

## シンポジウム報告

### 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

日程: 2011年10月30日(日)、31日(月)

場所: 日本大学理工学部駿河台校舎1号館2階121会議室

#### 概要

日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウムは、日本大学理工学部物理学科素粒子論研究室と京都産業大学益川塾が連携し、上記の日時・場所において開催された。本シンポジウムは、私立大学が連携して素粒子物理学に関する研究交流を図ることを目的とし、「素粒子と時空」および「現象から探る素粒子」の2つをテーマとして企画された。計13件の講演が行われ、そのうち1件は日大と京産大を結ぶネット中継を利用して行われた。講演は場の量子論から素粒子現象論にわたる理論に関するものが中心であるが、LHC実験の成果に関するレビュー講演も含め、幅広い内容であった。参加者は日本大学と京都産業大学のみならず、東京大学、京都大学、大阪大学、立命館大学、高エネルギー加速器研究機構、埼玉大学、藤田保健衛生大学、国土館大学、茨城県立医療大学、東京歯科大学、東海大学、金沢大学、首都大学、亜細亜大学、東京都市大学、京都府立医科大学、函館工業高専などからの参加者もあり、東京会場と京都会場で合わせて71名が参加する、大変に有意義なシンポジウムとなった。なお、本シンポジウムは、日本大学理工学部基礎科学研究助成金の援助を受けて開催された。

#### 世話人

仲滋文 (日本大学理工学部)

曾我見郁夫 (京都産業大学・益川塾)

出口真一 (日本大学理工学部)

二瓶武史 (日本大学理工学部)

梅津光一郎 (京都産業大学・益川塾)

小泉耕蔵 (京都産業大学・益川塾)

# 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

-CST & Maskawa Institute Joint Symposium on Particle Physics-

## □ 開催日・開催場所

日時：平成 23 年 10 月 30 日（日），10 月 31 日（月）

場所：日本大学理工学部 駿河台校舎 1 号館 2 階 121 会議室

## □ プログラム

### 10 月 30 日（日曜日） 素粒子と時空・現象から探る素粒子

時間	進行	内容
13:30	受付開始	1 号館 121 会議室入口
14:00-14:10	挨拶 日大理工学部次長	
14:10-14:15	案内 主催者	シンポジウムに関する連絡事項
14:15-14:45	講演 仲滋文(日大理工)	日大研究会と時空に広がった素粒子模型
14:45-15:15	講演 二瓶武史(日大理工)	超対称模型と暗黒物質
15:15-15:45	休憩	
15:45-16:15	講演 出口真一(日大理工)	粒子と弦のツイスター形式
16:15-16:45	講演 三輪光嗣(日大理工)	Chiral magnetic effect from Q-balls
16:45-17:45	講演 曾我見郁夫(益川塾)	基本フェルミオンの統一理論に向けて
18:00	懇親会	1 号館 2 階カフェテリア（申込者のみ）

### 10 月 31 日（月曜日） 素粒子と時空・現象から探る素粒子

時間	進行	内容
10:00-10:30	講演 石田 晋	ハドロンの分類法と複合粒子場の量子化
10:30-11:00	講演 小出義夫(阪大理・益川塾)	「風味」：「家族」の立場から考える
11:00-12:00	講演 小林富雄(ICEPP)	LHC 最初の二年-実験結果と将来展望-
12:00-13:30	昼食	1 号館 2 階カフェテリア（申込者のみ）
13:30-13:50	挨拶 益川敏英(益川塾)	私学連携の第一歩（ネット中継）
13:50-14:50	講演 中西 襄	場の量子論の正準形式と経路積分法（ネット中継）
14:50-15:20	講演 山下敏史(益川塾)	Grand gauge-Higgs unification and doublet-triplet splitting
15:20-15:40	休憩	
15:40-16:10	講演 平山貴之(益川塾)	Power counting renormalizable quantum gravity in D dimensional space-time
16:10-16:40	講演 梅津光一郎(益川塾)	ブラックホール熱力学再考
16:40-17:40	講演 藤川和男(日大理工)	Higgs 粒子の 2 次発散のくり込みについての新しい試み
17:40-17:45	案内 主催者	シンポジウムに関する連絡事項

## 「日大研究会と時空に広がった素粒子模型」

日本大学理工学部

仲 滋文

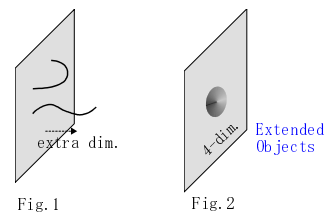
本シンポジウムは、東西の私立大学の素粒子論研究室が連携して開催したもので、国公立大学とは条件の異なる私学が研究を発展させるための可能な方向を探った意義は大きいですが、それ以外の歴史的な意義も含まれている。1960年代から80年代にかけて、基礎物理学研究所の「時空記述研究会」とほぼ交互に「日大研究会」と呼ばれる研究会が開催されている。「素粒子論研究」の目次から、当時の開催状況（年（開催場所）研究会名）を書き出してみると、

1965(基研)	素粒子の時空記述		
⋮			
1971(基研)	素粒子の時空記述	1978(日大)	広がった素粒子
1973(早大)	拡がりを持つ素粒子像と現象	1979(日大)	広がった素粒子
1974(早大)	拡がりを持つ素粒子像と現象	1980(基研)	素粒子の時空記述
1975(日大)	拡がりを持つ素粒子像と現象	1981(日大)	広がった素粒子像
1976(基研)	素粒子の時空記述	1982(基研)	素粒子の時空記述
1977(基研)	素粒子の時空記述	1984(日大)	広がった素粒子

となっている。実は、日大ではこれ以外にも“拡がりを持つ素粒子像と現象”を主題として、1992年と2003年に上記研究会の参加者を中心メンバーとする国際会議も開催している。日大が、このような主題で集中的に研究活動を行った背景には、研究室の創設者である原治先生の牽引力があった。原治先生は、坂田昌一先生の最初の弟子と言う立場ではあるが、研究上は湯川先生と同じ道を歩もうとする一人であり、日大素粒子論研究室も原先生を支えて力をつくし、後藤鉄男先生の弦模型が生まれる背景ともなったのである。従って今回のシンポジウムは、上記研究会のずいぶん長い休止の後、それぞれの研究室に関わった者により、性格を変えて再開された研究会と言う意義も含まれているのである。

さて、中間子理論以後に湯川先生が目指した素粒子物理の方向は、素粒子が点ではなく、時空に広がった extended object だと考える非局所場理論であった。湯川先生は、この立場から素粒子の内部量子数が自然に理解され、局所場理論に固有の発散の問題も解消できると確信していたのである。<sup>\*1</sup> この立場での湯川先生の試みは1948年に始まっているが [1]、同時期に現れた H.S.Snyder(1947)の量子化時空 [2] の試みも、同じような問題意識の下になされている。ただし、問題意識はあっても、当時は手掛かりがあまりにも少なかった。湯川先生は、正準変数対 “ $p, x$  に同形の方程式を要求する” Born の双対生の考え方を頼りに、Klein-Gordon 方程式を

現在では、拡がりの描像はごく当たり前に受け入れられており、(Fig. 1) のように brane と string の非局所的な配位をもとに素粒子理論を組み立てることに、何の違和感もない。しかし、湯川先生の考えていた拡がり (Fig.2) のように 4 次元の時空内にある配位であり、余剰次元は考えていない。

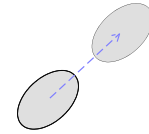


$  \begin{aligned}  [p^\mu, [p_\mu, U]] - m^2 U &= 0 \\  [x^\mu, [x_\mu, U]] + \lambda^2 &= 0 \\  [p^\mu, [x_\mu, U]] &= 0  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  \Phi(X, \bar{x}) &= \langle x'   U   x'' \rangle \\  &\longleftrightarrow \\  X &= \frac{x' + x''}{2} \\  \bar{x} &= x' - x''  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  (P^\mu P_\mu - m^2)\Phi &= 0 \\  (\bar{x}^\mu \bar{x}_\mu + \lambda^2)\Phi &= 0 \\  P^\mu \bar{x}_\mu \Phi &= 0  \end{aligned}  $
--	---	---

と拡張し、2 点に依存する  $\Phi$  を bi-local field と呼んだ。この方程式で  $\lambda^2$  項は系の空間的な広がりを与えている様に見えるが、実は正準変換で消えることを指摘して湯川先生に真っ向から異を唱えたのが、原治先生であった。湯川先生は原先生の異議に答える過程で、この方程式が意味を持つためには  $x', x''$  間の相互作用が必要であると考え、その後の bi-local 場理論の原型となるものに発展させた。原先生もまた、論争を通してかえって湯川先生の考え方に惹かれ、以後真摯な協力者となって活躍されることになったのである。

bi-local 場の理論は、その後高林武彦先生（名大）や後藤鉄男先生（日大）らにより工夫を加えられ、現在からすれば弦模型の特殊なモードを扱った理論に発展させられたが、その実質は相対論的 2 体問題に帰着していった [3]。湯川先生は、この成り行きには不本意であったろうと思われる。湯川先生の目指す非局所場の理論は、ポテンシャル問題に帰着するようなものではなく、パラダイムシフトを伴って一気に素粒子の本質を明らかにする筈のものであったからである。bi-local 場の提案から 20 年後に、湯川先生は片山、梅村先生達との協力の下に、空間的に広がった領域が時間的にも差分運動を行って形成する domain（素領域）[4] を素粒子の基礎に置こうと試み、これを表現する場の方程式として

$$\exp\left(\sum_{\alpha=1}^4 \lambda_\alpha \epsilon_\mu^\alpha \partial / \partial X_\mu\right) \Psi = \exp(-i\lambda S) \Psi$$



を提案した。ここで、 $\{\epsilon_\mu^\alpha\}, S$  等は拡がりの自由度から形成されるベクトル及びスカラーの力学変数であり、 $\lambda^\alpha, \lambda$  等は拡がりのパラメーターである。空間が 0 次元で時間のみを場の引数とする場合には、上記の方程式は  $\Psi(t + \lambda) = e^{-i\kappa} \Psi(t)$  のような差分方程式となり、 $E_n = \frac{-\kappa + 2n\pi}{\lambda}$ , ( $n = 0, \pm 1, \dots$ ) が系のエネルギー固有値として求められる。ただし、上の方程式は魅力的な方向性と同時に、domain が  $\{\epsilon_\mu^\alpha\}, S$  をどのように与えるのか、高階微分の導入による causality, unitarity の破れをどうするのか等、いくつかの問題点を抱え込んでいる。おそらくは上記の方程式すら、湯川先生が目指したものからは程遠く、理論的に困難のあることは分っているが、当時の理論的な技術では目指すものを正しく表す術がなく、まずは方向性を打ち出したと言う提示であったと思われる。

さて、既に述べたように、bi-local 理論が登場した当時 Snyder もまた場の理論に長さの定数を導入すべきだと考えた一人であった。Snyder は、5 次元 deSitter 空間

$$dS_4: (y^0)^2 - (y^1)^2 - (y^2)^2 - (y^3)^2 - (y^4)^2 = -\kappa^2$$

から出発し、4 次元の時空座標を  $\{y^A\}$ , ( $A = \mu, 4; \mu = 0, 1, 2, 3$ ) から二次的に組み立てることにより、自然界に長さの定数  $\kappa^{-1}$  を導入しようとした。具体的には、deSitter 空間の回転の生成子

$M_{A,B} = iy_{[A, \partial_B]}$  から, 時空座標  $x^\mu$  と共役運動量  $p_\mu$  を

$$x_\mu = i\kappa^{-1}M_{4\mu} \quad \text{及び} \quad p_\mu = \kappa \frac{y_\mu}{y_4}$$

と置いた。この形から,  $[x_\mu, x_\nu] = i\kappa^{-2}M_{\mu\nu}$  及び  $M_{\mu\nu} = ix_{[\mu, p_\nu]}$  が確かめられ, 時空座標は非可換な演算子となることが分かる。従って,  $\{x^\mu\}$  上の任意の場  $\phi(x)$  も演算子となり, 適当な可換変数の基底に対し行列 (bi-local場)  $\langle \xi | \phi(x) | \xi' \rangle$  を生成する。この意味で, Snyder の試みと湯川先生の bi-local 場の試みは, それほどかけ離れたものではない。

ところで, 上の  $\kappa$  はエネルギーの次元を持つ定数で, 通常のローレンツ変換で慣性系を移せば大きさが変化し, 普遍定数にはならなくなる。これを普遍定数と見なすためには, ローレンツ変換自身も修正しなくてはならない。このよう観点で, 現代的に非可換時空を組み立て直してみたのが, “ $\kappa$ -Minkowski 時空” あるいは DDR (Dubly Special Relativity)[5] である。通常, DDR は Snyder とは表現が異なり, 時空座標が交換関係

$$\begin{aligned} [\hat{x}_i, \hat{x}_j] &= 0, \quad (i, j = 2, 2, 3) \\ [\hat{x}_0, \hat{x}_i] &= -i\kappa^{-1}\hat{x}_i \end{aligned}$$

で定義される Lie 代数の生成子と考える。DDR の場合も,  $dS_4$  の下で  $\hat{x}_0 = \kappa^{-1}M_{0,4}$ ,  $\hat{x}_i = \kappa^{-1}(M_{i0} + M_{i4})$  として表現できるが, それらの交換関係は閉じているので, 非可換 4 次元座標  $\{\hat{x}^0, \hat{x}^i\}$  それ自体で定数  $\kappa$  を内包した ( $\kappa \rightarrow \infty$  で通常の Minkowski 時空に戻る) 時空を規定することができる。  $\kappa \neq \infty$  は量子重力の痕跡として残るプランク・スケールの定数と考えられているが, 以下の意味で観測者に依存しない普遍定数とも考えられる。まず,  $\kappa$ -Minkowski 時空の平面波を, 演算子の順序を含めて  $e_R(k) = e^{ik^i \hat{x}^i} e^{-ik^0 \hat{x}^0}$  と定義し, さらにその微分を

$$de_R(k) = -i\kappa\{dx_\mu \tilde{P}^\mu + dx_4(\tilde{P}^4 - 1)\}, \quad (dx_A = d\hat{x}_A)$$

とにおいて, 運動量  $P^A = \kappa \tilde{P}^A$ , ( $A = \mu, 4$ ) を導入する。  $e_R(k)$  は 4 次元非可換時空の平面波であるが,  $dx_\mu$  は  $y_\mu$  と同じ変換性を仮定しているため,  $de_R(k)$  には  $[\hat{x}_0, dx_0] = -i\kappa^{-1}dx_4$  等の交換関係を通して  $dx_4$  項も現れる。  $\tilde{P}^A$  の具体的な形は,

$$\begin{aligned} \tilde{P}^i &= e^{\tilde{k}^0} \tilde{k}^i \\ \tilde{P}^0 &= \frac{1}{2}e^{\tilde{k}^0} \tilde{\mathbf{k}}^2 + \sinh(\tilde{k}^0) \\ \tilde{P}^4 &= \frac{1}{2}e^{\tilde{k}^0} \tilde{\mathbf{k}}^2 - \cosh(\tilde{k}^0) \end{aligned}$$

であり,  $P^\mu P_\mu - P_4^2 = -\kappa^2$  が確かめられる。従って,  $\{P^A\}$  は  $dS_4$  のベクトルであり,  $\kappa$  は  $dS_4$  時空の不変量になる。このとき,  $P^i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) の回転はそのまま  $k^i$  の回転となるが, Lorentz boost は  $\kappa$ -Lorentz 変換  $\delta_i \tilde{k}_j = \delta_{ij} \left( \frac{\tilde{\mathbf{k}}^2}{2} + \frac{1-e^{-2\tilde{k}^0}}{2} \right) - \tilde{k}_i \tilde{k}_j$ , ( $k^i = \kappa \tilde{k}^i$ ) となる。これらの変換の下で,  $\kappa$  は観測者によらない普遍定数となる。また,  $P^4$  は 1 次の Casimir 不変量となり,

$$2\kappa^2(\tilde{P}_4(k_\mu = i\partial_\mu) - 1)\Psi = m^2\Psi$$

を波動方程式とみなすことができる。ここで  $k^\mu$  を、改めて通常の可換 Minkowski 時空の波数と考えるてもよい。ただしこの場合は、上の波動方程式は domain を想起させる微分・差分型の方程式であるものの、Lorentz 対称性は破れていることになる。

実は、Lorentz 対称な波動方程式を導くのは難しいことではなく、背景時空を反 deSitter 空間に拡張し、 $k^0$  を 4 次元の時間成分ではなく内部次元の時間成分に対応させればよい。具体的には、

$$AdS_{n+1} : y^{\hat{\mu}} y_{\hat{\mu}} + y^+ y_- = \kappa^2, \quad (\hat{\mu} = (\mu, a), a = 4, 5, \dots, n-1; y^\pm = y^{n+1} \pm y^n)$$

における回転の生成子から  $\hat{x}_{\hat{\mu}} = 2\kappa^{-1} M_{\hat{\mu}+}, \hat{x}_n = -2\kappa^{-1} M_{-+}$  とおけば、非可換構造  $[\hat{x}_{\hat{\mu}}, \hat{x}_{\hat{\nu}}] = 0, [\hat{x}_n, \hat{x}_{\hat{\mu}}] = i\kappa^{-1} \hat{x}_{\hat{\mu}}$  が導かれる。さらに、非可換時空  $(\hat{x}_{\hat{\mu}}, \hat{x}_n)$  上の対称積で定義された平面波  $e_S(k) = e^{\frac{i}{2} k^- \hat{x}_n} e^{-ik^{\hat{\mu}} \hat{x}_{\hat{\mu}}} e^{\frac{i}{2} k^+ \hat{x}_n}$  を基に  $AdS_{n+1}$  時空の運動量を導くと、 $P_n = \frac{1}{2} \tilde{k}^{\hat{\mu}} \tilde{k}_{\hat{\mu}} - \sinh(\tilde{k}^-), P_{n+1} = -\frac{1}{2} \tilde{k}^{\hat{\mu}} \tilde{k}_{\hat{\mu}} + \cosh(\tilde{k}^-)$  等が得られる。そこで波動場の分散関係は、 $P_n = 0$  (あるいは  $P_{n+1} = 0$ ) と考えればよい。ところで、ベクトル  $\bar{a} = a/M, a \in AdS_{n+1}$  は  $M \rightarrow \infty$  の極限で  $\bar{a}^{\hat{\mu}} \bar{a}_{\hat{\mu}} + \bar{a}^+ \bar{a}^- = 0$  の境界に移動する。 $k$  をこのようなスケールパラメータを含まない境界  $k \in \{\bar{a}\}$  に置くなら、 $\tilde{k}^- \equiv -\frac{1}{\tilde{k}^+} \hat{k}^{\hat{\mu}} \hat{k}_{\hat{\mu}}$  と書ける。こうして  $k^-$  を消去すると、波動方程式が

$$\left[ \frac{1}{2} \tilde{k}^{\hat{\mu}} \tilde{k}_{\hat{\mu}} + \sinh \left( \frac{1}{\tilde{k}^+} \tilde{k}^{\hat{\mu}} \tilde{k}_{\hat{\mu}} \right) - \frac{1}{2} \tilde{m}_0^2 \right] \Psi = 0$$

の形に得られる [6]。この方程式は、明らかに Lorentz 変換の下で不変であり、 $\tilde{k}^+ = \text{const.}$  とおいた上でベクトル成分  $a = 4, 5, \dots, n-1$  の次元をコンパクト化すると、 $k^\mu k_\mu$  は離散的な質量固有値を導く。この波動方程式も domain を想起させる微分・差分型であるが、質量項自身に  $\sinh$  の引数として  $k^\mu k_\mu$  が含まれているため、ループ計算における伝播関数の収束特性は極めてよい [7]。このモデルの拡がりには、本来 (Fig.1) の形であったものを  $k^-$  を消去して少々強引に (Fig.2) の形に持ち込んでいるが、湯川先生の domain と Snyder の非可換時空は元々近い位置にあったとも言える。両者の考え方が現代的な立場から再評価されることは、大いにあり得ることである。

## 参考文献

- [1] H.Yukawa, Prog. Theor. Phys. **3**(1948), 205.  
H.Yukawa, Phys. Rev. **77**(1950), 219.
- [2] H. Snyder, Phys. Rev. **71**(1947),38 .
- [3] T. Goto, S. Naka and K. Kamimura, *On the Bi-Local Model and String Model* Prog. Theor. Phys. Suppl. **67**(1979),69.
- [4] Y.Katayama and H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. **41**(1968),1.  
Y.Katayama, I. Umemura and H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. **41**(1968),22.
- [5] J. Kowalski-Glikman, *Introduction to Doubly Special Relativity*, Lect. Notes in Phys. **669**(2005), 131, [hep-th/0405273]
- [6] 論文を準備中ですので、詳しくはそちらをご覧ください。
- [7] S. Naka and H. Toyoda, prog. Theor. Phys. **113**(2005), 645.

