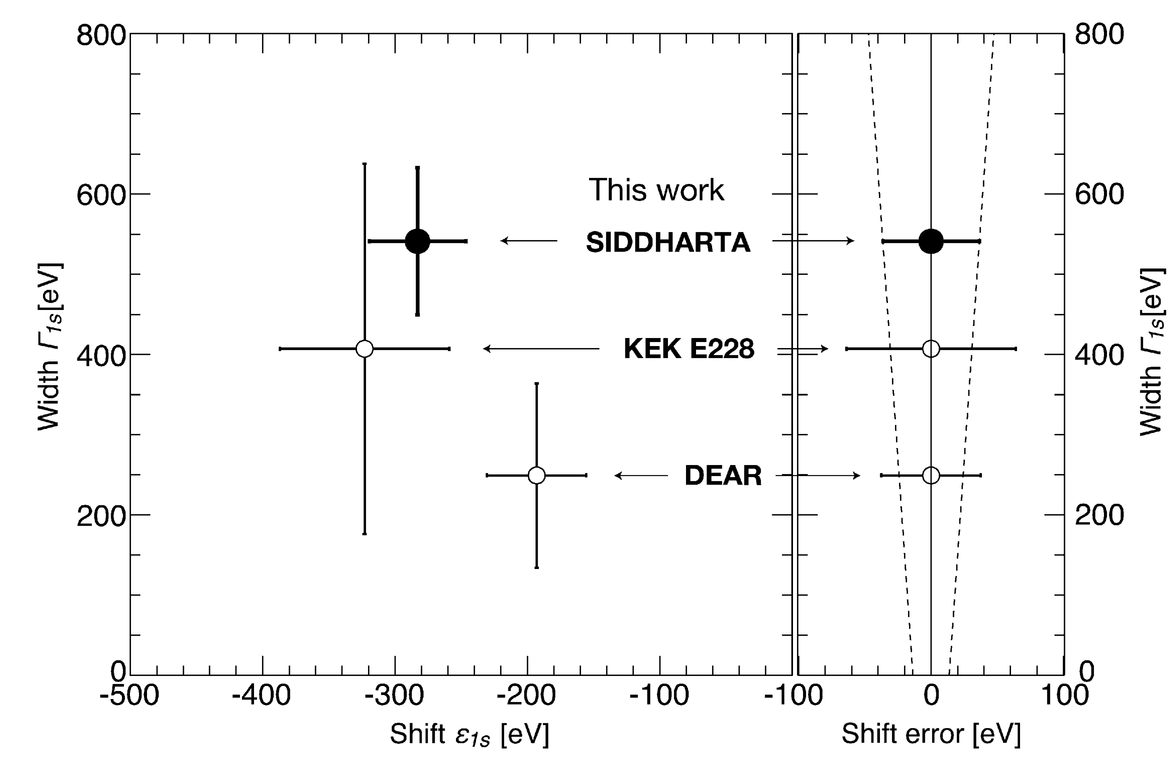
Y. Kamiya, T. Hyodo, PRC93, 035203 (2016); PTEP2017, 023D02 (2017)

SIDDHARTA measurement

Precise measurement of the kaonic hydrogen X-rays

M. Bazzi, *et al.*, PLB 704, 113 (2011); NPA 881, 88 (2012)





- Shift and width of atomic state <—> K^-p scattering length

U.G. Meissner, U. Raha, A. Rusetsky, Eur. Phys. J. C35, 349 (2004)

Quantitative constraint on the $\bar{K}N$ interaction at fixed energy