

シンポジウム報告

日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

日程: 2014年11月8日(土)、9日(日)

場所: 京都産業大学 むすびわざ館 3-B 教室

概要

第4回日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウムが、日本大学理工学部物理学素粒子論研究室と京都産業大学益川塾の連携の下、上記の日時・場所において開催された。本シンポジウムは、私立大学が連携して素粒子物理学に関する研究交流を図ることを目的とし、「素粒子と時空」および「現象から探る素粒子」の2つをテーマとして企画され、計15件の講演が行われた。講演は場の量子論から素粒子現象論にわたる理論に関するものが中心であるが、格子QCD、暗黒エネルギーと修正重力理論、Bの物理、及びCMB偏光観測実験に関する招待講演を含め幅広い内容であった。参加者は日本大学と京都産業大学を中心に、大阪大学、近畿大学、京都大学、高エネルギー加速器研究機構、摂南大学、東京理科大学、奈良女子大学、理化学研究所などから36名であり、大変に有意義なシンポジウムとなった。なお、本シンポジウムは、京都産業大学の援助を受けて開催された。

世話人

益川 敏英 (京都産業大学 益川塾)
九後 汰一郎 (京都産業大学 益川塾)
柴 正太郎 (京都産業大学 益川塾)
杉山 弘晃 (京都産業大学 益川塾)
渡邊 篤史 (京都産業大学 益川塾)
仲 滋文 (日本大学 理工学部)
二瓶 武史 (日本大学 理工学部)
梅津 光一郎 (日本大学 理工学部)

日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

—CST & MISC Joint Symposium on Particle Physics—

□ 開催日・開催場所

日時：平成 26 年 11 月 8 日（土）、11 月 9 日（日）

場所：京都産業大学 むすびわざ館 3 階 3-B 教室

□ プログラム

11 月 8 日（土曜日） 素粒子と時空／現象から探る素粒子

13:00	受付開始	むすびわざ館 3 階 3-B 教室 入口
13:30-14:50	座長：九後 汰一郎 (益川塾)	
13:30-13:45	益川 敏英 (益川塾)	挨拶
13:45-13:50	主催者	シンポジウムに関する連絡事項
13:50-14:50	青木 慎也 (基研)	格子 QCD の最近の進展
14:50-15:10	休憩	
15:10-16:25	座長：三輪 光嗣 (日大理工)	
15:10-15:35	九後 汰一郎 (益川塾)	Massive supergravity
15:35-16:00	藤川 和男 (理研)	Neutrino-antineutrino mass splitting in the Standard Model and baryogenesis
16:00-16:25	梅津 光一郎 (日大理工)	A hidden-variables version of Gisin's theorem
16:25-16:50	休憩	
16:50-17:50	座長：原 哲也 (益川塾)	
16:50-17:50	辻川 信二 (東京理科大)	暗黒エネルギーと修正重力理論
18:00-19:30	懇親会	むすびわざ館 1 階 カフェ「KSUKSU」 (申込者のみ)

11月9日(日曜日) 素粒子と時空/現象から探る素粒子

10:00-11:00 座長：植松 恒夫 (益川塾)		
10:00-11:00	後藤 亨 (KEK)	B の物理の現状と展望
11:00-11:15 休憩		
11:15-12:30 座長：高杉 英一 (益川塾)		
11:15-11:40	二瓶 武史 (日大理工)	超対称暗黒物質の対消滅における電弱制動放射の寄与
11:40-12:05	杉山 弘晃 (益川塾)	Zero Higgs Doublet Model
12:05-12:30	渡邊 篤史 (益川塾)	T2K 実験における重いニュートリノ探索
12:30-14:00 昼食 むすびわざ館 1階 カフェ「KSUKSU」(申込者のみ)		
14:00-15:00 座長：二瓶 武史 (日大理工)		
14:00-15:00	長谷川 雅也 (KEK)	CMB 偏光観測実験: POLARBEAR の最新の結果と今後の展望
15:00-15:20 休憩		
15:20-16:10 座長：梅津 光一郎 (日大理工)		
15:20-15:45	三輪 光嗣 (日大理工)	On quantum corrections of a string world sheet for a Wilson loop in the AdS/CFT correspondence
15:45-16:10	柴 正太郎 (益川塾)	場の理論によるブラックブレーンの解析と p-soup モデル
16:10-16:30 休憩		
16:30-17:50 座長：太田 信義 (近大)		
16:30-16:55	池田 憲明 (益川塾)	場の理論、弦理論に現れる Lie 亜群
16:55-17:20	出口 真一 (日大理工)	Gauged Twistor Models of Massless and Massive Particles
17:20-17:45	仲 滋文 (日大理工)	衝撃波型背景時空における bi-local 模型
17:45-17:50	主催者	シンポジウムに関する連絡事項

格子 QCD の最近の進展

青木 慎也

京都大学 基礎物理学研究所

1 序

格子 QCD の最近の進展に関して、幾つかの最新の結果を例に取り、紹介したい。

2 ハドロン質量の計算

ハドロンの基底状態の質量の計算は、格子 QCD の提案当初からの長年の課題であり、その正しさを証明するためにまず第 1 に為さねばならないものである。近年では、ようやくハドロン質量の正確な計算が可能になりつつある。実際、論文 [1] では、 $2+1$ フレーバー QCD の計算で、カイラル外挿や連続極限への外挿を行った後のハドロン質量の結果が報告されており、実験値との良い一致を示している。この計算でのパイ中間子の質量の最小値は 190 MeV であり、物理的な値 140 MeV にかかなり近く、今まで問題であったカイラル外挿に起因する系統誤差が大幅に低減している。また、物理点直上での計算 [2] も行われるようになっており、ハドロン質量の格子 QCD による計算はほぼ完成したと考えられる。

最近では、 u, d のクォークの質量や電荷の違い等のアイソスピンの破れの効果を取入れた計算も行われるようになってきており、例えば、文献 [3] では、表 2 のような結果が得られている。この

	mass splitting [MeV]	QCD [MeV]	QED [MeV]	exp. [MeV]
$\Delta N = n - p$	1.51(16)(23)	2.52(17)(24)	-1.00(07)(14)	1.29
$\Delta \Sigma = \Sigma^- - \Sigma^+$	8.09(16)(11)	8.09(16)(11)	0	8.08(8)
$\Delta \Xi = \Xi^- - \Xi^0$	6.66(11)(09)	5.53(17)(17)	1.14(16)(09)	6.85(21)
$\Delta D = D^\pm - D^0$	4.68(10)(13)	2.54(08)(10)	2.14(11)(17)	4.76(10)
$\Delta \Xi_{cc} = \Xi_{cc}^{++} - \Xi_{cc}^+$	2.16(11)(17)	-2.53(11)06)	4.69(10)(17)	not measured

論文の計算では、それぞれ質量の異なる u, d, s, c の 4 つの力学的クォークの効果を取入れ、また、電磁相互作用の寄与も QED により取入れている。幾つかの質量、電荷、体積、格子間隔で計算を行い、物理的なクォーク質量へのカイラル外挿や内挿、物理的な電荷への内挿、無限体積への外挿、連続極限への外挿を行っている。表の 1 行目にある中性子と陽子の質量差 (MeV 単位) を見ると、電磁相互作用の効果 (4 列目) では電荷を持つ陽子の方が 1 MeV 程度重くなるが、逆に d クォークの方が u クォークより重いという QCD の効果 (3 列目) により中性子の方が 2.5 MeV 重くなり、合計 (2 列目) では、中性子が 1.51 MeV 重くなる。実験値 (5 列目) の 1.29 MeV と比べると若干大きいですが、統計誤差や系統誤差を考えると良い一致と言えよう。むしろ、平均の質量の 0.2% 以下の中性子と陽子の小さな質量差を、格子 QCD の第 1 原理計算により出せるようになったということは、現時点での格子 QCD のハドロン質量計算の到達点を示すものとして評価さ

れる結果である。他にも幾つかの質量差が計算されているが、実験値との一致は良い。5番目の Ξ_{cc} の質量差は実験でも測定されておらず、QCDからの予言になっている。将来、 $\Xi_{cc}^{++} = ucc$ や $\Xi_{cc}^+ = dcc$ の質量が測定され、QCDのこの予言が正しいかどうか確かめられれば面白い。

3 ハドロンの弱電磁行列要素の計算

素粒子実験の様々な結果から、キャビボー-小林-益川 (CKM) 行列を決めるには、弱電磁相互作用に現れる有効相互作用項のハドロン行列要素の情報が必要となる。このようなハドロン行列要素はQCDの効果を取り込んで評価する必要があるため、ハドロン質量の計算と並んで、格子QCDの初期から多くの計算がなされてきている。最新の結果などは、Flavor Lattice Average Group (FLAG) のレビュー [4] などにまとめられているので、興味の有る方はご覧になって頂きたい。ここでは、幾つかのハドロン行列要素に関する最新の結果を紹介したい。

最も簡単なハドロン行列要素である擬スカラー中間子の崩壊定数は

$$\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u | \pi^+(p) \rangle = ip_\mu f_{\pi^+}, \quad \langle 0 | \bar{s} \gamma_\mu \gamma_5 u | K^+(p) \rangle = ip_\mu f_{K^+}, \quad (1)$$

などのように定義される。ここで、左辺に現れた演算子は軸性ベクトル・カレントである。格子QCD計算による最新の結果は

$$f_\pi = 130.2(1.4)\text{MeV}, \quad f_K = 156.3(0.9)\text{MeV}, \quad (N_f = 2 + 1) \quad (2)$$

である [4]。ただし、この結果は、u,dクォークの質量差を考慮していない2+1フレーバーQCDの計算により得られたものである。カイラル外挿や連続極限への外挿は行われている。この結果は、Particle Data Group (PDG) の結果、

$$f_\pi^{(\text{PDG})} = 130.41(0.20)\text{MeV}, \quad f_K^{(\text{PDG})} = 156.1(0.8)\text{MeV}, \quad (3)$$

と良く一致している。

中性K中間子の混合パラメタ B_K は以下で定義される。

$$B_K(\mu) = \frac{\langle \bar{K}^0 | Q_R^{\Delta S=2}(\mu) | K^0 \rangle}{\frac{8}{3} f_K^2 m_K^2}. \quad (4)$$

ここで、 K^0 と \bar{K}^0 の間の遷移を引き起こす $\Delta S = 2$ の有効4体フェルミ演算子は

$$Q_R^{\Delta S=2} = [\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d] [\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d] \quad (5)$$

で与えられ、 μ はこの演算子の繰り込み点を表す。 B_K は弱い相互作用による間接的なCPの破れに関する物理量である。カイラル外挿、連続極限への外挿を行った2+1フレーバーの格子QCDの最新結果 [4] は

$$\hat{B}_K = 0.7661(99), \quad B_K^{\overline{\text{MS}}}(2\text{GeV}) = 0.5596(72) \quad (6)$$

である。ここで、繰り込みスケール不変な \hat{B}_K は

$$\hat{B}_K = \left(\frac{\bar{g}(\mu)^2}{4\pi} \right)^{-\gamma_0/(2\beta_0)} \left\{ 1 + \frac{\bar{g}(\mu)^2}{(4\pi)^2} \left[\frac{\beta_1 \gamma_0 - \beta_0 \gamma_1}{2\beta_0^2} \right] \right\} B_K(\mu) \quad (7)$$

で定義される。

中性 K 中間子の $\pi\pi$ への崩壊振幅は

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}}A_0e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}}A_2e^{i\delta_2}, \quad A(K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}A_0e^{i\delta_0} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}A_2e^{i\delta_2} \quad (8)$$

と書かれる。ここで、 δ_I は、QCD による $\pi\pi$ 散乱の位相差で、 $I = 0, 2$ は、 $\pi\pi$ 状態の全アイソスピンを表し、一方、 A_I は、弱い相互作用による $K \rightarrow \pi\pi$ 崩壊の振幅である。実験的には、例えば

$$\frac{\text{Re}A_0}{\text{Re}A_2} = 22.45(6) \quad (9)$$

という値が知られており、この値は、 I が $3/2$ 変わる崩壊に比べて I が $1/2$ 変わる崩壊の方が圧倒的に多いことを示しており、 $\Delta I = 1/2$ 規則と呼ばれている。一方、中性 K 中間子の CP の直接的な破れを示す量としては、

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} \left(\frac{A_2}{A_0} \right) e^{i\Phi}, \quad \Phi = \pi/2 + \delta_2 - \delta_0 \quad (10)$$

が知られている。格子 QCD による A_I の計算は、終状態に 2 粒子が存在するため、容易ではない。特に、真空と同じ量子数をもつ状態への崩壊である A_0 の計算が難しい。とはいえ、長年の努力により徐々に結果が出てきている。 A_2 に関しては、 $a^{-1} = 1.364 \text{ GeV}$ という非常に粗い格子で、

$$\text{Re} A_2 = 1.381(46)_{\text{stat}}(258)_{\text{sys}}10^{-8}\text{GeV} \quad (11)$$

$$\text{Im} A_2 = -6.54(46)_{\text{stat}}(120)_{\text{sys}}10^{-13}\text{GeV} \quad (12)$$

という結果が得られている [5, 6]。この計算でのパイ中間子、K 中間子の質量は $m_\pi = 142 \text{ MeV}$, $m_K = 506 \text{ MeV}$ であり、物理的な値にかなり近い。実部に関しては、実験値

$$\text{Re} A_2 = 1.479(4) \times 10^{-8}\text{GeV} \quad (13)$$

と誤差の範囲で一致している。一方、虚部は実験値がないので、QCD による予言となっている。より難しい A_0 に関してはその実部が、格子間隔 $a^{-1} = 1.73 \text{ GeV}$ の 1 点で計算が行われ、 $\Delta I = 1/2$ 規則に関して以下の結果が報告されている [7]。

$$\frac{\text{Re}A_0}{\text{Re}A_2} = \begin{cases} 9.1(2.1) & \text{for } m_K = 878\text{MeV}, m_\pi = 422\text{MeV} \\ 12.0(1.7) & \text{for } m_K = 662\text{MeV}, m_\pi = 329\text{MeV} \end{cases} \quad (14)$$

実験値の $\text{Re} A_0/\text{Re} A_2 = 22.45(6)$ に比べるとまだかなり小さいが、パイ中間子の質量を小さくするにつれて大きくなっているのが、物理点では、実験値にかなり近づきそうに思われる。連続極限を含めた今後の発展が楽しみである。

4 有限温度 QCD の状態方程式

QCD の低温では、カラー 1 重項であるハドロンが物理的状态として現れ、カラーをもつクォークはハドロン内に閉じ込められ、外には出てこない。しかしながら、QCD で温度を上げて行くと、

ハドロン相からクォーク・グルーオン・プラズマ相への相転移が起きると期待されている。格子 QCD によりそのような QCD の有限温度相転移が研究されている。

2 + 1 フレーバーの場合の相転移は、1 次転移ではなく、クロスオーバーであることが格子 QCD の数値計算により確立しつつ有る。また、この場合の、クロスオーバーの（擬）転移温度は

$$T_c = 157(3)(3)\text{MeV}$$

となっている。しかしながら、これらの結果は、1 つのクォークの定式化で得られたものなので、他の方法による確認が必要である。

有限温度の物理量として、物質の状態方程式が計算されている。状態方程式は、圧力 p 、エネルギー密度 ϵ 、エントロピー密度 s などを温度の関数として与えるものであり、自由エネルギー $F = -T \log Z$ と以下の関係にある。

$$\frac{p(T)}{T} = \frac{\partial \log Z}{\partial V} \simeq \frac{\log Z}{V}, \quad \epsilon(T) = -\frac{1}{V} \frac{\partial \log Z}{\partial 1/T}, \quad s(T) = \frac{1}{V} \frac{\partial (T \log Z)}{\partial T} \quad (15)$$

状態方程式に関する最新の結果の図などは論文 [8] を見て頂きたい。

5 格子 QCD による核力の計算

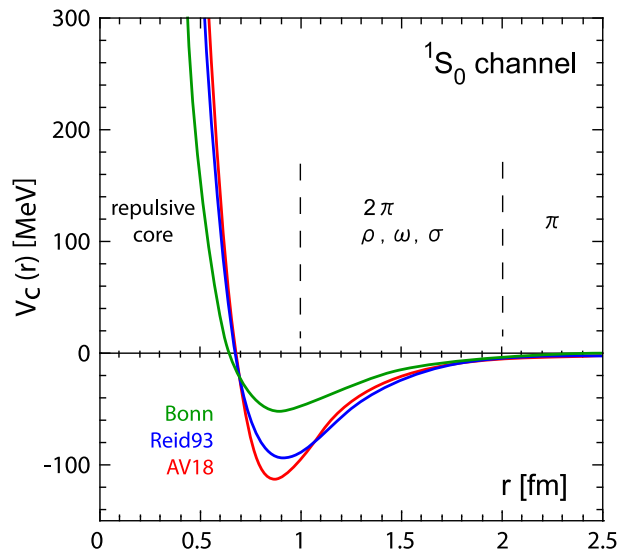


図 1: 実験から決めたスピン一重項に対する現象論的ポテンシャルの例。

最後の章では、より複雑な物理量であるハドロン間相互作用、特に核力の格子 QCD による計算を紹介する。核力の研究は、湯川秀樹博士の 1935 年の論文で提案された中間子論に始まった。現在では、陽子や中性子などの核子も力を媒介する中間子のどちらもクォークとグルーオンから構成されていることが分かっており、その複雑な内部自由度を反映して、核力の振る舞いも 2 核

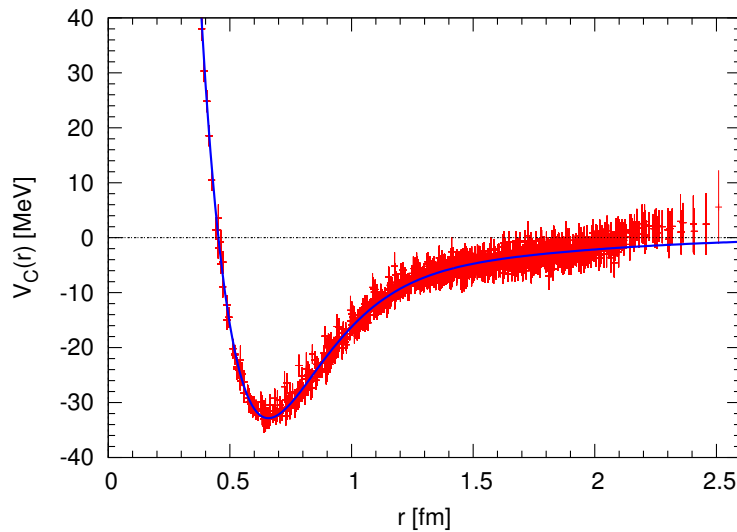


図 2: 格子 QCD によるスピン一重項ポテンシャル。

子間の距離に依存して複雑に変化する。例えば、実験から決めたスピン一重項に対する現象論的なポテンシャルを図 1 に載せる。ポテンシャルの決め方の違いで若干の差異があるが、以下の 3 つの特徴的な振る舞いは共通である。長距離は引力で、この部分は湯川の提唱した 1 つの中間子の交換で記述される。中間領域では、引力がさらに強くなる。これは、複数のパイ中間子の交換やより重い中間子の交換で理解されると思われる。より近距離では引力は斥力に変わり、非常に強い斥力芯が現れる。近距離なのでクォークなどの内部自由度が重要になると思われるが、斥力芯の起源に関する明快な理解は無い。

このような複雑な核力の振る舞いを格子 QCD で説明出来るのかは重要な問題であるが、格子 QCD で相互作用を調べることは難しく、なかなか進展が無かった。ところが、2007 年の論文 [9] で新しい方法が提唱され、格子 QCD により、核力などのハドロン間相互作用を統一的に研究する事が可能になってきた。この方法は HAL QCD の方法と呼ばれ、いろいろなハドロン間相互作用の研究に応用されている。最近の結果に関するレビューは論文 [10] をご覧になって頂きたい。

HAL QCD の結果の中から、2+1 フレーバー格子 QCD で計算 [11] を紹介しよう。格子間隔 $a = 0.09$ fm, 格子の 1 辺の長さが $L = 2.9$ fm, パイ中間子の質量が約 700 MeV で計算されたスピン一重項ポテンシャルを図 2 に載せる。定量的な点はともかくとして、遠距離、中間距離の引力、そしてそれが近距離で斥力になり、斥力芯が現れる点など、核子ポテンシャルの定性的な点がすべて格子 QCD により計算されたポテンシャルで再現されている。

図 3 には、格子 QCD で得られたポテンシャルを用いて計算された散乱位相差を載せる。誤差付きの赤いデータが格子 QCD の結果であり、青い実線が散乱位相差の実験値である。図から分かるように、散乱位相差のエネルギー依存性の定性的な振る舞いが良く再現されている。一方、低エネルギーでの立ち上がり方は実験に比べて弱い。これは、パイ中間子の質量が 700 MeV と実験値の 140 MeV に比べてかなり重いためだと考えられる。パイ中間子の質量が 140 MeV の格子 QCD 計算で、正しい散乱位相差が再現できるかどうか、これからの重要な課題である。

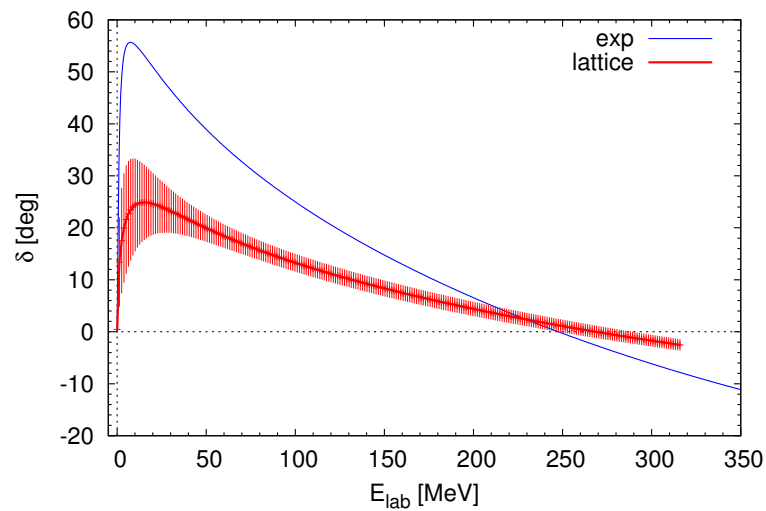


図 3: 格子 QCD によるスピナー重項ポテンシャルから計算された位相差。青い実線は実験値である。

参考文献

- [1] S. Durr *et al.*, Science **322**, 1224 (2008).
- [2] PACS-CS Collaboration: S. Aoki *et al.*, Phys. Rev. D**81**, 074503 (2010).
- [3] S. Borsanyi *et al.*, "Ab initio calculation of the neutron-proton mass difference", arXiv:1407.7443[hep-lat].
- [4] S. Aoki *et al.*, "Review of lattice results concerning low energy particle physics", arXiv:1310.8555[hep-lat].
- [5] T. Blum *et al.*, Phys. Rev. Lett. **108**, 141061 (2012).
- [6] T. Blum *et al.*, Phys. Rev. D**86**, 074513 (2012).
- [7] P. Boyle *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 152001 (2013).
- [8] S. Borsanyi *et al.*, PoS (Lattice2013), 155 (2013).
- [9] N. Ishii, S. Aoki and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. **99**, 022001 (2007).
- [10] S. Aoki *et al.* (HAL QCD Collaboration), Prog. Theor. and Exp. Phys. **2012** (1): :01A105 (2012).
- [11] HAL QCD Collaboration: N. Ishii *et al.*, Phys. Lett. B**712**, 437 (2012).