# 超対称模型と暗黒物質

日本大学理工学部

二瓶 武史

## はじめに

超対称性はボソンとフェルミオンの間の変換に対する対称性で、標準模型におけるヒッグス質量の 2 次発散を相殺し、小さな質量スケールを輻射補正に対して安定に保つ働きをする [1]。超対称性が厳密な対称性であると、超対称多重項の質量が縮退して実験と矛盾するが、2 次発散の相殺を保ちつつ未発見の超対称粒子を重くするような「超対称性のソフトな破れ」を導入して、現象論的に許される模型を作ることが出来る。ミニマルな超対称標準模型では  $SU_C(3)$ ,  $SU_L(2)$ ,  $U_Y(1)$  の 3 つのゲージ結合定数が高エネルギーで高い精度で一致するので、大統一理論を考える際に都合が良い。また、標準模型ではヒッグス・ポテンシャルの 2 次の項のパラメータを負と仮定することによって電弱対称性の破れを手で導入するが、超対称模型では、トップ・クォークの大きな湯川結合定数の効果により、電弱対称性を輻射的に破る。超対称性を局所化すると重力を含む超重力理論となり、この枠組がソフトな破れを生み出す様々な機構を提供する。

## 暗黒物質

近年の様々な宇宙観測の結果から、暗黒物質が宇宙のエネルギー密度の 22% 程度を占めていることが明らかにされつつある [2, 3, 4]。暗黒物質を構成する素粒子が何であるかは判明していないが、様々な状況証拠から、それは弱く相互作用をする重い未知の粒子 (Weakly Interacting Massive Particle, WIMP) であると考えられている。このように安定で重い粒子の存在は、未知の対称性を示唆している。

## ミニマル超対称模型

発散の繰り込みまで考慮すると、ソフトな破れの項を少ないパラメータで記述する枠組みが不可欠である。ミニマル超対称模型 (CMSSM) では、超重力模型に含まれるプランク質量の逆数に比例する相互作用を通して超対称性のソフトな破れを生成する。高エネルギーで単純な構造を持つソフトな破れの相互作用を繰り込み群方程式を用いて解析し、低エネルギーでの有効相互作用を導く。Z ボソンの質量が観測値になるという条件を用いると、ヒッグシーノ質量  $\mu$  の 2 乗が、他のパラメータを用いて決定される。このようにして、この模型は、普遍スカラー質量  $m_0$ 、普遍ゲージノ質量  $m_{1/2}$ 、スカラー 3 点結合定数  $A$ 、2 つのヒッグスの真空期待値の比  $\tan \beta$ 、ヒッグシーノ質量の符号  $\text{sgn}(\mu)$  という 4 + 1 個のパラメータで記述される。

この模型では、陽子崩壊を禁止するために、R パリティと呼ばれる離散的対称性 (標準模型の粒子では  $R = +1$ 、超対称粒子では  $R = -1$ ) を要請する。このため、最も軽い超対称粒子 (LSP) が安定となり、暗黒物質の候補となる。この模型ではニュートラリーノと呼ばれる中性マヨラナフェルミオンのうち最も軽いものが LSP となることが多い。最も軽いニュートラリーノの主成分は、U(1) ゲージ場の超対称粒子 (ビーノ) またはヒッグス場の超対称粒子 (ヒッグシーノ) である。

## 残留量

暗黒物質粒子  $\chi$  は初期宇宙に熱平衡状態にあったと考えられるが、宇宙膨張に伴って、その対消滅反応  $\chi\chi \rightarrow f_1f_2$  (ここで、 $f_1, f_2$  は標準模型の粒子) が平衡から離脱 (freeze out) する。膨張宇宙内での Boltzmann 方程式を解くことにより、現在における暗黒物質の残留量が、次のように求められる。

$$\Omega_\chi h^2 = \frac{0.1 \text{ pb}}{\langle\sigma v\rangle} \quad (1)$$

ここで、 $\sigma$  は暗黒物質の対消滅過程の断面積、 $v$  は衝突する暗黒物質の相対速度で、 $\langle\sigma v\rangle$  はそれらの積の熱平均である。対消滅断面積が大きいと対消滅が起きやすいので、暗黒物質の残留量が少ないはずであるが、式 (1) によれば、確かにそうになっている。WMAP 等の宇宙観測の結果  $\Omega_\chi \sim 0.22$ ,  $h \sim 0.7$  を説明するためには、 $\langle\sigma v\rangle \sim 1 \text{ pb}$  でなければならない。

CMSSMにおけるニュートラリーノ暗黒物質の対消滅過程の振幅は多くの Feynman 図を含み、一般にはそれらを全て考慮する必要がある [5, 6]。暗黒物質が軽い領域はすでに LEP 等の加速器実験から排除されている。暗黒物質が重い場合の典型的な (暗黒物質がビーノ的) パラメータ領域では、対消滅断面積が小さすぎ、観測と矛盾する。宇宙論的制限  $\Omega_\chi h^2 \sim 0.1$  を満たすためには、対消滅断面積が増幅される特殊な状況を考える必要がある。この増幅は、次の3つの領域において実現される: (i) 暗黒物質がヒッグシーノ的である領域 ( $m_0 \gg m_{1/2}$ , Focus Point), (ii) CP 奇のヒッグス ( $A$ ) 生成による共鳴領域 ( $2m_\chi \sim m_A$ ), (iii) LSP の次に軽い超対称粒子 ( $\tilde{\tau}$ ) が LSP とほぼ縮退 ( $m_\chi \sim m_{\tilde{\tau}}$ ) して共消滅 (coannihilation) 過程  $\chi\tilde{\tau} \rightarrow f_1f_2$  が重要になる領域。

図 1-(a) に示したのは、 $\tan\beta = 50$  のときの CMSSM の予言値である。一方、最新の LHC の結果 [7] ( $\tan\beta = 10$  の場合) を図 1-(b) に示す。LHC 実験は、すでに宇宙論的に許されるパラメータ領域を排除しつつある。また、CMSSM ではヒッグス質量に  $m_h \lesssim 130 \text{ GeV}$  という上限があり、LHC でのヒッグス探索の結果が注目される。

## 直接検出

ニュートラリーノ暗黒物質は原子核と相互作用するため、地上の検出器において直接検出が可能である。暗黒物質と原子核との非相対論的な相互作用は、スピンに依存しない相互作用  $(\bar{\chi}\chi)(\bar{N}N)$  とスピンに依存する相互作用  $(\bar{\chi}\gamma_\mu\gamma_5\chi)(\bar{N}\gamma^\mu\gamma_5N)$  の2種類に分けられる。このうち、スピンに依存しない相互作用は原子核の質量数に比例するため、重い原子核を用いることにより、検出感度を高めることが出来る。スピンに依存しない相互作用に関して、現在までの直接検出実験と理論計算の結果を比較したものを図 2-(a) に示す。実線はこれまでの実験から得られている断面積の上限値で、点線は近い将来の実験で探索できる範囲を表している。ピンク色で塗られているのは DAMA 実験での「検出」領域であるが、これは他の実験と矛盾している。ここでは、断面積に  $\sigma_{\chi N} \lesssim 10^{-7} \text{ pb}$  という制限が得られていると考える。これに対して、黄色の領域が CMSSM の予言 (Focus Point 領域を含まず) であり [8]、水色の領域が MSSM の予言 (ソフトな破れの機構を指定しない解析) である [9]。特に、図 2-(b) から分かるように、暗黒物質がヒッグシーノ的である領域 (Focus Point 領域) では断面積が  $\sigma_{\chi N} \sim 10^{-8}$



pb と大きくなる。このため、近い将来の直接検出実験において、この領域が真っ先に検証されることになる。

#### 間接検出

これまでの PAMELA 等の宇宙線観測実験において、陽電子やガンマ線等の宇宙線のフラックスに過剰成分が検出されている。これが銀河内での暗黒物質の対消滅に由来するものである可能性があるが、CMSSM における典型的なシグナルは、小さすぎてフラックス異常を説明できない。銀河内に暗黒物質の塊があることによる増幅因子 (boost factor  $B$ ) を導入し、シグナルを増幅してフラックス異常を説明しようとする、非常に大きな値 ( $B \sim 10^3$  など) が要求される。しかし、このような大きな値を暗黒物質の塊の効果として説明することは難しいとされている。このことから、宇宙線異常に対する暗黒物質の効果を調べる際には、宇宙線のフラックスの天文学的な理解 (バックグラウンドの理解) が重要と思われる。

#### まとめ

ミニマル超対称模型におけるニュートラリーノ暗黒物質をレビューした。この模型は残留量の観測値から強い制限を受けており、LHC 実験や今後の直接検出実験の結果によって、近い将来に、モデルが立証または棄却されるであろう。

## References

- [1] H. P. Nilles, *Phys. Rept.* 110 (1984) 1; H. E. Haber, G. Kane, *Phys. Rept.* 117 (1985) 75.
- [2] D. N. Spergel *et al*, *Astrophys. J. Suppl.* 148 (2003) 175.
- [3] A. G. Riess *et al*, *Astron. J.* 116 (1998) 1009; S. Perlmutter *et al*, *Astrophys. J.* 517 (1999) 565.
- [4] D. Clowe *et al*, *Astrophys. J.* 648 (2006) L109.
- [5] T. Nihei, L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, *JHEP* 0105 (2001) 063; L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, T. Nihei, *JHEP* 0108 (2001) 024; T. Nihei, L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, *JHEP* 0207 (2002) 024.
- [6] T. Nihei, M. Sasagawa, *Phys.Rev. D70* (2004) 055011; T. Nihei, *Phys.Rev. D73* (2006) 035005.
- [7] ATLAS Collaboration, *arXiv:1109.6606*.
- [8] J. R. Ellis, K. A. Olive, Y. Santoso, V. C. Spanos, *Phys. Rev. D71* (2005) 095007.
- [9] Y.G. Kim, T. Nihei, L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, *JHEP* 0212 (2002) 034.

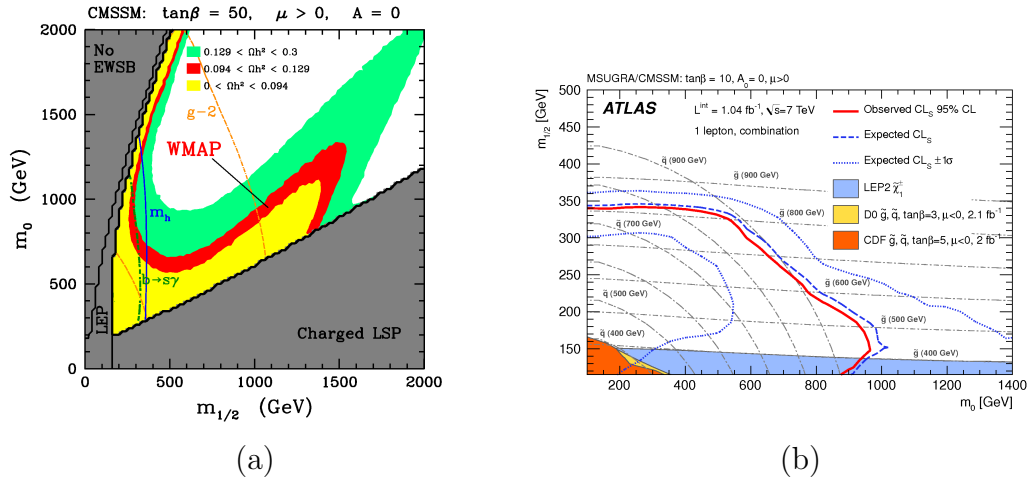


Figure 1: (a) CMSSM における暗黒物質の残存量  $\Omega_\chi h^2$ 。  
 (b) LHC 実験の現状 (文献 [7] より)。

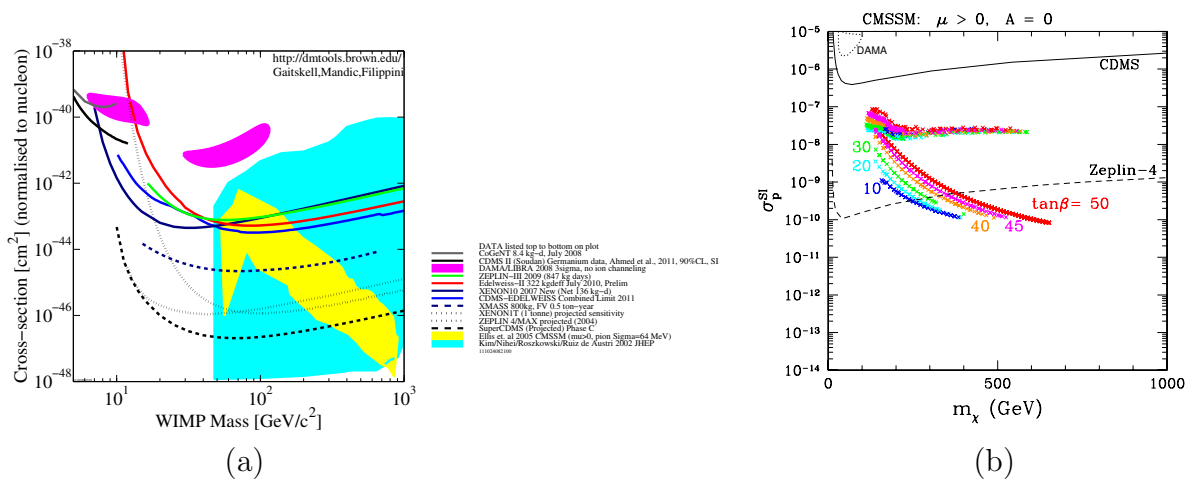


Figure 2: (a) 暗黒物質と核子の相互作用断面積  $\sigma_{\chi N}$  と暗黒物質質量  $m_\chi$  との関係。  
 (b) CMSSM での  $\sigma_{\chi N}$  の  $\tan\beta$  依存性。  $10^{-42} \text{ cm}^2 = 10^{-6} \text{ pb}$ 。

# 粒子と弦のツイスター形式<sup>1</sup>

日本大学量子科学研究所 出口 真一<sup>2</sup>

## 1. はじめに

ツイスター理論は1967年にペンローズ(R. Penrose)により提唱され、その後多くの人々により様々な角度から研究されてきた。特に初期の研究はペンローズ自身と彼のグループによるものが多く、そこでは時空構造、量子重力、素粒子の対称性などをツイスター理論の枠組みで統一的に理解しようという野心的な試みがなされている[1]。ツイスターは、4つの複素数の組  $(Z^A) = (Z^0, Z^1, Z^2, Z^3)$  ( $Z^A \in \mathbb{C}$ ) として与えられるが、それらの複素数倍は同じものであるとする同値関係により、射影ツイスターが定義される。ペンローズは、全ての射影ツイスターの集まりである射影ツイスター空間  $\mathbf{PT}(\cong \mathbf{CP}^3)$  が物理法則の定式化の舞台であり、ミンコフスキー空間はあくまでも二次的な対象であると考えた。その背景には、量子力学が波動関数のような複素数(複素関数)を基本としているため、量子論を時空の幾何学に組み入れることを考えるならば、時空に関する基本変数もツイスター変数  $Z^A$  のような複素数が望ましいとの発想がある。

ツイスター理論は新奇で興味深いアイデアを与えるが、それがペンローズが期待したような成果をもたらしてきたとは言い難い。物理学における成果とえば、2003年にウィッテン(E. Witten)が提唱したツイスター弦理論とそれに基づくグルーオン散乱振幅の新たな計算方法の発見があるが[2]、ツイスター理論の成果の多くは数学に関するものである。このような状況にあるのは、ツイスター理論における量子化(ツイスター量子化)の背景にある数学的枠組み(ヒルベルト空間など)が明確ではなく、従ってツイスター理論の量子論的側面を通常の量子力学と同じレベルで議論できないことが一因と考えられる。このことを踏まえて、本研究ではツイスター量子化を再考し、適切なヒルベルト空間を構成する。その内容を述べる前に、無質量粒子のツイスター形式を論じて量子化の準備とする。また、我々の最近の研究である、張力のない弦(無張力弦)のツイスター形式とツイスター量子化を紹介する。

## 2. 無質量粒子のツイスター形式

ツイスター変数  $Z^A$  とその共役ツイスター変数  $\bar{Z}_A$  を用いた無質量粒子の作用は、1983年に白藤により  $S_0 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau i\bar{Z}_A \dot{Z}^A$  ( $\dot{Z}^A := \frac{dZ^A}{d\tau}$ ) と与えられた[3]。ここで  $\tau$  は4次元ミンコフスキー空間における無質量粒子の世界線(光線)のパラメータであり、 $Z^A$  と  $\bar{Z}_A$  は  $\tau$  の関数である。最近我々は白藤の作用を修正し、 $\tau$  に依存する複素スケール変換  $Z^A \rightarrow v(\tau)Z^A$ ,  $\bar{Z}_A \rightarrow \bar{v}(\tau)\bar{Z}_A$  ( $v \in \mathbb{C}$ ) のもとで不変な次の作用を与えた[4]：

$$S_1 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ \frac{i}{2} \lambda (\bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A) + \rho (\lambda \bar{Z}_A Z^A - 2s) \right]. \quad (1)$$

ここで、 $\lambda$  と  $\rho$  は  $\lambda \rightarrow |v|^{-2}\lambda$ ,  $\rho \rightarrow \rho + \dot{\theta}$  ( $\theta := i \ln \sqrt{\bar{v}/v}$ ) と変換する実補助変数であり、 $s$  は実定数である。作用  $S_1$  は複素スケール変換のもとで不変であるから、この作用は射影ツイスターに対して定義されていることがわかる。(  $s$  に比例する項は、 $\theta$  に境界条件  $\theta(\tau_1) = \theta(\tau_0)$  を課すことで不変になる。) いま、 $Z^A$  と  $\bar{Z}_A$  に対してスケール変換  $Z^A \rightarrow Z^A/\sqrt{\lambda}$ ,  $\bar{Z}_A \rightarrow \bar{Z}_A/\sqrt{\lambda}$  を施すと、 $S_1$  は  $S_1 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ \frac{i}{2} (\bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A) + \rho (\bar{Z}_A Z^A - 2s) \right]$  となる。この作用を  $\rho$  に関して変分すると  $s = \frac{1}{2} \bar{Z}_A Z^A$  が得られるが、これはツイスター変数で書かれた無質量粒子の

<sup>1</sup> この講演は江上武史氏、野手順一氏との共同研究に基づく。

<sup>2</sup> E-mail: deguchi@phys.cst.nihon-u.ac.jp

ヘリシティーに他ならない。実際に作用  $S_1$  で記述される系の正準量子化を考えると、 $Z^A$  と  $\hat{Z}_A$  に対応する演算子  $\hat{Z}^A$  と  $\hat{Z}_A$  が交換関係  $[\hat{Z}^A, \hat{Z}_B] = \delta_B^A$ ,  $[\hat{Z}^A, \hat{Z}^B] = [\hat{Z}_A, \hat{Z}_B] = 0$  を満たすことがわかる。これらはツイスター理論でよく知られた交換関係であり、ここではこれらの交換関係を基に演算子  $\hat{Z}^A$  と  $\hat{Z}_A$  を  $\hat{Z}^A = Z^A$ ,  $\hat{Z}_A = -\frac{\partial}{\partial Z^A}$  と表現する。しかし、この表現が成立するヒルベルト空間や波動関数の内積については、これまでにほとんど研究されておらず、1968年と1974年にペンローズが適当と思われる内積を与えているに過ぎない。さらに、これらの内積についても波動関数のノルムの収束性、演算子の定義域などが考察されておらず、通常の量子力学と比較しても、満足な定式化がなされていない。

### 3. ツイスター量子化におけるヒルベルト空間

このような背景のもと、我々はツイスター量子化における新たな内積を定義し、それを基にヒルベルト空間を構成する [5]。その際、ツイスター演算子  $\hat{Z}^A$  から  $\hat{a}^0 := \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Z}^0 + \hat{Z}^2)$ ,  $\hat{a}^1 := \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Z}^1 + \hat{Z}^3)$ ,  $\hat{a}^2 := \frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{Z}^0 + \hat{Z}^2)$ ,  $\hat{a}^3 := \frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{Z}^1 + \hat{Z}^3)$  で定義される演算子  $\hat{a}^A$  とその共役演算子  $\hat{a}^{\dot{A}}$  を用いて議論を進めるのが便利である。演算子  $\hat{a}^A$  と  $\hat{a}^{\dot{A}}$  は  $[\hat{a}^A, \hat{a}^{\dot{B}}] = I^{AB}$  ( $I^{AB} := \text{diag}(1, 1, -1, -1)$ ),  $[\hat{a}^A, \hat{a}^B] = [\hat{a}^{\dot{A}}, \hat{a}^{\dot{B}}] = 0$  を満足する。これらの交換関係は生成・消滅演算子の交換関係であるが、 $I^{AB}$  の形からわかるように不定計量型になっている。いま、コヒーレント状態  $\langle \bar{\alpha} | := \langle 0 | \exp(-\hat{a}^{\dot{A}} I_{AB} \alpha^B)$  ( $\langle 0 | \hat{a}^A = 0, \alpha^A \in \mathbb{C}$ ) を定義すると、 $\langle \bar{\alpha} | \hat{a}^A = \alpha^A \langle \bar{\alpha} |$ ,  $\langle \bar{\alpha} | \hat{a}^{\dot{A}} = -\frac{\partial}{\partial \alpha^{\dot{B}}} I^{B\dot{A}} \langle \bar{\alpha} |$  が成り立つことがわかる。この段階はあくまでも形式的な内容であるから、実際に関数空間を設定するために、ヘリシティー演算子  $\hat{s} = \frac{1}{4}(\hat{a}^{\dot{A}} I_{AB} \hat{a}^B + \hat{a}^B \hat{a}^{\dot{A}} I_{AB})$  の固有値方程式  $\hat{s}|f\rangle = s|f\rangle$  をツイスター関数  $f(\alpha) := \langle \bar{\alpha} | f\rangle$  が満たす方程式として  $-\frac{1}{2}(\alpha^A \frac{\partial}{\partial \alpha^A} + 2)f(\alpha) = sf(\alpha)$  と表現する。これを解くと、特殊解  $f_{k,l,m,n}(\alpha) := C_{k,l,m,n}(\alpha^0)^k(\alpha^1)^l(\alpha^2)^m(\alpha^3)^n$  ( $C_{k,l,m,n} \in \mathbb{C}$ ) が得られる。ここで  $s$  は  $s = -\frac{1}{2}(k+l+m+n) - 1$  と定まるが、 $f_{k,l,m,n}$  の一価性を要求すると  $k, l, m, n$  が整数に制限され、結果としてヘリシティー  $s$  は整数と半整数に量子化される。

いま考えている生成・消滅演算子は不定計量型であるから、通常のコヒーレント状態の議論で用いられる関数空間の内積は適用できない。そこで我々は、特殊解  $f_{k,l,m,n}$  が成す関数空間において次のような内積を導入する：

$$\begin{aligned} \langle f_{k,l,m,n} | f_{k',l',m',n'} \rangle &:= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{-\epsilon}{\Gamma(s + s' + 2\epsilon - 1)} \int_{S^1 \times \mathbf{PT}^+} d\mu (\bar{\alpha}^{\dot{A}} I_{AB} \alpha^B)^{s+s'+2\epsilon+2} \\ &\times \overline{f_{k-\frac{\epsilon}{2}, l-\frac{\epsilon}{2}, m-\frac{\epsilon}{2}, n-\frac{\epsilon}{2}}(\alpha)} f_{k'-\frac{\epsilon}{2}, l'-\frac{\epsilon}{2}, m'-\frac{\epsilon}{2}, n'-\frac{\epsilon}{2}}(\alpha). \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $d\mu$  は  $SU(2, 2)$  変換のもとで不変な積分測度、 $S^1$  は全ての  $\alpha^A$  に共通した位相因子のパラメータ空間であり、 $\mathbf{PT}^+$  は  $\mathbf{PT}$  の部分空間で  $\mathbf{PT}^+ := \{(\alpha^A) \in \mathbb{CP}^3 | \bar{\alpha}^{\dot{A}} I_{AB} \alpha^B > 0\}$  と定義される。積分領域を  $S^1 \times \mathbf{PT}^+$  に選ぶことは、 $f_{k,l,m,n}$  のペンローズ変換が複素ミンコフスキー空間における正振動数場を与えることを意味する。ツイスター理論において、 $k, l, m, n$  のうち2つが負の整数であり、残り2つが0を含む自然数であるようなツイスター関数  $f_{k,l,m,n}$  が重要である。このとき、ヘリシティー  $s$  は依然として整数値か半整数値をとる。特に  $k$  と  $l$  が負の整数 ( $k, l \in \mathbb{Z}^-$ ) で  $m$  と  $n$  が0を含む自然数 ( $m, n \in \mathbb{N}_0$ ) である場合は、実際に式 (2) を計算して規格化定数  $C_{k,l,m,n}$  を適切に選ぶと、ツイスター関数の集合  $\{f_{k,l,m,n}\}_{k,l \in \mathbb{Z}^-, m,n \in \mathbb{N}_0}$  に対して  $\langle f_{k,l,m,n} | f_{k',l',m',n'} \rangle = \delta_{kk'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{nn'}$  を示すことができる。このように、正定値な正規直交基底が得られたことで、ヒルベルト空間を次のように構成できる：

$$\mathbf{H} = \left\{ f(\alpha) := \sum_{k,l \in \mathbb{Z}^-, m,n \in \mathbb{N}_0} c_{k,l,m,n} f_{k,l,m,n}(\alpha) \mid c_{k,l,m,n} \in \mathbb{C}, \sum_{k,l \in \mathbb{Z}^-, m,n \in \mathbb{N}_0} |c_{k,l,m,n}|^2 < \infty \right\}.$$

