AdS/CFTによる固有値の時空解釈

黒木経秀 (立教大)

河本祥一氏 (NYNU), 三輪光嗣氏 (HRI) との共同研究

1　動機

◇ **弦理論の非摂動的定式化**　$\Leftarrow$ **行列模型**

固有値の解釈?(時空座標、共変微分、$\cdots$)

D-brane matrix model: SYM, **対角成分: 時空座標**

$\Updownarrow$

noncritical string: one(two)-matrix model,　**固有値: ??**

これらをつなげるものとして $\mathcal{N}=4$ SYM **の** circular Wilson loop **が使える**

2　Circular Wilson loop in $\mathcal{N}=4$ SYM

Wilson loop

$$W_k(C)=\frac{1}{N}\mathrm{tr}P\exp\left(\int_C ds\left(iA_\mu\dot{x}^\mu(s)+\Phi_i|\dot{x}(s)|\theta^i(s)\right)\right),$$

C : circle, k: winding #.

特別なゲージで propagator **が定数になり、**one-matrix model **の計算になる**:

$$\langle W_k(C)\rangle=\left\langle\frac{1}{N}\mathrm{tr}e^{kM}\right\rangle_{\mathrm{MM}}=\frac{1}{Z}\int dM\frac{1}{N}\mathrm{tr}e^{kM}e^{-\frac{2N}{\lambda}\mathrm{tr}M^2},\quad \lambda:\ \text{'t Hooft coupling}$$

固有値の立場

$$\langle W_k(C)\rangle = \frac{1}{Z}\int dm_i \exp(-NV_{\text{eff}}),$$
$$V_{\text{eff}} = \sum_i V(m_i) - \sum_{i,j}\log(m_i - m_j)^2 - \frac{k}{N}m_N,$$

→k が $\mathcal{O}(N)$ だと Wilson loop によって一個の固有値に linear potential

実際、固有値密度は

$$\rho(m) = \frac{2}{\pi\lambda}\sqrt{\lambda - m^2} \quad + \frac{1}{N}\delta(m - m_*) \quad + \frac{1}{N}\frac{1}{\pi}\frac{\sqrt{\lambda}\kappa}{(m - m_*)\sqrt{\lambda - m^2}}$$

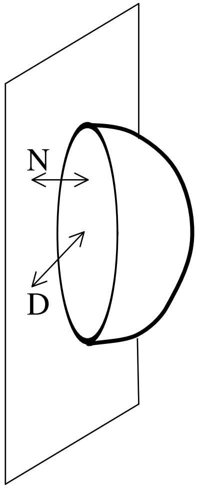
↑ semi-circle $(-\sqrt{\lambda}, \sqrt{\lambda})$

↑ pole at $m_* = \sqrt{\lambda}\sqrt{1+\kappa^2}$

↑ distortion $(\kappa = \frac{k\sqrt{\lambda}}{4N})$

主張:

この pole の位置 $\sqrt{\lambda}\sqrt{1+\kappa^2}$ が重力側で自然な解釈を持つことが AdS/CFT の直接の帰結として導かれる。あるいは重力側で独立にこの位置が出せる



使うこと:

Wilson loop に関する AdS/CFT の prescription のみ！

$$\langle W_k(C)\rangle = \int_{\mathrm{b.c}} e^{-(S_{\mathrm{D3}}+S_b)}$$

ただし k: $\mathcal{O}(N)$ $\longrightarrow$ Wilson loop に端を持つ D-brane。S_{D3}: DBI action

(cf. bubbling picture)

ポイント:

- 上で見た「pole の位置」をどのように上の等式に載せるか？
- spirit of AdS/CFT $\Longrightarrow$ b.c. は Wilson loop によって与えられるべき
  Wilson loop は D-brane に境界条件を与える! $\longrightarrow$ S_b

strategy:

1. 離れた固有値の場所は $\langle W_{k+p}(C)\rangle$ / $\langle W_k(C)\rangle$ の Laplace 変換
2. k や $k+p$ がどのように b.c. に現われるかを同定
3. 両者の b.c. で右辺を運動方程式を使わず評価、商を Laplace 変換

$\Longrightarrow$ 固有値=D3-brane 上のゲージ場の積分、あるいは Wilson loop(の exponent)

$\longrightarrow$ ゲージ場の古典解を実際に代入すると、固有値の場所を再現 (これ自体は自明)