Massive Gravity and Massive Supergravity

Taichiro Kugo

*Department of Physics and Masakawa Institute for Science and Culture,
Kyoto Sangyo University, Kyoto 603-8555, Japan*

1 Introduction

この話は、近畿大学の太田信義さんとの現在進行中の共同研究に基づいている。シンポジウムでは、前半に Non-SUSY の場合の dRGT の massive gravity 理論 [1] において、任意の許される背景重力場の下で、伝播する重力場モードに Boulware-Deser (BD) ghost [2] が現れないことの我々の最近の証明 [3] を紹介した。これは、単にモード数を数える従来の証明 [4] ではなく、任意背景場上で伝播する重力場の運動項をあらわに解析し、BD-ghost に相当する Stückelberg scalar 場 [5] の高階微分項が実際に全て消えていることを証明するものである。直接証明であるお蔭で、副産物としての知見が得られる。任意背景場と書いたが、実は、背景場を平坦 Minkowski 時空からだんだん強くして行くと、その証明が破綻する所に達する。その点が、実は、dRGT の質量項の平方根の branch point であり、それを超えると重力場行列の平方根が complex となるので、dRGT の理論そのものが意味を持たなくなる領域であることも、この直接証明の副産物として明らかになった。この証明の詳細に関しては既に論文が PTEP に発表されている [3] ので興味ある方はそちらを参照願いたい。

ここでは、未だ発表していないその超対称化、すなわち Massive Supergravity について書く。しかし、実はこの project は未だ途上であって、現在の所線形近似レベルでしか action が構成できていない。それを報告し、full order action の構成への道筋を述べたい。

2 5次元から4次元への縮約

de Rham 達は、別の論文 [6] で、(多脚場変数で書かれた) 5次元の Einstein 重力理論から、5次元方向を2点だけから成る2サイト模型にして4次元に次元縮約すれば、ほぼ「自動的に」彼らの massive gravity 模型が出てくる、ということを示している。したがって、同じことを5次元の Supergravity (SUGRA) 模型に対して行えば、massive SUGRA 模型が出せるのではないかと思われる。しかし、残念ながら SUSY は非常に「fragil」であって、5次元方向を離散的な2サイト模型にした途端に壊れてしまい、うまく4次元に次元縮約出来ない。

2.1 Kaluza-Klein (KK) 縮約

とはいえ、とにかく5次元 SUGRA 模型は massive SUGRA の重要なヒントを与えるので、5次元 SUGRA 模型の $M_4 \times S^1$ 上での Kaluza-Klein (KK) 縮約を考えることにする。5次元の場

$$\varphi(x, y) = \{ 5 \text{脚場 } e_M^A(x, y), \text{ Gravitino } \psi_M^i(x, y), \text{ Gravi-photon } A_M(x, y) \},$$

$$(M = (\mu, y), A = (a, 4); \mu, a = 0, 1, 2, 3, \text{ SU}(2) \text{ label } i = 1, 2) \quad (1)$$

を KK モードへ展開する:

$$\varphi(x, y) = \sum_{n \in Z} \varphi_{(n)}(x) e^{inmy}, \quad (2)$$

$m \equiv 1/R$ は、mass の単位を与える。 $n = 0$ モードは massless、 $n \neq 0$ モードは mass nm を持つ。これらのモードは次の表のようになる:

成分	gauge 変換	$n = 0$	$n = \pm 1, \pm 2, \dots$
e_μ^a	$\delta e_{\mu(n)}^a = \partial_\mu \xi_{(n)}^a$	massless ($j = 2$) 2	massive ($j = 2$) $5 = 2 + 2 + 1$
e_μ^4	$\delta e_{\mu(n)}^4 = \partial_\mu \xi_{(n)}^4$	massless B_μ ($j = 1$) 2	↑ NG ボソン ($j = 1$) 2
e_y^a	$\delta e_{y(n)}^a = inm \xi_{(n)}^a$	0 by LL gauge	0 by LL gauge
e_y^4	$\delta e_{y(n)}^4 = inm \xi_{(n)}^4$	massless ϕ ($j = 0$) 1	↑ NG ボソン ($j = 0$) 1
A_μ	$\delta A_{\mu(n)} = \partial_\mu \theta_{(n)}$	massless GB ($j = 1$) 2	massive ($j = 1$) $3 = 2 + 1$
A_y	$\delta A_{y(n)} = inm \theta_{(n)}$	massless ($j = 0$) 1	↑ NG ボソン ($j = 0$) 1
ψ_μ^i	$\delta \psi_{\mu(n)}^i = \partial_\mu \varepsilon_{(n)}^i$	massless GF ($j = 3/2$) 2	massive ($j = 3/2$) $4 = 2 + 2$
ψ_y^i	$\delta \psi_{y(n)}^i = inm \varepsilon_{(n)}^i$	massless ($j = 1/2$) 2	↑ NG fermion ($j = 1/2$) 2

NG ボソンや NG fermion と記されたモードは矢印の先の massive になるモードに吸収される。 $n = 0$ セクターは、trivial 次元縮約により得られる $N = 2$ $d = 4$ SUGRA と同じである。 $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ の massive タワーは、各 n 毎に、

$$N = 1 \text{ massive 多重項 } 1 e_{\mu(n)}^a + 2 \psi_{\mu(n)}^i + 1 A_{\mu(n)}, \quad (4)$$

のように見えるが、実際は central charge $m = Z = p^4$ を持つ $N = 2$ 多重項である。しかし、これらが複素場 $\varphi_{(n)}^\dagger = \varphi_{(-n)}$ であることに注意。

2.2 $n = \pm 1$ の y -parity even modes のみへの切断

5次元目の座標 $y \equiv x^4$ に依存しない SUSY 変換 $\varepsilon_{(n=0)}(x)$ の下で、任意の $n (\neq 0)$ に対し、 $+|n|$ と $-|n|$ の KK モード $\varphi_{(\pm n)}$ が線形化されたレベルで閉じていることは、5次元目の運動量保存から明らかである。また Action も、full action の中で $\varphi_{(\pm n)}$ に関して 2 次の部分で、他の全てのレベル $\ell \neq \pm n$ の場 $\varphi_{(\ell)}$ を 0 にした ($n = 0$ モードは flat Minkowski 背景にした) ものを、「線形化された action」と定義すると、それは、4次元座標 x にも依らない定数 SUSY 変換 $\varepsilon_{(n=0)}$ に対して不変で、さらに $\varphi_{(\pm n)}$ の inhomogeneous なシフト変換 $\partial_M \varepsilon_{(\pm n)}(x)$ の下でも、不変である。これは、full action で考えても、これらの変換後、

$$\varphi_{(n)}(x) \varphi_{(-n)}(x) \varepsilon_{(n=0)} \quad \text{や} \quad \varphi_{(\mp n)}(x) \partial_M \varepsilon_{(\pm n)}(x), \quad (5)$$

の形の項が、上の線形化された action からしか出ないことから明らかである。(もし、 x に依存するゼロモード変換 $\varepsilon_{(n=0)}(x)$ についての不変性を考えると、

$$\varphi_{(n)}(x)\varphi_{(-n)}(x)\varepsilon_{(n=0)}(x) \quad (6)$$

の形の項の相殺を議論しなければならないが、この形の項は、上の線形化 action からだけでなく、場の 3 次項

$$\varphi_{(n)}(x)\varphi_{(-n)}(x)\varphi_{(n=0)}(x) \quad (7)$$

からも、ゼロモード場 $\varphi_{(n=0)}(x)$ の inhomogeneous シフト $\partial_\mu \varepsilon_{(n=0)}(x)$ があれば出てくるので、線形化 action だけで不変とは言えない。 x 依存性の無い変換だけなら、inhomogeneous シフト項は効かなくなるので、線形化 action だけで不変なのである。)

よって線形化レベルでは、平坦な背景時空の上で、 $n = \pm 1$ モードだけに、あるいは同じことだが、cos と sin モード

$$\varphi^{\cos}(x) = \frac{1}{2}(\varphi_{(1)}(x) + \varphi_{(-1)}(x)), \quad \varphi^{\sin}(x) = \frac{1}{2i}(\varphi_{(1)}(x) - \varphi_{(-1)}(x)), \quad (8)$$

の二つだけに、制限することが出来る。(これらの実場の片方だけでは、central charge が不定で、 $N = 2$ SUSY の表現にはなれない。)

実は、 y -parity を使えば、さらに半分の偶モードのみに制限できる：

$$e_\mu^{a \cos}, \quad e_\mu^{4 \sin}, \quad e_y^{a \sin}, \quad e_y^{4 \cos}, \quad A_\mu^{\sin}, \quad A_y^{\cos} \quad (9)$$

$$\psi_{\mu+}^{\cos}, \quad \psi_{\mu-}^{\sin}, \quad \psi_{y+}^{\sin}, \quad \psi_{y-}^{\cos} \quad (10)$$

ここで 4 次元スピノール ψ_\pm は、5 次元の $SU(2)$ Majorana スピノール $\psi_{i=1,2}$ から

$$\begin{aligned} \psi_+ &\equiv \psi_{1R} + \psi_{2L} \\ \psi_- &\equiv \psi_{2R} - \psi_{1L}, \end{aligned} \quad (11)$$

で定義された、共に 4 次元 Majorana スピノールである： $\overline{\psi}_\pm = \psi_\pm^T C$ 。 y -parity は、「 y -方向の波動関数の parity」と「場自体の内部 parity」の積で与えられる。cos (sin) モードは y -波動関数 parity が + (-) であり、 y とか 4 の場の添え字および gravi-photon 場は、奇の内部 parity を持っていることに注意。この y -parity 偶モードに制限した線形化 action では、SUSY も y -parity 偶の変換パラメータの下での $N = 1$ SUSY 不変性に縮小する：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{(0)}^i &\rightarrow \varepsilon_{(0)+} \equiv \varepsilon_+ : \text{定数} \\ \varepsilon_{(\pm 1)}^i(x) &\rightarrow \varepsilon_+^{\cos}(x) \equiv \eta_+(x), \quad \varepsilon_-^{\sin}(x) \equiv \eta_-(x) \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 線形化レベルでの massive SUGRA

このようにして、5 次元 SUGRA から、 $n = \pm 1$ レベルの y -parity 偶の Kaluza-Klein モード (の 2 次項) のみを残した action は、SUSY 変換 (12) の下で不変な線形化レベルでの massive SUGRA action を与える。

場の記号 $B_\mu, \phi, h_{\mu\nu}, h$ を

$$\begin{aligned} e_\mu^a \eta_{ab} &\equiv e_{\mu\nu}, & h_{\mu\nu} &\equiv e_{\mu\nu} + e_{\nu\mu} \equiv 2e_{(\mu\nu)}, & e_\mu^4 &\equiv B_\mu e^\phi, & e_y^4 &= e^\phi \\ h &\equiv h_\mu^\mu, & h_\mu &\equiv \partial^\nu h_{\mu\nu} = 2e_\mu^\mu, \end{aligned} \quad (13)$$

で導入すれば、($e_y^a = 0$ ゲージで) この線形化レベルの massive SUGRA action は次のように書けることがわかる:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4} h^{\mu\nu} \left(\partial_\mu \partial_\nu h - 2\partial_{[\mu} h_{\nu]} + \square h_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} (\partial^\lambda h_\lambda - \square h) \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2(A) - 2i \sum_{i=\pm} \bar{\psi}_{\mu i} \gamma^{\mu\nu\rho} \partial_\nu \psi_{\rho i} \\ &\quad + m^2 \left(\frac{1}{2} h_{\mu\nu} + \frac{1}{m} \partial_{(\mu} B_{\nu)} + \frac{1}{m^2} \partial_\mu \partial_\nu \phi \right)^2 - m^2 \left(\frac{1}{2} h + \frac{1}{m} \partial \cdot B + \frac{1}{m^2} \square \phi \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} m^2 (A_\mu + \frac{1}{m} \partial_\mu A_y)^2 \\ &\quad + (-2i) 4m (\bar{\psi}_{\mu+} - \frac{1}{m} \partial_\mu \bar{\psi}_{y+}) \gamma^{\mu\nu} (\psi_{\nu-} + \frac{1}{m} \partial_\nu \psi_{y-}) \end{aligned}$$

この action の第 1 行目 +2 行目は、massless $N = 2$ SUGRA の線形化 action そのものになっている。また、第 3 行目は graviton のちょうど Fierz-Pauli 型の mass term であり、下の変換則でも確かめられるように、 $B_\mu = e_\mu^4 e_4^y$ が Stückelberg vector 場、 $\phi = \ln e_y^4$ が Stückelberg scalar 場、になっている [5, 7]。第 4 行目は gravi-photon A_μ の mass term で、 A_y がその Stückelberg scalar 場になっている。第 5 行目は Rarita-Schwinger 場の (Dirac タイプの transition) mass term で、ここでも $\psi_{y\pm}$ が Stückelberg spinor 場となっている。5 次元ゲージ場の extra 次元 y -成分が、自動的に Stückelberg 場として働いており、mass term があっても GC 不変性や超対称性を保持していることに注意したい。

2.4 変換則

上の action は、 ε_+ を x -independent な SUSY 変換パラメーター、 $\eta_\pm(x)$ を inhomogeneous local 変換パラメーターとする、次の変換の下で不変である。

$$\begin{aligned} \delta e_\mu^a &= -2i \bar{\varepsilon}_+ \gamma^a (\psi_{\mu+} - \frac{1}{m} \partial_\mu \psi_{y+}) + \partial_\mu \xi^a \\ \delta e_\mu^4 &= \delta B_\mu = 2\bar{\varepsilon}_+ \psi_{\mu-} - m \xi_\mu + \partial_\mu \xi^4 \\ \delta e_y^4 &= \delta \phi = 2\bar{\varepsilon}_+ \psi_{y-} - m \xi^4 \\ \delta A_\mu &= \sqrt{6} \bar{\varepsilon}_+ i \gamma_5 \psi_{\mu-} + \partial_\mu \theta \\ \delta A_y &= \sqrt{6} \bar{\varepsilon}_+ i \gamma_5 \psi_{y-} - m \theta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
\delta\psi_{\mu+} &= \partial_\mu\eta_+ - \frac{1}{4}\omega_{\mu,ab}\gamma^{ab}\varepsilon_+ + \frac{1}{2\sqrt{6}}(\gamma_{\mu\nu} - 2\eta_{\mu\nu})\gamma_5\varepsilon_+(\partial_\nu A_y + mA^\nu) \\
&\quad \text{with } \omega_{\mu,ab} = \partial_\mu e_{[ab]} - \partial_{[a}h_{b]\mu} \\
\delta\psi_{y+} &= m\eta_+ - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}F_{\mu\nu}(B) + me_{[\mu\nu]}\right)\gamma^{\mu\nu}\varepsilon_+ - \frac{i}{4\sqrt{6}}\gamma^{ab}\gamma_5\varepsilon_+F_{ab}(A) \\
\delta\psi_{\mu-} &= \partial_\mu\eta_- - \frac{i}{4}(F_{\mu\nu}(B) - mh_{\mu\nu})\gamma^\nu\varepsilon_+ - \frac{1}{4\sqrt{6}}(\gamma_{\mu ab} - 4\eta_{\mu a}\gamma_b)\gamma_5\varepsilon_+F^{ab}(A) \\
\delta\psi_{y-} &= -m\eta_- + \frac{i}{2}(\partial_\mu\phi + mB_\mu)\gamma^\mu\varepsilon_+ - \frac{1}{\sqrt{6}}(\partial_\mu A_y + mA^\mu)\gamma^\mu\gamma_5\varepsilon_+ \tag{15}
\end{aligned}$$

y や 4 の添え字を持つ場が、変換パラメータで inhomogeneous shift を受ける Stückelberg 場になっている点に注目されたい。

3 Full non-linear massive SUGRA

この線形化レベルの結果は非常に示唆的で、massive SUGRA action も、massive gravity の場合と同様、 $N = 2$ massless SUGRA action の部分に、Stückelberg 場を含んだ質量項を加えた形を持っている、ということを示す。この線形化 action は、 $N = 1$ の superconformal tensor calculus を用いて、full に局所超対称な形に書き直すことができるように思われる。この project で非自明なのは、先ず第 1 に $N = 2$ massless SUGRA 部分を、 $N = 1$ テンソル算術を用いて、 $N = 1$ SUGRA 部分と massless スピン $(3/2, 1)$ ‘matter’ 多重項部分、に分解して書かねばならないことである。これは、superconformal でなくても未だ誰も完全にはやっていないようである (部分的な結果はある [8, 9])。次に、 $N = 1$ の gravitino ψ_μ と $(3/2, 1)$ 多重項の Rarita-Scwinger 場 Ψ_ν の間の transition (Dirac) 質量項 $\bar{\psi}_\mu\gamma^{\mu\nu}\Psi_\nu$ を含む様な $N = 1$ superconformal な質量項を ‘matter’ 多重項について線形に、従って、おそらく $N = 1$ superconformal の compensator (の単項式) との積で与える必要がある。すなわち full order action は、

$$\begin{aligned}
&\boxed{N = 1 \text{ massless SUGRA } \psi_\mu} + \boxed{\text{massless } (\frac{3}{2}, 1) \text{ matter multiplet } \Psi_\mu} \\
&\quad + \boxed{\text{mass term } \bar{\psi}_\mu\gamma^{\mu\nu}\Psi_\nu}
\end{aligned}$$

なる $N = 1$ superconformal の三種の項の和で与えられると予想される。

Acknowledgment

この仕事の共同研究者である太田信義さんに感謝します。この研究は、日本学術振興会からの科研費基盤研究 (B) (No. 24340049) の支援を受けています。

参考文献

- [1] C. de Rham, G. Gabadadze and A. J. Tolley, “Resummation of Massive Gravity,” Phys. Rev. Lett. **106** (2011) 231101 [arXiv:1011.1232 [hep-th]].

- [2] D. G. Boulware and S. Deser, “Can gravitation have a finite range?,” *Phys. Rev. D* **6** (1972) 3368.
- [3] T. Kugo and N. Ohta, “Covariant Approach to the No-ghost Theorem in Massive Gravity,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2014** (2014) 043B04, [arXiv:1401.3873 [hep-th]].
- [4] S. F. Hassan and R. A. Rosen, “Resolving the Ghost Problem in non-Linear Massive Gravity,” *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 041101 [arXiv:1106.3344 [hep-th]].
- [5] N. Arkani-Hamed, H. Georgi and M. D. Schwartz, “Effective field theory for massive gravitons and gravity in theory space,” *Annals Phys.* **305** (2003) 96 [hep-th/0210184].
- [6] C. de Rham, A. Matas and A. J. Tolley, *Class. Quant. Grav.* **31** (2014) 025004 [arXiv:1308.4136 [hep-th]].
- [7] S. Hamamoto, “Possible nonlinear completion of massive gravity,” *Prog. Theor. Phys.* **114** (2006) 1261 [hep-th/0505194].
- [8] S. J. Gates, Jr. and W. Siegel, *Nucl. Phys. B* **164** (1980) 484.
- [9] S. J. Gates, Jr., A. Karlhede, U. Lindström and M. Roček, *Nucl. Phys. B* **243** (1984) 221.

Neutrino-antineutrino Mass Splitting in the Standard Model and Baryogenesis

Kazuo Fujikawa

RIKEN Nishina Center, Wako, Japan

1 CPT 定理

CPT 定理は、Pauli とか Lüders により定式化された。この定理は Lüders の定義では現在の言葉で言って、Lorentz 不変で局所的な場の理論では、通常のスピンと統計の関係がみたされエルミートの Lagrangian あるいは Hamiltonian で記述される場合には、CP と T は同等であるというものである。この CPT 対称性は C あるいは CP を含んでいることからわかるように、粒子と反粒子を置き換える作用を含んでおり、したがって、非常に広い範囲の理論で粒子と反粒子の性質（例えば、質量）が等しいという結論を与える。

このような一般的な定理ではあるが、この定理が破れている可能性が過去において多くの人たちにより議論されてきた。この破れのメカニズムについては、主要な考え方として

1. 局所性の仮定を除いて、非局所的な理論を許す
2. Lorentz 対称性の破れを許す

の2つの考え方がある。

第2の Lorentz 対称性の破れの可能性が、CPT の破れの機構としてはこれまで一番多く議論されてきたものである。事実、一部の人たちは、Lorentz 対称性の破れが CPT の破れを与える唯一の可能性であるという証明ができると主張してきた。この主張は、直感的には非局所理論はユニタリー性に困難があるので、もっともらしく見えるところもあるが、そのような「証明」はできていないという意見がだされ、現在はこの唯一性の証明は信じられていない。われわれの見解も、CPT 対称性の破れを考えるとすることは通常の Lorentz 不変な局所理論を越えて行く試みであるので、当然ながら非局所性に基づく CPT の破れの可能性は排除できないというものである。しかし、具体的な模型でユニタリー性の破れが大きく出ると量子論の基礎とも矛盾するので、非局所性はプランクの長さ程度に収まる理論を考察する。ここで、CPT 対称性と粒子・反粒子対称性について一言コメントしておく、CPT の破れは、例えば、T を破り CP を保つ模型でも実現される。したがって、CPT の破れは必ずしも粒子・反粒子対称性の破れを意味しない。事実、最近そのような模型も考察されている。粒子と反粒子の質量のずれ等を実現するには、CPT の破れは必要条件であり十分条件ではない。

2 ニュートリノの質量

ニュートリノの質量項は、標準模型では存在しない項であり、標準模型を越えたより基本的な理論の性質を反映している可能性がある。したがって、CPT 対称性の破れといった既存の理論に無い性質が顔を出す可能性もある。このような考察に基づき、最近ニュートリノと反ニュートリノの質量に差が出るような CPT 対称性を破る模型が考察された。この模型は標準模型の最小限の変形に基づいており、

- a) C, CP および CPT の破れ
- b) Lorentz 不変性
- c) $SU(2)_L \times U(1)$ ゲージ不変性
- d) Planck 長程度の非局所性

を取り入れている [1]。

この模型では、具体的には、ニュートリノの振動実験でテストできる程度の大きさのニュートリノと反ニュートリノの質量差を出すことができるが、例えば、電子と陽電子の質量差としては無視できるほど小さな値を预言する。同様に、K 中間子と反 K 中間子の質量差も実験値の上限よりはずっと小さな値を预言する。すなわち、標準模型の良い点を損なわずに、ニュートリノと反ニュートリノの質量差に関しては、容易に実験でテストできる程度の効果が実現される。

3 模型

標準模型に、右手系のニュートリノを加えた

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu - igT^a W_\mu^a - i\frac{1}{2}g'Y_L B_\mu \right) \psi_L \\ & + i\bar{e}_R \gamma^\mu (\partial_\mu + ig' B_\mu) e_R + i\bar{\nu}_R \gamma^\mu \partial_\mu \nu_R \\ & + \left[-\frac{\sqrt{2}m_e}{v} \bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L - \frac{\sqrt{2}m_D}{v} \bar{\nu}_R \phi_c^\dagger \psi_L \right. \\ & \left. - \frac{m_R}{2} \nu_R^T C \nu_R + h.c. \right], \end{aligned}$$

を考える。ここで Higgs の 2 重項とその $SU(2)$ 共役を、 ϕ と $\phi_c \equiv i\tau_2 \phi^*$ で記す。Majorana 質量項はゼロとして、 $m_R = 0$ 、(enhance された) レプトン数が保たれる理論を考える。すなわち、ディラックニュートリノを考える。標語的には、全ての質量は Higgs の 2 重項から生じる。