また、任意の  $f \in H$  から定まる  $\langle \bar{\alpha} | \hat{a}^A | f \rangle$  と  $\langle \bar{\alpha} | \hat{a}^{\dot{A}} | f \rangle$  は  $H$  の部分空間に含まれることが示されるが、これより  $\hat{a}^A$  と  $\hat{a}^{\dot{A}}$  が  $H$  内で閉じていることがわかる。さらに、任意の  $f, g \in H$  に対して  $\langle g | \hat{a}^A | f \rangle = \langle f | \hat{a}^{\dot{A}} | g \rangle$  が成立することから、 $\hat{a}^{\dot{A}}$  は  $H$  上で  $\hat{a}^A$  の共役演算子であることがわかる。これは、 $H$  上で  $\hat{a}^A = \alpha^A$ ,  $\hat{a}^{\dot{A}} = -\frac{\partial}{\partial \alpha^B} I^{BA}$  という表現が成立することを意味しており、結果として、 $\hat{Z}^A = Z^A$ ,  $\hat{Z}_A = -\frac{\partial}{\partial Z^A}$  という表現が  $H$  上で正当化される。以上のように、ヒルベルト空間  $H$  を構成することで、これまで不明確であった幾つかの事柄が明確になった。

#### 4. 無張力弦のツイスター形式

無張力弦は、通常の弦の張力を 0 にすることで定義される。このような弦はシルド (A. Schild) により初めて議論され [6]、その後、弦の高エネルギー極限の一形態として、また高い対称性をもつ弦の一例として研究されてきた。無張力弦の量子論はガンボア達 (J. Gamboa et al.) により論じられており、ワイル順序での量子化では臨界次元が存在しないとの結論が出されている [7]。しかし、ガンボア達は無張力弦が古典論の段階でもつ時空共形対称性を考慮しておらず、従って、彼らの議論では量子化による時空共形対称性の破れの有無は不明である。これに鑑み、本研究ではツイスター理論が明白な時空共形対称性 (いまの場合は 4 次元共形対称性) を有していることに注目して、無張力弦のツイスター形式を提唱し考察する [4]。特に、この形式を基にして無張力弦のツイスター量子化を行ない、パラメータ付け替え対称性と 4 次元共形対称性それぞれの破れの有無を調べる。

我々は文献 [4] において、ツイスター変数  $Z^A$ ,  $\bar{Z}_A$  と実補助変数  $\lambda^i$  ( $i = 0, 1$ ),  $\rho$  を用いて、無張力弦の作用を次のように与えた：

$$S_2 = \int_{\Xi} d\tau d\sigma \left[ \frac{i}{2} \lambda^i (\bar{Z}_A \partial_i Z^A - Z^A \partial_i \bar{Z}_A) + \rho \bar{Z}_A Z^A \right]. \quad (3)$$

ここで、 $\partial_0 := \frac{\partial}{\partial \tau}$ ,  $\partial_1 := \frac{\partial}{\partial \sigma}$  であり、 $Z^A$ ,  $\bar{Z}_A$ ,  $\lambda^i$ ,  $\rho$  はすべて無張力弦のパラメータ空間  $\Xi := \{(\tau, \sigma) | \tau_0 \leq \tau \leq \tau_1, \sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_1\}$  における場である。この作用は  $\Xi$  における一般座標変換のもとで不変であり、ミンコフスキー空間における弦の位置座標  $x^\mu(\tau, \sigma)$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) とその共役運動量  $P_\mu(\tau, \sigma)$  に対する拘束条件  $P_\mu P^\mu = \dot{x}^\mu P_\mu = 0$  ( $\dot{x}^\mu := \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma}$ ) を与える。これらは、無張力弦に対するビラソロ条件に他ならず、 $S_2$  が確かに無張力弦の作用であることがわかる。また、 $S_2$  は  $\rho$  をゲージ場とする局所位相変換  $Z^A \rightarrow e^{i\theta(\tau, \sigma)} Z^A$ ,  $\bar{Z}_A \rightarrow e^{-i\theta(\tau, \sigma)} \bar{Z}_A$  のもとで不変である。しかし、このときの  $\rho$  は  $\rho \rightarrow \rho + \lambda^i \partial_i \theta$  のように変換するため、 $\int_{\Xi} d\tau d\sigma (-2s\rho)$  はゲージ不変ではなく、そのためにこの項を  $S_2$  に加えることはできない。この点は無質量粒子の場合と大きく異なる。

式 (3) においてスケール変換  $Z^A \rightarrow Z^A / \sqrt{\lambda^0}$ ,  $\bar{Z}_A \rightarrow \bar{Z}_A / \sqrt{\lambda^0}$ ,  $\rho \rightarrow \lambda^0 \rho$  を施し、 $\lambda := \lambda_1 / \lambda_0$  とおくと、 $S_2$  は次のようになる：

$$S_2 = \int_{\Xi} d\tau d\sigma \left[ \frac{i}{2} (\bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A) + \frac{i}{2} \lambda (\bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A) + \rho \bar{Z}_A Z^A \right]. \quad (4)$$

この作用を  $\lambda$  で変分すると  $\mathcal{R} := \frac{i}{2} (\bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A) = 0$  が、 $\rho$  で変分すると  $\mathcal{S} := \frac{1}{2} \bar{Z}_A Z^A = 0$  が得られる。いま、閉じた無張力弦 (無張力閉弦) を想定し、 $\mathcal{R}$  と  $\mathcal{S}$  を  $\mathcal{R}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathcal{R}_n e^{-in\sigma}$ ,  $\mathcal{S}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathcal{S}_n e^{-in\sigma}$  ( $0 \leq \sigma < 2\pi$ ) とフーリエ展開する。作用  $S_2$  に基づく正準形式を考察することで、展開係数  $\mathcal{R}_n$  と  $\mathcal{S}_n$  が次のディラック括弧を満たすことがわかる： $\{\mathcal{R}_m, \mathcal{R}_n\}_D = -i(m-n)\mathcal{R}_{m+n}$ ,  $\{\mathcal{S}_m, \mathcal{S}_n\}_D = 0$ ,  $\{\mathcal{S}_m, \mathcal{R}_n\}_D = -im\mathcal{S}_{m+n}$ 。このように、 $\mathcal{R}_n$  と  $\mathcal{S}_n$  は無限次元代数を成す。最初のディラック括弧は古典的なビラソロ代数であり、 $\mathcal{R}_n$  がパラメータ  $\sigma$  の付け替えの生成子であることを示している。また、最後のディラック括弧はパラメータ  $\sigma$  の付け替えによる  $\mathcal{S}_n$  の変換性を表している。

次に、無張力弦のツイスター量子化を BRST 形式の枠組みで実行するために、ゲージ固定項  $S_{\text{GF}} = \int_{\Sigma} d\tau d\sigma [-i\delta\{\gamma_0(\rho - 1) + \gamma_1\lambda\}]$  を  $S_2$  に加える。ここで  $\delta$  は BRST 変換、 $\gamma_i$  は反ゴースト場である。量子化は、すべての力学変数を演算子に置き換え、これらに対して  $S_2 + S_{\text{GF}}$  から定まる交換関係を設定して行なわれる。このとき、 $\mathcal{R}_n$  と  $\mathcal{S}_n$  は  $S_{\text{GF}}$  からの寄与が付加された後に、演算子  $\hat{\mathcal{R}}_n$  と  $\hat{\mathcal{S}}_n$  に置き換えられる。特に  $\hat{\mathcal{S}}_0$  は、弦の波動汎関数が  $Z^A(\sigma)$  の正則汎関数となるように  $\hat{\mathcal{S}}_0 := \int_0^{2\pi} d\sigma \frac{1}{2} \hat{Z}^A \hat{Z}_A + \alpha$  と定義される。ここで、 $\hat{Z}^A$  と  $\hat{Z}_A$  はそれぞれ  $Z^A$  と  $\bar{Z}_A$  に対応する演算子であり、 $\alpha$  は未定定数である。演算子の順序に注意することで、 $\hat{\mathcal{R}}_n$  と  $\hat{\mathcal{S}}_n$  が満たす次の交換関係が得られる： $[\hat{\mathcal{R}}_m, \hat{\mathcal{R}}_n] = (m - n)\hat{\mathcal{R}}_{m+n}$ ,  $[\hat{\mathcal{S}}_m, \hat{\mathcal{S}}_n] = 0$ ,  $[\hat{\mathcal{S}}_m, \hat{\mathcal{R}}_n] = m\hat{\mathcal{S}}_{m+n} + 2m\alpha\delta_{m+n,0}$ 。最後の交換関係に現れる項  $2m\alpha\delta_{m+n,0}$  は、対応するディラック括弧には含まれていない量子論に特有の項であり、パラメータ  $\sigma$  の付け替え対称性の破れを表している。また、この項が存在するために、BRST 電荷  $Q$  は冪零性を満たさない： $Q^2 \neq 0$ 。一方で、量子化により無張力弦の 4 次元共形対称性 ( $SU(2, 2)$  対称性) は破れないことを証明することができる。以上のことから、4 次元共形対称性を保持しながら、4 次元無張力弦の無矛盾な量子化はできないと結論される。これは、時空共形対称性を考慮せずにガンボア達が導いた結論“ワイル順序での量子化では臨界次元が存在しない”とは矛盾しない。

式 (3) において、ツイスター変数  $Z^A$  と  $\bar{Z}_A$  をそれぞれスーパーツイスター変数  $Z^I := (Z^A, \xi^i)$  と  $\bar{Z}_I := (\bar{Z}_A, \bar{\xi}_i)$  に置き換えることで、無張力超弦のツイスター形式が得られる。ただし、 $\xi^i$  と  $\bar{\xi}_i$  ( $i = 1, \dots, \mathcal{N}$ ) は互いに複素共役なグラスマン数である。このとき、 $\xi^i$  と  $\bar{\xi}_i$  の寄与を考慮した上で、 $\hat{\mathcal{R}}_n$  と  $\hat{\mathcal{S}}_n$  に関する交換関係のうち、最後の交換関係だけが  $[\hat{\mathcal{S}}_m, \hat{\mathcal{R}}_n] = m\hat{\mathcal{S}}_{m+n} + \frac{1}{2}(4 - \mathcal{N})m\alpha\delta_{m+n,0}$  と変更される。特に  $\mathcal{N} = 4$  のときは  $\alpha$  に比例する項が無くなるため、パラメータ  $\sigma$  の付け替え対称性が量子化の後も保持される。このため、BRST 電荷は冪零性  $Q^2 = 0$  を満たす。また、量子化により無張力超弦の 4 次元共形超対称性 ( $SU(2, 2|\mathcal{N})$  対称性) は破れないことも確認できる。このように、 $\mathcal{N} = 4$  のときは 4 次元無張力超弦の無矛盾な量子化が可能である。 $\mathcal{N} = 4$  超対称性は、超対称ゲージ理論やツイスター弦理論においても重要であるが、本研究において、 $\mathcal{N} = 4$  超対称性が量子化の無矛盾条件として得られたことは注目に値する。

## 5. まとめと今後の課題

本研究では、無質量粒子と無張力弦のツイスター形式を扱ってきた。無質量粒子のツイスター量子化に関しては、適切なヒルベルト空間を構成し、ツイスター理論で採用されてきた演算子の表現が成り立つことを示した。今後は、このヒルベルト空間における完全系を利用して、ツイスター理論における経路積分量子化 (ツイスター経路積分) を構築することが課題の一つとして上げられる。一方、無張力(超)弦のツイスター形式においては、量子化による対称性の破れの有無と無矛盾条件が明らかになった。しかし、現段階では弦の波動汎関数 (ツイスター汎関数) は求められておらず、これを導くことが当面の課題となる。加えて、このような汎関数のペンローズ変換やそれが属するヒルベルト空間を明らかにする必要がある。また、張力をもつ弦をツイスター理論の視点から研究することも興味深い課題である。

## 参考文献

- [1] R. Penrose, Rep. Math. Phys. **12** (1977), 65; Chaos, Solitons and Fractals **10** (1999), 581.
- [2] E. Witten, Commun. Math. Phys. **252** (2004), 189, arXiv:hep-th/0312171.
- [3] T. Shirafuji, Prog. Theor. Phys. **70** (1983), 18.
- [4] S. Deguchi, T. Egami and J. Note, Prog. Theor. Phys. **124** (2010), 969, arXiv:1006.2438.
- [5] S. Deguchi and J. Note (in preparation).
- [6] A. Schild, Phys. Rev. D **16** (1977), 1722.
- [7] J. Gamboa, C. Ramírez and M. Ruiz-Altaba, Nucl. Phys. B **338** (1990), 143.

## Chiral magnetic effect from Q-balls\*

日本大学理工学部物理学科 三輪光嗣†

相対論的重イオン衝突実験において重イオン衝突の際に生成される磁場の方向に電流が流れうることが指摘されており、こうした現象はカイラルマグネティック効果 (CME) と呼ばれる [2][3]. 論文 [1] では、線形シグマ模型のソリトンのな解である Q ボール [4] によって CME が引き起こされる可能性が提案された. 本講演ではこうした研究の紹介を行った.

線形シグマ模型は量子色力学の相構造を議論する際に広く用いられるものであり、典型的には次のように与えられる.

$$\mathcal{L} = \text{Tr}[\partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - M(\Phi + \Phi^\dagger)] - V(\Phi^\dagger \Phi) + A(\det \Phi + \det \Phi^\dagger) \quad (1)$$

ここで、スカラー場  $\Phi$  は左右のクォークからなる、 $\Phi_{ij} = \bar{q}_R^j q_L^i$ . 例えばクォークのフレーバー数が 3 の場合、フレーバー対称性のうちの軸性部分  $SU(3)_{L-R} \times U(1)_A$  はスカラー場  $\Phi$  を  $\Phi \rightarrow e^{i\alpha} U \Phi U$  のように変換する. クォーク質量  $M$  に依る項と  $U(1)_A$  アノマリーに起因する  $A$  の項が無ければ線形シグマ模型はこの変換の下で不変である.

線形シグマ模型に基づいて磁場の方向に流れる電流を議論するために、スカラー場と電磁場の結合を考える. 以下では煩雑さを避けるため、フレーバーが 1 種類の場合に絞って議論をする. 文献 [1] で議論された電磁場が結合した 1 フレーバーの線形シグマ模型は次のようなものである.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + |\partial_\mu \Phi|^2 - V(|\Phi|^2) + h(\Phi + \Phi^*) + \frac{3ie^2 q^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} (\log \Phi - \log \Phi^*) \quad (2)$$

$q$  はクォークのもつ電荷であり、 $h$  は式 (1) の  $M$  と  $A$  の双方を含んでいる. スカラー場  $\Phi$  は中性スカラー場であるため共変微分を通じた電磁場とスカラー場の結合は存在しない. しかしながら電磁場とクォークの結合を通じた  $U(1)_A$  アノマリーを再現するためにスカラー場と  $F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$  が結合した最終項が加えられており、この項のために電磁場の運動方程式は次のようにカレントを含む式となる.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mathcal{J}^\nu, \quad \mathcal{J}_\mu = \frac{3e^2 q^2}{8\pi^2} \epsilon_\mu^{\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \partial_\nu \eta' \quad (3)$$

ここでスカラー場  $\eta'$  を  $\Phi = \sigma e^{in'}$  のように導入した.  $\mathcal{J}_\mu$  の定義式より、磁場  $B_i = (1/2)\epsilon_i^{0jk} F_{jk}$  および  $\eta'$  の時間微分  $\partial_t \eta'$  がゼロで無い場合には  $\mathcal{J}_\mu$  は磁場の方向を向いた電流に対応することが分かる.

$$\vec{\mathcal{J}} = \frac{3e^2 q^2}{4\pi^2} \partial_t \eta' \vec{B} \quad (4)$$

今回我々は線形シグマ模型において Q ボールと呼ばれるソリトンのな解を考えることで  $\eta'$  の時間依存を導入し、これによって引き起こされる電流を調べた. Q ボールは複素スカラー場の位相回転の対称性の保存チャージ (Q チャージ) を持つ空間的に局在したソリトンのな解である. 模型 (2) では Q チャージは  $U(1)_A$  のチャージに対応する. この模型のスカラー場部分はこの対称性を破る項  $h(\Phi + \Phi^*)$  を持つため Q チャージは保存しないが、以下ではまず  $h = 0$  の状況で安定した Q ボール解を構成し、その後  $h$  の影響を議論することにする.

\*本講演は衛藤稔氏 (山形大)、橋本幸士氏 (理研)、飯田英明氏 (京大) との共同研究 [1] に基づく.

†akitsugu@phys.cst.nihon-u.ac.jp

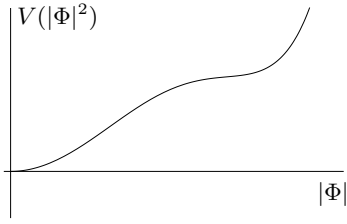


図 1: Q ボールが存在する典型的ポテンシャル.

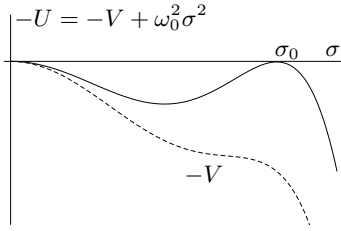


図 2:  $-V$  および  $-U = -V + \omega_0^2 \sigma^2$ .

図 1 は Q ボール解が存在する典型的なポテンシャル  $V$  の形を表している。クォークグルオンプラズマ相を考えているため、 $|\Phi| = 0$  がポテンシャルの最小値となる。スカラー場に対して  $\Phi = \sigma(r)e^{i\omega t}$  のように球対称な形を仮定して運動方程式に代入すると  $\sigma(r)$  に対する運動方程式が次のように得られる。

$$\sigma'' + \frac{2}{r}\sigma' - \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial \sigma} = 0, \quad U(\sigma) \equiv V(\sigma^2) - \omega^2 \sigma^2 \quad (5)$$

この式は、 $\sigma$  を“座標”， $r$  を“時間”として、ポテンシャル  $-U$  の中で運動する物体の運動方程式と解釈出来る。左辺第二項は速度に応じた摩擦力に対応する。ポテンシャル  $-U$  は位相回転の効果  $\omega^2 \sigma^2$  のために、原点から離れた場所に新たな極値を持つ。特に  $\omega$  が  $V$  によって決まる適当な値  $\omega_0$  を取る場合には図 2 のように  $\sigma = 0$  と  $\sigma = \sigma_0 (> 0)$  での二つの極値が等しくなる。この場合には Q ボールはこれらの極値をつなぐ解として与えられ、大きな Q チャージを持つ。およそ  $r = R$  付近で二つの極値の間の遷移が起こるとすると、解は近似的には次のようになる。

$$\Phi|_{r < R} = \sigma_0 e^{i\omega_0 t}, \quad \Phi|_{r > R} = 0 \quad (6)$$

Q ボールはより一般の状況で存在するが、ここでは Q ボール解の詳細な議論は割愛し、大きな Q チャージを持った解の場合に成り立つ関係式を幾つか挙げておく。まずポテンシャル  $U = V - \omega^2 \sigma^2$  が  $\sigma = \sigma_0$  に極値を持ち、さらにその極値が原点での極値と一致することから  $\omega_0^2 = V'(\sigma_0^2)$ ,  $\omega_0^2 \sigma_0^2 = V(\sigma_0^2)$  の関係が成り立つ。またこの場合の Q ボールのエネルギー  $E_0$  はその Q チャージ  $Q$  と  $E_0 = Q\omega_0$  のように関係する。式 (4) から分かるように、Q ボールにより引き起こされる電流は次のように与えられる。

$$\vec{J} = \frac{3e^2 q^2}{4\pi^2} \omega_0 \vec{B} \quad (7)$$

最後に、ここまで無視してきた式 (2) の  $h(\Phi + \Phi^*)$  の項の影響を議論する。この項は  $U(1)_A$  対称性を破るため、その影響が大きい場合には Q ボールは不安定となるであろう。しかしながら影響が小さい場合には安定な Q ボール解が可能であると期待出来る。実際に論文 [1] ではパラメータ  $\epsilon = h/(\sigma_0 \omega_0^2)$  が小さい場合に  $h$  を含む運動方程式を摂動論的に解くことで、Q ボール解への影響が  $\epsilon$  の一次、二次では振動する補正項として与えられることが示された。また解に対するこうした補正項が電流  $\vec{J}$  に対する  $\epsilon$  の一次の補正としては次のような交流成分を与えることも理解された。

$$\vec{J} = \frac{3e^2 q^2}{4\pi^2} \vec{B} \omega_0 \left( 1 - \epsilon \frac{3\alpha_1 - 2}{3\alpha_1 + 2} \cos \omega_0 t + \dots \right) \quad (8)$$

## 参考文献

- [1] M. Eto, K. Hashimoto, H. Iida and A. Miwa, Phys. Rev. D **83** (2011) 125033.
- [2] D. E. Kharzeev, L. D. McLerran and H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803** (2008) 227.
- [3] K. Fukushima, D. E. Kharzeev and H. J. Warringa, Phys. Rev. D **78** (2008) 074033.
- [4] S. R. Coleman, Nucl. Phys. B **262** (1985) 263 [Erratum-ibid. B **269** (1986) 744].