上記のラグランジアンに、実のパラメーター μ を含む Lorentz 不変で $SU(2)_L \times U(1)$ ゲージ不変な非局所項、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CPT}(x) = & -i\frac{2\sqrt{2}\mu}{v} \int d^4y \Delta_l(x-y) \theta(x^0 - y^0) \\ & \times \{ \bar{\nu}_R(x) \left(\phi_c^\dagger(y) \psi_L(y) \right) - (\bar{\psi}_L(y) \phi_c(y)) \nu_R(x) \}, \end{aligned}$$

を加える。ここで時間的な非局所因子

$$\Delta_l(x-y) \equiv \delta((x-y)^2 - l^2) - \delta((x-y)^2 - l'^2)$$

を用いた。 l と l' は長さの次元をもつパラメーターである。簡単のため、 $l' = 0$ とする。 l はプランク長 $l = 1/M_P$ に選ぶ。

ユニタリーゲージでは、ニュートリノの質量項は

$$\begin{aligned}
S_{\nu\text{mass}} = & \int d^4x \left\{ -m_D \bar{\nu}(x) \nu(x) \left(1 + \frac{\varphi(x)}{v} \right) \right. \\
& - i\mu \int d^4y \Delta_l(x-y) [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \bar{\nu}(x) \nu(y) \\
& + i\mu \int d^4y \Delta_l(x-y) \bar{\nu}(x) \gamma_5 \nu(y) \\
& - i\frac{\mu}{v} \int d^4y \Delta_l(x-y) \theta(x^0 - y^0) \\
& \left. \times [\bar{\nu}(x)(1 - \gamma_5) \nu(y) - \bar{\nu}(y)(1 + \gamma_5) \nu(x)] \varphi(y) \right\}.
\end{aligned}$$

で与えられ、特に

$$-i\mu \int d^4x \int d^4y \Delta_l(x-y) \times [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \bar{\nu}(x) \nu(y)$$

の項は T を保つが、 $C = CP = CPT = -1$ の性質を持つことが確認され、ニュートリノと反ニュートリノの質量差を出す。

自由なニュートリノの運動方程式は

$$\begin{aligned}
i\gamma^\mu \partial_\mu \nu(x) = & m_D \nu(x) + i\mu \int d^4y \Delta_l(x-y) [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \nu(y) \\
& - i\mu \int d^4y \Delta_l(x-y) \gamma_5 \nu(y).
\end{aligned}$$

で与えられ、 $\nu(x) = e^{-ipx} U(p)$ 、を代入することにより

$$\not{p} U(p) = \left\{ m + i[f_+(p) - f_-(p)] - ig(p^2) \gamma_5 \right\} U(p),$$

となる。ここで

$$\begin{aligned}
f_\pm(p) = & \mu \int d^4z e^{\pm ipz} \theta(z^0) [\delta((z)^2 - l^2) - \delta(z^2)], \\
g(p^2) = & \mu \int d^4z e^{ipz} [\delta((z)^2 - l^2) - \delta((z)^2)].
\end{aligned}$$

であるが、最後の項は C と CPT を保つパリティを破る質量項を与える。

時間的な運動量に $p^2 > 0$ に対しては、 $\vec{p} = 0$ の系で考えると

$$p_0 = \gamma^0 [m_D - f(p_0) - ig(p_0^2) \gamma_5],$$

となる。ただし

$$\begin{aligned}
f(p_0) \equiv & -i[f_+(p_0) - f_-(p_0)] \\
= & 4\mu\pi \int_0^\infty dz \left\{ \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}} - \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2}]}{\sqrt{z^2}} \right\}
\end{aligned}$$

および

$$g(p_0^2) = 4\mu\pi \int_0^\infty dz \left\{ \frac{z^2 \cos[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}} - \frac{z^2 \cos[p_0 \sqrt{z^2}]}{\sqrt{z^2}} \right\}.$$

空間的な $p^2 < 0$ 運動量に関しては、 $p_\mu = (0, \vec{p})$ となる系で考えると CPT を破る項は消える、 $f(p) = 0$, ことが確かめられる。

CPT を破る項は小さいとしているので、逐次近似で解くと

$$m_\pm \simeq m_D - i\gamma_5 g(m_D^2) \pm f(m_D).$$

が得られ、パリティを破る質量項 $-i\gamma_5 g(m_D^2)$ は大局的なゲージ変換で消去できる。

このようにして、標準模型に $SU(2)_L \times U(1)$ ゲージ対称性を保ちながら Lorentz 不変な非局所的な CPT の破れが導入され、ニュートリノと反ニュートリノの質量差が実現される。Higgs 粒子 φ そのものも小さな C , CP および CPT を破る結合を持つ。

4 議論

このようにして作られたニュートリノと反ニュートリノの質量差 (G_N はニュートン定数、 $\mu = M^3$)、

$$\Delta m = 2\pi^2 \mu l^2 = 2\pi^2 M (M/M_P)^2 = 2\pi^2 G_N M^3$$

は重力効果とも見なされるが、この質量差のニュートリノ振動でのテストとか、宇宙の物質の非対称性への効果 (熱平衡における電弱相互作用によるバリオン生成; equilibrium electroweak baryogenesis) とか、電子と陽電子の質量差には無視できる程度の効果しか出ないこと等の詳細は、論文 [1] をご覧いただきたい。

参考文献

- [1] K. Fujikawa and A. Tureanu, Phys. Lett. B (in press). arXiv:1409.8023 [hep-ph].

Test of Local Realism by Separability ¹

藤川和男¹, 梅津光一郎²

¹ 理化学研究所 仁科加速器研究センター, ² 日本大学 理工学部

1 導入

Bell の不等式は局所实在論と量子力学を明確に区別する criterion として広く知られている。1965 年, Bell によって議論された局所实在論 (local realism) は, 文脈依存性のない局所的な隠れた変数理論 (Non-contextual and local hidden variables theory) によって記述される [2]。本研究においても, この慣習的な Bell の議論に従い, 局所实在論を文脈依存性のない局所的な隠れた変数理論として定義する。

この局所实在論において, 例えば, 2つのスピン系に対する予言は, よく知られた Cirel'son's operator[3]:

$$B = \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b}' \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{a}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{a}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1)$$

に対して, その期待値の絶対値が

$$|\langle B \rangle_{\text{CHSH}}| = |\langle \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle + \langle \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle + \langle \mathbf{a}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle - \langle \mathbf{a}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle| \leq 2 \quad (2)$$

になることを示唆する。ここで, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}'$ はそれぞれ任意の単位ベクトルを表し, $\boldsymbol{\sigma}$ は Pauli 行列を表す。この局所实在論の予言, いわゆる CHSH (Clauser-Horne-Shimony-Holt) 不等式 [4] に対し, 量子力学はこの CHSH 不等式の破れを予言する:

$$|\langle \psi | B | \psi \rangle_{\text{QM}}| \leq 2\sqrt{2}. \quad (3)$$

この帰結の異なる 2つの理論を検証するため, 1982 年に Aspect らは光子を用いた実験を行った [5]。2つスピン系の場合を記述する (2) に, この実験の場合, 射影演算子 $P(\mathbf{a}) = (1 + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$ を用いることにより,

$$\begin{aligned} -1 \leq \langle S \rangle = & \langle P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b}) \rangle + \langle P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b}') \rangle + \langle P(\mathbf{a}') \otimes P(\mathbf{b}) \rangle - \langle P(\mathbf{a}') \otimes P(\mathbf{b}') \rangle \\ & - \langle P(\mathbf{a}) \otimes \mathbf{1} \rangle - \langle \mathbf{1} \otimes P(\mathbf{b}) \rangle \leq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}'$ はそれぞれ 4つの偏光板の偏光方向を表す。したがって, 局所实在論が正しければ, 実験値は $-1 \leq \langle S \rangle_{\text{CHSH}} \leq 0$ という範囲に含まれることになるが, 実際に得られた実験値は

$$\langle S \rangle_{\text{exp}} = 0.101 \pm 0.020 \quad (5)$$

となり, (4) の不等式が破られることが示された。したがって, この実験結果は, 局所实在論を排除するものであり, 多くの人々に受け入れられている。

¹本研究は [1] の論文に基づいている。“A hidden-variables version of Gisin's theorem” というタイトルで講演を行った。

さてここで、我々は量子論においてよく知られた Gisin の定理 [6] について紹介したい。Gisin の定理は「エンタングル状態であれば、(2) 式に現れる $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}'$ を適当に選ぶとき、必ず CHSH 不等式を破ることができる」というものである。我々はこの Gisin の定理の対偶を考える。すなわち、

— Gisin 定理の対偶 —

全ての $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}'$ において、常に CHSH 不等式が成立するならば、その状態はセパラブル状態である。

という帰結が得られる。すなわち、この Gisin 定理は、CHSH 不等式の成立と量子状態との関係結び付ける重要な定理であると言える。

2 局所实在論をテストするための新しい Criterion

我々は、Bell の議論に従って、局所实在論を文脈依存性のない局所的な隠れた変数理論によって記述されると定義し、前章までは、簡単のため (3) 式のように状態を純粋状態の形で表記してきたが、Bell の定理は一般に混合状態に対しても CHSH 不等式が常に成立することが知られている：

$$|\text{Tr } \rho B| \leq 2. \quad (6)$$

ここで、 ρ は密度行列であり、 B は (1) によって与えられた Cirel'son's operator を表す。一方、Gisin 定理の対偶は、「純粋状態に対し、CHSH 不等式が常に成立するならば、その状態はセパラブル状態である」というものであった。

我々は、Bell の定理と Gisin 定理の対偶を組み合わせることによって、次の定理を証明することができ、我々はこれを局所实在論をテストするための新しい criterion と考える：

— 局所实在論をテストするための新しい Criterion (我々の基本定理) —

局所实在論を表現する状態は

$$\rho = \sum_k \omega_k \rho_k, \quad (\rho_k \text{ is a pure separable state}), \quad (7)$$

によって与えられる。ここで、 ω_k は non-negative weight factor を表し、 $\sum_k \omega_k = 1$ を満たす。

この基本定理の証明は次の通りである：

(証明) Bell の定理により、任意の ρ に対して、(6) が成立する。 ρ は任意なので、(7) における $\omega_1 = 0, \omega_2 = 0, \dots, \omega_k = 1, \omega_{k+1} = 0, \dots$ のような、純粋状態 ρ_k に対しても

$$|\text{Tr } \rho_k B| \leq 2 \quad (8)$$

が常に成立する。Gisin 定理の対偶により、 ρ_k はセパラブル状態となる (証明終)。

3 新しい基本定理の実験的検証

前章において、我々は Bell 定理と Gisin 定理の対偶を組み合わせることにより、局所实在論を表現する状態が (7) によって与えられることを示した。本章では、この新しい定理を実験によって検証するため、我々の基本定理から導出されるいくつかの結果を示し、これまで行われた実際の実験データを用いて、この基本定理が局所实在論と量子力学を区別するための明確な criterion になりうることを示す。

まず、状態が純粋状態の場合を考える。2つのスピン系の場合、相関関数に対する (7) の帰結は、

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \langle \psi | \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} | \psi \rangle - \langle \psi | \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{1} | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{1} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} | \psi \rangle = 0 \quad (9)$$

によって与えられる。2つの光子系の場合は (4) の導出と同様に、射影演算子 $P(\mathbf{a}) = (1 - \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$ を用いて、

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 4(\langle \psi | P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b}) | \psi \rangle - \langle \psi | P(\mathbf{a}) \otimes \mathbf{1} | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{1} \otimes P(\mathbf{b}) | \psi \rangle) = 0 \quad (10)$$

となる。我々の基本定理は局所实在論が表現する状態はセパラブル状態というものであった。すなわち、純粋なセパラブル状態 $|\psi\rangle = |\psi_1\rangle|\psi_2\rangle$ を考えるとき、(9) と (10) によって与えられる等式が成立することは簡単に示される（局所实在論における (9) の証明は [1] を見よ。）。

次に、状態が混合状態の場合を考える。2つのスピン系の場合、純粋なセパラブル状態 $|\psi_k\rangle = |\vec{s}_1\rangle|\vec{s}_2\rangle$ のように選び、 $\cos \varphi = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を固定して \mathbf{a} と \mathbf{b} に対する角度平均を取ることにによって、局所实在論の予言は

$$\begin{aligned} C_{\text{QM}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \sum_k \omega_k \langle \psi_k | \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} | \psi_k \rangle \\ &= \sum_{\omega_1, \omega_2} \omega_{s_1, s_2} \frac{1}{2} (\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) \cos \varphi \\ &= c \cos \varphi, \quad \left(-\frac{1}{2} \leq c \leq \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ここで、 \vec{s}_1, \vec{s}_2 は、例えば純粋状態 $|\vec{s}_1\rangle\langle\vec{s}_1| = \frac{1}{2} [1 + \vec{s}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}]$ で定義される単位スピンベクトルを表す。また、2つの光子系の場合、純粋なセパラブル状態 $|\psi_k\rangle = |L_1(\Theta_1)\rangle|L_2(\Theta_2)\rangle$ のように選び、 $\cos \varphi = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を固定して \mathbf{a} と \mathbf{b} に対する角度平均を取ることにによって、局所实在論の予言は

$$\begin{aligned} C_{\text{QM}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \sum_k \omega_k 4 \langle \psi_k | P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b}) | \psi_k \rangle \\ &= \sum_{\Theta_1, \Theta_2} \omega_{\Theta_1, \Theta_2} \left[1 + \frac{1}{2} \cos \varphi \cos(-2\Theta_1 + 2\Theta_2) \right] \\ &= 1 + c \cos 2\varphi, \quad \left(-\frac{1}{2} \leq c \leq \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

となる。 Θ_1 と Θ_2 はそれぞれ系 1 と系 2 の偏光方向を表す。ここで、注目すべきは CHSH 不等式 (2) のように任意の 4 つのパラメータは必要なく、(9) から (11) までの式はいずれも、2つのパラメータによって与えられる相関のみで十分に議論が可能となることである。

我々の基本定理からの帰結 (9)-(12) を検証するための実験は、1982 年の Aspect らによる実験 [5] のような 4 つの偏光板は必要なく、取り外し可能な 2 つの偏光板を用意すればよい。このような実験は 1982 年以前にすでに行われており、例えば、1981 年の Aspect らの実験結果 [7] を用いることにより議論は可能となる。この実験では、光源に calcium cascade ($6\ ^1S_0 \rightarrow 4\ ^1P_1 \rightarrow 4\ ^1S_0$) という過程で生成される光子対を用いており、中間状態 $4\ ^1P_1$ の平均寿命は約 4.5×10^{-9} sec と非常に短いため、de-coherence がなく、現在の解析においてその状態は純粋状態であると仮定できる。Aspect らの実験値を用いると、(10) によって与えられる $G(\varphi)$ は

$$G(\varphi) = (0.971 - 0.029)(0.968 - 0.028)0.984 \cos 2\varphi, \quad (13)$$

を得る。ここで φ は系 1 と系 2 のそれぞれの偏光板の偏光方向 \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角である。この結果を図 1 において示す。局所实在論の予言 (10) との比較により、この実験結果は生成される光子対の状態を純粋状態と仮定するならば、局所实在論の予言を明確に破ることを示している。仮に、Aspect らの実験において、生成された光子対の状態を混合状態とみなした場合、実験値は

$$C_{\text{exp}}(\varphi) = 0.996 + 0.88 \cos 2\varphi \quad (14)$$

となり、結果として局所实在論の予言 (12) と矛盾する。

最後に、2 つのスピン系の実験として、最近行われた酒井らの実験 [8] を用いた結果を示す。彼らの実験は短寿命 ($< 10^{-21}$ sec) の ^2He 原子から 2 つの陽子への崩壊を考える。このとき、生成された陽子対が仮に混合状態であったとしても、その実験値は、

$$C_{\text{exp}}(\varphi) = -\cos \varphi \quad (15)$$

となり、局所实在論の予言 (11) と異なる。したがって、光子系およびスピン系のどちらの実験においても、我々の基本定理から導出される局所实在論を検証するためのテスト (9)-(12) によって、局所实在論を排除することができる。

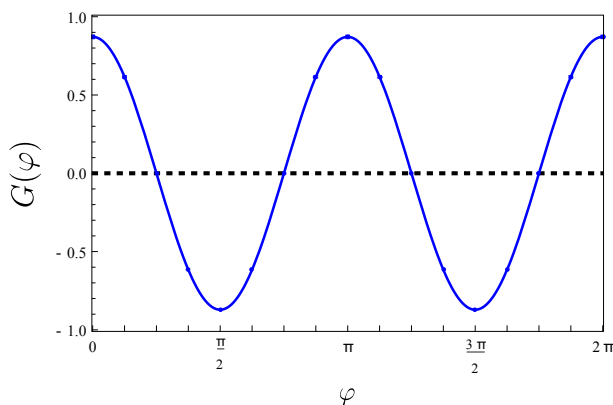


図 1: Aspect's experiment and separability criterion: 生成された光子対を純粋状態と仮定した場合、実線は Aspect らの実験値 [7] を用いて $G(\varphi)$ を評価した結果 (13) であり、破線は局所实在論の予言 (10) を表す。

4 まとめ

我々はよく知られた Bell 定理と Gisin 定理の組み合わせから新しい基本定理 (7) を証明した。またこの基本定理から導出される結果を実際の実験結果と比較し、純粋状態と混合状態の両方の場合に、局所实在論が排除されることを示した。我々の separability に基づく局所实在論のテストは Bell 定理 (CHSH 不等式) と並んで非常に有用なテストを与えることができ、概念的にも「文脈依存性のない局所的な隠れた変数理論によって記述される局所实在論はセパラブル状態しか記述できない」という物理的意味が明快であると言える。

参考文献

- [1] K. Fujikawa and K. Umetsu, arXiv:1410.1702[quant-ph].
- [2] J.S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1965).
- [3] B.S. Cirel'son, *Lett. Math. Phys.* **4**, 93 (1980).
- [4] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [5] A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [6] N. Gisin, *Phys. Lett. A***154**, 201 (1991).
- [7] A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).
- [8] H. Sakai et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150405 (2006).

Dark energy and modified gravity

Shinji Tsujikawa

*Department of Physics, Faculty of Science, Tokyo University of Science, 1-3, Kagurazaka,
Shinjuku-ku, Tokyo 162-8601, Japan*

1 Introduction

The observations of supernovae type Ia (SN Ia) [1], Cosmic Microwave Background (CMB) [2], and Baryon Acoustic Oscillations (BAO) [3] have shown that the present Universe is accelerating. About 70% of the energy density of the today's Universe consists of dark energy responsible for the cosmic acceleration, but the origin of dark energy is not identified yet.

The property of dark energy is characterized by the equation of state $w = P/\rho$, where P is the pressure and ρ is the energy density. One of the simplest candidates for dark energy is the cosmological constant ($w = -1$). However, if the cosmological constant originates from the vacuum energy associated with particle physics, there is a huge gap between the theoretical and observed values [4]. Instead, alternative dark energy models with dynamically changing w —like a scalar field and modified gravity models—have been proposed (see Ref. [5] for a review).

The models in the framework of General Relativity (GR) such as quintessence [6] and k-essence [7] predict the equation of state w larger than -1 (unless a ghost mode is present). In modified gravity theories, e.g., $f(R)$ gravity [8, 9] and Galileons [10, 11], it is possible to realize w less than -1 without having ghosts and instabilities. There is a tendency that the recent observational data favor the region of w less than -1 . For example, the joint analysis of Planck, WMAP polarization, and SNLS SN Ia data showed that the dark energy equation of state is constrained to be $w = -1.13^{+0.13}_{-0.14}$ (95% CL) [12]. If we were to have convincing evidence that the region $w < -1$ is really favored in future observations, this may imply the modification of gravity at large distances.

In this paper we shall briefly review theoretical models of dark energy and discuss how to distinguish between them from observations.

2 Quintessence

One of the simplest models of dark energy is quintessence—a minimally coupled scalar field ϕ with a potential $V(\phi)$. The action of quintessence is given by

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} + X - V(\phi) \right] + S_m, \quad (1)$$

where g is the determinant of the metric $g_{\mu\nu}$, R is the scalar curvature, G is the gravitational constant, and $X = -(\partial\phi)^2/2 \equiv -g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi/2$ is the field kinetic energy. We take into account non-relativistic matter described by the action S_m . The energy density ρ_m of matter satisfies

the conservation relation $\rho_m \propto a^{-3}$, where a is the scale factor. On the flat isotropic and homogenous background described by the line element $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)d\mathbf{x}^2$, we obtain the Friedmann equation and the scalar-field continuity equation, respectively, as

$$3H^2 = 8\pi G(\rho + \rho_m), \quad (2)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0, \quad (3)$$

where $H = \dot{a}/a$ is the Hubble parameter, $\rho = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi)$ is the energy density and $P = \dot{\phi}^2/2 - V(\phi)$ is the pressure of the scalar field (a dot represents a derivative with respect to t). In this case the dark energy equation of state w is given by

$$w = \frac{\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)}. \quad (4)$$

The cosmic acceleration can be realized for the negative pressure with $w < -1/3$ [5], which translates to the condition $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$. In the limit where the potential $V(\phi)$ is constant, we have $\dot{\phi}^2 \rightarrow 0$ and $w \rightarrow -1$. This limit corresponds the cosmological constant characterized by constant ρ and H , in which case the scale factor evolves as $a \propto e^{Ht}$.

Quintessence corresponds to the scalar field that evolves slowly along the potential with a slope. For the positive potential $V(\phi)$, the field equation of state (4) is in the range $w \geq -1$. We can classify quintessence models into the two classes [13]: (i) freezing models in which w decreases toward -1 . (ii) thawing models in which w is initially close to -1 and it starts to increase only recently. The representative potentials of the classes (i) and (ii) are the inverse power-law potential $V(\phi) = M^{4+n}\phi^{-n}$ ($n > 0$) and the symmetry-breaking potential $V(\phi) = V_0[1 + \cos(\phi/f)]$, respectively.

The likelihood analysis based on the SN Ia, CMB, and BAO data showed that the freezing models with w away from -1 in the past are disfavored [14]. The thawing models are allowed from the data, provided that the today's value of w is smaller than -0.7 . So far, we did not find any strong observational evidence that quintessence is favored over the cosmological constant.

If we change the sign of the kinetic term X in Eq. (1) to negative, the field equation of state $w = [-\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)]/[-\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)]$ can be smaller than -1 . However, this corresponds to the ghost state with which the vacuum becomes unstable due to the catastrophic production of the pair of ghosts and normal particles. In modified gravitational theories the phantom equation of state $w < -1$ can be realized without having ghosts.

3 Modified gravitational theories

As we see in Eq. (1), the action of GR has the Einstein-Hilbert term $R/(16\pi G)$. In modified gravitational theories the linear term in R is subject to modifications.

3.1 $f(R)$ gravity and Brans-Dicke theory

The simplest extension of GR is presumably $f(R)$ gravity given by the action [15]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{f(R)}{16\pi G} + S_m, \quad (5)$$

where f is an arbitrary function of R . Compared to GR, there is an additional scalar degree of freedom in $f(R)$ gravity. In order to see this, we rewrite the action (5) of the form

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{F(R)}{16\pi G} R - V \right] + S_m, \quad (6)$$

where $F(R) = df(R)/dR$ and $V = [F(R)R - f(R)]/(16\pi G)$. If f involves non-linear functions of R , the quantity $\phi \equiv F(R)$ corresponds to a propagating scalar degree of freedom. Since the scalar field ϕ is coupled to R , this mediates the fifth force with baryons. In order to recover the General Relativistic behavior in the solar system, the potential V needs to be designed to screen the fifth force in local regions of the Universe.