# 基本フェルミオン場の統一理論に向けて

曾我見郁夫 (京都産業大学 益川塾)

## 概要

多様なゲージ属性と“繰り返し家族構造”をもつ基本フェルミオン場は、実験と観測で検証される低エネルギーのフレーバー現象の主要な担い手である。それらを成分場として統一的に含む多重スピノール場、“三連場”を導入する。三連場として、電弱アイソスピンの一種類の左手2重項と二種類の右手1重項が存在するとし、それらにワインバーグ・サラム理論を適用する。

## 1 はじめに

“繰り返し構造”をもって存在する基本フェルミオン族(クォーク、レプトン)の諸属性を記述する理論を構築するためには、十分に大きい自由度をもつ枠組みを準備しなければならない。そのために、16次元のディラック代数  $A_\gamma$  のすべての元の三重直積から構成される  $(16)^3$  次元の大きい代数を導入する。この代数を“三連代数”  $A_T$ 、その上で定義される多重スピノール場を“三連場”と呼ぶ [1] ことにしよう。三連代数は、フェルミオン族の外部属性と内部属性を記述する二つの部分代数、“外部代数”  $A_{ex}$  と“内部代数”  $A_{in}$ 、に分解される。三重直積を形成するディラック代数  $A_\gamma$  の「三つの元の順序を変える」置換群  $S_3$  に注目する。外部代数はディラック代数と同型であり、すべての要素は置換  $S_3$  の下で不変である。内部代数  $A_{in}$  は二種類の可換な16次元の部分代数に分割され、それらは繰り返しの家族構造と拡張されたカラー自由度を記述するものと解釈される。

家族構造の代数とカラー自由度の代数は共に、置換群  $S_3$  の作用の下で“三つ組(トリオ)と一つ組(ソロ)”の既約部分に分割される。その結果、それらの代数の既約分解に対応して、三連場も“トリオ+ソロ”の既約な成分場を二重に含むことになる。それらの二重構造は、拡張されたカラー自由度としては“三色のクォークと無色のレプトン”、また繰り返し家族自由度としては“通常の三つの家族と付加的な第4番目の家族”に対応していると解釈することができる。このような三連代数の特徴を活かして『“拡張されたカラー自由度と繰り返し構造をもつ基本フェルミオンの族”は三連場で表現される』という仮説を立て、基本フェルミオン場の統一理論を構築するのである。

ディラック代数  $A_\gamma$  の元は専ら文字の役割を演じ、物理的意味を担うのは以下で具体的に構成する外部代数  $A_{ex}$  と内部代数  $A_{in}$  の二つの部分代数の元であるとする。

三連場の概念を用いることにより種々の理論構築が可能であるが、ここでは標準模型を再現する最も簡単な理論を紹介する。ワインバーグ・サラム理論を基本フェルミオン族全体に適用するためには、電弱アイソスピンに対する左手2重項の三連場と2種類の右手1重項の三連場を導入することが必要である。標準模型と同じ構成のゲージ場とヒッグス場の存在を要請し、それらの三連場を用いて、理論のラグランジュ密度は容易に書き下すことができる。とくに、湯川相互作用項は比較的シンプルな構造をもち、「三連場の行列要素として湯川結合定数を計算する」という新しい観点が生まれる。通常のヒッグス機構の結果、ディラック型の質量行列が導出される。例として、クォークセクターの湯川相互作用の形を定め、新しい形の質量行列が求められることを示す。

## 2 三連代数とその部分代数

ディラック行列  $\gamma_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) は反交換関係  $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\eta_{\mu\nu}1$  を満たす。ここで  $(\eta_{\mu\nu}) = \text{diagonal}(1, -1, -1, -1)$  であり、 $\gamma_\mu$  のエルミート共役は  $\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0\gamma_\mu\gamma_0$  であるとする。こ

これらの行列がつくる 16 次元の代数

$$A_\gamma = \{1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_5 \gamma_\mu, \gamma_5\} = \langle \gamma_\mu \rangle \quad (1)$$

がディラック代数である。ここで  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$ 、 $\gamma_5 = i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 = \gamma^5$  と置いた。“三連代数”は、ディラック代数の任意の元  $a, b, c$  から形成される三重直積の全体

$$A_T = \{a \otimes b \otimes c : a, b, c \in A_\gamma\} = \langle \gamma_\mu \otimes 1 \otimes 1, 1 \otimes \gamma_\mu \otimes 1, 1 \otimes 1 \otimes \gamma_\mu \rangle. \quad (2)$$

で構成される  $(16)^3$  次元の大きい代数である。三つの元  $a, b, c$  の順序を変える作用として定義される置換群  $S_3$  が以下の定式化で重要な役割を演じる。

三連代数の 4 個の元  $\Gamma_\mu = \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) は反交換関係  $\{\Gamma_\mu, \Gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu} I$  を満たす。ここで、 $I = 1 \otimes 1 \otimes 1$  である。これらの元が生成する部分代数

$$A_\Gamma = \{1, \Gamma_\mu, \Sigma_{\mu\nu}, \Gamma_5 \Gamma_\mu, \Gamma_5\} = \langle \Gamma_\mu \rangle \quad (3)$$

に着目しよう。ただしここで  $\Sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\Gamma_\mu \Gamma_\nu - \Gamma_\nu \Gamma_\mu)$ 、 $\Gamma_5 = i\Gamma_0 \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3 = \Gamma^5$  と置いた。明らかに、この代数  $A_\Gamma$  はディラック代数  $A_\gamma$  と同型である。そこで、“ $\Gamma^\mu$  の組”は観測者が存在するミンコフスキー時空の“ある慣性基準系での事象の座標の組  $x^\mu$ ”に対応するものとし、部分代数  $A_\Gamma$  を三連場の外部特性を記述する外部代数  $A_{\text{ex}} (\equiv A_\Gamma)$  と同定する。

容易に確かめられるように、部分代数  $A_\Gamma$  の中心化代数は

$$C_\Gamma = \{a \in A_T : [a, \Gamma_\mu] = 0\} = \langle \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \otimes 1, \gamma_\mu \otimes 1 \otimes \gamma_\mu \rangle \quad (4)$$

と決定される。 $C_\Gamma$  は  $(16)^2$  次元の部分代数であり、三連代数は

$$A_T = A_\Gamma C_\Gamma, \quad A_\Gamma \cap C_\Gamma = \emptyset \quad (5)$$

と分解することができた。この分解は、中心化代数  $C_\Gamma$  が三連場の内部自由度の記述に適している (Coleman-Mandula theorem)。そこで、中心化代数  $C_\Gamma$  を内部代数  $A_{\text{in}} (\equiv C_\Gamma)$  と同定する。

### 3 内部代数と (トリオ + ソロ) 構成

外部代数  $A_{\text{ex}}$  のすべての元は、置換群  $S_3$  の下で不変である。このことに注目し、置換群  $S_3$  を用いて内部代数  $A_{\text{in}}$  の微細構造を決定しよう。ディラック代数から選び出した以下の二組の要素

$$\sigma_1 = \gamma_0, \quad \sigma_2 = i\gamma_0 \gamma_5, \quad \sigma_3 = \gamma_5 \quad (6)$$

$$\rho_1 = i\gamma_2 \gamma_3, \quad \rho_2 = i\gamma_3 \gamma_1, \quad \rho_3 = i\gamma_1 \gamma_2. \quad (7)$$

に注目する。容易に確かめられるように、 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  と  $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$  は互いに可換であり、それぞれパウリ代数  $\text{su}(2)$  を構成している。

そこで、まず  $\sigma_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) から構成される三重直積で内部代数  $A_{\text{in}}$  に含まれる元の集合を調べる。 $\sigma_3$  のみから成る四個の元

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{1}{4}(I + 1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \\ \Pi_2 &= \frac{1}{4}(I - 1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 + \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \\ \Pi_3 &= \frac{1}{4}(I - 1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 + \sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \\ \Pi_4 &= \frac{1}{4}(I + 1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 + \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 + \sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \equiv \Pi_{(s)} \end{aligned} \quad (8)$$

は関係式  $\Pi_i \Pi_j = \delta_{ij} \Pi_i$ 、 $\sum_i \Pi_i = I$  を満たす射影演算子である。置換群  $S_3$  の作用の下で、三つの元  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  は互いに移り合うのに対して、元  $\Pi_4 \equiv \Pi_{(s)}$  は不変である。三つの元の和

$$\Pi_{(t)} = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = \frac{1}{4} (3I - 1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \quad (9)$$

を導入すると、これも置換群  $S_3$  の下で不変になる。この理論では、これらの式 (8) と (9) の元は“相互作用モードの家族構造”を選び出す働きをすると解釈する。二つの元  $\Pi_{(t)}$  と  $\Pi_{(s)}$  も射影演算子であり、家族構造を三つ組（トリオ）と一組（ソロ）に分割する役割を演じる。

基本フェルミオン族は、相互作用のモードのみならず質量固有値のモードでも存在する。それら二つの異なるモードの間の移り変わりを記述する代数は、(6) 式の要素の三重直積で

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = \frac{1}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 \otimes 1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 \otimes 1), \quad \pi_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 - \sigma_2 \otimes \sigma_1 \otimes \sigma_3), \\ \pi_3 = \frac{1}{2} (1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 - \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3), \\ \pi_4 = \frac{1}{2} (\sigma_1 \otimes 1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes 1 \otimes \sigma_2), \quad \pi_5 = \frac{1}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_2 - \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_1), \\ \pi_6 = \frac{1}{2} (1 \otimes \sigma_1 \otimes \sigma_1 + 1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_2), \quad \pi_7 = \frac{1}{2} (\sigma_3 \otimes \sigma_1 \otimes \sigma_2 - \sigma_3 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_1), \\ \pi_8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} (1 \otimes \sigma_3 \otimes \sigma_3 + \sigma_3 \otimes 1 \otimes \sigma_3 - 2\sigma_3 \otimes \sigma_3 \otimes 1) \end{array} \right. \quad (10)$$

と構成することができる。これらはリー代数  $\mathfrak{su}(3)$  の元であり交換関係と反交換関係

$$[\pi_j, \pi_k] = 2f_{jkl}\pi_k, \quad \{\pi_j, \pi_k\} = \frac{4}{3}\delta_{jk}\Pi_{(t)} + 2d_{jkl}\pi_k \quad (11)$$

を満たす。そこで、通常の三つ家族の基本フェルミオンを記述する代数は

$$A_{(t)} = \{ \Pi_{(t)}; \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_8 \} \subset A_{in} \quad (12)$$

であると要請する。これに対して、付加的な第4の家族を記述する代数は

$$A_{(s)} = \{ \Pi_{(s)} \} \subset A_{in} \quad (13)$$

となる。これら二つの部分代数から、繰り返し構造の全体を記述する“家族代数”  $A_f$  が

$$A_f = A_{(t)} \cup A_{(s)} \subset A_{in}, \quad A_{(t)} \cap A_{(s)} = \emptyset \quad (14)$$

のように構成される。家族代数  $A_f$  は置換群  $S_3$  の作用下で既約であることに注意しよう。

つぎに、(6) 式と (7) 式の要素のもつ同型性に導かれて、以下のような置き換え

$$\sigma_i \rightarrow \rho_i : \Pi_j \Rightarrow \Lambda_j \quad (\Pi_{(a)} \Rightarrow \Lambda^{(a)}), \quad \pi_k \Rightarrow \lambda_k \quad (15)$$

を行う。すなわち、家族構造の演算子の組  $\Pi_j, \Pi_{(a)}, \pi_k$  等が構成される (8) 式から (10) 式で要素  $\sigma_i$  をすべて要素  $\rho_i$  に置き換えることにより、新たな演算子の組  $\Lambda_j, \Lambda_{(a)}, \lambda_k$  等を構成するのである。その結果、(8) 式から (13) 式までのすべてと同型の関係式を忠実に満たす演算子が得られ、トリオとしての通常のクォーク族の代数  $A^{(q)}$  とソロのレプトン代数  $A^{(\ell)}$  が

$$A^{(q)} = \{ \Lambda^{(q)}; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8 \}, \quad A^{(\ell)} = \{ \Lambda^{(\ell)} \} \quad (16)$$

と構成される。これらから、カラー構造を記述する“家族代数”  $A_c$  が

$$A_c = A^{(q)} \cup A^{(\ell)} \subset A_{in}, \quad A^{(q)} \cap A^{(\ell)} = \emptyset \quad (17)$$

のように、置換群  $S_3$  の作用下で既約な構造として求められるのである。

## 4 標準模型の再構成

このように構成された外部代数  $A_{\text{ex}}$ 、内部家族代数  $A_f$ 、内部カラー代数  $A_c$  の上に、通常のディラック場の三重積のように振舞う拡張されたスピノール場  $\Psi(x)$  を導入する。これが三連場である。三連場  $\Psi(x)$  は  $4^3$  次元のベクトル空間を張り、その共役場は  $\bar{\Psi}(x) = \Psi^\dagger(x)\Gamma_0$  と定義される。

三連場は、家族とカラーの成分場をもつが、電弱対称性の自由度は含まない。そこで電弱アイソスピンの左手二重項を形成する三連場と二種類の右手一重項の三連場を

$$\Psi_L(x) = \begin{pmatrix} \Psi_u(x) \\ \Psi_d(x) \end{pmatrix}_L ; \Psi_U(x), \Psi_D(x) \quad (18)$$

のように導入する。左手二重項の三連場  $\Psi_L(x)$  のクォーク部分は成分場を用いて、模式的に

$$\Psi^{(q)}(x) = \Lambda^{(q)}\Psi_L(x) = \begin{pmatrix} \Lambda^{(q)}\Lambda_a\Pi_i\Psi_u \\ \Lambda^{(q)}\Lambda_a\Pi_i\Psi_d \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u_a & c_a & t_a & \cdot \\ d_a & s_a & b_a & \cdot \end{pmatrix}_L \quad (19)$$

と表現される。同様に、右手一重項の三連場  $\Psi_U(x)$  および  $\Psi_D(x)$  のクォーク部分は

$$\Psi^{(u)}(x) = \Lambda^{(q)}\Psi_U(x) = \left( \Lambda^{(q)}\Lambda_a\Pi_i\Psi_U \right) = \begin{pmatrix} u_a & c_a & t_a & \cdot \end{pmatrix}_R, \quad (20)$$

$$\Psi^{(d)}(x) = \Lambda^{(q)}\Psi_D(x) = \left( \Lambda^{(q)}\Lambda_a\Pi_i\Psi_D \right) = \begin{pmatrix} d_a & s_a & b_a & \cdot \end{pmatrix}_R \quad (21)$$

と表される。これらの三連場に対して、ワインバーグ・サラム理論を適用するのである。三連場を用いて、クォーク部分の湯川相互作用に対するラグランジュ密度は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= g_u \bar{\Psi}^{(q)}(x) \mathcal{Y}_u \tilde{\phi}(x) \Psi^{(u)}(x) + g_d \bar{\Psi}^{(q)}(x) \mathcal{Y}_d \phi(x) \Psi^{(d)}(x) \\ &+ g_\nu \bar{\Psi}^{(\ell)}(x) \mathcal{Y}_\nu \tilde{\phi}(x) \Psi^{(\nu)}(x) + g_e \bar{\Psi}^{(\ell)}(x) \mathcal{Y}_e \phi(x) \Psi^{(e)}(x) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (22)$$

のように構成することができる。ここで、 $\mathcal{Y}_a$  ( $a = u, d$ ) は通常の三家族のクォーク成分場を混合させる  $A_f$  の元であり、 $\phi(x)$  と  $\tilde{\phi}(x)$  は標準模型のヒッグス場と共役場である。

電弱対称性がヒッグス機構によって破られると、(22) は次のようなディラック型の質量

$$\mathcal{M} \propto P^\dagger \begin{pmatrix} c & ia + b + e & -ia + b \\ -ia + b + e & c & ia + b - e \\ ia + b & -ia + b - e & c \end{pmatrix} P \quad (23)$$

を与える。 $P$  対角な位相行列である。この行列は核演算子  $\mathcal{Y}_a$  の行列要素の計算から導き出されるが、その導出とパラメータの意味づけは紙数の制限のため省略する。(23) 式の質量行列は、まったく新しい形をしており観測値をよく再現する。

## 5 議論

この理論形式で最も興味深いのは『湯川相互作用は三連場の成分モードの間の遷移である』との解釈が可能になることである。三連場の理論は、様々なヴァリエーションが可能であり更なる発展が期待される。ここで紹介した構成では、トリオ成分とソロ成分の混合は起こらず、第4家族には別のヒッグス場が作用すると見なすことが可能である。さらに、第4家族を暗黒物質の候補とする考えは極めて興味深い。そのような理論を発展させるには、ボーズ場の拡張に種々の選択肢があり、それらを丁寧に注意深く研究していくことが必要である。

[1] I. S. Sogami, Journal of Physics: Conf. Ser. **284** (2011) 012054.

# ハドロンの分類法と複合粒子場の量子化

石田 晋 日本大学理工学研究所 上席研究員  
 $\sigma$ ・グループ理論\*・共同研究

## 【はじめに】

格子 QCD ではハドロン物理は終わらない！明確なハドロン画像を！「クォークの閉じ込め」, 「真空凝縮」とは何か？こうした問いに答えるべく, 私達は近年低質量ハドロンの準位構造が再現可能と思はれる「共变的分類法」を提案し, その後もその成り立つ理論的根拠を追求してきた。その結果の要約がこの報告である。

## 【1. 共变的分類法 [1] $\tilde{U}_{DS,m}$ -スピン・スキームの骨子】

### 【1.1 共变的ハドロン分類法の枠組みと特徴】

(Wave Equation and Wave Function)

**[Const. Quark Case]**  $\left(\frac{\partial^2}{\partial X_\mu^2} - M^2\right)\Psi_\alpha(X) = 0$   $\left[\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} + M_\pm\right)\Psi_\pm(X)\right]_\alpha = 0$  ( $M_\pm \equiv \pm M$ )

$$\Psi_\alpha(X) = \sum_{P_\mu (P_0=E)} \left( \sum_{r,s=\pm} \frac{U_{r,s;\alpha}(v(P)) e^{iP \cdot X - iP_0 T}}{W_{r,s;\alpha}^{(q)}}$$

$$+ \sum_{r,s=\pm} \frac{V_{r,s;\alpha}(v(P)) e^{-iP \cdot X + iP_0 T}}{W_{r,s;\alpha}^{(q)}} \right)$$

$P_\mu = Mu_\mu$   $\rightarrow$   $(iu_\mu \gamma_\mu \pm 1)U_{r,\pm}(v(P)) = 0$   $(iu_\mu \gamma_\mu \mp 1)V_{r,\pm}(v(P)) = 0$  "Urciton-Spinor"-Eq.

$\rightarrow$   $(iP_\mu \gamma_\mu \pm M)U_{r,\pm}(P, M) = 0$  ( $v \equiv \frac{dX}{dT}, u_\mu \equiv \frac{dX_\mu}{d\tau}$ ) "Const. Quark-Spinor"-Eq.

**[ $(q\bar{q})$ -Meson Case]**  $\left(\frac{\partial^2}{\partial X_\mu^2} - M^2\right)\Phi_\alpha^{(M)\beta}(X) = 0$   $\Phi_\alpha^{(M)\beta}(X) = \sum_{P_\mu, \sigma} \left( \frac{U_{r,\alpha}(v) V_{r,\beta}^{(M)}(v) e^{iP \cdot X} + V_{r,\alpha}(v) U_{r,\beta}^{(M)}(v) e^{-iP \cdot X}}{W_\alpha^{(M)\beta}} \right)$

(特徴) (Confined-Const. Qの振舞ひ) (質量反転[2]とカイラリティ[3])

On Mass-Shellの分類	イ. "Free" Dirac Eq.	$(\hat{R}_m)$	$(\hat{R}_{PT})$
Chirality-Pair Urcitonの存在	口. "Parton-like" Motion	$M_\pm \rightarrow M_\mp$	$X_\mu \rightarrow -X_\mu$
Chirality/Mass Reversal-対称性	$v^{(1,2)} = v^{(M)} (= P/P_0)$	$\Psi_\pm(X) \rightarrow \Psi_\mp(X)$	$\Psi(X_\mu) \rightarrow \Psi(-X_\mu)$

$\rightarrow SU(2)_m$ -space  $\{\Psi_+, \Psi_-\}$   $\left(\Psi_\pm(JP = \frac{1}{2}^\pm)\right)$  Dirac Eq.ではモトモト  $\hat{R}_m \Phi(X) \approx \hat{R}_{PT} \Psi(X)$  ( $\Psi_- \Rightarrow \Psi_-^c$ )  
 Chiralon: キラロン しかし  $\hat{R}_m$ -対称性はナイ

図 1: 共变的分類法の骨子

図 1 に見るようにこのスキームの最大の特徴は, 「閉じ込め」の「表象」として  $J^P = \frac{1}{2}^-$  のキラロン・クォークが導入されてをり, これが新しい型の Exotics を生じることである。また, 閉じ込められた構成子・クォークは, 通常の複合模型の見地からは奇妙な「擬・部分子」的振る舞い<sup>1</sup> を行う。

### 【1.2 基底・S 波状態の準位構造】

図 2 に示すように "Light-Scalars"  $\sigma$ - and  $\pi$ -Nonets 又 "Light-Baryons": Roper res.  $N(1/2^+, 1440)$  and  $\Lambda(1/2^-, 1405)$  も基底 S 波状態の座席を持つ。又, これ等多重項・

**$(q\bar{q})$ -中間子**  
 $U_{r\pm, \alpha} \bar{V}_{r\pm}^\beta$   $\{P_s^{(N,E)}, V_\mu^{(N,E)}, S^{(N,E)}, A_\mu^{(N,E)}\}$   
 $J^{PC}; 0^{-(+/-)}, 1^{-(+/-)}, 0^{+(+/-)}, 1^{+(+/-)}$

$P_s^{(N)}: \{\pi, K, \eta, \eta'\}, S^{(N)}: \text{Light Scalars } \{\sigma, \kappa, a_0, f_0\},$   
 $V^{(E)}: \text{Light Extra-Vectors } \{\omega' (1250), \rho (1250) \text{ etc.}\}, \text{他}$

**$(qqq)$ -バリオンの**  
 $E \equiv \{U_{r+}, U_{r+}, U_{r+}\} (SU(6)-56P_+), F \equiv \{U_-, U_-, U_+\} (SU(6)-56'P_+)$   
 $G \equiv \{U_+, U_+, U_-\} (SU(6)-70P_-)$  ← カイラリティ・バートナー

(Urciton-Spinorの構造)  $\tilde{U}^{(q)}(4) \otimes \tilde{U}^{(q)}(4),$   
 Dirac Sp. "Static Unitary Symm.", embedded at ( $v=0$ )

$\tilde{U}^{(q/\bar{q})}(4)_{DS} = \{\tilde{U}(1)_{DS} \otimes SU(2)_\sigma\}^{(q/\bar{q})} \xrightarrow{(v=0)} U(2)_{DS}^{(q/\bar{q})} = \{U(1)_{DS} \otimes SU(2)_\sigma\}^{(q/\bar{q})},$   
**Urciton Sp.**  $\downarrow$   
 $\tilde{U}^{(q/\bar{q})}(4)_{DS,m} = \{U\}^{(q/\bar{q})} \otimes SU(2)_m^{(q/\bar{q})} \quad U^{(q/\bar{q})}(4)_{DS,m} = \{U\}^{(q/\bar{q})} \otimes SU(2)_m^{(q/\bar{q})}$

図 2: 基底状態の多重項・メンバー

メンバーの構成子・クォークの Urciton Spinor は (Dirac Spinor と比べて) 静止系 ( $v=0$ ) ではユニタリ・対称性  $SU(2)_m^{(q/\bar{q})}$  を余分に備えてゐる。

## 【2. 閉じ込められたクォーク・多体系の量子力学】

図 3 に我々が目指す「複合粒子場の理論」の構築方針を示す。

### 【2.1 孤立クォークの量子力学】

まづ Simple Case として  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$ -spin スキームでの構成子・クォーク場<sup>2</sup>  $\Psi_\alpha$  (図 1) について上図 3 のプランを適用する。図 4 で見るように Covariant Classification スキームの On Mass-Shell 条件は閉じ込められた粒子の固有時間のスケールが観測不能である事に由来している。又, ハドロン・静止系では Mass が保存されるが, これはウルサイトン・多体系 ([2.2]) で「ハドロンがユニタリ・多重項のメンバーとしてローレンツ不変に定義される」ことの特例となつてゐる。

固有時・シュレディンガー方程式とその解

$$i \frac{d}{d\tau} \Phi_\alpha(v; \mathbf{X}, \tau) = \hat{\mathcal{H}} \Phi_\alpha(v; \mathbf{X}, \tau),$$

\*石田, 前田, 山田, 織田, 石田 (宗)

<sup>1</sup>これ等の特色は次節【2】で相応の理論的説明がなされる。

<sup>2</sup>正確には【2.2】で取り扱はれる, クォーク多体系の構成子クォーク場の基底状態を Idealize (平衡位置からの振動を無視) したものである。