In $f(R)$ gravity, the ghosts are absent for $F(R) > 0$ [16]. In order to avoid the instability associated with the negative mass squared $m_\phi^2 \equiv d^2V/d\phi^2$, we also require the condition $dF(R)/dR > 0$. One of the representative models consistent with such conditions is given by [9]

$$f(R) = R - \lambda R_0 \frac{(R/R_0)^{2n}}{(R/R_0)^{2n} + 1}, \quad (7)$$

where λ , n , and R_0 are positive constants. R_0 is roughly of the order of the squared of the today's Hubble constant H_0 . In the regime $R \gg R_0$ the model (7) is close to the cosmological constant model $f(R) = R - \lambda R_0$, such that the General Relativistic behavior can be recovered. The model is consistent with local gravity constraints for $n \gtrsim 1$ [9, 17].

The deviation from the the cosmological constant model appears in the late cosmological epoch at which R becomes the same order as R_0 . In fact, the dark energy equation of state is initially close to -1 and then it enters the region $w < -1$ without having ghosts and tachyonic instabilities [9, 18]. This phantom equation of state shows good agreement with the recent observational data [12].

The $f(R)$ gravity discussed above belongs to a class of Brans-Dicke (BD) theories [19] described by the action

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \phi R - \frac{\omega_{\text{BD}}}{2\phi} (\partial\phi)^2 - V(\phi) \right] + S_m, \quad (8)$$

where ϕ is a scalar field coupled to R and ω_{BD} is the BD parameter. From Eq. (6) we find that the $f(R)$ gravity corresponds to the case $\omega_{\text{BD}} = 0$ with $\phi = F/(8\pi G)$ and $V = [F(R)R - f(R)]/(16\pi G)$ [20]. The construction of dark energy models in the framework of BD theories was carried out in Refs. [21].

3.2 Horndeski theories

In $f(R)$ gravity and BD theories, the potential V of the scalar degree of freedom ϕ is responsible for the accelerated expansion of the Universe. There are other theories in which the kinetic term of the field ϕ can drive the cosmic acceleration-like k-essence [7] and covariant Galileons [11].

Horndeski theories [22], which are the most general scalar-tensor theories with second-order equations of motion, encompass a host of dark energy models proposed in the literature. The theories with derivatives higher than second order are plagued by the Ostrogradski instability associated with the Hamiltonian unbounded from below. Horndeski theories, which are free from such problems, are described by the action [23, 24]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[G_2(\phi, X) - G_3(\phi, X) \square\phi + G_4(\phi, X)R + G_{4,X}(\phi, X) \{(\square\phi)^2 - \phi^{;\mu\nu}\phi_{;\mu\nu}\} \right. \\ \left. + G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} - \frac{1}{6}G_{5,X}(\phi, X)\{(\square\phi)^3 - 3(\square\phi)\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} + 2\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\lambda}\phi^{;\nu}_{;\lambda}\} \right] + S_m, \quad (9)$$

where G_i ($i = 2, 3, 4, 5$) are functions of ϕ and $X = -(\partial\phi)^2/2$ with $G_{i,X} \equiv \partial G_i/\partial X$, a semicolon represents a covariant derivative, and $G_{\mu\nu}$ is the Einstein tensor. There is only one scalar propagating degree of freedom ϕ in Horndeski theories.

The action (9) accommodates a wide variety of gravitational theories. K-essence [7] corresponds to the case $G_4 = 1/(16\pi G)$ and $G_3 = G_5 = 0$ with $G_2 \neq 0$. Quintessence [6] is the special case of k-essence with $G_2 = X - V(\phi)$. BD theory [19] is characterized by the functions $G_4 = \phi/2$, $G_2 = \omega_{\text{BD}}X/\phi - V(\phi)$, and $G_3 = G_5 = 0$.

The covariant Galileon [11] is described by the functions

$$G_2 = -c_2X, \quad G_3 = c_3X, \quad G_4 = \frac{1}{16\pi G} - c_4X^2, \quad G_5 = 3c_5X^2, \quad (10)$$

where c_i ($i = 2, 3, 4, 5$) are constants. In the limit of Minkowski space-time, the field equations of motion following from the action (9) with Eq. (10) are invariant under the Galilean shift $\partial_\mu\phi \rightarrow \partial_\mu\phi + b_\mu$. This is the reason why the theory described by the functions (10) is dubbed ‘‘Galileons’’. The cosmology based on the covariant Galileon was studied in Refs. [25]. In addition to the existence of a late-time de Sitter attractor with constant $\dot{\phi}$, there exists a tracker solution along which the dark energy equation of state w is -2 during the matter era. The solutions approaching the tracker at the late cosmological epoch are consistent with the joint data analysis of SN Ia, CMB, and BAO [26].

3.3 Confrontations with observations

In Horndeski theories the background and perturbation equations of motion on the isotropic and homogenous cosmological background were derived in Ref. [27]. In the presence of non-relativistic matter with the energy density ρ_m , the background equations can be written as

$$3H^2 = 8\pi G(\rho_{\text{DE}} + \rho_m), \quad (11)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -8\pi G P_{\text{DE}}, \quad (12)$$

where ρ_{DE} and P_{DE} are the energy density and the pressure of the dark component (see Ref. [27] for explicit forms). The equation of state $w_{\text{DE}} = P_{\text{DE}}/\rho_{\text{DE}}$ is a key quantity to distinguish between different dark energy models from observations.

The perturbed metric in the longitudinal gauge is described by

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi)dt^2 + a^2(t)(1 + 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j, \quad (13)$$

where Ψ and Φ are the gravitational potentials. We consider non-relativistic matter with the matter density contrast $\delta = \delta\rho_m/\rho_m$ and the velocity potential v . The combination $\delta_m = \delta + 3Hv$ is a gauge-invariant quantity. On scales deep inside the Hubble radius, the quasi-static approximation neglecting the time variation of metric perturbations leads to [27]

$$\ddot{\delta}_m + 2H\dot{\delta}_m + \frac{k^2}{a^2}\Psi \simeq 0, \quad \frac{k^2}{a^2}\Psi \simeq -4\pi G_{\text{eff}}\rho_m\delta_m, \quad (14)$$

where k is a comoving wave number and G_{eff} is the effective gravitational coupling (see Ref. [27] for the explicit form). In GR, G_{eff} is equivalent to the gravitational constant G . In modified gravitational theories, G_{eff} generally differs from G , so the growth rate of δ_m is different depending on gravitational theories. This property can be used to test such theories with the observations of galaxy clusterings and redshift-space distortions.

Another key quantity is the difference between the two gravitational potentials:

$$\eta \equiv -\Phi/\Psi, \quad (15)$$

which is 1 in GR. In modified gravitational theories, η is different from 1 in general. The effective gravitational potential associated with the deviation of light rays in CMB and weak lensing observations is given by

$$\Phi_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\Psi - \Phi) \simeq -4\pi G_{\text{eff}} \frac{1 + \eta}{2} \frac{a^2}{k^2} \rho_m \delta_m. \quad (16)$$

We can put constraints on modified gravity models from the observational bounds of G_{eff} and η . In $f(R)$ gravity there are allowed parameter spaces consistent with observations, but the covariant Galileon is in tension with the data due to the large growth rate of matter perturbations.

4 Conclusions

Over the past decade, the observational bounds on the properties of dark energy became tighter. In particular there is a tendency that the phantom equation of state ($w < -1$) is favored from observations. We paid particular attention to modified gravitational theories to address the dark energy problem. We provided general formulas to deal with a wide variety of models in the framework of Horndeski theories. This is useful to distinguish between different dark energy models from the observations of large-scale structure, CMB, and weak lensing. We hope that we can approach the origin of the late-time cosmic acceleration in the foreseeable future.

Acknowledgements

The author thanks the organizers of “CST and MISC Joint Symposium on Particle Physics” for giving the opportunity to have a talk on dark energy and modified gravity.

参考文献

- [1] A. G. Riess *et al.*, *Astron. J.* **116**, 1009 (1998); S. Perlmutter *et al.*, *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
- [2] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003).
- [3] D. J. Eisenstein *et al.* [SDSS Collaboration], *Astrophys. J.* **633**, 560 (2005).
- [4] S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 1 (1989).
- [5] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 1753 (2006).
- [6] Y. Fujii, *Phys. Rev. D* **26**, 2580 (1982); T. Chiba, N. Sugiyama and T. Nakamura, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **289**, L5 (1997); R. R. Caldwell, R. Dave and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1582 (1998).
- [7] T. Chiba, T. Okabe and M. Yamaguchi, *Phys. Rev. D* **62**, 023511 (2000); C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4438 (2000).
- [8] S. Capozziello, *Int. J. Mod. Phys. D* **11**, 483 (2002); S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M. S. Turner, *Phys. Rev. D* **70**, 043528 (2004).
- [9] W. Hu and I. Sawicki, *Phys. Rev. D* **76**, 064004 (2007).
- [10] A. Nicolis, R. Rattazzi and E. Trincherini, *Phys. Rev.* **D79**, 064036 (2009).
- [11] C. Deffayet, G. Esposito-Farese and A. Vikman, *Phys. Rev.* **D79**, 084003 (2009).
- [12] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* **571**, A16 (2014).
- [13] R. R. Caldwell and E. V. Linder, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 141301 (2005).
- [14] T. Chiba, A. De Felice and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **87**, no. 8, 083505 (2013).
- [15] A. A. Starobinsky, *Phys. Lett. B* **91**, 99 (1980).
- [16] A. De Felice and S. Tsujikawa, *Living Rev. Rel.* **13**, 3 (2010).
- [17] S. Capozziello and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **77**, 107501 (2008)
- [18] S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **77**, 023507 (2008).
- [19] C. Brans and R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **124**, 925 (1961).
- [20] T. Chiba, *Phys. Lett. B* **575**, 1 (2003).
- [21] R. Gannouji, D. Polarski, A. Ranquet and A. A. Starobinsky, *JCAP* **0609**, 016 (2006); S. Tsujikawa, K. Uddin, S. Mizuno, R. Tavakol and J. Yokoyama, *Phys. Rev. D* **77**, 103009 (2008).
- [22] G. W. Horndeski, *Int. J. Theor. Phys.* **10**, 363-384 (1974).
- [23] C. Deffayet, X. Gao, D. A. Steer and G. Zahariade, *Phys. Rev. D* **84**, 064039 (2011).
- [24] T. Kobayashi, M. Yamaguchi and J. Yokoyama, *Prog. Theor. Phys.* **126**, 511 (2011).
- [25] A. De Felice and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 111301 (2010); *Phys. Rev. D* **84**, 124029 (2011).
- [26] S. Nesseris, A. De Felice and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **82**, 124054 (2010).
- [27] A. De Felice, T. Kobayashi and S. Tsujikawa, *Phys. Lett. B* **706**, 123 (2011).

B の物理の現状と展望

後藤 亨

KEK

1 はじめに

近年の実験の進展によって、 B 中間子の物理について豊富なデータが得られている。KEK では 2010 年まで e^+e^- コライダーである KEKB 加速器における Belle 実験が行われ、約 711 fb^{-1} のデータを蓄積した。これは約 7.72 億の $B\bar{B}$ 対の生成に対応する。同時期に SLAC では 2008 年まで PEP-II 加速器において BaBar 実験が行われ、約 433 fb^{-1} のデータを得た。これらの B ファクトリー実験では、 $\Upsilon(4S)$ 共鳴を通じて B^+B^- 対あるいは $B^0\bar{B}^0$ 対を選択的に生成して測定が行われた [1]。また、ハドロンコライダーである Tevatron (FNAL) 及び LHC (CERN) では $p\bar{p}$ 及び pp 衝突によって B^\pm, B^0 に加えて B_s や他の b ハドロンが多量に生成され、汎用検出器 CDF 及び D0 (Tevatron) と ATLAS、CMS (LHC) の各実験で測定されている。これに加え、LHC では b ハドロンの測定に特化した検出器による LHCb 実験も行われている。

これらの実験で得られたデータを用いて B の物理が精密に解析されているが、その目的とするところは標準模型を超える新物理の探索にある。そのために、様々な物理量を精密に測定して標準模型の予言にどの程度性格に合致するかを調べるのである。以下では、 B の物理のトピックスの中から

- ユニタリティ三角形
- $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ 崩壊
- セミレプトニック崩壊

を取り上げる。これらの観測量について、実験値と標準模型の予言値の比較、新物理の寄与の可能性の現状を紹介する。

2 ユニタリティ三角形

B の物理における基本的な過程は b クォークが他のフレーバーのクォークに遷移する過程である。標準模型では、このようなクォークのフレーバー混合と CP 対称性の破れはカビボ-小林-益川 (CKM) 行列

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

で記述される。CKM 行列は 3 行 3 列のユニタリ行列で、そこに含まれる物理的なパラメータは 3 個のフレーバー混合角と 1 個の複素位相である。この 4 個のパラメータでクォークのフレーバー混合現象と (弱い相互作用における) CP 対称性の破れのすべてが記述されるというのが標準模型の

予言であるので、多くの観測量を測定し、それらがすべて同じ4パラメータの値で整合的に説明できるかどうかを調べるのが標準模型のテストになる。

4個のパラメータのうち、 $|V_{us}|$ は K 中間子崩壊等の $s \rightarrow u$ 遷移過程の測定でカビボ角として初期からよく知られていた。また、 $|V_{cb}|$ は b クォークのセミレプトニック崩壊 $b \rightarrow c l \bar{\nu}$ の測定によって精度よく決められる。2014年版の Review of Particle Physics (PDG2014) [2] による値は

$$|V_{us}| = 0.2253 \pm 0.0008, \quad (2)$$

$$|V_{cb}| = (41.1 \pm 1.3) \times 10^{-3}, \quad (3)$$

となっている ($|V_{cb}|$ の値については後で再度議論する)。

残り2個のパラメータを次のように選ぶ。CKM行列のユニタリ性を表す式の一つに

$$V_{ud}^* V_{ub} + V_{cd}^* V_{cb} + V_{td}^* V_{tb} = 0, \quad (4)$$

がある。この式は $b \leftrightarrow d$ 遷移での Glashow-Iliopoulos-Miani (GIM) 機構を意味しており、これを複素平面上で図形的に表した三角形をユニタリティ三角形と呼ぶ。CKM行列では全部で6種類のユニタリティ三角形を作れるが、 B ファクトリー実験で測定される量に最も関係が深いのがこの $b \leftrightarrow d$ の組み合わせである。これを用いて、2個のパラメータ $\bar{\rho}$ 、 $\bar{\eta}$ を

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} = -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}, \quad (5)$$

で定義する。図形的には、ユニタリティ三角形の頂点を座標平面上で $(0,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ に規格化することに対応している。 $\bar{\rho}$ と $\bar{\eta}$ はクォークの場の複素位相の取り方に依存せず、物理量に直結している。特に $\bar{\eta}$ がゼロでないことが、CP対称性が破れていることを意味する。そして、この三角形の辺と角に対応する物理量を各々測定し、すべてが同一の $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ で説明できるかどうかをチェックするのである。もしそこで不整合があれば、標準模型を超える新物理の寄与が存在すると解釈される。

ユニタリティ三角形の解析結果は CKM fitter グループ [3] と UTfit グループ [4] によって近況が随時まとめられている。CKM fitter の図に用いられている観測量は、

- ユニタリティ三角形の辺の長さに対応する量として $|V_{ub}|$ と $B^0 - \bar{B}^0$ 混合及び $B_s - \bar{B}_s$ 混合
- ユニタリティ三角形の角 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3
- $K^0 - \bar{K}^0$ 混合における CP 対称性の破れのパラメータ ϵ_K

である。これらについて紹介する。

$|V_{ub}|$ 主に $B \rightarrow \pi l \bar{\nu}$ 、 $B \rightarrow \rho l \bar{\nu}$ 等の $b \rightarrow u$ 遷移によるセミレプトニック崩壊の分岐比から決められる。また、Belle と BaBar 実験で $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}$ 崩壊の分岐比も測定された。これらも含めて PDG2014 での値は

$$|V_{ub}| = (4.13 \pm 0.49) \times 10^{-3}, \quad (6)$$

となっている。

$B^0 - \bar{B}^0$ 混合 中性 B^0 中間子は \bar{b} と d クォークの組み合わせの中間子で、弱い相互作用の 1 ループの効果でその反粒子 \bar{B}^0 との混合を起こす。その結果生じる二つの固有状態の質量差 Δm_B は次のような表式で CKM 行列要素 $|V_{td}|$ に関係付けられる。

$$\Delta m_B \propto |(V_{td}^* V_{tb})^2| \times F\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) \times \eta_{\text{QCD}} \times (\text{ハドロン行列要素}), \quad (7)$$

ここで F は既知の関数 (稲見-林関数)、 η_{QCD} は摂動 QCD による補正因子である。 Δm_B の測定値から $|V_{td}|$ を決めるとき、不定性の最大要因はハドロン行列要素の部分に由来しているが、近年の格子 QCD の進展に伴ってこの不定性は改善されている。また、 $B_s - \bar{B}_s$ 中間子系の同様な質量差 Δm_{B_s} が 2006 年に CDF 及び D0 実験によって測定されたため、 Δm_B と Δm_{B_s} の比を取ることで更に高精度で $|V_{td}|$ の値を得ることができるようになった。

ϕ_1, ϕ_2 ユニタリティ三角形の角度の情報は B 中間子崩壊における CP 対称性の破れから得られる。特に ϕ_1 と ϕ_2 の測定には時間に依存した CP 非対称性が用いられる。時刻 0 で B^0 であった中性 B 中間子が時刻 t で終状態 f に崩壊する部分幅を $\Gamma(B^0(t) \rightarrow f)$ 、同様に、時刻 0 で \bar{B}^0 であった中性 B 中間子の場合を $\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f)$ と書く。終状態として CP の固有状態 f_{CP} を選び、次のように時間に依存した CP 非対称性を定義する。

$$\begin{aligned} & \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})} \\ & = A_{CP}(f) \cos |\Delta m_B|t + S_{CP}(f) \sin |\Delta m_B|t. \end{aligned} \quad (8)$$

適切な終状態を選ぶことによって、 $S_{CP}(f)$ の測定値からユニタリティ三角形の角を決めることができる。終状態として $J/\psi K_S$ 等の $b \rightarrow c\bar{c}s$ 崩壊による状態を取れば、

$$S_{CP}(J/\psi K_S) = -\text{Im} \left(\frac{V_{td} V_{tb}^* V_{cd}^* V_{cb}}{V_{td}^* V_{tb} V_{cd} V_{cb}^*} \right) = \sin 2\phi_1, \quad (9)$$

となり ϕ_1 が求められる。 ϕ_2 は $\pi\pi$ 等の $b \rightarrow u\bar{u}d$ 崩壊による終状態を用いて求められる。

ϕ_3 ユニタリティ三角形のもう一つの角 ϕ_3 の測定にはいろいろな崩壊モードが用いられるが、ここでは例として $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ を挙げる。クォークレベルでは、 $B^- \rightarrow DK^-$ は $b \rightarrow c\bar{u}s$ と $b \rightarrow u\bar{c}s$ のモードからなる。生じる D 中間子は前者では D^0 、後者では \bar{D}^0 であり、遷移振幅に付随する CKM 行列要素は各々 $V_{cb}V_{us}^*$ と $V_{ub}V_{cs}^*$ である。 D 中間子の終状態として D^0 と \bar{D}^0 の重ね合わせで構成される CP の固有状態 D_{CP} を選び、 $B^- \rightarrow D_{CP} K^-$ と $B^+ \rightarrow D_{CP} K^+$ の間の CP 非対称性を測ることによって $V_{cb}V_{us}^*$ と $V_{ub}V_{cs}^*$ の相対位相に現れる ϕ_3 を知ることができる。

以上の量から求められた $\bar{\rho}$ と $\bar{\eta}$ をまとめて表したのが図 1 で、値として $\bar{\rho} = 0.1489_{-0.0084}^{+0.0158}$ 、 $\bar{\eta} = 0.342_{-0.011}^{+0.013}$ が得られている。この結果から、 B 中間子系での CP 対称性の破れ等が標準模型でよく合っていることが分かる。また、標準模型を超える新物理の寄与は概ね 10% 程度以下に制限されていると考えられる。

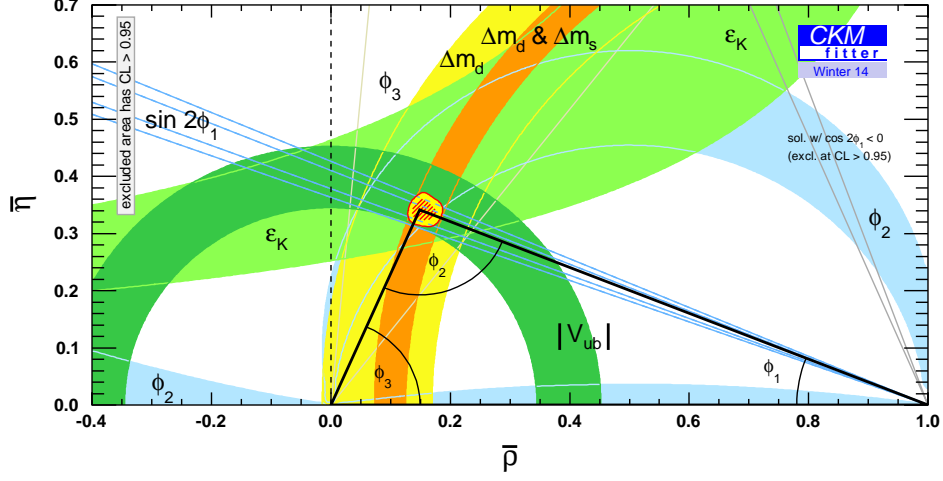


図 1: CKM fitter [3] による $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ のフィット結果。

3 $b \rightarrow s, l^+ l^-$

B ファクトリー実験の結果に加え、LHC 開始以来、LHCb 実験で $b \rightarrow s l^+ l^-$ 過程についての詳細なデータが得られている。ここでは $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ と $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ について紹介する。

$b \rightarrow s l^+ l^-$ 過程を記述する有効ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} \sum_i C_i(\mu) \mathcal{O}_i(\mu), \quad (10)$$

と表される。 $\mathcal{O}_i(\mu)$ が有効演算子、 μ が繰り込みスケール、 $C_i(\mu)$ がウィルソン係数である。標準模型では次の 3 つの有効演算子が主要である。

$$\mathcal{O}_7 = \frac{e}{(4\pi)^2} m_b (\bar{s} \sigma^{\mu\nu} P_R b) F_{\mu\nu}, \quad (11)$$

$$\mathcal{O}_9 = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu l), \quad (12)$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l). \quad (13)$$

\mathcal{O}_7 は $b \rightarrow s \gamma$ 崩壊の主要項、 \mathcal{O}_{10} は $B_s \rightarrow l^+ l^-$ の主要項になる。 $B \rightarrow K^* l^+ l^-$ には全部が寄与する。新物理の寄与がある場合は他のタイプの演算子も寄与しうる。

標準模型では、 $m_t^2/m_W^2 \gtrsim 1 \gg m_{u,c}^2/m_W^2$ と $|V_{ts}^* V_{tb}|, |V_{cs}^* V_{cb}| \gg |V_{us}^* V_{ub}|$ の大小関係が知られており、このことからウィルソン係数はほぼ m_t^2/m_W^2 (と α_s) だけで決まることになる。このため、 $b \rightarrow s \gamma$ 及び $b \rightarrow s l^+ l^-$ の物理量の標準模型での値は比較的小さい不定性で予言でき、従ってこれらは新物理の寄与に感度が高いと考えられている。