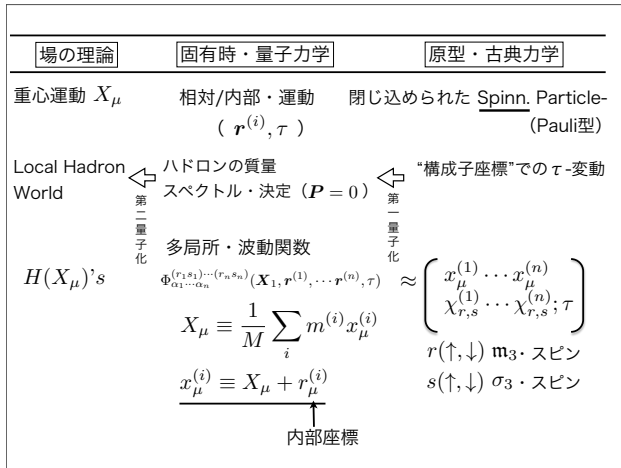


図 3: 「複合粒子場の理論」一構築の指針

(古典力学)  
 作用  $S = \int \mathcal{L}(\dot{X}_\mu) d\tau$ ,  $\mathcal{L} = -M\sqrt{-\dot{X}_\mu^2}$  ( $M > 0$ )  
 $\dot{X}_\mu \equiv dX_\mu/d\tau$  ( $\dot{X}_\mu^2 = -1$ )  $d\tau = \sqrt{-(dX_\mu)^2} = dT\sqrt{1-\mathbf{v}^2}$   
 $\tau$ ; 固有時,  $dX_0/d\tau > 0$  ( $\mathbf{v} \equiv d\mathbf{X}/dT$ )  
 変分法  $\delta S = M\dot{X}_\mu \delta X_\mu|_0^\tau - M \int_0^\tau \frac{d\dot{X}_\mu}{d\tau} \delta X_\mu d\tau$   
 Lagrange Eq.:  $\frac{d}{d\tau} M\dot{X}_\mu = 0$ , 4-mom:  $P_\mu = \frac{\delta S}{\delta \dot{X}_\mu} \Big|_{\text{Phys. Pass}} = M\dot{X}_\mu = Mv_\mu$   
 $\rightarrow$  Lagr. Eq. の解:  $dP_\mu/d\tau = 0$ ,  
 $P_\mu; \{ P_i = M \frac{dX_i}{d\tau} = \frac{Mv_i}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}}, P_0 = \sqrt{\mathbf{P}^2 + M^2} = M \frac{dX_0}{d\tau} = \frac{M}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}} \}$   
 $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{P} = 0, \frac{d}{d\tau} M = 0$  (Einstein公式)  
 (第一量子化)  
 $\mathcal{H} = P_\mu \dot{X}_\mu - \mathcal{L} = \frac{1}{2M} (\hat{P}_\mu^2 + M^2) = 0 \xrightarrow{\mathbf{v}=0} \frac{1}{2M} (M^2 - \hat{P}_0^2) = 0$   
 “Zero”- $\mathcal{H} \leftarrow$  Invariance of S for “ $\tau$ -Gauge” Transf.:  
 $d\tau \rightarrow d\tau' = K d\tau$  ( $K > 0$ ):  $\Rightarrow S(d\tau) = S'(d\tau')$

図 4: “基底・クォーク”粒子の原型力学 [4]

$$\Phi_\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{X}, \tau) = \left[ \sum_r U_{r,\alpha}(\mathbf{v}(P)) e^{i\mathbf{P}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{X} - iP_0 \tau} + \sum_{\bar{r}} V_{\bar{r},\alpha}(\mathbf{v}(P)) e^{-i\mathbf{P}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{X} + iP_0 \tau} \right],$$

$$W_{r,\alpha} \equiv \{ U_{r,\alpha}, V_{\bar{r},\alpha} \},$$

$$W_{r,\alpha}(\mathbf{v}(P)) = S_B(\mathbf{v}(P)) W_{r,\alpha}(0).$$

$S_B(\mathbf{v})$ : Booster for  $\mathbf{0} \rightarrow \mathbf{v}$

Static  $SU(2)_m$ , embedded  $W_{r,\alpha}$ :

$$U_+(\mathbf{0}) = \begin{pmatrix} \chi & \\ & 0 \end{pmatrix}, V_+(\mathbf{0}) = \begin{pmatrix} 0 & \\ & \chi \end{pmatrix},$$

$$U_-(\mathbf{0}) = \begin{pmatrix} 0 & \\ & \chi \end{pmatrix}, V_-(\mathbf{0}) = \begin{pmatrix} \chi & \\ & 0 \end{pmatrix}.$$

上で見るように固有時-WF には静止系での  $SU(2)_m$  対称性 (Static-Unitary Symm.) が備わっていることが分かる。なほこの固有時-WF は  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$  で Cov. Class. スキームでの  $\Psi_\alpha(X)|_{\mathbf{P}=0}$  に等しく, 又,  $\Phi_\alpha(\mathbf{v}, \mathbf{X}, \tau)$  の  $\mathbf{v} \{-\infty < v_i < +\infty\}$  の総体は  $\Psi_\alpha(X)$  と同等となる。こ

の事は「Cov. Class. スキームへの有力な支持」と云へよう。又, 負・質量 ( $m < 0$ ) の Spinless-粒子の場合, その単独の存在は最小作用の原理から禁止されるが, 当該の Spinning-粒子の場合は, 正・質量に伴う“影の粒子”として出現してゐる。この事実は「クォークの閉じ込め」に深く関はつてゐる。

### 【2.2 ウルサイトン・多体系の第一量子化】

(内部座標  $r_\mu^{(i)}$  と固有時)  $r_\mu^{(i)}$  は  $X_\mu$  を原点として定義され (図 3), 又我々は空間的広がりのみに関与するので内部時間  $r_0^{(i)}$  はすべてゼロととれる。

$$x_\mu^{(i)} \equiv r_\mu^{(i)} + X_\mu \quad \left( \sum m^{(i)} r_\mu^{(i)} = 0 \right),$$

$$(P_\mu r_\mu^{(i)}) = 0 \xrightarrow{(r_0=0 \text{ の Lor.F.})} r_\mu = (\mathbf{r}, 0).$$

そして  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$  スキームではウルサイトンが Parton-like Motion (図 1) を行う故に

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{v}, \quad \tau(\mathbf{v}^{(i)}) = \tau(\mathbf{v}) \xrightarrow{\mathbf{v}=0} T.$$

となり, 多くの Composite Model を悩ます“Relative-Time”問題はここでは存在しない。図 5 の Basic Formulas

(古典力学)  
 作用  $S = \int_0^\tau \mathcal{L}(\dot{X}_\mu; \mathbf{r}^{(i)'}s, \dot{\mathbf{r}}^{(i)'}s) d\tau(\mathbf{v})$ ,  
 $\mathcal{L} = -\sqrt{2U(\mathbf{r}^{(i)'}s)} \sqrt{-\left( M\dot{X}_\mu^2 + \sum_i m^{(i)} \dot{\mathbf{r}}^{(i)2} \right)}$  ( $U > 0$ )  
 正準運動量  $\left\{ \begin{array}{l} P_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}_\mu} = \frac{\sqrt{2UM}\dot{X}_\mu}{\sqrt{-\left( M\dot{X}_\mu^2 + \sum_i m^{(i)} \dot{\mathbf{r}}^{(i)2} \right)}} \equiv M\dot{X}_\mu \\ \mathbf{p}^{(i)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}^{(i)}} = \frac{\sqrt{2Um^{(i)}}\dot{\mathbf{r}}^{(i)}}{\sqrt{-\left( M\dot{X}_\mu^2 + \sum_i m^{(i)} \dot{\mathbf{r}}^{(i)2} \right)}} \equiv m^{(i)} \dot{\mathbf{r}}^{(i)} \end{array} \right.$   
 Lagrange Eq.  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{d\tau} M\dot{X}_\mu = \frac{d}{d\tau} P_\mu = 0; \frac{d}{d\tau} m^{(i)} \dot{\mathbf{r}}^{(i)} + \frac{\partial U(\mathbf{r}^{(i)'}s)}{\partial \mathbf{r}^{(i)}} = \frac{d\mathbf{p}^{(i)}}{d\tau} + \frac{\partial U(\mathbf{r}^{(i)'}s)}{\partial \mathbf{r}^{(i)}} = 0. \\ \frac{dP_\mu}{d\tau} = 0 \quad (P = 0, P_0 = M); \frac{d}{d\tau} \mathbf{p}^{(i)} + \frac{\partial U(\mathbf{r}^{(i)'}s)}{\partial \mathbf{r}^{(i)}} = 0. \end{array} \right.$   
 $\tau$ -Hamiltonian  $\mathcal{H} = P_\mu \dot{X}_\mu + \sum_i \mathbf{p}^{(i)} \cdot \mathbf{r}^{(i)} - \mathcal{L} = \frac{1}{2M} (P_\mu^2 + M^2(\mathbf{r}^{(i)'}s, \mathbf{p}^{(i)'}s)) \tau\text{-gauge Inv. } 0.$   
 H.O.  $\left\{ \begin{array}{l} M^2 = \sum_i m^{(i)2} (\mathbf{p}^{(i)}, \mathbf{r}^{(i)}) \\ m^{(i)2} \equiv \frac{M}{m^{(i)}} \mathbf{p}^{(i)2} + 2MU(\mathbf{r}^{(i)}) \quad n^{(i)} \Omega^{(i)} \\ \frac{1}{2} m^{(i)} = U(0) \quad M^{(i)2} = m^{(i)2} + a_1^\dagger a_1 \Omega^{(i)} \end{array} \right.$   
 -Potential  $U(\mathbf{r}) \equiv \delta^{(3)}(\mathbf{r})U(0) + K\mathbf{r}^2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{S-Wave} \quad \text{P-Wave以上} \\ m^{(i)} \text{ : 構成子クォーク・質量} \end{array} \right.$

図 5: ウルサイトン多体系の量子力学

ではウルサイトン多体系の内部運動 ( $\mathbf{r}^{(i)}$ 's) のモードは各構成子 ( $\mathbf{r}^{(i)}$ ) のモードの直積, 又その Spin-WF も各構成子の WF のテンソル積として表はされて居り, 構成子は内部運動の“励起子” [5] として捉えられることを示してゐる<sup>3</sup>。又, 構成子・クォークの質量は, その親・ハドロンの重心座標点での平均ポテンシャルに依つて与えられることが分かる。

図 5 ではウルサイトン多体系の内部運動 ( $r_\mu(\tau)$ ) を Part. F. ( $\mathbf{v}, \mathbf{P} = \text{一定}$ ) で取り扱った。次いで図 6 では共変的な Obs. F. で重心運動 ( $\mathbf{X}(T)$ ) の第一量子化

<sup>3</sup>この特徴はローレンツ共変な複合模型 (COQM) のものでもあるが  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$  スキームでは Spin-WF が「クォークの閉じ込め」を取り入れてカイラリティ・対称な形式に進化してゐる。

(第一量子化) In Obs. F.:  $[\hat{P}_\mu, X_\mu] = i\delta_{\mu\nu} \xrightarrow{v=0} [\hat{P}_0, X_0] = -i, \hat{P}_0 = i \frac{d}{dt} \sim \mathcal{M}$

$\tau$ -Shorod. Eq. In Particle F.:

$$i \frac{d}{d\tau} \Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}, \mathbf{r}^{(i)'}; \tau) = \hat{H}(\hat{P}_\mu; \mathbf{p}^{(i)'}; \mathbf{r}^{(i)'}; \tau) \Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}, \mathbf{r}^{(i)'}; \tau) \tau\text{-gaugeinvar. } 0$$

$\tau$ -gauge constr.

$$\left[ -\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \mathcal{M}^2(\mathbf{p}^{(i)'}; \mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) \right] \Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}, \mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) = 0$$

(総体→個別ハドロン: Wave F.の展開)  $N \equiv \{N^{(1)}, N^{(2)}, \dots\}, (N^{(i)} = 2n^{(i)} + l^{(i)})$

$$\Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}, \mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) = \sum_{N^{(i)}} \Phi_{N^{(i)}, \alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}) O_N(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) \quad \Phi_{N^{(i)}, \alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{X}) = \sum_{P_N^{(i)}, \alpha^{(i)}} (W_{N^{(i)}, \alpha^{(i)}}^{(H)\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{e}) e^{iP_N^{(i)} \cdot \mathbf{X}} + W_{N^{(i)}, \alpha^{(i)}}^{(A)\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{e}) e^{-iP_N^{(i)} \cdot \mathbf{X}})$$

内部WF:  $\mathcal{M}^2(\mathbf{p}^{(i)'}; \mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) O_N(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) = M_N^2 O_N(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}); \quad M_N^2 = \sum_i m_{N^{(i)}}^{(i)2}, m_{N^{(i)}}^{(i)} = N^{(i)} \Omega^{(i)}$

[各oscill. F.の積]  $\rightarrow O_N(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) = \Pi_i O_{N^{(i)}}(\mathbf{r}^{(i)}; \mathbf{s}), \quad m^2(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) O_N(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s}) = m_{N^{(i)}}^2 O_{N^{(i)}}(\mathbf{r}^{(i)'}; \mathbf{s})$

スピンWF:  $W_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{\beta_1 \dots \beta_m}(\mathbf{v}(P)) = \Pi_{i,j} (W_{\alpha_i}^{(q)}(\mathbf{v}(P)) \bar{W}^{\beta_j}(\mathbf{v}(P))), \quad W^{(\bar{H})} = W^{(H)}(q \leftrightarrow \bar{q})$

$$[(iu_\mu \gamma_\mu^{(i)} + \rho_{(m),3}) W_r^{(q)}(\mathbf{v})]_{\alpha_i} = 0, \quad [(iu_\mu \gamma_\mu^{(j)} - \rho_{(m),3}) \bar{W}_r^{(\bar{q})}(\mathbf{v})]_{\beta_j} = 0.$$

図 6: ウルサイトン多体系 WF の個別ハドロン展開

を行う。ここでは系の非局所的 WF は、内部運動のモードで展開され、その係数は個別の局所ハドロン WF を与えることになる。

**[2.3 複合ハドロンの量子力学]**

(Chirality-Partner( $U_\pm V_\mp$ )・対一基底状態の無限自由度・縮退)  
4元運動量

$$\hat{H}(UV) = \hat{H}(U) + \hat{H}(V), \quad \hat{H}(U_\pm) = \alpha^{(U)} \cdot \mathbf{P}^{(U)} + \beta m_\pm \text{ etc.}$$

(at  $\mathbf{v} = 0$ )  $\left[ \begin{array}{l} P_0(UV) = E_\pm^{(U)} + E_\mp^{(V)} \stackrel{P=0}{=} \pm m^{\text{cst}} + (\mp m^{\text{cst}}) = 0; \\ \mathbf{P}(UV) = \mathbf{P}^{(U)} + \mathbf{P}^{(V)} = 0, (-\infty < P_i < +\infty). \end{array} \right.$

“真空”・波動関数  $W_\alpha^\beta(0) = V_\pm^{*\beta}(0) U_\mp(0)_\alpha + U_\pm^{*\beta}(0) V_\mp(0)_\alpha$  “真空”・量子数:  $\left( \begin{array}{l} P_0, \mathbf{P} = 0 \\ S_{\sigma/m} = 0 \end{array} \right)$

当該基底 (S波) 状態は Inf. degeneracy の “真空” 量子数を持つ。

(カラー・一重項条件とハドロンWFのクラスター条件)

Joined-Spring Q.M. [6] の枠内で Chirality-対称な U.Spinor を適用すれば満足される。

Meson  $q_i \text{---} \bar{q}^j$  Baryon  $q_i \text{---} q_j \text{---} q_k$  Tetra-quark  $q_i \text{---} q_j \text{---} q_k \text{---} q_l$  etc. (Joined Spring Q.M.; P.T.P.(1982))

Quark-spinor  $\rightarrow$  Urciton-spinor Simulation

(クォークの統計性)

1960年代  $\tilde{U}(12)_{SF,m}$  2000年代  $\tilde{U}(12)_{SF,m}$

Order-3のバラ統計  $\rightarrow$  SU(6)-56(Fermi-symm)実現可  $\rightarrow$  (内部運動) Common・Number Mode

White Bose or Colored Fermi? ( $U(12)_q$ )  $\rightarrow$  (重心運動) Colored-Fermion to Simulate

ハドロンの準位の問題

図 7: 複合ハドロン系の量子力学

上図7のように 1960 年代の議論では「クォーク・自身が時空構造に関わる」事が前提であったが、2000 年代に入って  $\tilde{U}(12)_{SF,m}$ ・スキームでは、「クォークはハドロンの内部運動のモードの励起子として扱われ、それ自身は  $X_\mu$ -時空構造に関与せず、その統計性は無意味」になった。

**[3. 複合ハドロン場の方程式と第二量子化]**

**[3.1 ハドロン場の方程式とフーリエ展開]**

図8に、§2の冒頭で述べられた閉じ込められたクォーク多体系に対する [原型古典力学  $\rightarrow$  (第一量子化)  $\rightarrow$  固有量子力学] の過程で導出された Quark 場及び Multi-Quark Hadron 場の方程式、そのフーリエ展開式を与える。その質量準位は各構成子の微小振動に依る振動子によって定

(Urciton Quark Field)

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial X_\mu^2} + M_N^2 \right) \Psi_{N\alpha}^{(U)}(X) = 0,$$

$$\Psi_{N\alpha}^{(U)}(X) = \sum_{P_{N,\mu} (P_{N,0} > 0)} \left( \sum_{r,s} c_{N,r,s}(P) W_{r,s}^{(q)(+)}(\mathbf{v}(P))_\alpha e^{iP_N \cdot X} + \sum_{r,s} d_{N,r,s}^*(P) W_{r,s}^{(q)(-)}(\mathbf{v}(P))_\alpha e^{-iP_N \cdot X} \right)$$

$$\Psi_{N\alpha}^{(U)\beta}(X) = \sum_{P_{N,\mu} (P_{N,0} > 0)} \left( \sum_{r,s} d_{N,r,s}(P) W_{r,s}^{(q)(+)\beta}(\mathbf{v}(P)) e^{iP_N \cdot X} + \sum_{r,s} c_{N,r,s}^*(P) W_{r,s}^{(q)(-\beta)}(\mathbf{v}(P)) e^{-iP_N \cdot X} \right)$$

$$[(iu_\mu \gamma_\mu + \rho_{(m),3}) W_r^{(q)(+)}(\mathbf{v}(P))]_\alpha = 0, \quad [\bar{W}_r^{(q)(-)}(\mathbf{v}(P)) (iu_\mu \gamma_\mu + \rho_{(m),3})]^\beta = 0,$$

$$v_\mu \equiv \frac{dX_\mu}{d\tau} \quad (d\tau \equiv dt \sqrt{1 - \beta^2}, \beta^2 \equiv \left( \frac{d\mathbf{X}}{dt} \right)^2)$$

(Multi-Quark Hadron Field)

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial X_\mu^2} + M_N^2 \right) \Phi_{NQ}^{\bar{Q}}(X)_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = 0,$$

$$\Phi_{NQ}^{\bar{Q}}(X) = \sum_{P_N} (C_{N,Q}(P)^{\bar{Q}} W^{(+)}(\mathbf{v}(P))_{\alpha_1 \dots \alpha_n} e^{iP_N \cdot X} + D_{N,Q}^{\dagger}(P)^{\bar{Q}} W^{(-)}(\mathbf{v}(P))_{\alpha_1 \dots \alpha_n} e^{-iP_N \cdot X})$$

$$\bar{\Phi}_{NQ}^{\bar{Q}}(X) = \sum_{P_N} (D_{N,Q}(P)^{\bar{Q}} \bar{W}^{(+)}(\mathbf{v}(P)) e^{iP_N \cdot X} + C_{N,Q}^{\dagger}(P)^{\bar{Q}} \bar{W}^{(-)}(\mathbf{v}(P)) e^{-iP_N \cdot X})$$

$$Q \equiv (r_1, s_1, r_2, s_2, \dots, r_n, s_n), \bar{Q} \equiv (\bar{r}_1, \bar{s}_1, \bar{r}_2, \bar{s}_2, \dots, \bar{r}_n, \bar{s}_n)$$

(Mass Spectra)

$$M_N^2 = \sum_i m_{N^{(i)}}^{(i)2}, m_{N^{(i)}}^{(i)2} = N^{(i)} \Omega^{(i)}, N \equiv \{N^{(1)}, N^{(2)} \dots, N^{(m+n)}\}$$

: Multi Osc.-系の構造  $\rightarrow$  Orbital Regge-Trajctory

図 8: ハドロン場の方程式

まる。又クォーク・スピン WF はウルサイトン・方程式を満足する。以上の Formulas はこれ迄重要な現象論的成果に導いた COQM (Chirality-対称化された) の枠組それ自体の再現に当る。

**[3.2 ハドロン場の第二量子化]**

上で与えられたハドロン場はローレンツ共変な形式で記述されてをり、通常通り スピンと統計の関係 に従って量子化される。

Urciton  $[c_{N,r,s}(\mathbf{P}), c_{N,r',s'}^{\dagger}(\mathbf{P}')]_{+} = \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}') \delta_{r,s,r',s'} \text{ etc.}$

Hadron  $[c_{N,Q}^{\bar{Q}}(\mathbf{P}), c_{N,Q'}^{\dagger}(\mathbf{P}')]_{\pm} = \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}') \delta_{(Q,Q')}$  etc.