2012年にLHCb実験から $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の“first evidence”の報告があった。その後のCMS等の測定結果も合わせて、PDG2014では分岐比の値として

$$B(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (3.1 \pm 0.7) \times 10^{-9}, \quad (14)$$

が得られている。標準模型での分岐比を与える表式は [5]

$$B_{\text{SM}} = \frac{G_F^2}{\pi} \left[\frac{\alpha_{\text{em}}(m_Z)}{4\pi \sin^2 \theta_W} \right]^2 \tau_{B_s} f_{B_s}^2 m_{B_s} m_\mu^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_s}^2}} |V_{tb}^* V_{ts}|^2 Y^2(x_{tW}, x_{ht}; \alpha_s), \quad (15)$$

(Y はQCD補正、ヒッグス粒子の寄与も含めた稲見-林関数相当部分)で、その値は

$$B_{\text{SM}} = (3.53 \pm 0.20) \times 10^{-9}, \quad (16)$$

となっている。6%程度の理論誤差があるが、そのうち4%分が格子QCDによる崩壊定数 f_{B_s} の計算値の不定性からきている。この結果は、新物理の寄与に対して新たな制限を与えることになった。

超対称標準模型 (MSSM) にはヒッグス二重項が2個あり、その中に中性の擬スカラーヒッグス粒子 A^0 が物理的自由度として含まれている。超対称性の破れに伴い、ループレベルで A^0 とクォークの湯川結合に非対角成分が生じ、結局 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の崩壊振幅に $\tan^3 \beta$ ($\tan \beta$ は2つあるヒッグス場の真空期待値の比) に比例する寄与を与えることが指摘されていた [6]。そのため“constrained” MSSM (CMSSM) の場合、 $\tan \beta \gtrsim 40$ のときにATLAS、CMSでの超対称粒子直接探索の制限では排除されていないが $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の測定結果で排除されるパラメータ領域があることが示されている [7]。

$B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ 崩壊では K^* がすぐ $K\pi$ に崩壊するので実際には4体崩壊になる。特に中性 B 中間子の崩壊の場合、終状態が $K^\pm \pi^\mp \mu^+ \mu^-$ と全てが荷電粒子になるため、LHCbで測定しやすいモードである。この崩壊では運動学的変数として $\mu^+ \mu^-$ 対の不変質量の2乗 q^2 と、3個の角度変数がある。これら4個の変数についての崩壊分布が次のように定義される [8]。

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 \Gamma(B \rightarrow K^*(\rightarrow K\pi) \mu^+ \mu^-)}{dq^2 d \cos \theta_K d \cos \theta_\ell d \phi} \\ &= \frac{9}{32\pi} [J_{1s} \sin^2 \theta_K + J_{1c} \cos^2 \theta_K + (J_{2s} \sin^2 \theta_K + J_{2c} \cos^2 \theta_K) \cos 2\theta_\ell \\ & \quad + J_3 \sin^2 \theta_K \sin^2 \theta_\ell \cos 2\phi + J_4 \sin 2\theta_K \sin 2\theta_\ell \cos \phi + J_5 \sin 2\theta_K \sin \theta_\ell \cos \phi \\ & \quad + (J_{6s} \sin^2 \theta_K + J_{6c} \cos^2 \theta_K) \cos \theta_\ell + J_7 \sin 2\theta_K \sin \theta_\ell \sin \phi \\ & \quad + J_8 \sin 2\theta_K \sin 2\theta_\ell \sin \phi + J_9 \sin^2 2\theta_K \sin^2 2\theta_\ell \sin 2\phi], \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、12個の係数 J_i はおのおの q^2 の関数になっている。LHCb実験ではすべての分布についての解析が行われ、標準模型との整合性が検討されている。

次式で定義されるレプトン対の前方後方非対称性 A_{FB} は B ファクトリー実験でも測定されてきたが、LHCbでより高精度の結果が得られた。

$$A_{\text{FB}}(q^2) = \left(\frac{d\Gamma}{dq^2} \right)^{-1} \left(\int_0^1 - \int_{-1}^0 \right) d \cos \theta_\ell \frac{d^2 \Gamma}{dq^2 d \cos \theta_\ell}. \quad (18)$$

標準模型のように主要なウィルソン係数が C_7, C_9, C_{10} だけの場合、 A_{FB} のウィルソン係数への依存性は概ね $A_{\text{FB}} \sim C_{10}(q^2 C_9 + 2m_b^2 C_7)$ の形になる。そして、標準模型では C_7 と C_9 が逆符号であるため、 q^2 が小さい領域と大きい領域で A_{FB} の正負が変わる。LHCb は A_{FB} が $q^2 = 4.9 \pm 0.9 \text{ GeV}^2$ の前後で正負が代わるという結果を出した [9]。これは標準模型の予言と整合しており、新物理の寄与への制限になる。例えば、CMSSM のあるパラメータ領域で起こるような C_7 が標準模型の値と絶対値は等しいが符号が逆になる、という場合は排除される。

LHCb による $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ の角分布の解析では、標準模型と必ずしも整合しない結果も得られている。(17) 式の $J_5(q^2)$ を規格化して定義された量 P_5' が $q^2 = 6 \text{ GeV}^2$ 付近で標準模型の予言値から 3.7σ ほどずれていると報告された [10]。今後の実験の精度向上と、理論側ではハドロン行列要素の正確な評価が進むことによってこのずれの原因が解明されると期待される。

4 セミレプトニック崩壊

CKM 行列要素 $|V_{cb}|$ はセミレプトニック崩壊 $b \rightarrow c \ell \bar{\nu}$ ($\ell = e, \mu$) から精度よく決められると先に述べたが、近年その精度が上がってきたことによって改めて疑問点が浮上してきている。 B 中間子のセミレプトニック崩壊では、終状態のハドロンを D や D^* 等に限定した exclusive モードの測定と、終状態のハドロンを特定せずに $B \rightarrow X_c \ell \bar{\nu}$ とする inclusive モードの測定がある。各々によって決められる $|V_{cb}|$ の値は

$$|V_{cb}|_{\text{exclusive}} = (39.5 \pm 0.8) \times 10^{-3}, \quad |V_{cb}|_{\text{inclusive}} = (42.4 \pm 0.9) \times 10^{-3}, \quad (19)$$

であり、各々の精度が上がったことで差が目立つようになってきた。 $|V_{ub}|$ についても、 $B \rightarrow \pi \ell \bar{\nu}$ 等 exclusive モードによる値と inclusive モード $B \rightarrow X_u \ell \bar{\nu}$ による値は各々

$$|V_{ub}|_{\text{exclusive}} = (3.23 \pm 0.31) \times 10^{-3}, \quad |V_{ub}|_{\text{inclusive}} = (4.41 \pm 0.15_{-0.17}^{+0.15}) \times 10^{-3}, \quad (20)$$

となっており、 $|V_{cb}|$ と同じ傾向の差異が認められる。これは 2σ 程度の不一致で、まだ有意な差とは言えないが、今後の進展によって QCD 及びハドロン物理由来のものか、新物理の寄与が現れているのかが明らかになると期待される。 $|V_{ub}|_{\text{exclusive}}$ と $|V_{ub}|_{\text{inclusive}}$ の差の新物理解釈の例として、 $b \rightarrow u$ 遷移に右巻きカレントを追加するものがある [12]。左巻き、右巻き各々の $b \rightarrow u$ 荷電カレント相互作用でのフレーバー混合行列要素を V_{ub}^L, V_{ub}^R とすれば、exclusive モード $B \rightarrow \pi \ell \bar{\nu}$ の分岐比は $|V_{ub}^L + V_{ub}^R|^2$ に比例するのに対し、inclusive モードの分岐比は $|V_{ub}^L|^2 + |V_{ub}^R|^2$ に比例する。従って、 $V_{ub}^R \neq 0$ であれば、標準模型を仮定した解析での $|V_{ub}|$ のずれを説明できる。

他にも、セミレプトニック崩壊の解析で標準模型から 3σ 程度のずれが報告されている量がある。 $B \rightarrow D \tau \nu$ 及び $B \rightarrow D^* \tau \nu$ の崩壊分岐比が B ファクトリー実験で測定されているが、これを $B \rightarrow D \ell \nu$ 及び $B \rightarrow D^* \ell \nu$ ($\ell = e, \mu$) の分岐比でそれぞれ規格化した量

$$R(D^{(*)}) = \frac{\text{B}(B \rightarrow D^{(*)} \tau \nu)}{\text{B}(B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu)}, \quad (21)$$

を定義する。 $R(D^{(*)})$ は、標準模型では $|V_{cb}|$ に依存せず、またハドロン形状因子の不定性の主要部分も比を取ることでキャンセルするので、理論的不定性が小さいと考えられる量である。標準模型の予言値 $R(D)_{\text{SM}} = 0.297 \pm 0.017$ 、 $R(D^*)_{\text{SM}} = 0.252 \pm 0.003$ に対し、BaBar 実験が

$R(D)_{\text{exp}} = 0.440 \pm 0.058 \pm 0.042$, $R(D^*)_{\text{exp}} = 0.332 \pm 0.024 \pm 0.018$ の値を得、2つを組み合わせた解析で標準模型と 3.7σ の不一致があると報告した [13]。新物理解釈の可能性として type-II two Higgs doublet model の荷電ヒッグス粒子の寄与によるものがあるが、BaBar の結果は、この模型では $R(D)$ と $R(D^*)$ の両方を同時には説明できないことを示している。

5 まとめ

B の物理を含むフレーバー物理は、標準模型を超える新物理を探索するための間接的な手段を与え、LHC での新粒子の直接探索と相補的な役割を担っており、 B ファクトリーやその他の実験で近年多くの結果が得られた。現状の精度では、それらの測定結果は標準模型の予言値と概ね 10% 程度のレベルでよく整合していると言える。いくつかの観測量では 3σ 程度の「アノマリー」が見つかっているものの、それらは新物理のはっきりした証拠というレベルではない。今後、LHC の Run 2 における LHCb 他の実験や、Belle II 実験によって更に精度の高い測定が行われる。一方、理論的にも格子 QCD の進展等で標準模型の予言値の精度は更に向上すると考えられる。これらが相まって近い将来に 1% レベルの高精度での標準模型の検証ないし新物理の発見が可能になると期待される。

参考文献

- [1] A. J. Bevan *et al.* [BaBar and Belle Collaborations], *Eur. Phys. J. C* **74** (2014) 3026 [arXiv:1406.6311 [hep-ex]].
- [2] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], *Chin. Phys. C* **38** (2014) 090001.
- [3] CKMfitter Group Collaboration, <http://ckmfitter.in2p3.fr/>.
- [4] UTfit Collaboration, <http://www.utfit.org/>.
- [5] C. Bobeth, arXiv:1405.4907 [hep-ph].
- [6] S. R. Choudhury and N. Gaur, *Phys. Lett. B* **451** (1999) 86 [hep-ph/9810307].
- [7] F. Mahmoudi, S. Neshatpour and J. Virto, *Eur. Phys. J. C* **74** (2014) 6, 2927 [arXiv:1401.2145 [hep-ph]].
- [8] S. Descotes-Genon, T. Hurth, J. Matias and J. Virto, *JHEP* **1305** (2013) 137 [arXiv:1303.5794 [hep-ph]].
- [9] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *JHEP* **1308** (2013) 131 [arXiv:1304.6325, arXiv:1304.6325 [hep-ex]].
- [10] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 191801 [arXiv:1308.1707 [hep-ex]].
- [11] S. Descotes-Genon, J. Matias and J. Virto, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 074002 [arXiv:1307.5683 [hep-ph]].
- [12] T. Enomoto and M. Tanaka, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 1, 014033 [arXiv:1411.1177 [hep-ph]].
- [13] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **109** (2012) 101802 [arXiv:1205.5442 [hep-ex]].

超対称暗黒物質の対消滅における電弱制動放射の寄与

二瓶 武史

日大理工

銀河や太陽中心などに蓄えられた暗黒物質が対消滅して生成される粒子を観測することで、暗黒物質に対する間接的な情報が得られる可能性がある。本研究では標準模型を越える理論の候補である超対称標準模型 (MSSM) において、ビーノ的なニュートラリーノ暗黒物質 (χ) の間接検出について考察する。

ビーノ的なニュートラリーノの主な崩壊モードはフェルミオン対生成 $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$ であるが、ニュートラリーノがマヨラナ・フェルミオンであることから、ヘリシティー抑制により、銀河や太陽中心における非相対論的な対消滅反応が強く抑制される。しかしながら、光子の放出を伴う制動放射過程 $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}\gamma$ では、光子がスピン 1 を持つために、ヘリシティー抑制を受けず、断面積に大きな寄与を与えることが知られている [1]。さらに近年、レプトンとのみ相互作用する暗黒物質の模型を用いて、電弱制動放射と呼ばれる W ボソン放出を伴う過程 $\chi\chi \rightarrow f'\bar{f}'W$ の重要性が指摘されてきた [2]。特にレプトン対生成 $\chi\chi \rightarrow \ell\bar{\nu}_\ell W$ はニュートリノを用いた間接検出に大きな寄与を与え得ると期待される。

本研究では、特にスクォークが十分に重くスレプトンが比較的軽い場合を考え、暗黒物質残存量の制限を満たしつつ、電弱制動放射がニュートリノスペクトルに大きな影響を与える可能性を考察した [3]。この際、電弱制動放射に含まれる一次的ニュートリノだけではなく、 W ボソン等の崩壊から二次的に生じるニュートリノも考慮した。二次的なニュートリノの寄与は、PYTHIA と呼ばれる数値計算コードを利用して評価した [4]。MSSM における電弱制動放射のうち、主要な寄与を与える過程を図 1 に示す。 Z ボソンを放出する過程もあるが、今回は簡単のために W ボソン放出のみを考えた。

図 2(a) は対消滅の断面積と暗黒物質衝突の相対速度の積 σv_{rel} を暗黒物質の質量 (m_χ) の関数としてプロットしたものである。太線が電弱制動放射の寄与であり、ニュートラリーノがスレプトンより少し軽い領域 $m_\chi \lesssim m_{\tilde{\ell}}$ において電弱制動放射が主要な寄与を与えることが分かる。さらに灰色に塗られた領域では、スレプトン coannihilation の効果により、暗黒物質残存量の制限 $\Omega_\chi \sim 0.1$ を満たしている。

図 2(b) は横軸がヒッグシーノ質量パラメータ μ 、縦軸が $SU(2)$ ゲージノ質量パラメータ M_2 の平面内における σv_{rel} の等高線プロットである。 $R = (\sigma v)_{3W}/(\sigma v)_2$ は電弱制動放射の寄与と通常の 2 体終状態過程の寄与との比であり、 R が 1 より大きな領域では電弱制動放射の寄与が主要となる。

図 2(c) は太陽中心における暗黒物質の対消滅により生じるニュートリノのスペクトルである。太い実線が電弱制動放射による一次的ニュートリノの寄与で、太い点線が電弱制動放射による二次的なニュートリノの寄与である。また、細い線は 2 体終状態過程の寄与である。高エネルギー領域 $E_\nu \lesssim m_\chi$ において電弱制動放射による一次的ニュートリノが特徴的なピークを生じさせるため、ニュートリノ・スペクトルの観測において電弱制動放射の効果が重要となる可能性があることが分かった。

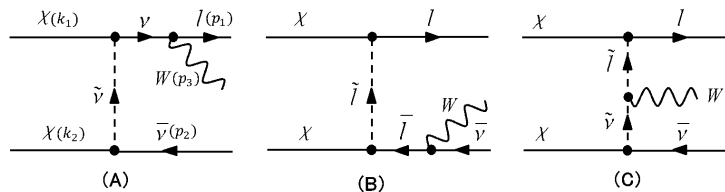


図 1: 暗黒物質の対消滅における電弱制動放射の Feynman 図。

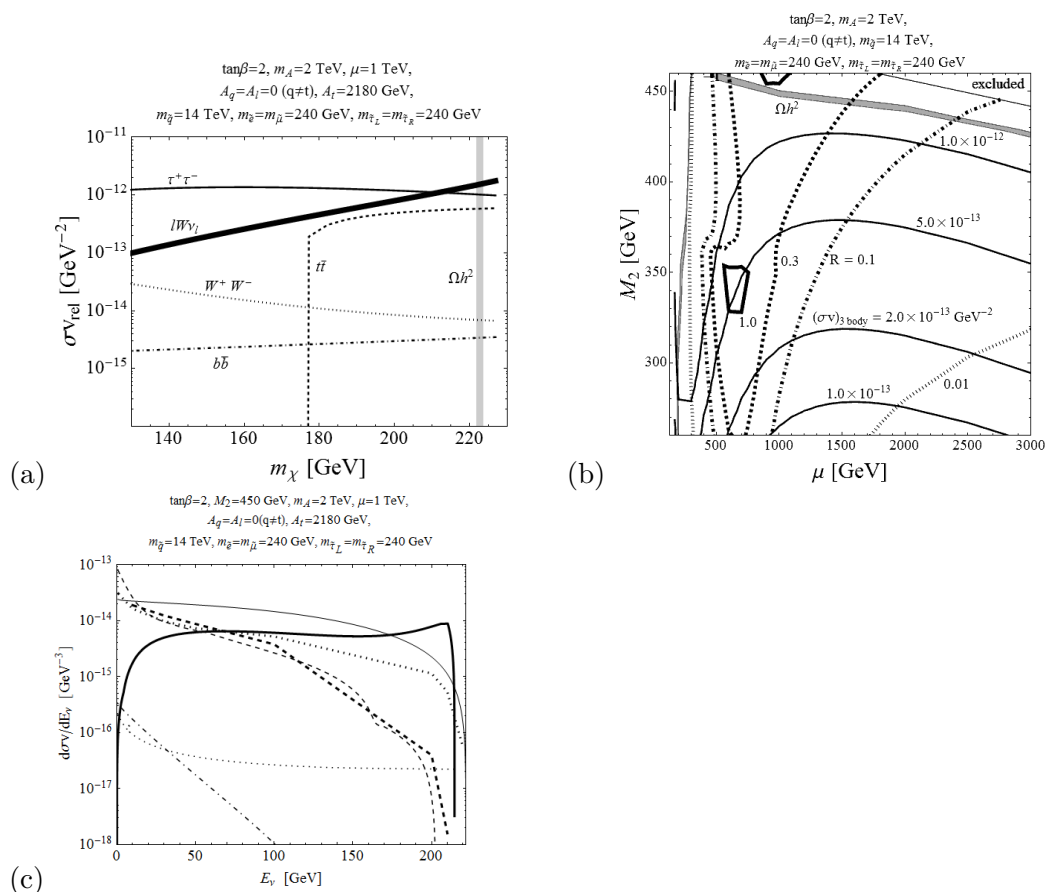


図 2: (a) 対消滅の断面積と暗黒物質衝突の相対速度の積 σv_{rel} と暗黒物質の質量 (m_χ) の関係。(b) ヒッグシーノ質量パラメータ μ と SU(2) ゲージノ質量パラメータ M_2 の平面内における σv_{rel} の等高線プロット。(c) 太陽中心における暗黒物質の対消滅により生じるニュートリノのスペクトル。

参考文献

- [1] L. Bergstrom, Phys. Lett. **B225** (1989) 372; T. Bringmann, L. Bergstrom and J. Edsjo, JHEP **0801** (2008) 049.
- [2] N.F. Bell, J.B. Dent, A.J. Galea, T.D. Jacques, L.M. Krauss and T.J. Weiler, Phys. Lett. **B706** (2011) 6.
- [3] K. Shudo, T. Nihei, Electroweak bremsstrahlung in binolike dark matter annihilations, Phys. Rev. **D88** (2013) 055019.
- [4] T. Sjöstrand *et.al.*, Comput. Phys. Commun. **135** (2001) 238.

Zero Higgs Double Model¹

杉山 弘晃^{*2}, 津村 浩二[†]

^{*} 京都産業大学 益川塾³, [†] 京都大学

1 イントロダクション

素粒子の標準模型の一角を成すワインバーグ・サラム理論 [2] では, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性を自発的に破りフェルミオンやゲージボゾンに質量を与える源として, $SU(2)_L$ の 2 重項スカラー場 Φ_{SM} が導入されている. 2012 年 7 月に LHC での発見が発表された新粒子 [3] は, 質量だけでなくスピンとパリティ [4] および相互作用 [5, 6] も測定されてきており, Φ_{SM} 由来のヒッグス粒子とみなして矛盾がないことが分かってきている. 果たして Φ_{SM} ではないスカラー場に由来したヒッグス粒子である可能性は無いのだろうか?

ワインバーグ・サラム理論における Φ_{SM} は, フェルミオンやゲージボゾンに質量を与えるために必要最小限のスカラー場である. 一方, 標準模型を拡張した新物理模型においては他のスカラー場 ($SU(2)_L$ の 1 重項や 3 重項, 追加の 2 重項など) がしばしば追加される. このことを考慮すると, そもそもワインバーグ・サラム理論の段階で必要最小限のスカラー場にしておく必要はないとも言える. そこで本講演では, ワインバーグ・サラム理論とは別の可能性を探るために, $SU(2)_L$ の 2 重項スカラー場を導入しない模型の構築の試みを紹介する.

電弱ゲージ対称性を自発的に破る必要はあるため, $SU(2)_L$ の 2 重項の次に単純なものとして 3 重項スカラー場を導入する.

2 フェルミオン質量項

以後, $SU(2)_L$ の N 重項でハイパーチャージが Y であることを \underline{N}_Y で表わすことにする. フェルミオン質量を与えるためには, $\underline{2}_{1/2}$ という変換性の場が必要である. 3 重項スカラー場に加えて 4 重項スカラー場も導入すれば, $\underline{3} \otimes \underline{4}$ という積は $\underline{2} \oplus \underline{4} \oplus \underline{6}$ と分解できるため, 2 重項の変換性を持つ場が得られる. ハイパーチャージまで考慮すると, 以下のような積で $\underline{2}_{1/2}$ を実現できる.

$$\underline{3}_0 \otimes \underline{4}_{1/2}, \quad \underline{3}_1 \otimes (\underline{4}_{1/2})^*, \quad (\underline{3}_1)^* \otimes \underline{4}_{3/2}. \quad (1)$$

以後, 断りが無い限りは $\underline{3}_1 \otimes (\underline{4}_{1/2})^*$ を使う (理由は 3 章で述べる). また, $\underline{2}_{1/2}$ スカラー場の代わりに $\underline{3}_1$ と $\underline{4}_{1/2}$ が導入されるこの模型を, Zero Higgs Doublet Model (ZHDM) と呼ぶことにする.

$\underline{3}_1$ のスカラー場を 2 階対称テンソル Δ^{ij} で表現し, $\underline{4}_{1/2}$ のスカラー場を 3 階対称テンソル χ^{ijk} で表現しよう ($i, j, k = 1, 2$). 電荷を明示した成分で書き下せば次のようになる.

$$\Delta^{11} = \Delta^{++}, \quad \Delta^{12} = \Delta^{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta^+, \quad \Delta^{22} = \Delta^0, \quad (2)$$

$$\chi^{111} = \chi^{++}, \quad \chi^{112} = \chi^{121} = \chi^{211} = \frac{1}{\sqrt{3}}\chi^+, \quad \chi^{122} = \chi^{212} = \chi^{221} = \frac{1}{\sqrt{3}}\chi^0, \quad \chi^{222} = \xi^-. \quad (3)$$

¹本講演は [1] に基づく.

²講演者.

³4 月からの所属は富山大学.