(-/+ for  $(n+m) = \text{偶数/奇数}$ )

以上で図3の方針に従った、カイラリティ・対称な「複合粒子場の理論」の構築の骨格は終えた。この試論の一つの特徴は通常不可能とされる、第一量子化段階でのローレンツ・不変な正準量子化が、固有時形式の採用によって実現されてあることである。このことは「クォークの閉じ込め」によってその存在が許されるキラロンが確率振幅のユニタリティーの一端の役割を荷なう事に依ってゐる。

**[4. 実効・強い相互作用と真空凝縮]**

図9の展望から見られるように共変的分類法  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$ -スキームに基づく複合粒子場の理論は次の物理的描像を持つ。

- i) 多体クォーク・ハドロン場は S-matrix の漸近場の役割を持つ。
- ii) ハドロンの 実効・強い相互作用はカイラリティ不変なウルサイトン・クォーク場の Bi-linear Scalar Int. によって与えられる。
- iii) 真空はカイラリティ・不変な (クォーク・反クォーク)・

(Asymptotic S-matrix Field for Hadrons)  
 漸近場の要件: Freely in-and out-going  
 x current-quark (Out of Mass-Shell)  
 o constit-quark (On Mass-Shell) → Urciton Q. Field : Basic Asympt. F. for All Hadrons  
 Multi-Q. Hadron Field : A. F. for whole Multiplet Hadrons

(Chirality-symm. Effective Strong Int.)  
 $S_{QCD} = G \int d^4 X (\bar{\psi}^a(X) \psi_b(X)) (\bar{\psi}^b(X) \psi_a(X))$ ,  $\hat{\chi} \left[ \begin{matrix} (\bar{\psi}\psi)^X = -(\psi\bar{\psi}) \\ (\bar{\Phi}\Phi)^X = -(\Phi\bar{\Phi}) \end{matrix} \right]$   
 $S_{str.} = G \int d^4 X (\bar{\Phi}^a(X) \Phi_b(X)) (\bar{\Phi}^b(X) \Phi_a(X))_{a,b=F}$ ,  $\hat{C} \left[ \begin{matrix} (\bar{\psi}\psi)^C = +(\psi\bar{\psi}) \\ (\bar{\Phi}\Phi)^C = -(\Phi\bar{\Phi}) \end{matrix} \right]$

(真空凝縮とクォーク・質量の生成)  
 Cond.Vacuum :  $|O^{(C)}\rangle = |O_1^{(C)}\rangle + |O_2^{(C)}\rangle = |0\rangle + c_{\pm}^{\pm} d_{\pm}^{\pm} |0\rangle$  (ウルサイトン質量のカイラリティ・スプリット)  $\delta^X m(U) = m(U_-) - m(U_+)$  etc.  
 Effective Cond. Vac. :  $\delta^X m(U) = -\delta^X m(V)$

比較  $\left[ \begin{matrix} S_{QCD}^{(m)} = G \int d^4 X (\bar{\psi}^a(X) \psi_b(X)) (O^{(C)}) \bar{\psi}^b(X) \psi_a(X) (O^{(C)}) \\ S_{free}^{(m)} = - \int d^4 X \bar{\psi}^a(X) (\gamma_{\mu} \partial_{\mu} + m_a) \psi_a(X) \\ m_a = -2GV^{(0)}(0)_a = 240 \text{ MeV Phenom.-ly} \end{matrix} \right] \xrightarrow{\text{Plausibly}} m = -\delta^X m(U) = \delta m(V)$

図 9: 「カイラリティ・対称な場の理論」の物理

対の凝縮した状態である。この対は Non-Perturbative QCD ポテンシャル場の中で S 波状態に束縛されてゐる。iv) QCD での実効相互作用はクォーク場の Bi-linear Scalar Int. で与えられるものとする。その場合これが真空凝縮を引き起こす。この時、構成子クォークの質量は、ウルサイトンの Chirality-Splitting の値と関係づけられてゐる。

【5. Chiralon の直接関与する事象】

以下に与える二例は Chiralon の関する有力な状況証拠を与える。

【5.1 低質量ベクトル中間子の性質】 [7]

図 10 参照。

P.D.G.	予言	Phase	$(q_r \bar{q}_r)$	データ解析 $[e^+e^- \rightarrow \omega^0(\pi^+\pi^-\pi^0)]$
$\omega(782)$	770	$\oplus$	$(n_+ \bar{n}_+)$	$\omega(782) \oplus$
$\omega'(1250)$	1250	$\ominus$	$(n_- \bar{n}_-)$	$\omega'(1250) \ominus$
$\phi(1020)$	1020	$\ominus$	$(s_+ \bar{s}_+)$	$\phi(1020) \ominus$
$\phi'(1680)$	1720	$\oplus$	$(s_- \bar{s}_-)$	$\omega(1650) \oplus \sim \ominus$
$\omega(1420)$			$(s_+ \bar{s}_+)$	$\omega(1420)$ Nearly Zero-Contr.
$\rho(770)$	770	$\oplus$	$(n_+ \bar{n}_+)$	(山内・駒田・高松)
$\rho'(1250)$	1250	$\ominus$	$(n_- \bar{n}_-)$	
$K^*(892)$	892	$\oplus$	$(s_+ \bar{n}_+)$	$e^+e^- \nrightarrow \omega(q\bar{q})P\text{-Wave}$ No-coupling
$K^*(1410)$	1482	$\ominus$	$(s_- \bar{n}_-)$	Input Tentative taking
(Predicted Relation)			$M_V(q\bar{q}) = m(q) + m(\bar{q})$ $m_-(q/\bar{q}) \equiv m_+(q/\bar{q}) + \delta^X m(q/\bar{q})$ $(\delta^X m(q/\bar{q}) \equiv m_-(q/\bar{q}) - m_+(q/\bar{q}))$ $\delta^X m(q) = -\delta^X m(\bar{q})$	$\delta^X m(n) = 240\text{MeV}$ see. [4] $\delta^X m(s) = 350\text{MeV}$ see. [5,2]
			Extra-Low Mass Vectors $\rho'(\sim 1250), \omega'(\sim 1250)$ Realizing!	

図 10: 低質量ベクトル中間子の性質

【5.2 New-Exotics/Chiral States】 [8]

図 11 参照。

$D_s(c\bar{s}_-; 0^+; 2317)$  and  $D_s(c\bar{s}_-; 1^+; 2460)$

$(\delta^X m_s) \left[ \begin{matrix} \delta^X M_{D_s}(c\bar{s}_-; 0) = M(c\bar{s}_-; 0^+) - M(c\bar{s}_+; 0^-) = \delta^X m_s \\ (2317 - 1968 = 349 \text{ MeV}) \\ \delta^X M_{D_s}(c\bar{s}_-; 1) = M(c\bar{s}_-; 1^+) - M(c\bar{s}_+; 1^-) = \delta^X m_s \\ (2460 - 2112 = 348 \text{ MeV}) \end{matrix} \right] \rightarrow \delta^X m_s \approx 350 \text{ MeV}$   
 compare  $\rightarrow \rho'(1250), \omega'(1250)$

$(\sum m^{(i)}) \left[ \begin{matrix} D_s(c\bar{s}_-; 1^+) \nrightarrow D^*(c\bar{n}_+; 1^-) + K(n\bar{s}_+; 0^-) \\ 2460 \text{ MeV} \quad (2010 + 500 =) 2510 \text{ MeV} \\ \text{In.} \Rightarrow \text{Fin.} \quad D_s(c\bar{s}_-; 0^+) \nrightarrow D^*(c\bar{n}_+; 0^-) + K(n\bar{s}_+; 0^-) \\ 2317 \text{ MeV} \quad (1870 + 500 =) 2370 \text{ MeV} \end{matrix} \right]$

$X(3872) J^{PC} = 1^{++}$   
 質量 ;  $X[(c\bar{u}_-)(\bar{c}u_-)] \nrightarrow D_0^0(c\bar{u}_+) + \bar{D}_1^0(\bar{c}u_+)$   
 (3872 MeV) 1864 + 2006.7 = 3871.2 MeV  
 Obs.chann.;  $B^+ \rightarrow X(3872) + K^+$   
 $\rightarrow J/\psi(c\bar{c}) + [\pi^+\pi^-(n\bar{n})]$

(Xの崩壊比) :  $R = \frac{\Gamma(X \rightarrow \omega J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \rho J/\psi)} = 1$

X(Belle) =  $X_L \oplus X_H$  : 混合状態 in  $\bar{U}(12)_{SF,m}$ -scheme  
 $X_L \equiv X(u\bar{u}c) \quad |X_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n\bar{n}\rangle_{I=0} + |n\bar{n}\rangle_{I=1}) \rightarrow R(X_L) = 1$   
 $X_H \equiv X(d\bar{d}c) \quad |X_H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n\bar{n}\rangle_{I=0} - |n\bar{n}\rangle_{I=1}) \rightarrow R(X_H) = 1$   
 第二量子化段階で異なる particle.  $I=0,1$  の重ね合せ状態

[Multi-Q. Hadronの性質] 理論  
 (質量)  $M = \sum m^{(i)}$   
 $\Rightarrow$  Exotics Feature  
 [E1] Mass Near Thr. of Decay Chan.  
 (Decay Mechanism)  
 -  $(r, \bar{r})$  保存  
 - Initial WF  $\rightarrow$  Final WF (読み替え)  
 - Decay Ampl.  $\propto$  Overlapping between Initial- and Final- WF  
 $(r, \bar{r}) \neq (r', \bar{r}')$ -case  $|A| \approx 0$   
 $\Rightarrow$  [E2]  $\Gamma \ll \Gamma^{(0)}$   
 X(Belle)が $(X, X')$ の如何なる割合でも  $R(X)=1$ となる。exp.のResol.が充分  $\rightarrow$  二つがスプリット。

図 11:  $D_s(c\bar{s}_-; 0^+; 2317)$ ,  $D_s(c\bar{s}_-; 1^+; 2460)$  and  $X(n_- \bar{n}_-; c\bar{c}; 1^{++}; 3872)$  とキラロン・クォーク

【をはりに】

(結語) 第一量子化, 第二量子化段階で共に Lorentz-共変/不変な「局所・複合」粒子場の理論」の一つの試案を述べた。

(コメント)

イ. 湯川: 定計量・四次元振動子 (1953 年) は本論での三次元振動子と同等な質量スペクトルを与える。しかし前者は第二量子化段階で深刻な困難に直面する原因ともなる。

ロ. Dirac: 相対論的波動方程式 (1928 年) では「1 階の Dirac Spinor ( $r = +$ )」が採用されてゐるが、本論のハドロン場の方程式では「高階の Refined-Dirac Spinor ( $r = \pm$ )」が採用されてゐることに当る。

References

[1] S. Ishida, M. Ishida and T. Maeda, Prog. Theor. Phys. **104** (2000),785; S. Ishida and M. Ishida, Phys. Lett. B **539** (2002), 249.  
 [2] J. J. Sakurai, Nuovo Cim. **7** (1958), 649; J. Tiomono, Nuovo Cim. **1** (1955), 226.  
 [3] S. Watanabe, Phys. Rev. **106** (1957), 1306.  
 [4] T. Takabayashi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67** (1979), 1; T. Goto, S. Naka and K. Kamimura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67** (1979), 69.  
 [5] O. Hara, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67** (1979), 115; S. Ishida and M. Oda, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67** (1979), 209.  
 [6] S. Ishida, M. Oda, K. Takeuchi and M. Watanabe, Prog. Theor. Phys. **68** (1982), 883.  
 [7]  $\sigma$ ・グループ実験・共同研究  
 [8] S. Ishida, M. Ishida, K. Yamada, T. Maeda, M. Oda, hep-ph/0408136v3, (2005); S. Ishida, in KEK proceed. 2006-8, "Perspective for studies of chiral particles at BES".



## 「風味」:「家族」の立場から考える

小出義夫 (京都産業大学益川塾・大阪大学理)

### 1. Generations versus families

タイトルを直訳すると、「Flavor” physics: from the point of view of a “ family ” symmetry」となる。なぜ “「家族」の立場から” と副題をつけたのか、そのあたりから議論を進めたい。

「家族 (families)」という言葉の対極にある言葉は「世代 (generations)」である。現在では、ほとんど区別されることなく同義に使われているが、その考え方には大きな違いがある。

「世代」派は、クォークとレプトンを

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \\ \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \\ \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (1)$$

という描像で理解しようとする。これに対して、「家族」派は

$$\begin{aligned} &(u, c, t), \\ &(d, s, b), \\ &(e, \mu, \tau), \\ &(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau), \end{aligned} \quad (2)$$

という描像を持つ。どっちでも良さそうに思えるが、そうでもない。

もともと、「世代」派は、世代の数は無限の可能性を念頭に置いていた。そして、 $n = 1 \rightarrow n = 2 \rightarrow n = 3 \dots$  とその世代の順序に意味があると考えていた。つまり、世代ごとに質的な違いがあると考え（例えば、Froggatt-Nielsen model [1] のように、世代ごとに、関与するスカラー  $\phi$  の数が増えて行くなど）。

これに対して、「家族」派は、家族の数は有限と考え、その家族間は皆、もともとは平等であったと考える。すなわち、横（水平方向）の自由度を「対称性」で理解しようとする。見かけの違い（観測している階層的質量構造）は対称性の破れによるものと考え（しかし、この立場は、old flavor SU(3) では、(symmetry + a small symmetry breaking) として、それなりに現象の記述に成功したが、クォークとレプトンでは、観測されるその質量の階層的構造があまりに急激であったため、それを対称性から理解しようとする立場は、当初、旗色が悪かった。離散群による記述の登場により、対称性に基づく質量行列の研究が復活した。）

「世代」派の人たちの関心は、主として、縦の並びにあり、例えば、SU(5) など、GUT による記述へ関心が行く。横方向は、もっぱら、階層的質量構造にのみ関心を持ち、それさえ出せそうだったらもうクォークとレプトンの現象論ではやるべきことは終わったと思いきこんでいる人が多い。

「家族」派では、関心は家族間の混合にある。すなわち、CKM 行列や MNS 行列の理解に関心がある。質量スペクトルの構造は、混合の結果として発生したにすぎない。(2) 式の並び順は、単

なる質量の大きさの順に並べたにすぎない．例えば，もともとはこんな

$$\begin{aligned} & (t^0, c^0, u^0), \\ & (b^0, d^0, s^0), \\ & (e^0, \mu^0, \tau^0) \end{aligned} \quad (3)$$

並びであったのかもしれない．「世代」派の立場からは，こんな (3) のような発想は出てこない．私はむしろ「家族」派なので，「家族」派の立場から，話を進めてみたい．

## 2. クォークとレプトンの質量スペクトルと混合の起源

標準模型では，クォークとレプトンの「質量」の起源はヒグススカラーにあるが，「質量スペクトルと混合」の起源は「湯川結合定数」にある：

$$H_Y = \bar{q}_{Li} Y_u^{ij} u_{Rj} H_u + \bar{q}_{Li} Y_d^{ij} d_{Rj} H_d + \dots \quad (4)$$

(「質量の起源」と「質量スペクトルの起源」とを分けて考えることは重要である．) 標準模型では，「湯川結合定数」は，理論の基本定数であり，神が与えた定数であって，恐れおおくも，我々が計算で求めようなどと，決して考えるはならないたくいものとなっている．せいぜいが，対称性を要求することにより，それら基本定数の間に制限を加えるだけであって，それ以上の手出しは人間には許されていない．なんともつまらない話である．また，フレーバー物理を対称性から理解しようと試みるとき，その対称性が連続群であるなら，湯川結合定数は（それが数値の行列である限りは）その対称性を直接的に破る存在となってしまう（そこで，離散群の登場となる．）さらに，ヒグスにも離散群の変換性を割り当てるアイデアがある．これだと，ヒグスは，質量の生成と，家族対称性の破れとを同時に自発的な破れからもたらしてくれることになる．大変興味あるシナリオであるが，多くのモデルでは，FCNC問題に出くわしてしまう．そもそも，ファミリー対称性に関する「No Go 定理」[2] が存在する．

定理 「モデルにファミリー対称性を課するとき，それがいかなるタイプの対称性であろうとも，各セクターに1つのみ Higgs が結合するモデルでは，混合行列 (CKM and/or MNS) は，2家族までの混合しか記述できず，観測されている3家族の混合は記述できない」

ただし，これには例外があって，multi-Higgs model はこの定理には該当しない．

$$M_f = Y_A^f H_A + Y_B^f H_B + \dots, \quad (5)$$

しかし，この場合は 前述のように，FCNC が登場する．

そこで，もう無理をせず，「 $Y_f$  は基本定数である」と見なすことを放棄したらどうであろうか？

## 3. ユカワオンモデル

湯川結合定数は，そっくり，あるスカラー粒子  $Y_f$  の真空期待値  $\langle Y_f \rangle$  から

$$Y_f^{eff} = \frac{y_f}{\Lambda} \langle Y_f \rangle, \quad (6)$$

で与えられる，有効理論における見かけ上の定数にすぎないと見たらどうであろうか？

$$W_Y = \frac{y_u}{\Lambda} u_i^c Y_u^{ij} q_j H_u + \frac{y_d}{\Lambda} d_i^c Y_d^{ij} q_j H_d + \dots \quad (7)$$

この粒子  $Y_f$  を yukawaons と呼び， $Y_f$  が関わるモデルをユカワオンモデル [3] という．もちろん，ユカワオンモデルはフレボンモデル [1] の一種である．

このモデルの特徴は次の通りである .

- (i)  $Y_f$  は fields なので , 連続群のファミリー対称性を考えることができる (むろん , 量子数も割り当てることができる .)
- (ii)  $Y_f$  は , gauge symmetry  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_L$  に対して , singlets であり , これらの gauge bosons とは相互作用をしない .
- (iii) SUSY 真空条件を利用して , 各  $\langle Y_f \rangle$  の間の関係を直接求めることができる . (行列要素の間の関係ではなく .)

[例]

$$\langle Y_R \rangle = k_R (\langle Y_e \rangle \langle \Phi_u \rangle + \langle \Phi_u \rangle \langle Y_e \rangle) + \dots \quad (8)$$

- (iii) すべての  $\langle Y_f \rangle$  は , 基本ユカワオン VEV  $\langle \Phi_e \rangle$  に関係づけられて記述される [4] . これによって , quarks and leptons の統一的記述を目指す . 具体的には , 次のように考える .

$$\langle Y_e \rangle = k_e \langle \Phi_e \rangle \langle \Phi_e \rangle, \quad (9)$$

$$\langle Y_u \rangle = k_u \langle \Phi_u \rangle \langle \Phi_u \rangle, \quad \langle \Phi_u \rangle = k'_u \langle \Phi_e \rangle (\mathbf{1} + a_u X) \langle \Phi_e \rangle, \quad (10)$$

$$\langle Y_d \rangle = k'_d \langle \Phi_e \rangle (\mathbf{1} + a_d X) \langle \Phi_e \rangle, \quad (11)$$

where

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

特に , ニュートリノ質量行列  $M_\nu$  については , シーソー型  $M_\nu = m_D M_R^{-1} m_D$  を考えるものの ,  $m_D = M_e$  と選ぶので , MNS mixing は  $M_R$  の構造だけから出ることになる . そのとき ,  $M_R \propto \langle Y_R \rangle$  を

$$\langle Y_R \rangle = k_R (\langle Y_e \rangle \langle \Phi_u \rangle + \langle \Phi_u \rangle \langle Y_e \rangle) + \dots, \quad (13)$$

と選ぶことによって [4] , 観測されている MNS を見事に与えることができることは注目に値する .

#### 4. ユカワオンモデルの問題点

(a) 今のところ , cutoff scale  $\Lambda$  を含んだ effective theory である (この問題への試みは例えば Ref.[5] でなされている .)

(b) 初期モデルでは , ファミリー対称性 (連続群) はグローバル対称性と考えていたが , やはりゲージ対称性考えるべきであろう . そうなると , そのゲージボソンは観測可能でないといつまらない (1つの試みは Ref.[6] でなされている .)

(c) あまりにユカワオンの数が多すぎる . いかにか節約するか? (すでに ,  $Y_\nu$  は  $Y_e$  に代役させており , 更に  $Y_u$  も節約できそうである .)

(d) Quark sector に登場するファクター (unit matrix)+(democratic matrix) (即ち  $(\mathbf{1} + a_q X)$ ) をどう理解するか? 例えば , 離散対称性  $S_3$  を考える? (その試みについては Ref.[?] を参照 . また , より徹底したモデルについては , H. Nisiura と準備中 .)

(e) GUT シナリオと両立は可能か? (これについては , talk でも紹介したが , この報告書では割愛する . [5, 7])

(f) Sumino mechanism [8] との相性はどうか?

(g) 今のところ，SUSY 版を考えているが，実のところ， $Y_f$  はスカラーだけでよく，フェルミオンである必然性は全くない．Non-SUSY 版のモデルにも魅力を感じている．

(h) 対称性が破れた後の効果は結果にどう影響をもたらすか？  
などなど．

これらについて，現在，検討中である．

## References

- [1] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. **B 147**, 277 (1979).
- [2] Y. Koide, Phys.Rev. **D 71**, 016010 (2005).
- [3] Y. Koide, Phys. Rev. **D 79**, 033009 (2009).
- [4] Y. Koide, Phys. Lett. **B 680**, 76 (2009).
- [5] Y. Koide, arXiv:1106.0971 [hep-ph].
- [6] Y. Koide, Y. Sumino and M. Yamanaka, Phys. Lett. **B 695**, 279 (2011).
- [7] Y. Koide, arXiv:1110.5413 [hep-ph].
- [8] Y. Sumino, Phys. Lett. **B 671**, 477 (2009); JHEP **0905**, 075 (2009).