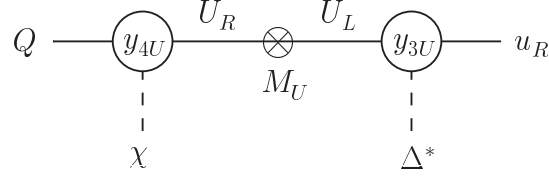


図 1: 繰り込み可能な相互作用を用いてアップタイプクォークの質量を与えるダイアグラム.

標準模型の 2 重項スカラー場 Φ_{SM}^i の代わりとしては $\Phi_{\text{eff}}^i \equiv \chi_{jkl}^* \Delta^{jk} \epsilon^{\ell i}$ を使えばよい. ϵ^{ij} は完全反対称テンソルである. ここで, Δ^0 と χ^0 の真空期待値を $v_3 \equiv \sqrt{2}\langle \Delta^0 \rangle$ および $v_4 \equiv \sqrt{2}\langle \chi^0 \rangle$ と定義しておく.

クォークと荷電レプトンの質量項は

$$\frac{1}{\Lambda_u} \left[\bar{Q}_i \left(\chi^{ijk} \Delta_{jk}^* \right) u_R \right] + \frac{1}{\Lambda_d} \left[\bar{Q}_i \left(\chi_{jkl}^* \Delta^{jk} \epsilon^{\ell i} \right) d_R \right] + \frac{1}{\Lambda_e} \left[\bar{L}_i \left(\chi_{jkl}^* \Delta^{jk} \epsilon^{\ell i} \right) e_R \right] \quad (4)$$

という質量次元 5 の相互作用から $m_f \equiv v_3 v_4 / (2\sqrt{3} \Lambda_f)$ と得られる. ただし, 世代の添え字は省略した. 一方, ニュートリノのマヨラナ質量項 $(1/2) m_\nu \bar{\nu}_L (\nu_L)^c$ は

$$y_\nu \left[\bar{L}_i \epsilon^{ik} \epsilon^{j\ell} \Delta_{kl}^* L_j^c \right] \quad (5)$$

という繰り込み可能な相互作用から $m_\nu = \sqrt{2} y_\nu v_3$ と得られる.

式 (4) の第一項の相互作用を繰り込み可能な相互作用から得る一例を以下に示す (第二項、第三項についても同様に可能である). 右巻きフェルミオン U_R と左巻きフェルミオン U_L を $\underline{3}_{-1/3}$ とし N_U 個ずつ導入し, どちらもカラーについては 3 重項とする (以下ではカラーの添え字は省略する). フェルミオン U_{aR} と U_{aL} ($a = 1-N_U$) はゲージ不変な質量項を持つことができ, また, 以下のようにクォークとも相互作用する.

$$M_{Ua} \left[\bar{U}_{aL} U_{aR} \right] + y_{4Ua} \left[\bar{Q}_i \chi^{ijk} \epsilon_{j\ell} \epsilon_{km} U_{aR}^{\ell m} \right] + y_{3Ua} \left[\bar{U}_{aL} \epsilon^{ik} \epsilon^{j\ell} \Delta_{kl}^* u_R \right]. \quad (6)$$

簡単のために a についての依存性を無視して $M_{Ua} = M_U$, $y_{4Ua} = y_{4U}$, $y_{3Ua} = y_{3U}$ とし, $M_U \gg v_3, v_4$ とすれば, 図 1 のダイアグラムから

$$\frac{1}{\Lambda_u} \simeq \frac{y_{4U} y_{3U} N_U}{M_U} \quad (7)$$

が得られる.

3 ローパラメーター

ローパラメーター $\rho \equiv m_W^2 / (m_Z^2 \cos^2 \theta_W)$ の実験値は非常に 1 に近い値である [7]. 標準模型はツリーレベルで $\rho = 1$ を予言するが, ZHDM においてはどうなるかを確認する. 表 1 は, $\underline{3}_0$ (または $\underline{3}_1$) と $\underline{4}_{1/2}$ (または $\underline{4}_{3/2}$) のスカラー場を導入した場合に ρ の値がどのように与えられるかを

	$\underline{4}_{1/2}$	$\underline{4}_{3/2}$
$\underline{3}_0$	$7 + 4x^2$	($\underline{2}_{1/2}$ を作れない)
$\underline{3}_1$	$\frac{7 + 2x^2}{1 + 4x^2}$	$\frac{3 + 2x^2}{9 + 4x^2}$

表 1: $\underline{3}_0$ (または $\underline{3}_1$) と $\underline{4}_{1/2}$ (または $\underline{4}_{3/2}$) のスカラー場の組み合わせによるツリーレベルのローパラメーターの値. ただし, $x \equiv v_3/v_4$ とした.

まとめたものである. ただし, $x \equiv v_3/v_4$ と定義した. $\underline{3}_0$ と $\underline{4}_{3/2}$ の組み合わせは $\underline{2}_{1/2}$ を作れないので除外される. 残る 3通りの組み合わせのうち, $\rho = 1$ とできるのは $\underline{3}_1$ と $\underline{4}_{1/2}$ の組み合わせだけであることがわかる. このとき, $x = \sqrt{3}$ が必要である. この条件と m_W によって, 真空期待値が $v_3 = 118 \text{ GeV}$ および $v_4 = 68 \text{ GeV}$ と決まる.

4 LHC で発見されたスカラー粒子との比較

ZHDM には CP-even な中性スカラー粒子が 2 つ存在する. 軽い方を h と表わし, 重い方を H と表わすと, これらは $\text{Re}(\Delta^0)$ と $\text{Re}(\chi^0)$ の混合によって

$$\begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \text{Re}(\Delta^0) \\ \sqrt{2} \text{Re}(\chi^0) \end{pmatrix} \quad (8)$$

というように得られる. この h のツリーレベルでの崩壊パターンを, LHC で発見されたスカラー粒子の崩壊パターン [5, 6] と比較する. $\rho = 1$ を課したことにより真空期待値の値が決まっているため, h のツリーレベルでの崩壊パターンは混合角 θ_0 のみに依存する.

図 2 は, pp 衝突実験においてグルーオン融合過程で生成された h が各粒子対にツリーレベルで崩壊するパターンを $\sin \theta_0$ の関数として示している. ただし, 縦軸の値は標準模型のヒッグス粒子での値で割ったものである. また, $\sin \theta_0 < 0.5$ の領域は観測値と大きく異なるため省略した. 赤色の実線は ZZ^* への崩壊に対する結果を表わす. 同様に, 青色い鎖線は WW^* への崩壊, 緑色の一点鎖線はフェルミオン対への崩壊に対する結果をそれぞれ表わす. 全ての値が同時に 1 となることはないため, 標準模型への極限を持たない模型であることがわかる. LHC における ATLAS 実験の観測値 [5]

$$h \rightarrow \tau\bar{\tau} : 1.4_{-0.4}^{+0.5}, \quad h \rightarrow ZZ^* : 1.44_{-0.35}^{+0.40}, \quad h \rightarrow WW^* : 1.00_{-0.29}^{+0.32} \quad (9)$$

と比較すれば, $\sin \theta_0 \simeq 0.75$ のときに観測値と誤差の範囲内で無矛盾になる⁴.

標準模型や他の新物理模型の場合, $\rho = 1$ のときには $h \rightarrow ZZ^*$ と $h \rightarrow WW^*$ に対する値は一致する. それらの値が異なり得るのは ZHDM に特徴的な点であり, 実験での観測値がそのような違いを示せば ZHDM への支持となり得る.

⁴ $h \rightarrow b\bar{b}$ に対する観測値 ($0.2_{-0.6}^{+0.7}$) [5] を考慮すると, 0.75 より少し小さな $\sin \theta_0$ が好まれる.

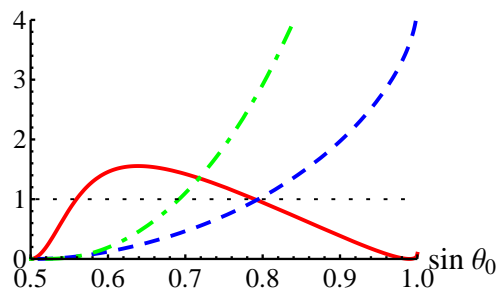


図 2: ZHDM における h の崩壊パターン. 縦軸は ZHDM での値を標準模型での値で割ったもの. 赤色の実線は $pp \rightarrow h \rightarrow ZZ^*$ の結果を表す. 同様に, 青色い鎖線は WW^* への崩壊の結果, 緑色の一点鎖線はフェルミオン対への崩壊の結果を表す.

他方, $h \rightarrow \gamma\gamma$ はスカラーポテンシャル中のパラメーターにも依存するため複雑であるが, ZHDM での値は標準模型のものに比べてかなり大きくなりがちである. しかしながら $h \rightarrow \gamma\gamma$ はループレベルの過程であり, 1 重項の荷電スカラー粒子等を追加することによって簡単に値を変化させることができるため, ツリーレベルの過程が実験と合わない場合のような深刻な問題にはならない.

5 まとめ

標準模型への極限を持たないような新物理模型の例として, $SU(2)_L$ の 2 重項スカラー場を導入しない模型 (Zero Higgs Doublet Model) を構築した. ZHDM においては, フェルミオン質量項を与えることや $\rho = 1$ を満たすことが可能であり, LHC 実験でのスカラー粒子崩壊と無矛盾にすることもできる.

参考文献

- [1] H. Sugiyama and K. Tsumura, work in progress.
- [2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, Conf. Proc. C **680519**, 367 (1968).
- [3] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012); S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012).
- [4] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **726**, 120 (2013); V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], arXiv:1411.3441 [hep-ex].
- [5] The ATLAS collaboration, ATLAS-CONF-2014-009, ATLAS-COM-CONF-2014-013.
- [6] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-HIG-14-009.
- [7] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).

T2K 実験における重いニュートリノ探索

渡邊 篤史

京都産業大学益川塾

1 重いニュートリノ

これまでに行われた様々なニュートリノ振動実験の結果は、三つのフレーバー固有状態 (ν_e, ν_μ, ν_τ) と三つの質量の固有状態 (ν_1, ν_2, ν_3) による、いわゆる三世代振動の枠組みでよく記述できる。Z ボソンの崩壊幅と宇宙論の相対論的自由度の観測も、三世代の描像と合致している。しかしニュートリノは、その質量の固有状態が直接観測される状態ではないため、質量の固有状態の数が三より大きい可能性にはまだかなりの余地が残されている。いま、四番目の質量の固有状態 N を考えたとすると、フレーバーの固有状態 ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$) は、

$$\nu_\alpha = U_{\alpha i} \nu_i + \Theta_\alpha N \quad (1)$$

のように書ける。ここで $U_{\alpha i}$ は牧・中川・坂田行列、 i は 1 から 3 を走る質量固有状態のラベル、 Θ_α は、 ν_α と N の混合の大きさ、したがって N の相互作用の強さを特徴づけるパラメータである ($|\Theta_\alpha| \ll 1$)。ここで導入した N のような中性レプトンは、標準模型を拡張した理論に頻繁に登場する。シーソー機構などは、その最たる例である。

典型的なシーソー機構においては、右巻きニュートリノのマヨラナ質量は大統一スケール付近の値を考える。その場合、重いニュートリノの質量は地上の実験で手の届くエネルギーよりずっと大きく、また混合も非常に小さいので、重いニュートリノの検出は困難である。しかし右巻きニュートリノのマヨラナ質量の値が電弱スケール付近や、或いはそれよりも小さい可能性もある。その場合、重いニュートリノは、その混合の大きさによっては将来の実験で検出できるかもしれない。

特に、質量が 10 MeV から 10 GeV の右巻きニュートリノは、初期宇宙における振動によってバリオン数の非対称性を生成できることが指摘されている [1]。また、質量が 1 keV 程度の右巻きニュートリノは、暗黒物質の良い候補となる [2]。注目すべきことに、これらの電弱スケール以下の質量の右巻きニュートリノを組み合わせ、ちょうど三世代の右巻きニュートリノで、ニュートリノ質量、暗黒物質、宇宙バリオン数の三点を説明できることも知られている [3]。

そのような電弱スケール以下の質量をもつ中性レプトン N は、どのように検証できるだろうか？ まずそれを作るには、標準模型の粒子の共鳴を介して、すなわち不安定な粒子の崩壊を通して生成するのが効率がよい。親となる粒子は、電弱ボソンから B, D, K, π メソンまで色々な場合が考えられる。質量が軽いものが作りやすいので、まずは π, K あたりの崩壊から作られる N が最もテストが容易な仮説であると考えられる。

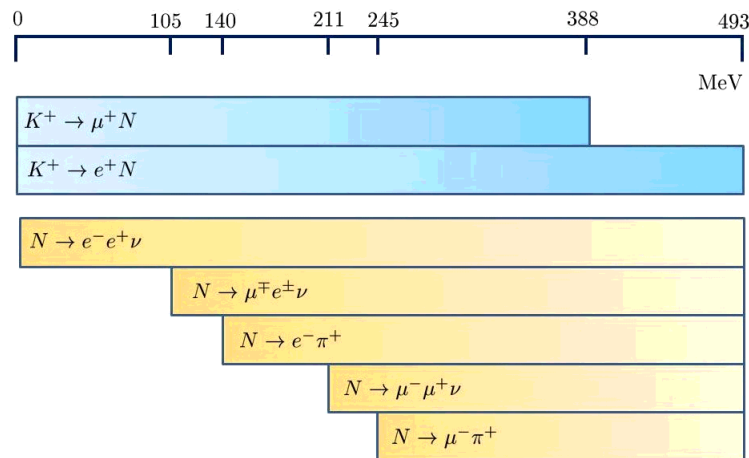


図 1: 重いニュートリノ N の質量レンジと主な生成過程と検出過程。

例えば、 N の質量が ~ 500 MeV より小さくて、 K^\pm の崩壊から生成できるとしよう。このとき重要な K^\pm の崩壊モードには、 $K^\pm \rightarrow \mu^\pm N$ や $K^\pm \rightarrow e^\pm N$ がある。 N の質量に応じて、 μ^\pm と e^\pm のスペクトラムには標準模型のピークよりも低いエネルギーのところに別の小さなピークができるはずである。これを探す方法はひとつの有力な方法である [4]。

また、 N が荷電粒子に崩壊する場合は、その荷電粒子のシグナルをとらえるのも有力な方法となる。有力な崩壊モードとしては、2 体崩壊モードの $N \rightarrow \mu^\pm \pi^\mp$ 、 $N \rightarrow e^\pm \pi^\mp$ 、3 体崩壊モードの $N \rightarrow \mu^- \mu^+ \nu$ 、 $N \rightarrow \mu^\mp e^\pm \nu$ 、 $N \rightarrow e^- e^+ \nu$ がある。図 1 に、 N に質量に応じて可能な、主な生成過程と検出過程をまとめた。図では、親の粒子として K^+ の場合を示している。

ところで、最近の長基線ニュートリノ振動の実験では、陽子のビームをターゲットに当てて π や K を作り、その崩壊から出てくるニュートリノを使って実験をしている。もし (適当な質量レンジの) N が存在していれば、そのように生成されたニュートリノには、通常のニュートリノに混じって N も存在しているはずであるから、最近のニュートリノ実験を使って重いニュートリノを検出できるのでは? ということが問題となる。

2 T2K 実験による重いニュートリノ探索の可能性

そこで本研究 [5] では、T2K 実験を例に考えてみる。T2K 実験では、ニュートリノソースから 280 メートル離れたところに、ND280 と呼ばれる近検出器を置いて、ニュートリノビームを詳細にモニターしている。この検出器は、 e, μ, π の同定が可能である。ソースから飛んできた N がこの検出器の中で上述のような崩壊を起こせば、一つのバーテックスから生じた二つの荷電粒子のトラックとして観測される。そのようなイベントに対して、二つの荷電粒子の不変質量分布をとれば、 N のシグナルは、2 体崩壊がメインの場合 N の質量のところに集中する。

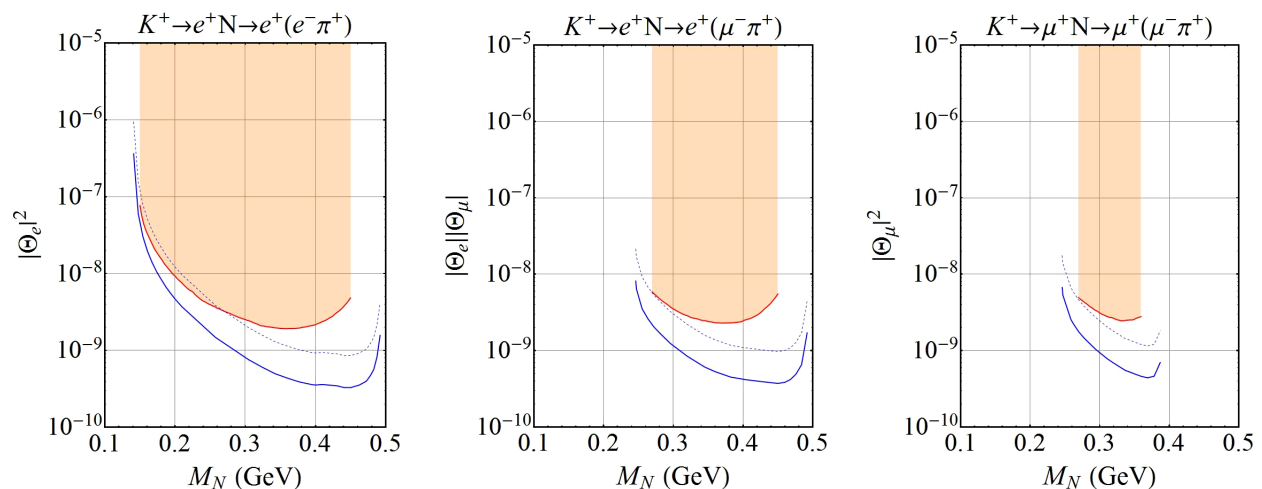


図 2: T2K 実験 (10^{21} POT) による、重いニュートリノの各種混合に対する制限。横軸は N の質量。

図 2 は、T2K が 10^{21} POT を達成したときに、重いニュートリノのシグナルを発見できなかった場合の各種混合パラメータに対する上限 (90%CL) を示している。下側の青い実線が T2K である。比較として、この質量領域で過去に最も強い制限を与えてる、PS191 実験 [6] の排除領域 (90%CL) を、上側の赤い実線と塗りつぶされた領域で示した。三つのパネルは、ドミナントな生成過程と検出過程の組み合わせに対応する。左のパネルは、 Θ_e ドミナントで、生成が $K^+ \rightarrow e^+ N$ 、検出が $N \rightarrow e^- \pi^+$ で行われた場合、右のパネルは Θ_μ ドミナントで、生成が $K^+ \rightarrow \mu^+ N$ 、検出が $N \rightarrow \mu^- \pi^+$ で行われた場合を示している。真ん中のパネルでは、生成が $K^+ \rightarrow e^+ N$ 、検出が $N \rightarrow \mu^- \pi^+$ で行われた場合を示した¹。

図 2 では、ゼロバックグラウンドの場合の結果を示した。しかし実際には、アクティブニュートリノの反応等によるバックグラウンドがある。例えば、

$$\begin{aligned} \nu_\mu + n &\rightarrow \mu^- + \pi^+ + n && (\text{CC} - n\pi^+) \\ \nu_\mu + {}^{16}\text{O} &\rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{16}\text{O} && (\text{CC} - \text{coherent } \pi^+) \end{aligned} \quad (2)$$

のような反応が、 $N \rightarrow \mu^- \pi^+$ に対する主要なバックグラウンドとなるだろう。文献 [7] によると、このような反応はおよそ 7300 イベント/ 10^{21} POT/ton あるので、本格的な見積りは μ^- と π^+ の運動量の不変質量分布を考えて行うべきである。しかし、イベントを ND280 の TPC のアルゴンガス中で発生するイベントに限れば、式 (2) のような反応の比率を抑えることができるはずである。この場合、式 (2) のような反応の数はおよそ 100 イベント/ 10^{21} POT/ton 程度になり [7]、さらに不変質量分布をとれば、シグナルが集中するビンに入る背景事象数はさらに減少する。ND280 のフルの体積 61.25 m^3 のうち、TPC のガスが占める体積 9.0 m^3 にイベントを限れば、ゼロバック

¹ Θ_μ 成分があれば $K^+ \rightarrow \mu^+ N$ の寄与もあるので、これは今考えてるモデルではあり得ない状況だが、単に PS191 の文献との比較の為にこの場合も示した。

グラウンドによる見積りもそれほどの外れではないはずである。図 2 の点線は、イベントを TPC の体積 9.0 m^3 に限った場合の混合の上限を示している。

また、 $N \rightarrow e^- \pi^+$ に対しても、式 (2) に対応する反応がある。しかし ν_e のフラックスは、 ν_μ のそれよりも小さい。600 MeV くらいエネルギーでは、 ν_e は ν_μ のおよそ 1% 程度であり、この場合はフルの体積でも、ゼロバックグラウンドの見積もりでそれほど悪くないはずである。まずは、同じバーテックスから生じる e^- と π^+ のイベントを選別することが、重いニュートリノ探索の第一歩として適当である。

ここでは N はディラック粒子の場合を考えたが、マヨラナ粒子の場合はさらに興味深い。とくに T2K 実験は、ホーンで前方に集めるメソンのチャージを切り替えることができる。重いニュートリノがディラックの場合、ホーンで集めたメソンのチャージに応じて、シグナルの荷電粒子ペアのチャージが決まる。しかしマヨラナの場合は、ディラックの場合とは逆チャージの荷電粒子のペアに崩壊しうるので、シグナルの荷電粒子のペアのチャージをみることによって、原理的にはディラックかマヨラナかの情報を得ることができる。とくに T2K では、生成される N のエネルギーとその質量が近いことが重要な点である。T2K のようなセットアップが、潜在的にレプトン数非保存の発見の可能性を秘めていることは興味深い。

3 まとめ

標準模型にニュートリノの質量を導入するには、右巻きニュートリノの存在を仮定するのが最も単純で自然である。ゲージ対称性からは右巻きニュートリノのマヨラナ質量は禁止されないもので、重いニュートリノが実際に存在している可能性は高いと思われる。マヨラナ質量はいろいろな値を取り得るので、テストが可能な質量と混合の領域を探っていくことは重要な課題である。

この研究 [5] では、T2K のような既存の実験施設を使って、経済的にそのような重いニュートリノの探索を行えることを示した。過去に行われた実験は古いものが多く、重いニュートリノの発見の余地はまだ残されている。

参考文献

- [1] E. K. Akhmedov, V. A. Rubakov and A. Y. Smirnov, Phys. Rev. Lett. **81**, 1359 (1998).
- [2] S. Dodelson and L. M. Widrow, Phys. Rev. Lett. **72**, 17 (1994).
- [3] T. Asaka and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **620**, 17 (2005); T. Asaka, S. Blanchet and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **631**, 151 (2005).
- [4] R. E. Shrock, Phys. Rev. D **24**, 1232 (1981).
- [5] T. Asaka, S. Eijima and A. Watanabe, JHEP **1303**, 125 (2013).
- [6] G. Bernardi, G. Carugno, J. Chauveau, F. Dicarolo, M. Dris, J. Dumarchez, M. Ferro-Luzzi and J. M. Levy *et al.*, Phys. Lett. B **166**, 479 (1986).
- [7] T2K ND280 conceptual design report (2005).