## 「LHC 最初の二年 ～実験結果と将来展望～」

東京大学素粒子物理国際研究センター

小林富雄

CERN の LHC (Large Hadron Collider) は、昨年 (2010 年) 3 月末より世界最高の重心系エネルギー 7TeV で陽子陽子衝突実験を開始し、ATLAS/CMS 両実験はそれぞれ昨年中に積分ルミノシティー  $45\text{pb}^{-1}$  のデータを取得した。今年も 3 月から 10 月まで 7TeV で運転が行われ、昨年の 100 倍以上の積分ルミノシティーが得られている。LHC 主目的は、標準モデルにおいて唯一未発見であり、素粒子の質量の起源を担っているヒッグス粒子の発見と、標準モデルを超える新現象や新粒子の探索である。この講演では、今年の夏までに取られたデータをもとにした解析結果と、今後の展望について述べる。

### 1. LHC 加速器と ATLAS/CMS 実験

LHC は、重心系エネルギー 14TeV、ルミノシティー  $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  (どちらも設計値) の陽子陽子コライダーである。CERN で 14 年かけて建設され、2008 年 9 月に完成した。しかし、陽子ビーム周回成功のわずか 9 日後にヘリウムの大量流失事故が発生し、その修理と対策に 1 年 2 ヶ月を費やすこととなった。2009 年 11 月に運転再開してからは、着々とコミッションングを続け、12 月には Tevatron (1.96TeV) を超える 2.36TeV を達成し、LHC が世界最高エネルギーのコライダーとなった。翌年 3 月には重心系エネルギー 7TeV で連続運転に入った。これは 14TeV で運転を行うには、更に 1 年以上かけて安全対策を行う必要があるため、まずは安全な範囲のエネルギーで実験を行い、一定の成果を早く出すためである。2010 年の陽子陽子衝突実験は 10 月末まで続け、ほぼ当初予定通りの積分ルミノシティー  $45\text{pb}^{-1}$  を得た。この実績と安定性、性能向上の可能性の見通しなどから、2012 年に予定されていた安全対策のためのシャットダウンを 1 年先延ばしし、2011 年と 2012 年は 7TeV で運転を行うことが決定された。これはシャットダウンの前にヒッグス粒子の発見を目指そうというものである。2011 年は 3 月より運転が始まり、この年の積分ルミノシティー目標値の  $1\text{fb}^{-1}$  は早くも 6 月に達成し、陽子陽子衝突運転が終了する 10 月末までに  $5\text{fb}^{-1}$  を超える積分ルミノシティーが得られた。

ATLAS と CMS は、LHC の高エネルギー陽子陽子衝突における新物理の探索を目的とする汎用検出器である。ATLAS は、直径 24m、全長 45m の大きさで、ミューオン測定用の超伝導空芯トロイド磁石と内部飛跡検出器のための超伝導ソレノイド磁石 (2 テスラ) を持つ。一方 CMS は、4 テスラの超伝導ソレノイド磁石を中央に配し、その return yoke をミューオン測定に利用する構造となっているため、直径 14m、全長 22m と比較的コンパクトである。(それぞれの検出器の詳細は ref.[1] と [2] を参照。) ATLAS/CMS 共に、すべての検

出器部分が 98%~99%以上の稼働率で運転されている。

## 2. 標準理論の再発見

LHC の陽子陽子衝突では、ヒッグス粒子生成や標準理論を超える事象の生成よりも桁違いに高い頻度で標準理論事象が起こっている。実験の初期段階としては、まずこれらの標準理論事象を測定し、標準理論の再確認と測定器の性能のチェックを行う。その次のステップが新物理のバックグラウンドとしての研究である。昨年のデータでは、断面積の大きい QCD ジェット事象や、weak boson (W, Z) 生成事象などの測定を行い、標準理論とのよい一致を見た。更に 2011 年夏までの約  $1\text{fb}^{-1}$  のデータで、top クォーク生成事象や di-boson (WW, WZ, ZZ) 生成事象などの断面積測定を行い、標準理論とのよい一致を得た (図 1)。

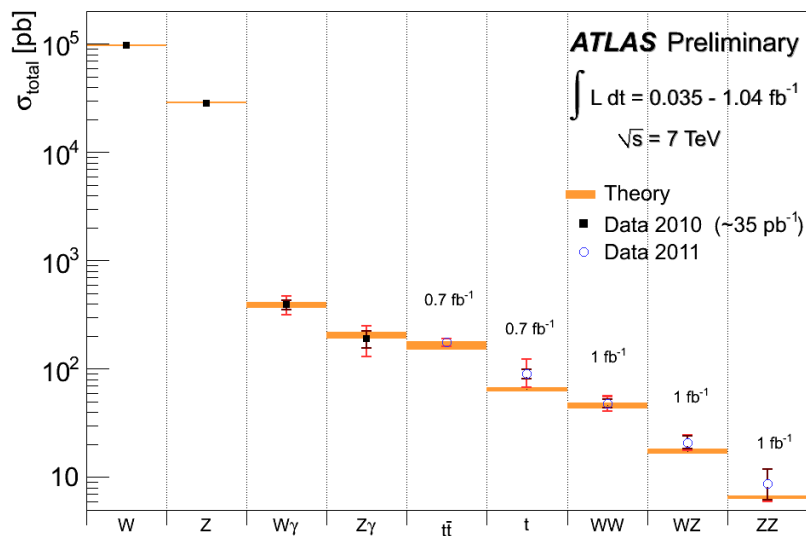


図 1 : 標準理論事象の断面積

昨年の LHC の最高ルミノシティは  $2.1 \times 10^{32} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  であったが、今年は最高  $3.6 \times 10^{33} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  を記録した。1 回のバンチ衝突中に 20 を超える pile-up event も数多く見られるようになったが、ATLAS/CMS 両実験共に event vertex の分離は効率よく行われている。

## 3. ヒッグス粒子探索

標準理論に含まれるヒッグス粒子探索の LHC 開始以前の状況としては、LEP 実験による直接探索から質量は  $114\text{GeV}$  以上であること、また Tevatron 実験による直接探索から  $158\text{GeV}$  と  $175\text{GeV}$  の間にはないことが知られていた。また LEP 実験等による精密測定から、ヒッグス粒子質量は  $158\text{GeV}$  以下である可能性が高いことが示されていた。LHC では、ヒッグス粒子の可能な崩壊モードをほぼすべて網羅する探索を行った。それらは  $H \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $H$

$\rightarrow\tau\tau\rightarrow ll, lh$ ),  $H\rightarrow WW(\rightarrow l\nu l\nu, l\nu qq)$ ,  $H\rightarrow ZZ^{(*)}(\rightarrow 4l, ll\nu\nu, llqq)$ ,  $W/ZH\rightarrow bb(l)$ などである。これらをまとめた結果(今年夏までのデータ)を図2(左が ATLAS で、右が CMS)に示す。どちらも 145GeV から 466GeV までの質量領域をほぼ棄却している。遅くとも来年末までのデータで、発見(もしくは標準理論ヒッグス粒子の完全棄却)が確実視されている。

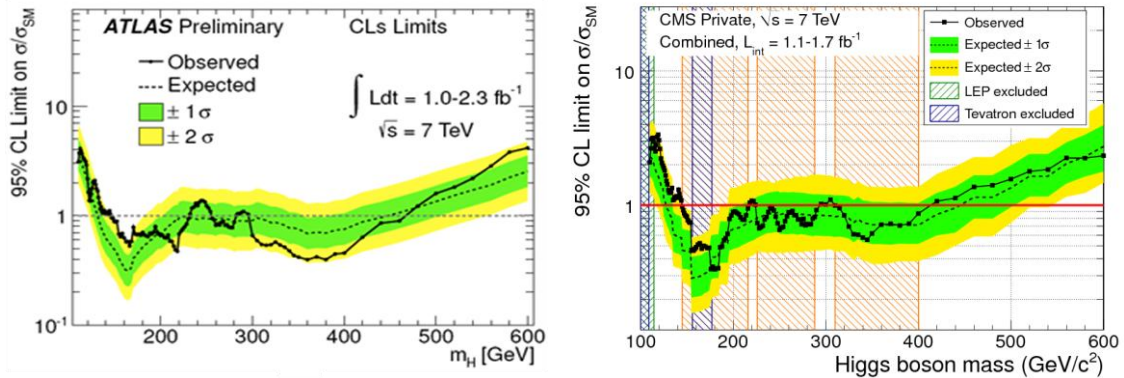


図2: 標準理論ヒッグス粒子質量の制限 (95% CL)

#### 4. 超対称性、標準理論を超えて

標準理論はこれまでの実験で非常に高い精度で検証されているが、自由パラメータが多いことや、階層性問題などがあり、宇宙の暗黒物質についてもこの理論の枠内では答えが見つけられていない。標準理論を超える試みの中で現在最も有力なものが超対称性である。TeV 領域に超対称性粒子が存在すれば、階層性の問題が解決でき、暗黒物質の最有力候補ともなり、更に3つ力の大統一に向けても可能性が大きく広がる。LHCはハドロンコライダーであるため、超対称性粒子の中でもカラー電荷を持つグルイーノやスクォークがまず生成されると予想される。それらが、多数の high- $p_T$  ジェットと LSP (最も軽い超対称性粒子)へ崩壊する。この LSP が暗黒物質の候補であり、物質との相互作用は非常に小さいので、LHCでは missing- $E_T$ として観測される。これらの信号の他にも、レプトンや b-クォーク、photon などを含む様々な崩壊モードも予想されている。これまでのところ、どのモードでも標準理論からのバックグラウンドを超える信号は見つかっていない。図3(左)は、0-lepton モードの解析で simplified model のパラメータの棄却領域を示したものである。LSP 質量が0の場合、グルイーノ質量は 800GeV 以上、スクォーク質量は 850GeV 以上であることなどがわかった。図3(右)は、MSUGRA/CMSSM モデルのパラメータの棄却領域である。このモデルで、暗黒物質やミューオン  $g-2$  の測定結果から予測されたパラメータ領域の殆どが LHC 実験で棄却され、残された領域はごくわずかとなった。このモデル以外にも GMSB モデルや AMSB モデルなどが予測する様々な信号の探索が行われているが、これまで兆候は見つかっていない。

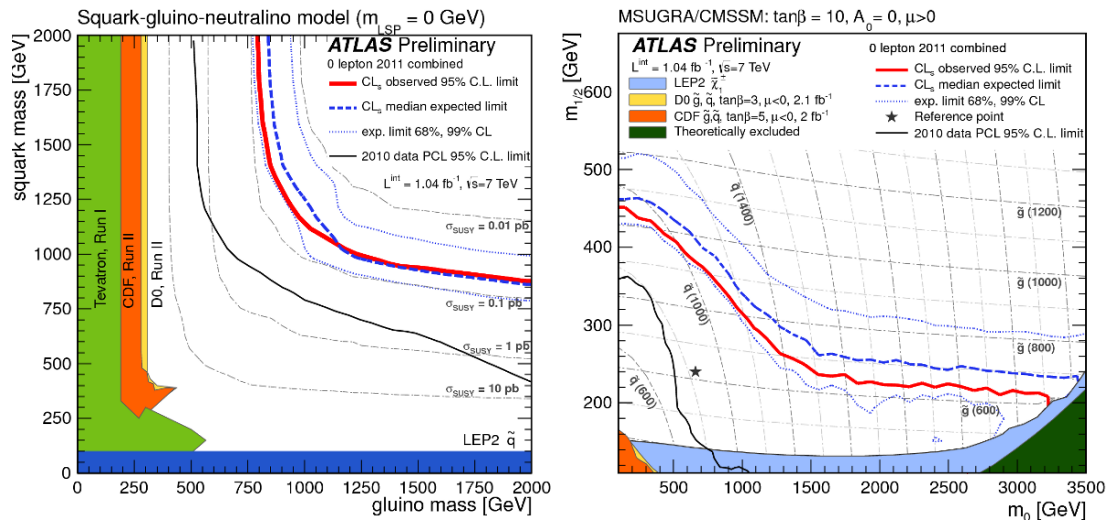


図 3：超対称性モデルの制限。左が simplified model で、右が MSUGRA/CMSSM。

階層性問題の解決には、超対称性以外に余剰次元を仮定するモデルが近年多く研究されている。LHC では、重力子の KK モードや標準理論粒子の KK モードが現れる事象が期待できる。また TeV 質量を持つミニブラックホールが生成される可能性もゼロではない。これらの事象の探索が行われたが、これまでのところバックグラウンドと consistent という結果である。余剰次元モデル以外にも、クォークや weak boson の励起状態のような共鳴状態が TeV 領域に出現する可能性もある。こうした多種多様な新粒子探索も行ったが、これまでのところ兆候は見つかっていない。大まかに言えば、クォークと weak boson の励起状態は存在するとしても、質量はそれぞれ 3TeV、2TeV 以上であることが示された。

## 5. 将来展望

標準理論ヒッグス粒子の存在に関しては、遅くとも来年のデータで決定的な結論が出せると期待される。標準理論を超える物理に関しては、14TeV の運転が重要になると予想される。LHC は来年 8TeV で運転する可能性も検討されているが、いずれにせよ積分ルミノシティは今年の 2~3 倍が期待される。2013 年から 2014 年の夏までは LHC 改修のためのシャットダウンがあり、2014 年秋から 13TeV ないしは 14TeV の運転に入る予定である。その後 2018 年の phase-I upgrade のためのシャットダウンをはきんで、2021 年までに 300fb<sup>-1</sup> のデータを取得する計画である。

## References:

- [1] ATLAS Collaboration, J. Inst. 3, S08003 (2008).
- [2] CMS Collaboration, J. Inst. 3, S08004 (2008).



## 場の量子論の正準形式と経路積分法

中西 襄<sup>\*1</sup>

正準形式と経路積分法 場の量子論の定式化には、大きく分けて、オペレータ形式とグリーン関数形式がある。オペレータ形式では、場の量と状態ベクトルがあり、前者は後者に作用するオペレータである。代表的なオペレータ形式は正準形式である。グリーン関数形式では、オペレータは一切用いず、最初からグリーン関数を与える処方箋を一挙に与える。代表的なグリーン関数形式はもちろん経路積分法である。以下、正準形式と経路積分法を対置して考察する。

正準形式の場の量子論では、場の方程式と正準(反)交換関係を満たす場のオペレータの代数がまず定義され、次いでその表現が状態ベクトルの導入によって構成されるという2段階構成になっている。自発的対称性の破れは、オペレータの段階では対称性があり、表現の段階でそれが破れるものとして、その特徴づけは明快である。これに対し、経路積分法では、そのような段階の区別がなく、答えが一挙に与えられる。経路積分測度は量子化とその表現を同時に与えてしまうのである。

経路積分を正準形式の理論から導かれる結果の範囲内でのみ用いるのならば、何の問題もない。しかし、実際に行われていることは、明らかにそれを逸脱している。経路積分ではオペレータのエルミート性は定義できないから、S行列のユニタリー性は証明できない。また、スピント統計の関係やCTP定理なども証明できない。従って、それは独り立ちできる理論ではないはずなのにもかかわらず、正準理論としては理解できないような命題までが、経路積分を基礎にして導かれている。そしてそれがあたかも場の量子論からの必然的結論であるかのように考えられている。

T\*積の怪 T積とT\*積の区別が分かっていない人が多い。T積は本来の時間順序積で、ハミルトニアン形式でしぜんに現われる概念である。その結果をラグランジアン形式に書き改めると、T\*積が現われるのである。T積は、 $n$ 個の場の量を時間順序に従って並べた $n!$ 個の積の和である。つまり、時間 $x^0$ の差の $\theta$ 関数がかかっている。従って、これに $\partial_\mu$ が作用すると、当然 $\mu = 0$ 成分だけに $\delta$ 関数の項がつく。対応する場の量の同時刻交換関係が0であれば問題ないが、そうでなければこれは明らかに共変性を破る。つまり、一般にT積は、 $\partial_\mu$ が作用すると共変ではなくなる。実際この問題は、微分を含む相互作用を持つ理論を相互作用描像で考えると起きる。この場合、相互作用ハミルトニアンも共変ではなくなり、両方の効果がうまく相殺して、最終結果は共変になるのである(マシューの定理)。その結果がラグランジアン形式であり、共変なT\*積が現われるのである。ファインマンの共变的摂動論や経路積分法で現われるのは、すべてT\*積の真空期待値であって、T積のそれではないことに注意しなければならない。

T\*積は共変なので計算には都合がよいが、共変性を確保するために奇妙なことを行わなければならない。T\*積に含まれる $\partial_\mu$ は、場の量に直接作用するのではなく、正準場のT積に作用する。正準場は同時刻(反)交換関係が0なので、T積自身が共変であるだけでなく、それに $\partial_\mu$ を作用させたものも共変になる。ところが、場の方程式の $\partial_\mu$ は本来場の量に直接作用するはず

<sup>\*1</sup> 京都大学名誉教授。Eメール: nbr-nak@trio.plala.or.jp

のものである．しかしそうするためには， $\partial_\mu$  と  $\theta$  関数の順序を交換しなければならない．つまりお釣りがでるといことで，場の方程式は T\*積ではもはや成立しなくなるのである．すなわち，場の方程式を  $f(\varphi) = 0$  とするとき， $f(\varphi)$  を因子として含む T\*積の真空期待値は必ずしも 0 にならない．T\*積は数学的な意味での積ではないのである．

ネーター・カレントの保存則を証明するときには，場の方程式を用いるので，ネーターの定理は T\*積の内部ではもはや成立しない．このことはアノーマリーの問題を考えるときに，極めて深刻である．経路積分やファインマン積分で対称性の破れが見つかったときに，その破れが本当のアノーマリーなのか，それとも T\*積に基づく見掛けの破れなのか見分けがつかなくなるのである．

実際，1984 年アルヴァレ・ゴメとウィッテン (A-GW) は， $4n + 2$  次元の時空で重力アノーマリーが現われるという指摘をしたが，彼らは 2 次元時空での解析で T\*積と T 積を完全に混同し，両者の差を重力アノーマリーと誤認したのであった．高次元のときは直接には分からないが，A-GW では 2 次元からの拡張として高次元重力アノーマリーの推論がなされているので，存在しないと考えるのがしぜんであろう．場の量子論における 10 次元の重力アノーマリーの存在は，超弦理論がアノーマリー・フリーであるということの対比として重要であった．もし前者が幻想に過ぎなかつたら，超弦理論のそもそもの出発点が怪しくなる．

T\*積からおかしなことが起きてくるのを見られる最も馴染み深い例は，ベクトル場のプロカ理論である．プロカ理論では質量  $m$  が 0 でないことが本質的である．正準場はプロカ場  $U_\mu$  のうちの空間 3 成分のみなので， $U_0$  に対しては T 積と T\*積は一致しない．T\*積の 2 点関数，すなわちファインマン・プロバゲータは，場の方程式から導かれる  $\partial^\mu U_\mu = 0$  とコンシステントにはなっていない．しかし誰もこれをアノーマリーとは呼ばない．ところがこれがアノーマリーみみたいな状況を惹き起こすのである．

弱い相互作用の理論は， $V - A$  理論が出てから電弱理論が出るまでの間，仲介ボソン理論というものがあつた．弱い相互作用は， $W^\pm$  という荷電ベクトル場で媒介されるとする理論である．この理論では， $\pi^\pm$  は核子対などの中間状態を経たのち， $W^\pm$  となり，それが  $\mu^\pm + \nu/\bar{\nu}$  に崩壊することになる．ところがこのプロセスは， $\pi^\pm$  のスピンは 0， $W^\pm$  のスピンは 1 であるから， $\pi^\pm$  の静止系において明らかに角運動量の保存則に矛盾しており，禁止である．それにもかかわらず， $W^\pm$  をプロカ理論で量子化し，弱い相互作用の部分をファインマン流に計算すると，ちゃんと 0 でない結果が得られるのである．それは上述の  $\partial^\mu U_\mu = 0$  を破っている部分で，まさに「角運動量アノーマリー」というべきものである．もちろんこれは誤りで，プロカ理論を使わずに，B 場形式で  $W^\pm$  を量子化すれば角運動量はマニフェストに保存するので，このプロセスは起こらない．従って，仲介ボソン理論は，くりこみ不可能という困難以前に， $\pi^\pm$  の崩壊が記述できないから，物理的に正しい理論ではありえないことが明らかだったのである．

T\*積が思いがけないトラブルを惹き起こすことを，「T\*積の怪」と呼ぶ．

ゲージ場の量子論 ゲージ場の共変的正準量子論は，BRS 不変性に基づき，九後・小嶋形式として定式化されている．BRS 変換の生成子を  $Q_B$  とすると，それは冪零 ( $Q_B^2 = 0$ ) である．物理的部分空間は，九後・小嶋条件  $Q_B|\text{phys}\rangle = 0$  を満たす状態ベクトル  $|\text{phys}\rangle$  の全体として

定義される  $|Q_B|*\rangle$  のように書ける状態は、 $Q_B$  の冪零性から物理的状態ではあるが、またゼロノルムでもあるので、物理にはきかない。これらは、古典論のゲージ自由度に対応するものである。これらの全体についての物理的部分空間の商空間を考えると、ある尤もらしい仮定のもとに、それが正定値計量の空間であることが証明できる。これから、物理的 S 行列のユニタリー性が従う。

経路積分法では、もちろんこのような精緻な構成はできない。ということはよりフレキシブルであるわけで、正準形式では考えられない奇妙な事柄が登場してくるのである。たとえば、グリボフ・コピー（グリボフ曖昧性）、インスタントン、 $\theta$  真空（アキシオン）などは経路積分特有の事柄であり、物理的意味があることなのか極めて疑わしい。

電弱理論はヒッグス機構を用いたゲージ理論である。通常、南部・ゴールドストーン (NG) 粒子はゲージ場に食われてそれに質量をもたらすとされるが、共変ゲージではゴールドストーン定理が成立するので、それはありえない。正しくは、NG 粒子は存在するが、補助条件を満たさないため非物理的となるのである。先に述べた  $\pi^\pm$  の崩壊の謎は、電弱理論ではこれによって解決する。NG 粒子はスピン 0 なので、 $\pi^\pm$  は NG 粒子を通して崩壊するのである。

量子色力学におけるクォークの閉じ込めは、通常クォーク・反クォーク系でのダイナミカルな考察がなされるが、これではすべてのカラー状態が単離できないということは説明できそうに思えない。カラーの閉じ込めのように著しく定性的な事実は、もっと明快な形で言えるべきだろう。それには、上述の NG 粒子のように、補助条件によって非物理的になっていけばよい。そこで、 $Q^a$  をカラー・チャージとすると、新たな補助条件  $Q^a|\text{phys}\rangle = 0$  を設定する。これなら定義によって、すべてのカラー状態は非物理的である。問題は、空間的に離れた複数の局所的カラー状態から無色状態が作れるかという点である。可換代数の場合は直積状態が作れるが、非可換代数の場合は量子もつれがあるため、このようなことはできない。すなわち、ここにクォークがあり、遠方に反クォークがある状態は、粒子として観測できない。こういう事態は経路積分法では絶対に定式化できないものである。この理論では、単体のクォークから成る決して観測できない雲のようなものが、宇宙の初めにいっぱいできた可能性がある。もちろんこれにも重力は働くから、ダークマターのようなものである。もし観測できないクォークの雲があれば、それは微視的には光子と相互作用するわけで、媒質のように振舞うであろう。そうだとすると、「真空中の光速」として測定された光速は、実はクォークの雲という媒質中の光速であることになり、相対論の基礎となる「真の真空中の光速」より小さい。そうすれば、 $\mu$  ニュートリノが超光速で走ったという最近の観測結果も相対論と矛盾なく説明できる可能性がある。

重力場の量子論 BRS 不変性を用いれば、ゲージ場と同様に重力場の共变的正準量子論を構成することができる。ド・ドンデア・ゲージの重力場の共变的正準量子論では、BRS 量子化後の時空対称性は、並進と一般線形変換不変性である。一般線形変換不変性は、「時間」というものを特別扱いせざるを得ない正準形式の理論において、本質的な意味をもつ。物理的な時間がラグランジアン密度で導入した  $x^0$  と同じである必要がないからである。

重力場は  $g_{\mu\nu}(x)$  だけでは、スピン 1/2 の場  $\psi(x)$  とカップルできないので、四脚場  $h_\mu^a(x)$  を基本場としなければならない。局所ローレンツ不変性 BRS 量子化され、内部ローレンツ不変性

が残る．オペレータ段階では，内部ローレンツ変換は時空とは関係がないので， $\psi(x)$  は内部スピノル，時空スカラーである．四脚場の真空期待値  $\langle h_\mu^a(x) \rangle$  の行列式は 0 でないとすると，時空の一般線形不変性と内部ローレンツ不変性はすべて自発的に破れる．並進不変性が自発的に破れなかったならば， $\langle h_\mu^a(x) \rangle$  は  $x^\mu$  に依存しないので定数行列となるが，これを係数として一般線形変換の生成子の反対称部分の適当な一次結合を作り，内部ローレンツの生成子と組み合わせると，自発的に破れていない対称性の生成子が作れる．電弱理論で  $SU(2)_L$  と  $U(1)_Y$  が自発的に破れて，破れていない  $U(1)_{em}$  が残ると酷似している． $x^\mu$  の方も同様に組み替えると，破れていない対称性は  $\psi(x)$  を正しく時空スピノルとして変換するようなローレンツ対称性であることが分かる．なお，重力子は一般線形変換の生成子の対称部分の NG 粒子である．

このように，素粒子物理学でのポアンカレ対称性は，重力場まで考慮したときには，第一原理ではありえない．重力場に SUSY を取り入れたとする超重力は，ポアンカレ対称性から出発している理論であるので，正しい基礎理論ではありえないと思う．

量子重力の摂動論がくりこみ不可能であるのは，重力場の量子論には相互作用描像が適用できないからである．従って，それはハイゼンベルク描像で解かなければならない．正準形式では，場の方程式と正準(反)交換関係が与えられているが，それを場の(反)交換子に対する  $q$  数のコーシー問題として解く．そして，この代数系の表現をワイトマン関数(場の単純積の真空期待値)で構成する．この方法でいくつかのモデルで厳密解を具体的に求めてみると，意外なことが発見された．解が場の方程式とコンシステントでないような事態が生ずることがあるのだ．たとえば，ド・ドンデア・ゲージの 2 次元量子重力の場合，「量子アインシュタイン方程式」は微分しないと満たされないのである．これはもちろん  $T^*$ 積の怪とは全く別の現象であって，「場の方程式アノマリー」と呼ぶことにした新しいアノマリーである．今まで知られていたアノマリーは対称性に関するものであったが，場の方程式アノマリーはより基本的なアノマリーで，対称性アノマリーはそれから導かれると考えられる．

場の方程式アノマリーが実際に出現する例として， $D$  個のゼロ質量スカラー場とカップルする 2 次元量子重力場の理論，すなわち  $D$  次元のボソンのストリング理論を考えよう．コンフォーマル・ゲージでの九後・小嶋形式の理論は，1983 年加藤・小川によって構成された．彼らの結果によれば， $D = 26$  のときに限り BRS 生成子  $Q_B$  は冪零になり，コンシステントなストリング理論が構成できる．上述の解法で彼らの解析を再現してみると，意外な事実が明らかになった． $Q_B$  をネーター・BRS カレントから定義すれば確かに彼らの言う通りになるが，BRS カレントの表式を  $B$  場を含む場の方程式を用いて新たに BRS 生成子  $\hat{Q}_B$  を定義すると， $D$  の任意の値に対してそれが冪零になるようにできる．その原因は，この場の方程式が  $D \neq 26$  において場の方程式アノマリーをもっているからなのである．

コンフォーマル・ゲージでは，まだ  $D = 26$  は場の方程式アノマリーがでない条件として特徴付けられていたわけだが，共変ゲージであるド・ドンデア・ゲージで同様の考察を行うと，場の方程式アノマリーは  $D$  の値に無関係につねに現われる．従って，ストリング理論の臨界次元というものは，共変な定式化では意味がある概念なのか疑わしいと言わねばならない．

文献省略(直接メールでどうぞ.)