CMB 偏光観測実験: POLARBEAR の最新の結果と今後の展望

長谷川雅也

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所

2012年初頭にチリ・アタカマ高地にて宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) 偏光の科学観測を開始した POLARBEAR 実験は、2014年3月に世界で初となる重力レンズ効果起源の B モード偏光パワースペクトルの観測を報告した。この結果は将来のニュートリノ質量和の探索に繋がる重要なステップとして期待されている。現在 POLARBEAR は、空の観測領域を拡大し、インフレーション起源の B モード偏光の発見を目指してデータを収集している。この講演では、CMB 偏光と重力レンズ、インフレーションの関係について述べた後、POLARBEAR 実験の最新の結果と今後の展望について述べる。また、BICEP2 グループの結果についても議論したい。

1 CMB 偏光の物理

宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background Radiation (CMB)) は宇宙誕生から約 38 万年後のいわゆる晴れ上がりと呼ばれる (光子の脱結合が起こった) 時期に発せられ、今も宇宙空間を漂っている光子の事である。1964 年のペンジアスとウィルソンによる温度測定がビッグバン宇宙の決定的な証拠となり、¹ さらに COBE 衛星 (DMR 検出器)、WMAP 衛星そして Planck 衛星による温度揺らぎの測定を通して現在我々は、宇宙の進化に関する”標準的なモデル”² を確立するに至っている。今後さらに宇宙誕生の謎に迫る方法として期待されているのが、B モード偏光と呼ばれる CMB の特殊な偏光パターンの検出である [1, 2]。

CMB は晴れ上がり時の「電子との散乱」と「温度の非一様性」によって偏光パターンを生じる。温度の非一様性は初期宇宙における”スカラー揺らぎ”と”テンソル揺らぎ (原始重力波)”により生じるが、スカラー揺らぎからは E モードと呼ばれる偶パリティの偏光パターンのみが生じ、テンソル揺らぎからは E モード偏光に加えて B モード偏光と呼ばれる奇パリティの偏光パターンが生じる。テンソル揺らぎは検出自身が大発見であり、ビッグバン以前の宇宙を記述するインフレーション仮説の決定的な証拠となるため、B モード偏光の探索が、今の CMB 研究の最前線となっている。また、CMB は現在我々が観測出来る光の中で最も遠く (古い時代) からやって来ており、我々の所に届くまでに、宇宙の大規模構造による重力レンズ効果を受けている。この歪んだレンズを通して対称な (偶パリティの) E モード偏光を見る事により、有限の B モード偏光の信号が観測出来る。この信号を先に述べたインフレーション起源の B モード偏光と区別して重力レンズ B モード偏光と呼んでいる。重力レンズ B モードの信号強度は大規模構造による重力レンズ効果の大きさを反映しており、特にニュートリノの (総) 質量による大規模構造の成長の抑制に感度がある。したがって CMB を通してニュートリノの総質量を決定する事が可能となる。

¹決定的な測定は 1990 年の COBE 衛星に踏査された FIRAS 検出器によって行われた

² Λ CDM モデル。宇宙は平坦で、エネルギー密度の大部分をダークエネルギーとダークマターが担っているというもの。現在宇宙が加速膨張している事も分かっている。

2 POLARBEAR 実験

POLARBEAR 実験は南米チリ・アタカマ高地における地上の CMB 偏光観測実験である。2011 年後半に望遠鏡を設置し、2012 年初頭より 150GHz 帯で CMB 観測を行っている。実験は米国のカリフォルニア大学バークレー校を中心に 7 カ国から 70 人程度の国際コラボレータで進められている。日本からも高エネルギー加速器研究機構 (KEK)、東京大学 Kavli 数物連携宇宙研究機構、JAXA 等から 20 名近くのメンバーが参加している。

POLARBEAR 実験の最大の特徴は、3.5m とミリ波帯域では比較的大きな主鏡を有する所である。一般に角度分解能 ($\Delta\theta$) と主鏡の直径 (D) には、

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{D} \quad (1)$$

の関係があり (λ は観測する光の波長)、良い角度分解能を持つには大きな主鏡が必要になる。ただし、角度分解能が良すぎると同じ空の領域を観測するにも時間がかかりすぎてしまい、(いわゆる $1/f$ ノイズにより) 大角度スケールでの感度を損なう事につながる。また、装置が大掛かりになり運用が難しくなるという実用的な問題もある。POLARBEAR の 3.5m という主鏡は分解能にすると 3.5 分角 (FWHM) に対応し、丁度重力レンズ B モード偏光を見るのに都合が良く、また高速なスキャン観測が可能な駆動能力も有しているため、数度 \sim 10 度の大角度スケールに現れるインフレーション起源の B モード偏光も感度を失わずに見る事ができる。

焦点面には、微小な偏光信号をとらえるために、250mK にまで冷やされた 1274 個の超伝導検出器:TES ボロメータが配置されている。CMB では、実験の感度を表すのに NET(ノイズ等価温度) という指標を用いる³。POLARBEAR 実験では $23\mu K\sqrt{s}$ の感度を実現しており、これは BICEP2 実験と並んで (BICEP2 の NET は $17 - 24\mu K\sqrt{s}$) 世界最高レベルの感度である。

3 POLARBEAR 実験の初年度の結果

POLARBEAR の初年度の観測は重力レンズ B モード偏光の検出に的を絞り、非常に小さな空の領域 ($3^\circ \times 3^\circ$) を深く観測する方針で行った。図 1 は初年度に観測したデータをすべて足し上げて作った偏光 (ストークスパラメータ Q) のマップである。マップ上のノイズレベルは $6\mu K\text{-arcmin}$ で⁴、ミリ波帯域でかつこの天域に限って言うと CMB 偏光観測史上最も感度の高い (ノイズレベルの低い) マップとなっている。また重力レンズ B モード偏光に対して、予想される S/N 比がほぼ 1 になるノイズレベルである。

得られたデータを元に、POLARBEAR では重力レンズ B モード偏光に関する以下の 3 つの結果を発表している。

- 宇宙赤外背景放射 (CIB) との相互相関解析による non-zero な B モード偏光成分の実証 [3]
- 重力レンズ deflection field のパワースペクトルの測定 [4]
- B モード偏光パワースペクトルの測定 [5]

³これは 1 秒間の観測でどれくらい小さな偏光信号をノイズと区別して観測出来るかという事を意味する。

⁴1 分角のピクセルサイズでノイズのマップを作った時に、マップのピクセル毎の Q の値が $6\mu K$ だけばらつく事を示している

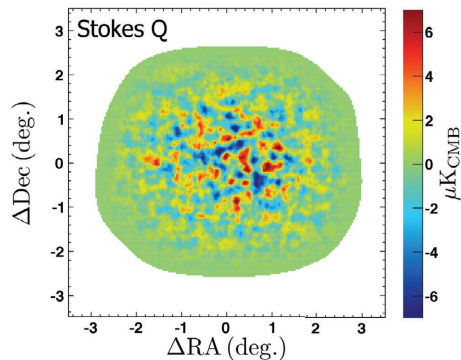


図 1: POLARBEAR 初年度の観測で得られたストークスパラメータ Q のマップ。

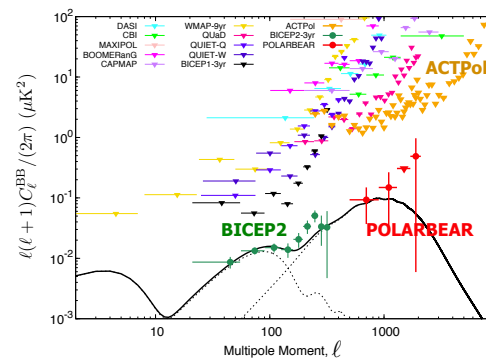


図 2: 2014 年末の時点での B モード偏光パワースペクトラム。実戦はインフレーション起源の B モード偏光 ($r=0.2$) と Λ CDM モデルによる重力レンズ B モード偏光を足し合わせたスペクトラムである。

CIB との相互相関解析についてはすでに南極の SPTpol 実験によって半年前に結果が報告されているが [6]、異なる装置かつ別の天域で我々が確認した事で、より強固に重力レンズ B モード偏光の存在が裏付けされた。Deflection field の測定については、CMB の偏光データのみを用いて B モード偏光の存在を確認した初の結果である。最後に B モード偏光パワースペクトルの測定は、重力レンズ効果の研究には必ずしも最適な測定量では無いが、将来のインフレーション起源の B モード偏光探索と同じ手法であり、その実現性に向けて今回の結果は大きな 1 歩となる。特に系統誤差に関して非常に強固な装置較正及び解析手法を確立し、B モード偏光パワースペクトルの有意な検出を実現した事は特筆出来る⁵。まさに、CMB 偏光研究の 2014 年を代表し、B モード偏光を用いた宇宙論の幕開けとなる歴史的な成果と言える。

4 BICEP2 の結果

POLARBEAR の B モード偏光の結果発表から 1 週間後、2014 年 3 月 17 日に南極の CMB 偏光観測実験 BICEP2 が、インフレーション起源と思われる大角度スケールの B モード偏光を発見した、という発表を行った [7]。図 2 に BICEP2 が得た B モードパワースペクトルを示した。たしかに $\ell \sim 100$ の辺りで、重力レンズ B モードでは説明出来ない B モードパワーを観測している。ただし、最近 Planck 衛星が発表した (353GHz 帯のデータを 150GHz 帯に外挿してダストの寄与を見積もった) 結果によると、BICEP2 が観測した B モードパワーはダスト放射で十分説明が可能であり [8]、BICEP2 の結果はインフレーションの決定的な証拠とは言えない。将来的に、観測した B モードパワーを確実にインフレーション起源の物というには、(1) 多波長観測による前景放射のより高精度な差し引き、(2) 大小角度スケールの同時観測による重力レンズ B モード強度の高精度な差し引き (3) 広域観測が必要となる。これらの条件を満たす次世代 CMB 偏光実験の

⁵装置較正に関しては Kavli IPMU 博士研究員の西野玄記氏が、解析に関しては KEK 博士研究員の茅根裕司氏がグループを主導し、結果をまとめた

1つが、POLARBEAR実験のアップグレード計画であるPOLARBEAR-2/Simons Array計画である。次章で詳細を述べる。

5 POLARBEAR-2/Simons Array 計画

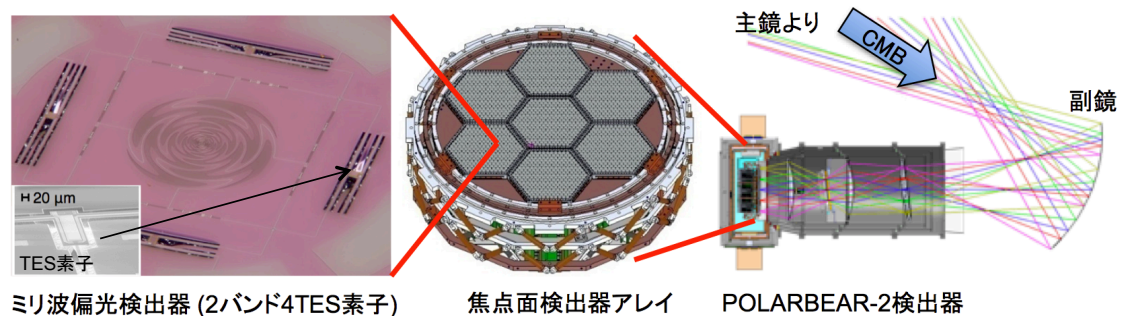


図 3: POLARBEAR-2 検出器の概観。

POLARBEARではアップグレード計画として、新しい検出器システム (POLARBEAR-2) を現在開発している [9, 10]。図 3 に POLARBEAR-2 検出器の概観を示す。CMB 光子は 3.5m の主鏡 (図には示されず) および副鏡で反射され、検出器クライオスタットに入射し超伝導転移端センサー (TES ボロ メータ) が敷き詰められた焦点面に到達する。POLARBEAR-2 では、焦点面の直径を POLARBEAR 検出器のおよそ 2 倍に拡張し、検出器数で 6 倍となる 7588 個の TES ボロメータを焦点面に配置する。偏光 B モード強度の観測精度は検出器数に比例して向上するため、この拡張により POLARBEAR と比較して 6 倍の統計感度を有する事ができる。また CMB 光子を受けるアンテナを改良し、95GHz, 150GHz の 2 周波数帯を同時観測できるようになっている。これにより、BICEP2 で議論になっている前景放射の差し引き精度が大きく向上する事が期待出来る。POLARBEAR-2 は最終的には KEK でシステムの組み上げと評価試験が行われ、2015 年度中にチリへの設置を行う予定である。

さらに POLARBEAR では望遠鏡を 3 台に増設し、それぞれに POLARBEAR-2 検出器を搭載して、現在観測している POLARBEAR のおよそ 20 倍の感度で観測を行う Simons Array 計画を進めている [11]。図 4 に Simons Array 計画で期待出来る結果を示した。Simons Array 計画が実現すれば、3 年間の観測でインフレーション起源の B モード偏光を $r = 0.01$ を 5σ 以上の確度で確認できる観測感度を有し、また他の宇宙観測とあわせてニュートリノ質量和を $19\text{meV}(1\sigma)$ の精度で決定する事ができると期待出来る⁶。

参考文献

- [1] U. Seljak and M. Zaldarriaga, Phys. Rev. Letter, **78**, 2054 (1997).

⁶系統誤差や前景放射の寄与は考慮されていないので目標値である

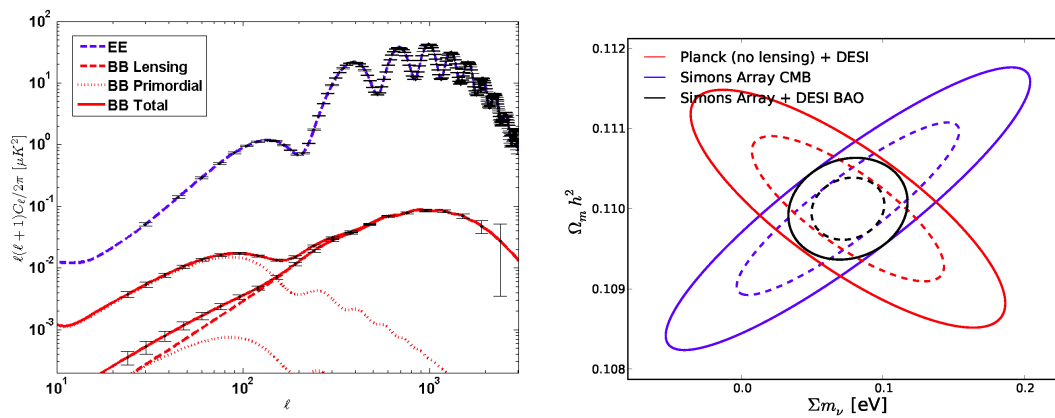


図 4: Simons Array 計画で達成出来ると予想されるスペクトラム (左図) 及びニュートリノ質量和に関する予想感度 (右図)。

- [2] M. Kamionkowski et. al., Phys. Rev. Letter, **78**, 2058 (1997).
- [3] POLARBEAR Collaboration, Phys. Rev. Letter, **112**, 131302 (2014)
- [4] POLARBEAR Collaboration, Phys. Rev. Letter, **113**, 021301 (2014)
- [5] POLARBEAR Collaboration, Astrophys. J. **794**, 171 (2014)
- [6] D. Hanson *et al.*, Phys. Rev. Letter, **111**, 141301 (2013)
- [7] The BICEP2 Collaboration, Phys. Rev. Letter, **112**, 241101 (2014)
- [8] Planck Collaboration, Accepted in Astronomy & Astrophysics [arXiv:1409.5738]
- [9] T. Tomaru *et al.*, Proc. SPIE **8452**, 84521H (2012)
- [10] A. Suzuki *et al.*, Journal of Low Temperature Physics **176**, 719 (2014)
- [11] K. Arnold *et al.*, Proc. SPIE **9153**, 91531F (2014)

On quantum corrections of a string world sheet for a Wilson loop in the AdS/CFT correspondence

三輪 光嗣

日本大学理工学部

1 はじめに

本講演では $\text{AdS}_5 \times \text{S}^5$ 時空上の超弦理論と 4次元で超対称性を 4つ持った $\text{SU}(N)$ 超対称ヤン-ミルズ理論 (SYM 理論) の間の対応関係 (AdS/CFT 対応) に関する研究を紹介した。今回注目したのは SYM 理論の 1/4 BPS ウィルソンループに対する重力理論側での対応物である。詳しい計算や議論は [1] にまとめられているが、ここでは講演で触れた内容について簡単にまとめる。

2 1/4 BPS ウィルソンループ

今回扱ったウィルソンループは次のように与えられる。

$$W(C) = \frac{1}{N} \text{trP} \exp \oint d\tau \left(i\dot{x}_i(\tau) A_i(x(\tau)) + |\dot{x}(\tau)| \Theta_I(\tau) \Phi_I(x(\tau)) \right) \quad (1)$$

$$x_i(\tau) = (a \cos \tau, a \sin \tau, 0, 0), \quad (2)$$

$$\Theta_I(\tau) = (\sin \theta_0 \cos \tau, \sin \theta_0 \sin \tau, \cos \theta_0, 0, 0, 0) \quad (3)$$

θ_0 が一般的な値の場合にはこの演算子は SYM 理論が持つ超対称性のうち 1/4 の対称性を保つことが知られている。またウィルソンループとは別に次のような SYM 理論の持つ超対称性の半分を保つ局所演算子も考えた。

$$\mathcal{O}_J = \frac{(2\pi)^J}{\sqrt{J\lambda^J}} \text{tr}(\Phi_3 + i\Phi_4)^J \quad (4)$$

講演で議論した物理量はウィルソンループの期待値 $\langle W(C) \rangle$ およびウィルソンループと局所演算子の相関関数 $\langle W(C) \mathcal{O}_J(\vec{x}) \rangle$ であり、これらは SYM 理論の平面図レベルでは次のように求められている [2][3]。

$$\langle W(C) \rangle = \frac{2}{\sqrt{\lambda'}} I_1(\sqrt{\lambda'}) \quad (5)$$

$$\frac{\langle W(C) \mathcal{O}_J(\vec{x}) \rangle}{\langle W(C) \rangle} = \frac{1}{2N} \frac{a^J}{\ell^{2J}} \sqrt{J\lambda'} \frac{I_J(\sqrt{\lambda'})}{I_1(\sqrt{\lambda'})} \quad (6)$$

ただし、局所演算子の位置は $\vec{x} = (0, 0, 0, \ell)$ であり、 $\ell \gg a$ と仮定している。また λ' はトーフフト結合定数 λ によって $\lambda' = \lambda \cos^2 \theta_0$ と定義されており、 $I_1(\sqrt{\lambda'})$ 、 $I_J(\sqrt{\lambda'})$ は変形ベッセル関数である。

3 重力理論側の解析

今回の主題は、式 (5) や式 (6) に対応する重力理論側の物理量に関して、弦の揺らぎの効果を取り入れた計算手法を議論することであった。一般にゲージ理論側でウィルソンループを含むシステムを考えた場合、重力理論側では $\text{AdS}_5 \times \text{S}^5$ 時空を伝搬する弦を考えることになる。弦の端点は AdS_5 の境界に伸びており、その境界条件は (2) および (3) によって与えられる。期待値の場合はこうした弦のディスク分配関数を考えることになるが、(6) のように点 \vec{x} に局所演算子の挿入がある場合には、 AdS 境界上の点 \vec{x} とループ C の間を伝搬する弦を考えることになる。今回注目する $J \ll \sqrt{\lambda}$ のパラメータ領域では局所演算子の影響が小さいため、次のような近似計算が正当化される。すなわち、ループ C に端を持つディスク状の弦の世界面を考え、その世界面と境界上の点 \vec{x} の間を局所演算子 \mathcal{O}_J に対応する局所的なモードが伝搬するという描像である。 $J \ll \sqrt{\lambda}$ であることに対応して、ループ C に端を持つ弦の世界面は、局所演算子の影響は無視して、ウィルソンループの期待値を計算する際に用いられるものをそのまま用いることになる。

こうした研究はこれまでも盛んに行われて来たが、多くの場合弦の世界面は古典的に扱われて来た。言い換えると、弦の分配関数や伝搬関数を評価する際の経路積分を、弦の古典解によって評価するという手法が用いられてきた。こうした古典的な解析を超えて、弦の量子補正を取り入れた対応の検証は大変興味深い。例えば [4][5][6][7] では弦の古典解周りの微小な揺らぎの積分を実行する研究が行われている。今回の講演では、この手法とは違い、[2] で提案された古典近似を超える解析手法について、その応用例も含めて紹介を行った。

文献 [2] の著者は $\theta_0 = \pi/2$ の場合のウィルソンループを考え、対応するループ C に貼り付いた弦の世界面がゼロモードを持つことに着目した。ゼロモードは三つのパラメータ (α, β, γ) によって表され、これらのパラメータは S^5 の中の S^3 部分空間内での弦の位置に対応する。 $\theta_0 = \pi/2$ の場合にはこれらのゼロモードは厳密なゼロモードであるため、これらのモードに関する積分を行っても弦の経路積分は定数倍されるだけであり面白い結果にはつながらない。文献 [2] で提案されたのは、パラメータ θ_0 を $\pi/2$ からずらすことであった。この場合には (α, β, γ) に対応するモードはもはやゼロモードではなくなり、非自明なポテンシャルを獲得することになる。しかしながら θ_0 が $\pi/2$ に近い極限ではこれらのモードは依然として経路積分に大きな寄与を与えると期待できる。実際に [2] では λ を有限に保ちつつ $\lambda \rightarrow \infty$ 、 $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ の極限を考えることで、そのポテンシャルが $S = -\cos \alpha \sqrt{\lambda}$ と評価され、積分を実行することでゲージ理論側の計算結果が次のように再現されることが議論されている。

$$\frac{1}{2\pi^2} \int d\alpha d\beta d\gamma \sin^2 \alpha \sin \beta e^{-S} = \frac{2}{\pi} \int d\alpha \sin^2 \alpha e^{\cos \alpha \sqrt{\lambda}} = \frac{2}{\sqrt{\lambda}} I_1(\sqrt{\lambda}) \quad (7)$$

今回はこうした“破れたゼロモード”を用いた解析手法、およびこの手法をウィルソンループと局所演算子の相関関数へ適用する研究の紹介を行った。

4 破れたゼロモードの具体的表式について

文献 [2] では“破れたゼロモード”に対応する弦の配位が具体的な式の形では与えられていない。そのため、まず手始めにその具体形を考察した。(3) で与えられる境界条件を満たすこと、 $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ でゼロモードに帰着すること、ビラソロ条件を満たすこと、等を要請することで、次のような配

位が破れたゼロモードの S^5 部分の性質を満たすことが分かった [1].

$$\begin{aligned}
Y_1 &= f(\sigma, \alpha) \cos \tau \\
Y_2 &= f(\sigma, \alpha) \sin \tau \\
Y_3 &= f(\sigma, \alpha) (\cosh \sigma_0 \sinh \sigma \cos \alpha + \sinh \sigma_0 \cosh \sigma) \\
Y_4 &= f(\sigma, \alpha) \sinh \sigma \sin \alpha \cos \beta \\
Y_5 &= f(\sigma, \alpha) \sinh \sigma \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\
Y_6 &= f(\sigma, \alpha) \sinh \sigma \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma
\end{aligned} \tag{8}$$

ただし、座標 Y_I は S^5 が埋め込まれた平坦 6 次元空間の座標であり、(8) は $Y_I Y_I = 1$ を満たす。また、 σ_0 は θ_0 と $\tanh \sigma_0 = \cos \theta_0$ のように関係しており、関数 $f(\sigma, \alpha)$ は次のように与えられる。

$$f(\sigma, \alpha) = (\cosh \sigma_0 \cosh \sigma + \sinh \sigma_0 \sinh \sigma \cos \alpha)^{-1} \tag{9}$$