# grand gauge-Higgs unification & doublet-triplet splitting

京都産業大学 益川塾 山下 敏史  
E-mail: tyamashi@cc.kyoto-su.ac.jp

## 概要

細谷機構を大統一对称性の破れに適用することを考えます。特に、超対称模型においては、超対称大統一理論の最も深刻な問題である「2重項・3重項分離問題」が自然に解決できる上、LHC 等の実験で検証可能な予言を導くことを示します。

細谷機構 [1] においては、高次元ゲージ場の余剰次元成分のゼロモードが真空期待値を持つことによりゲージ対称性の破れを実現します。この余剰次元成分はゲージ場の一部であり、随伴スカラー場として振舞うため、当初は大統一理論の破れに適用されていました。しかしながら、この場合にはカイラルフェルミオンが実現できないため、現実的ではありませんでした。オービフォルドを用いた対称性の破れ [2] が紹介されてからは、カイラルフェルミオン及び基本表現として振舞うスカラー場を実現できるようになり、電弱相互作用の破れに適用する研究が盛んに行われてきました。

本発表では、原点に戻って細谷機構を大統一对称性の破れに適用する方法を、(カイラルフェルミオンを実現する) オービフォルド模型で確立します [3]。この試みには一つの困難があり、通常のオービフォルド模型ではカイラルフェルミオンを実現する場合には、随伴スカラー場がゼロモードを持たないことが知られています。この困難は、ヘテロ型超弦理論でも存在するもので、そこでは解決策も知られています。「diagonal embedding」[4] と呼ばれる方法で、欲しいゲージ群のコピーを複数用意し、その対角部分だけを(オービフォルド作用により)抜き出すものです。この方法は場の理論の枠内でも実現可能であり、最も簡単な  $S^1/\mathbb{Z}_2$  模型では、二つのゲージ群を用意しそれらを入れ替える境界条件を課すことにより実現できます。このように場の理論のセットアップで考えると、対称性の破れを決める真空の位置を簡単に計算できる利点があり、実際に、 $SU(5)$  模型で標準模型に落ちる真空がまた局所的真空として実現できる事例を示しました [3]。この解析は非超対称模型で行いましたが、この真空における「Wilson line」の期待値は「missing VEV」と呼ばれる形をしており、超対称模型で同様の真空を考えると、超対称大統一理論の最も深刻な問題である「2重項・3重項分離問題」が自然に解決できます [5]。

高次元ゲージ場の余剰次元成分のゼロモードは古典レベルで質量を持たないため、超対称模型ではこれらは超対称性の破れのスケール程度の質量しか持ちません。そのような軽い随伴場の存在は、このシナリオの一般的かつ特徴的な予言となり、LHC 等の現実的な実験で検証可能であり、興味深いです。

## 参考文献

- [1] Y. Hosotani, Phys. Lett. B **126**, 309 (1983); Ann. of Phys. **190**, 233 (1989).
- [2] Y. Kawamura, Prog. Theor. Phys. **105**, 691 (2001); *ibid* **105**, 999 (2001).
- [3] K. Kojima, K. Takenaga and T. Yamashita, Phys. Rev. D **84** (2011) 051701
- [4] K. R. Dienes and J. March-Russell, Nucl. Phys. B **479**, 113 (1996).
- [5] T. Yamashita, arXiv:1106.3229 [hep-ph].

# Power Counting Renormalizable Quantum Gravity in D dimensional space time

Takayuki Hirayama

*Maskawa Institute for Science and Culture, Kyoto Sangyo University,  
Kyoto, 603-8555, Japan*

一般相対性理論を量子化した量子重力理論は繰り込み不可能であることが知られている。しかし Stelle は次の高階微分重力理論  $I = \int d^4x \sqrt{-g} [R + aR^2 + bR_{ab}R^{ab}]$  が繰り込み可能になることを示した。しかしこの理論では重力子のプロパゲータの中に負エネルギー粒子（ゴースト）に対応する極があり、ユニタリティーが破れてしまう。繰り込み可能になるのはプロパゲータが高エネルギーで  $1/p^4$  で速く落ちるからであるが、プロパゲータが多項式だと必ずゴーストが出ることを示せ、ゴーストの質量スケールでカットオフされた理論になる。しかし、指数関数のような超越整関数でプロパゲータが書かれていたとすると、高エネルギーで  $1/p^2$  よりも速く落ち（指数関数だと指数観的に速く落ち）、ゴーストに対応する極がないのでユニタリティーが破れない。 $p^2 = \infty$  無限遠点で特異点が現れるが  $p^2$  が有限なところでは特異点やゴーストの極がないのでカットオフは無限大であるといえる。すると重力子や物質のプロパゲータが超越整関数で与えられるような作用を持つ重力理論を考えると、繰り込み可能でユニタリーな理論を構成できると期待できる。実際 Tomboulis が物質場を含まない 4 次元純重力理論で可能であることを示したが、私は物質場を含み、かつ次元が一般の  $n$  である場合に拡張した。フェルミオンやゲージ場を含む場合も同様に可能であるが、スカラー場が入った繰り込み可能でユニタリーな  $n$  次元重力理論は次の作用 ( $I = I_g + I_m$ ) で与えられる。

$$I_g = \int d^D x \sqrt{-g} \left[ R - 2\Lambda + Ra(\nabla^2)R + R_{ab}b(\nabla^2)R^{ab} + R_{abcd}c(\nabla^2)R^{abcd} \right. \\ \left. + \sum_{m,n}^{m \geq 0, n \geq 3, m+2n \leq 2\gamma_g} \mathcal{R}_{(m,n)} [(\nabla_e)^m, (R_{abcd})^n] \right] \\ I_m = \int d^D x \sqrt{-g} \left[ \phi^\dagger d(\nabla^2)(-\nabla^2 - m_b^2)\phi + \sum_{k,l,m}^{k \geq 0, l+m \geq 3, l \geq 2} \mathcal{V}_{(k,l,m)} [\nabla_e^k, \phi^l, R_{abcd}^m] \right]$$

ここで、 $a(z), b(z), c(z)$  ( $z = \nabla^2 = -p^2$ ) は  $z$  に関する超越整関数で実軸を含む  $|z| = \pm\infty$  の領域で漸近的に  $a(z) \rightarrow z^{\gamma_g-2}$  に振る舞う。すると重力子に関するプロパゲータは UV 領域で  $1/p^{2\gamma_g}$  と振る舞い、有限な  $p^2$  でゴーストに対応する極を持たない。 $\mathcal{R}_{(m,n)}$  は共変微分  $\nabla$  を  $m$  個と  $R_{abcd}$  を  $n$  個用いたゲージ不変項を意味している。様々な Lorentz の足のつづし方があるので、さまざまなゲージ不変項がある。作用はそれらをすべて含んでいる。 $d(z)$  ( $z = \nabla^2$ ) も超越整関数で同様に  $d(z) \rightarrow z^{\gamma_m-1}$  のように振る舞い、スカラー場のプロパゲータは UV 領域で  $1/p^{2\gamma_m}$  のように振る舞い、ゴーストを含まない。任意のファインマングラフの UV 領域での発散の次数を計算することにより、繰りこみ可能な理論は  $\gamma_g \geq D/2$  でかつ、重力を切った時の通常の場の理論として理論が繰りこみ可能であることを明らかにした。

# ブラックホール熱力学再考

梅津光一郎<sup>1</sup>  
京都産業大学 益川塾

## Abstract

ブラックホールの特性を理解するために、最も有用な考察の1つはブラックホール物理と熱力学を対応付けて考えることである。この考察はブラックホール熱力学と呼ばれている。ここでは、ブラックホール熱力学からの寄与を紹介すると同時に、ブラックホール熱力学が本当に熱力学の素養を有しているのか、熱力学の立場から再考する。

## 1 ブラックホール物理と熱力学

ブラックホールは一般相対性理論の帰結としてその存在が予言されている。特に、4次元時空においては一意性定理 [1] により、ブラックホールの特徴は質量、電荷、角運動、これら3つのマクロパラメータによって一意的に決定されることが知られている。この論文では議論を簡素化するために、ブラックホールの質量にのみ依存する Schwarzschild ブラックホールを一貫して用いることにする。また必要な場合を除いて自然単位系を採用することにする。このブラックホール時空を表す Schwarzschild 計量は

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{r_H}{r}\right) dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{r_H}{r}} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

によって与えられる。ここで、 $r_H$  はブラックホールの中心から事象地平面までの距離、いわゆる Schwarzschild 半径 ( $r_H = 2M$ ) を表す。この計量によって作り出される時空は、静的であること、そしてブラックホールの質量  $M$  というマクロパラメータのみで記述されることに注意したい。

ここから先は、このブラックホールに関する幾つかの性質について説明する。まず、事象地平面上の表面重力  $\kappa$  は、特に Schwarzschild の場合、

$$\kappa = \frac{1}{4M}, \quad (2)$$

によって与えられる。表面重力はブラックホールの質量のみによって決められ、次の2つのことが言える。「事象地平面上の表面重力は至るところで一定である<sup>2</sup>」こと、そして、(2) から  $\kappa$  を0とするためには質量を無限大にする必要があるため、「(古典論では) 物理的な過程で表面重力を0とすることができない<sup>3</sup>」ことである。次に、事象地平面の表面積は球対称である Schwarzschild の場合、

$$A = 4\pi r_H^2 = 16\pi M^2, \quad (3)$$

によって与えられる。この式に対して全微分を行うと、

$$\left[ dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA \right], \quad (4)$$

<sup>1</sup>umetsu@cc.kyoto-su.ac.jp

<sup>2</sup>熱力学第0法則に対応。

<sup>3</sup>熱力学第3法則に対応。

というブラックホール物理におけるエネルギー保存則に対応する関係式が得られる<sup>4</sup>。また、質量  $M_1$  と  $M_2$  を持つ2つのブラックホールが合体する場合を考えると、各々の面積を足し合わせた量よりも必ず大きい面積が得られることが示される：

$$16\pi M_1^2 + 16\pi M_2^2 \leq 16\pi(M_1 + M_2)^2. \quad (5)$$

一般に（古典的なプロセスにおいて）ブラックホール面積は決して減少しない<sup>5</sup>：

$$[\delta A \geq 0]. \quad (6)$$

これはブラックホール面積増大定理 [2] と呼ばれている。

上記の性質を熱力学を特徴付ける4つの法則と比較しながらまとめると、熱力学とブラックホール物理の間には類似性があり、「内部エネルギーと質量」、「温度と表面重力」、「エントロピーと面積」がそれぞれ対応していることが分かる。これらの対応関係に基づいて、Bekenstein は情報理論の観点からブラックホールがエントロピーを持つことを示唆した [3]。情報理論では、情報の損失はエントロピーの増加を意味する。ここでは、ある物体がブラックホールに落ち込むことを考える。物体がブラックホールに落ち込む前、我々は物体についての情報を知ることができるが、一度、物体がブラックホールに落ち込むと、その物体がどういう状態にあるのか我々は物体に対する全ての情報を失うことになる。この失われた情報がブラックホールのエントロピーの増加になると考え、ブラックホールが大きなエントロピーを持つことを提案した<sup>6</sup>。そして、そのエントロピーの増加が物体が落ち込むことによって増加するブラックホールの表面積の増加と結び付けた。彼はブラックホールがエントロピーを持つことは示唆したが、温度を持つことまでは提案しなかった。その理由はブラックホールの定義である「どんな粒子の放出を許さない閉鎖的な領域」であることに起因する。ブラックホールが温度を持つ場合、周囲の温度との比較によっては、熱吸収だけではなく、熱放射も説明しなければならない。Bekenstein はブラックホールの放射のメカニズムを説明するまでには至らず、ブラックホールが温度を持つことまでは言えなかった。

Bekenstein の論文 [3] を受けて Hawking はブラックホールの放射のメカニズムを探し、場の量子論の考察からブラックホール放射のメカニズムを考案した [4]。具体的には、Bogoliubov 変換を用いて粒子数の期待値が

$$\langle n \rangle_{\text{boson}} = \frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\kappa}\omega} - 1} \quad (7)$$

となることを示し<sup>7</sup>、これを温度  $T$  における黒体放射スペクトルの式と比較すると、ブラックホールがある特別な温度

$$T_{\text{BH}} = \frac{\kappa}{2\pi} = \frac{1}{8\pi M} \quad (8)$$

を持つ黒体のように振る舞うことが分かる。この特別なブラックホールの温度は、Hawking 温度と呼ばれている。Hawking によりブラックホール放射のメカニズムが明らかとなったため、ブラックホール物理と熱力学との間に完全な対応関係を与えることが可能となった。

## 2 ブラックホール熱力学の寄与

ブラックホールの温度が分かったので、ブラックホール熱力学を信じれば、熱力学第一法則 (4) からブラックホールのエントロピー  $S_{\text{BH}}$  も一意的に決定することができる：

$$dU_{\text{BH}} = T_{\text{BH}} dS_{\text{BH}}, \quad \Rightarrow \quad S_{\text{BH}} = \frac{A}{4}. \quad (9)$$

<sup>4</sup>熱力学第1法則に対応。

<sup>5</sup>熱力学第2法則に対応。

<sup>6</sup>通常、情報は無次元量で表される。ブラックホールエントロピーもプランク定数を用い無次元に合わせている。

<sup>7</sup>ここでの結果は灰色体因子を無視している。



ここで、 $U_{\text{BH}}$  はブラックホールの内部エネルギー ( $U_{\text{BH}} = M$ ) を表す。

また、ブラックホール熱力学は現存する殆どのブラックホールが物質吸収優勢であることも説明する。実際、典型的なブラックホールの質量 (太陽質量の 10 倍程度) を用いてブラックホールの温度を評価すると、宇宙背景放射の温度に比べて非常に低いことが示される。すなわち、着目系の温度が周囲の温度より低い。この場合、熱力学では高い温度から低い温度に向けて熱の移動が起こることが知られている。したがって、典型的なブラックホールは熱吸収が優勢であることが分かる。逆に、ブラックホールの温度が周囲に比べ高い場合も考えることができる。この場合、ブラックホールは吸収よりも放射優勢となることが期待される。Schwarzschild ブラックホールの熱力学的特徴として、熱容量 (比熱) が負になることが挙げられる：

$$C(U) \equiv \lim_{d'Q \rightarrow 0} \frac{d'Q}{T(U + d'Q) - T(U)}, \quad \frac{d'Q = dU}{\rightarrow}, \quad C_{\text{BH}} = -8\pi M^2 < 0. \quad (10)$$

したがって、放射優勢のブラックホールの場合、放射に伴いブラックホールは自身のエネルギー、すなわち、ブラックホール質量を減少させる。すると、(8) からブラックホールの温度はますます高くなり、ますます放射優勢となる。その結果、ブラックホールは最後には蒸発すると予言される。この現象は、裸の特異点や情報損失など、新たな問題を生じさせるが、現在のところこれらは量子重力理論の登場により解決されると期待されている。

さらに相対論の分野では、ブラックホールが蒸発するまでの時間などが Stefan-Boltzmann の法則を用いて実際に計算されており、例えば、宇宙初期に作られた  $10^{11}$  [kg] 程度の質量を持つミニブラックホールの蒸発時間はおよそ 137 億年で、ちょうど今頃に蒸発することが予言されている。

### 3 ブラックホール熱力学再考

これまでブラックホール物理が熱力学と実際にどのような対応関係を持ち、ブラックホール熱力学から得られるブラックホールに対する理解や興味深い現象について述べてきた。しかしながら、ブラックホール熱力学が本当に熱力学たる素質を有しているかについては多少疑問を残している。

熱力学<sup>8</sup>は、かの Einstein に “Theory of principle” と言わしめ、彼は熱力学だけは正しい理論であるという信念の下、1905 年の 3 つの論文 (相対論, 光電効果, Brown 運動) の理論を構築したというエピソードがあるほどである [5]。平衡系の熱力学が対象とする物理は 2 つあり、1 つめは「平衡状態のマクロな性質」と 2 つめは「ある平衡状態から別の平衡状態への遷移」について議論することができる。

これから熱力学とブラックホール熱力学との相違点について説明するために、必要最小限の熱力学のエッセンスについて簡潔に述べていく。まず、熱力学は本質的に平衡状態とエントロピーについての要請 (公理) だけで理論を構築することが可能である<sup>9</sup>。単純系のエントロピーは次のように要請される：

単純系のエントロピー  $S$  は、エネルギー  $U$  を含む幾つかの相加変数の組  $U, X_1, \dots, X_t$  の関数である：

$$S = S(U, X_1, \dots, X_t) \quad (\text{単純系}). \quad (11)$$

この基本関係式 (熱力学関数) により、系のマクロな熱力学的性質は完全に記述されることが知られている。すなわち、平衡状態はこれら相加変数によって一意的に決定され、例えば理想気体の場合、温度や圧力、状態方程式など満たすべき関係式が全て導出される。

熱力学の要請から得られる単純系のエントロピーに対する熱力学的定理として、次の 2 つの定理が与えられる：

<sup>8</sup>一言で熱力学と言っても、本来は平衡系の熱力学と非平衡系の熱力学に分類して議論する必要がある。というのも、平衡系の熱力学は皆さん御存知のように、量子力学の登場においても一切の修正を受けなかった非常に堅固な理論であるのに対し、非平衡系の熱力学は未だ限定的な状況下の理論しか出来ていない。ここでは、平衡系熱力学を議論の対象とする。

<sup>9</sup>これら要請についての詳細は [6] を見よ

## 熱力学の定理 1

単純系のエントロピーは、その自然な変数の 1 次同次関数である：

$$S(\lambda U, \lambda X_1, \dots, \lambda X_t) = \lambda S(U, X_1, \dots, X_t), \quad (\lambda: \text{任意定数}). \quad (12)$$

## 熱力学の定理 2

単純系のエントロピーは、その自然な変数について上に凸な関数である：

$$S(\lambda U_a + (1 - \lambda)U_b, \lambda X_a + (1 - \lambda)X_b) \geq \lambda S(U_a, X_a) + (1 - \lambda)S(U_b, X_b). \quad (13)$$

さて、これら熱力学の定理は Schwarzschild ブラックホールの場合、次のようになる。ブラックホールエントロピー (9) はブラックホール熱力学の基本関係式として

$$S_{\text{BH}} = S_{\text{BH}}(U_{\text{BH}}) = 4\pi U_{\text{BH}}^2 \quad (14)$$

のように書くことができる。この式はブラックホールの場合も同様に、エントロピーが質量、すなわち、内部エネルギーの関数として表されていることを意味する。このとき、上記の定理はそれぞれ

- 定理 1： ブラックホールエントロピーは、その自然な変数の “2 次同次関数” である。
- 定理 2： ブラックホールエントロピーは、その自然な変数について “下に凸な関数” である。

となる。そして、定理 1 からの帰結としてブラックホールエントロピーは相加性を持たないことが示される。そもそも、このブラックホール熱力学の内部エネルギー  $U_{\text{BH}}$  は相加変数となっているのかという問題も生じる。熱力学では、複合系の内部エネルギーをマイクロ系のエネルギー表式において

$$U = \sum_i U^{(i)} + \sum_{i \neq j} U_{\text{int}}^{(ij)} \quad (15)$$

として記述される。ここで、 $U_{\text{int}}^{(ij)}$  は部分系 (i) と別の部分系 (j) の間の相互作用エネルギーを表す。第 1 項のみで記述されているのであれば、内部エネルギーは相加変数であると言えるが、第 2 項がマクロに見て無視できない場合にはこの問題が生じることが知られている。特に、長距離相互作用の場合には注意が必要となる。通常、粒子間に働く万有引力は他の相互作用と比べ非常に小さいために無視されているが、ブラックホールの場合にはきちんと考慮する必要があるだろう。

このように平衡熱力学に限った場合においても、熱力学とブラックホール熱力学には本質的な違いがあることが分かる。ここでは一部の相違点だけに注目したが、今後はより詳細にこれら相違点を明確にしていく必要があると考えている。そして、さらに重要なことは、このような相違点を有しながらも、何故、ブラックホール熱力学が熱力学の基本的な 4 つの法則を満たすのか、これらの対応関係をもたらす背後の物理は何かを明らかにすることだと考える。

## References

- [1] B. Carter, Phys. Rev. Lett. **26**, 331 (1971).
- [2] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **25**, 152 (1972).
- [3] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973).
- [4] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975) [Erratum-ibid. **46**, 206 (1976)].
- [5] M. J. Klein, Science, **157**, 509 (1967).
- [6] 清水明, 「熱力学の基礎」東京大学出版会 (2007).

# Remark on the subtractive renormalization of quadratically divergent scalar mass

Kazuo Fujikawa

Institute of Quantum Science, College of Science and Technology  
Nihon University, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308, Japan

The quadratically divergent scalar mass is subtractively renormalized unlike other divergences which are multiplicatively renormalized. We re-examine some technical aspects of the subtractive renormalization, in particular, the mass independent renormalization of massive  $\lambda\phi^4$  theory with higher derivative regularization. We then discuss an unconventional scheme to introduce the notion of renormalization point  $\mu$  to the subtractive renormalization in a theory defined by a large fixed cut-off  $M$ . The resulting renormalization group equation generally becomes inhomogeneous but it is transformed to be homogeneous. The renormalized scalar mass consists of two components in this scheme, one with the ordinary anomalous dimension and the other which is proportional to the renormalization scale  $\mu$ . This scheme interpolates between the theory defined by dimensional regularization and the theory with un-subtracted quadratic divergences.

## References

- [1] K. Fujikawa. Phys. Rev. D83 (2011) 105012, arXiv:1104.3396 [hep-th].