ここでは、 (τ, σ) を弦の世界面の座標、 (α, β, γ) を異なった弦の配位を与えるパラメータと捉えているが、(8) で定義される 5 つのパラメータ $(\tau, \sigma, \alpha, \beta, \gamma)$ は実は S^5 のなめらかな座標を与えており、計量と各パラメータの領域は以下のとおりである。

$$ds_{S^5} = dY_I dY_I = f(\sigma, \alpha)^2 \left[d\tau^2 + d\sigma^2 + \sinh^2 \sigma (d\alpha^2 + \sin^2 \alpha (d\beta^2 + \sin^2 \beta d\gamma^2)) \right] \tag{10}$$

$$0 \leq \tau < 2\pi, \quad 0 \leq \sigma \leq \infty, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi, \quad 0 \leq \beta \leq \pi, \quad 0 \leq \gamma < 2\pi \tag{11}$$

このことから、 (α, β, γ) が違えば (8) は異なった配位を与えることが保証される。弦の AdS_5 部分に関してはポアンカレ座標を用いて以下のように与えられる配位を用いた。

$$z = a \tanh \sigma, \quad x_1 = a \operatorname{sech} \sigma \cos \tau, \quad x_2 = a \operatorname{sech} \sigma \sin \tau, \quad x_3 = x_4 = 0 \tag{12}$$

実際に (8)、(12) を用いて弦の作用を評価すると、[2] で導入された極限において関数形 $S = -\cos \alpha \sqrt{\lambda}$ が得られることは容易に確認できる。このため [2] で議論されたとおり、破れたゼロモードを足し上げることでベッセル関数 $I_1(\sqrt{\lambda})$ が得られることになる。

5 相関関数に対する破れたゼロモードの積分

講演では“破れたゼロモード”の手法の適用例としてウィルソンループと局所演算子の相関関数に対応する重力理論側での計算を議論した。この場合に期待される対応関係は次のようになる。

$$\frac{\langle W(C) \mathcal{O}_J(\vec{x}) \rangle}{\langle W(C) \rangle} \leftrightarrow \frac{\frac{1}{2\pi^2} \int d\alpha d\beta d\gamma \sin^2 \alpha \sin \beta \frac{\delta}{\delta s_0^J(\vec{x})} e^{-S[s_0^J(\vec{x})]} \Big|_{s_0^J=0, \emptyset\text{-modes}}}{\frac{1}{2\pi^2} \int d\alpha d\beta d\gamma \sin^2 \alpha \sin \beta e^{-S[s_0^J(\vec{x})]} \Big|_{s_0^J=0, \emptyset\text{-modes}}} \tag{13}$$

分子は \mathcal{O}_J に対応するモード s_0^J による微分を含み、また、分母分子とも弦の作用は破れたゼロモードの配位 (8)、(12) を用いて評価されている。このことを $|\emptyset\text{-modes}$ と書き表している。計算の細部は省くが、“破れたゼロモード”に対する積分を実行することで、次のような結果が得られる [1].

$$\frac{\langle W(C) \mathcal{O}_J(\vec{x}) \rangle}{\langle W(C) \rangle} \leftrightarrow \frac{1}{2N} \frac{a^J}{\ell^{2J}} \sqrt{J\lambda} \frac{I_J(\sqrt{\lambda})}{I_1(\sqrt{\lambda})} \left(1 - \frac{J+2}{\sqrt{\lambda}} \frac{I_{J+1}(\sqrt{\lambda})}{I_J(\sqrt{\lambda})} \right) \tag{14}$$

この式の括弧の中の第二項は $J \ll \sqrt{\lambda'}$ であれば第一項の 1 に対して無視することができる。従って、この極限においてのみ (14) は (6) と一致する。3 章のはじめに述べたとおり、今回の解析で用いた弦の配位は $J \ll \sqrt{\lambda'}$ の極限においてのみ正当化されるため、ここで得られた結果はもっともらしいと言える。ひとつ気を付けなければならないのは、この極限操作は (14) の括弧の中の第二項だけでなく、括弧の前にかかっている因子 $I_J(\sqrt{\lambda'})/I_1(\sqrt{\lambda'})$ にも影響を与えるという点である。このため、(14) はベッセル関数 $I_J(\sqrt{\lambda'})$ そのものが導出されたことを意味するのではなく、あくまでもベッセル関数の極限の表式が重力理論側から導き出されたことを意味する。詳しくは [1] で議論されているが、 $J^2/\sqrt{\lambda'}$ を有限に保ちつつ $J \ll \sqrt{\lambda'}$ の極限を取ることでベッセル関数 $I_J(\sqrt{\lambda'})$ の持つ非自明な λ' 依存性を保持することができ、古典解を用いた解析を超えたレベルでの AdS/CFT 対応の成立を確認することができる。ベッセル関数の同様の極限はより対称性の高いウィルソンループの場合に、古典解周りの微小な揺らぎに着目して [8] においても考えられており、本研究との関係は興味深い点である。

6 まとめと今後の課題

本講演では AdS/CFT 対応における 1/4 BPS ウィルソンループの重力理論側での対応物に関する研究を紹介した。ウィルソンループの期待値の研究では、 λ' を有限に保ちつつ $\lambda \rightarrow \infty$ 、 $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ とする極限において、弦の“破れたゼロモード”が重要な役割を果たす。今回はウィルソンループと 1/2 BPS 局所演算子の相関関数を考え、この“破れたゼロモード”の手法を適用した。その結果、上述の極限に加えて $J \ll \sqrt{\lambda'}$ の極限を取ることでゲージ理論側と一致する結果が得られることが分かった。ふたつ目の極限操作が必要となるのは、弦の配位が局所演算子の影響を考慮せずに作られていることが原因であると考えられる。こうした極限をとらずにゲージ理論側の結果を再現するためには S^5 上で角運動量を持つ弦の配位を考える必要があるが、文献 [9][10] で議論されている古典的配位はこうした解析を行う上で参考になると期待できる。

参考文献

- [1] A. Miwa, arXiv:1502.04299 [hep-th].
- [2] N. Drukker, JHEP **0609** (2006) 004 [hep-th/0605151].
- [3] G. W. Semenoff and D. Young, Phys. Lett. B **643** (2006) 195 [hep-th/0609158].
- [4] S. Forste, D. Ghoshal and S. Theisen, JHEP **9908** (1999) 013 [hep-th/9903042].
- [5] N. Drukker, D. J. Gross and A. A. Tseytlin, JHEP **0004** (2000) 021 [hep-th/0001204].
- [6] M. Kruczenski and A. Tirziu, JHEP **0805** (2008) 064 [arXiv:0803.0315 [hep-th]].
- [7] C. Kristjansen and Y. Makeenko, JHEP **1209** (2012) 053 [arXiv:1206.5660 [hep-th]].
- [8] K. Zarembo, Phys. Rev. D **66** (2002) 105021 [hep-th/0209095].
- [9] S. Giombi and V. Pestun, JHEP **1301** (2013) 101 [arXiv:1207.7083 [hep-th]].
- [10] T. Enari and A. Miwa, Phys. Rev. D **86** (2012) 106004 [arXiv:1208.0821 [hep-th]].

場の理論によるブラックブレンの解析と p -soup モデル

柴 正太郎

京都産業大学 益川塾

1 はじめに

我々は、超弦理論・M理論におけるブラックブレンの系を記述する新たな方法として、 p -soup モデルを提唱している。このモデルでは、ブレン上の場の理論におけるスカラーモジュライが互いに強く相互作用をし、液体（スープ）のような系を作っていると考える。このモデルがブラックブレンの様々な性質を再現できることを紹介する。

2 p -soup モデル

まずは、ブラック Dp ブレンの場合を例にとって考えてみよう [1, 2]。 Dp ブレン上の場の理論は、 $(p+1)$ 次元 $U(N)$ 超対称 Yang-Mills 理論であり、その作用は

$$S_{Dp} = \frac{N}{\lambda} \int d\tau d^p x \text{Tr} \left[\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2} (D_\mu \Phi^I)^2 + \frac{i}{2} \bar{\Psi} \Gamma^\mu D_\mu \Psi - \frac{1}{4} [\Phi^I, \Phi^J]^2 - \frac{i}{2} \bar{\Psi} \Gamma^I [\Phi^I, \Psi] \right] \quad (1)$$

である。理論の古典的な真空はすべて

$$A_{\mu,ab} = a_{\mu,a} \delta_{ab}, \quad \Phi_{ab}^I = \phi_a^I \delta_{ab}, \quad \Psi_{ab} = 0 \quad (2)$$

にゲージ変換の下で同値である。ここで a, b は行列 ($U(N)$ の adjoint 表現) の脚を表す。また、 ϕ_a^I はスカラーモジュライと呼ばれ、 Dp ブレンの位置 (垂直方向の座標) を表す。このスカラーモジュライの有効作用を求めると、古典部分と 1 ループ部分は次のような形になる。

$$\begin{aligned} S_{\text{classical}} &\sim \frac{N}{\lambda} \int d\tau d^p x \sum_{a=1}^N \frac{1}{2} (\partial \phi_a)^2 \\ S_{1\text{-loop}} &\sim \int d\tau d^p x \sum_{a,b} \frac{(\partial \phi_{ab})^4}{\phi_{ab}^{7-p}} \left(1 + \frac{(\partial \phi_{ab})^2}{\phi_{ab}^4} + \dots \right) \end{aligned} \quad (3)$$

2 ループ以上の部分も原理的には同様にして求めることができる。

この有効作用から物理量を評価するために、次の 3 つの設定を置くことにする。第一に、すべてのブレンは垂直方向に関して、同じオーダーの距離 ϕ だけ離れているとする。すなわち、

$$\phi_a^I \sim \phi_a^I - \phi_b^I \sim \phi \quad (4)$$

とする。このモデルでは Coulomb phase を考えることに注意したい。第二に、スカラーモジュライの微分はすべて

$$\partial \phi \sim \pi T \phi \quad (5)$$

と評価することとする。ここで T は系の温度を表す。1ループ有効作用 (3) で... として省略した部分は高次微分項と温度依存項であり、これらが無視できるパラメータ領域はそれぞれ $|(\partial\phi)^2/\phi^4| \ll 1$ と $\beta|\phi_a - \phi_b| \gg 1$ であるが、これら 2つの条件はこの設定 (5) の下で一致することに注意したい。第三に、相互作用する有限系を考えているので、ビリアル定理を課すこととする。

$$S_{Dp}^{\text{classical}} \sim S_{Dp, T=0}^{1\text{-loop}} \sim S_{Dp} \quad (6)$$

その結果、すべてのループの次数の主要項が同じオーダーになることがわかる。これはすなわち、強結合領域（非摂動的な領域）を見ていることに対応する。

以上の設定を p -soup モデルと呼ぶ。D p ブレーンは散らばっているが、強く相互作用していることから、スープのような系だと考えられる。このモデルの設定に従って、物理量を評価すると

$$F_{Dp} \sim TS_{Dp} \sim N^2 T^{\frac{2(7-p)}{5-p}} \lambda^{-\frac{3-p}{5-p}} V_p, \quad \phi \sim T^{\frac{2}{5-p}} \lambda^{\frac{1}{5-p}} \quad (7)$$

と求められる。それぞれ自由エネルギーとホライズンの半径に対応すべきものであり、実際に超重力理論で知られている結果と（有理数係数を除いて）一致することが確かめられる。

3 応用例

3.1 ブラック M ブレーン

前節ではブラック D ブレーンを考えたが、ブラック M ブレーンの場合も、同じ議論で超重力理論の結果を再現することができる [3]。M2 ブレーン上の場の理論は ABJM 理論として知られているので、それを用いて解析すればよい。一方、M5 ブレーン上の場の理論は、ゲージ群が知られていないので定式化されていない。そこで我々は、理論の真空に N 個のスカラーモジュライが存在することを仮定して解析を行った。その結果、 p -soup モデルでは D ブレーンと M ブレーンのダイナミクスは平行に議論できることがわかった。

M ブレーンの系の自由度は、枚数 N に対して非自明な依存性を持つことが知られており、これをどう理解するかが長年の問題であることを考えると、我々の結果は大きな前進だと言えるだろう。これまでの議論は専ら Higgs phase（ブレーンが重なった系）で行われてきた。M2 ブレーンについては、ABJM 理論に局所化の方法を用いて計算することで、 $O(N^{3/2})$ の自由度が正しく再現できる。しかし、M5 ブレーンについては、そうした議論はほぼ行えていない状況である。

ところが、 p -soup モデルの議論を使うと、Coulomb phase において、D ブレーンも M ブレーンも N 個のスカラーモジュライのダイナミクスに注目することで、系の自由度の N 依存性が正しく説明できてしまうのである。この立場では、D ブレーンの自由度の N 依存性 $O(N^2)$ も、M ブレーンと同様に非自明である。D ブレーンと M ブレーンの自由度の違いは、むしろ 't Hooft 極限 ($N \rightarrow \infty, \lambda = g_{YM}^2 N : \text{fixed}$) を取れるか取れないかに起因するようである。

3.2 Gregory-Laflamme 相転移

Gregory-Laflamme 相転移は、ブラックブレーンを円周上にコンパクト化した系で起こる現象であり、超重力理論においてはよく知られているものである。簡単に言うと、ホライズンの半径と

コンパクト化の半径がだいたい同じになるとき、相転移が起こって、自由エネルギーの微分などが不連続になる。

我々は p-soup モデルを用いて、この相転移が場の理論においてどのように見えるのかを議論した [4]。その結果、モノポール補正や Polyakov ループの寄与など、有効作用に exp 展開の形で現れる効果が大きくなり、その展開が悪くなる場所で相転移が起こることがわかった。さらにこの結果から、場の理論の知識のみを用いて、コンパクト空間に広がるブレーンの相図を正確に描けることが示せた。

3.3 交差するブレーンの系

交差するブレーンの系の中でも、D1-D5 系や D1-D5-P 系はブラックホールとも関係が深く、特に重要な系である。従って、p-soup モデルの議論をこの系に応用することは、興味深いテーマである [5]。しかし、この系のスカラーモジュライの有効作用を直接求めることは大変難しいため、我々は超重力理論におけるプローブブレーンの作用から推測して求めた。この方法だと、ブレーン間の相互作用（重力子交換）の形について推測が混じるため、それが今後の課題である。

ただ、モジュライの有効作用を書き下してしまえば、あとはまったく同様に p-soup モデルの議論をすることができる。その結果、エントロピーやエネルギー、ホライズンの半径等について、超重力理論の計算を正しく再現することができる。既存の Higgs phase での議論と比べると、我々の議論はモジュライ空間の同じ点（背景場 $B = 0$ ）で解析できていることを強調したい。また、この系における Gregory-Laflamme 相転移なども、やはり同様に議論することができる。

4 おわりに

以上のような状況証拠を積み上げながら、p-soup モデルをブラックブレーンの新しい描像として確立させていきたいと考えている。他にもいろいろな応用がありそうなので、今後も議論を続けていきたい。例えば、この p-soup モデルの議論は、超対称 Yang-Mills 理論の強結合領域における様々な期待値の評価にも使えるかもしれない [4]。どこまでが p-soup モデルの議論が有効となる範囲なのか、貪欲に研究を続けていきたいと思っている。

参考文献

- [1] T. Wiseman, “On black hole thermodynamics from super Yang-Mills,” JHEP **1307** (2013) 101 [arXiv:1304.3938 [hep-th]].
- [2] T. Morita, S. Shiba, T. Wiseman and B. Withers, “Warm p -soup and near extremal black holes,” Class. Quant. Grav. **31** (2014) 085001 [arXiv:1311.6540 [hep-th]].
- [3] T. Morita and S. Shiba, “Thermodynamics of black M-branes from SCFTs,” JHEP **1307** (2013) 100 [arXiv:1305.0789 [hep-th]].
- [4] T. Morita, S. Shiba, T. Wiseman and B. Withers, “Moduli dynamics as a predictive tool for thermal maximally supersymmetric Yang-Mills at large N ,” arXiv:1412.3939 [hep-th].
- [5] T. Morita and S. Shiba, “Microstates of D1-D5(-P) black holes as interacting D-branes,” arXiv:1410.8319 [hep-th].

場の理論、弦理論に現れる歪群と歪代数

池田憲明

京都産業大学益川塾

1 Lie 歪群、Lie 歪代数

Lie 群は物理理論において大変重要な役割を果たしてきた。ゲージ対称性、ポアンカレ対称性など枚挙にいとまがない。

だが、物理理論において Lie 群の枠組みでは扱いきれない構造が現れることがある。近年これらのより一般の構造を統一的に理解する一つのアイデアとして歪群および歪代数が注目されている。われわれの立場は、普遍的で基本的な数学構造に着目することにより Weyl の「ゲージ原理」のような理論の枠組みとなるような基本原理を理解することが目標である。

歪群の枠組みでは Lie 群の一般化として Lie 歪群 (Lie groupoid)[1]、Lie 代数の一般化として Lie 歪代数 (Lie algebroid)[2] が自然に定義される。標準的な教科書としてたとえば [3] がある。また、近年ではより一般の高次歪群 (n -groupoid)、高次歪代数 (n -algebroid) が定義されている。

ここでは頁数の関係から Lie 歪代数のみ定義を述べる。

多様体 M 上のベクトル束 E に 2 つの演算を導入する。括弧積: $[e_1, e_2]$, バンドル写像 (anchor map): $\rho: E \rightarrow TM$ 。この 2 つの演算が以下を満たすとき、 E を Lie 歪代数という。

1. $[\rho(e_1), \rho(e_2)] = \rho([e_1, e_2])$,
2. $[e_1, F e_2] = F[e_1, e_2] + (\rho(e_1)F)e_2$,
3. $[e_1, e_2] = -[e_2, e_1]$.
4. $[[e_1, e_2], e_3] + (1, 2, 3 \text{ cyclic}) = 0$.

ここで、 $\Gamma(E)$ を E の切断の集合として $e_i \in \Gamma(E)$, $F \in C^\infty(M)$ 。

局所座標で $[e_a, e_b] = f^c_{ab}(x)e_c$, $\rho(e_a)F(x) = \rho^i_a(x)\frac{\partial}{\partial x^i}F(x)$ と書くと、これは

$$\rho^m_a \frac{\partial \rho^i_b}{\partial x^m} - \rho^m_b \frac{\partial \rho^i_a}{\partial x^m} + \rho^i_c f^c_{ab} = 0,$$

$$\rho^m_{[a} \frac{\partial f^d_{bc]}{\partial x^m} + f^d_{e[a} f^e_{bc]} = 0.$$

である。直ちにわかるように $\rho = 0$ ならばこれは Lie 代数である。

Lie 歪群と Lie 歪代数の関係は Lie 群と Lie 代数の関係と同様に Lie 歪代数は Lie 歪群の無限小のオブジェクトと理解できる。ただし、Lie 群のときのようなきれいな対応があるとは限らないことが分かっている。対応する Lie 歪群が存在しない Lie 歪代数も存在する。

2 物理におけるいくつかの例

2.0.1 Wilson line

たとえば、Wilson loop は Lie 群をなすが、Wilson line の集合は自然に groupoid となる。

2.0.2 ポアソン括弧

もっとも身近な Lie 重代数はポアソン括弧 $\{f(x), g(x)\}_{P.B.}$ である。ポアソン括弧は Lie 代数構造であるが、さらに微分で定義されているという特徴を考慮すると Lie 重代数構造があることが示せる。

2.0.3 T-duality

次に、最近の研究にかかわる例をいくつか述べる。弦理論において T-duality $\phi^0 \rightarrow \tilde{\phi}^0$ を考えるといわれる Buscher rule といわれる計量 G と NS-B 場 B の変換則が得られる。

$$\begin{aligned}\tilde{G}_{00} &= \frac{1}{G_{00}}, & \tilde{G}_{0a} &= \frac{B_{0a}}{G_{00}}, & \tilde{G}_{ab} &= G_{ab} - \frac{1}{G_{00}}(G_{0a}G_{0b} - B_{0a}B_{0b}), \\ \tilde{B}_{0a} &= \frac{G_{0a}}{G_{00}}, & \tilde{B}_{ab} &= B_{ab} - \frac{1}{G_{00}}(G_{0a}B_{0b} - G_{0b}B_{0a}).\end{aligned}$$

この T-duality を不変にする重代数の“ゲージ対称性”が存在する。これは Lie 重代数の条件 3. を外し、代わりにいくつかの無矛盾条件を追加した Courant algebroid といわれる重代数である。このゲージ対称性を積極的に使おうという理論が double field theory である。

2.0.4 位相的場の理論

位相的場の理論の枠組みでは Lie 代数を重代数に拡張したゲージ対称性を考えることができる。たとえば 3 次元 Chern-Simons 理論

$$S = \frac{k}{4\pi} \int_X \text{tr}(A \wedge dA + \frac{2}{3} A \wedge A \wedge A).$$

にスカラー場 ϕ^i 、2 階反対称テンソル場 $b_i = \frac{1}{2} b_{\mu\nu i} d\sigma^\mu \wedge d\sigma^\nu$ を入れて以下の作用に拡張する。

$$S = \int_X -b_i \wedge d\phi^i + \frac{1}{2} A^a \wedge dA^a + \rho^i{}_a(\phi) b_i \wedge A^a + \frac{1}{3!} H_{abc}(\phi) A^a \wedge A^b \wedge A^c.$$

A と b にゲージ対称性を課すと、ゲージ対称性の代数は Courant algebroid でなければならないことが分かる。これは Courant sigma model といわれる。[4]

すべての次元でこのような拡張が可能であり、AKSZ シグマ模型、extended TQFT といった枠組みで研究されている。

2.0.5 カレント代数

2 次元 $S^1 \times \mathbf{R}$ において、 $x^I(\sigma)$ と $p_J(\sigma)$ を正準共役な場とする。 $\{x^I(\sigma), p_J(\sigma')\}_{P.B.} = \delta^I{}_J \delta(\sigma - \sigma')$ 。ここで、以下のようなカレントを考える。

$$J_{0(f)}(\sigma) = f(x(\sigma)), \quad J_{1(u,\alpha)}(\sigma) = \alpha_I(x(\sigma)) \partial_\sigma x^I(\sigma) + u^I(x(\sigma)) p_I(\sigma).$$

ここで、 $f(x(\sigma))$ は x の任意関数、 $\alpha(x) = \alpha_I(x)dx^I$ $u(x) = u^I(x)\partial_I$ はそれぞれ target space の任意の 1-form とベクトル場とする。これらのカレントは以下のような交換関係を満たす

$$\begin{aligned} \{J_{0(f)}(\sigma), J_{0(f')}(\sigma')\}_{P.B.} &= 0, \\ \{J_{1(u,\alpha)}(\sigma), J_{0(f')}(\sigma')\}_{P.B.} &= -u^I \frac{\partial J_{0(f')}}{\partial x^I}(x(\sigma))\delta(\sigma - \sigma'), \\ \{J_{1(u,\alpha)}(\sigma), J_{1(u',\alpha')}(\sigma')\}_{P.B.} &= -J_{1([(u,\alpha),(u',\alpha')]_D)}(\sigma)\delta(\sigma - \sigma') \\ &\quad + \langle (u,\alpha), (u',\alpha') \rangle(\sigma')\partial_\sigma\delta(\sigma - \sigma'). \end{aligned}$$

$[(u,\alpha), (u',\alpha')]_D$ は Dorfman bracket といわれる Courant algebroid の括弧積で、 $\langle (u,\alpha), (u',\alpha') \rangle = i_{u'}\alpha + i_u\alpha'$ は Courant algebroid の内積である。この (古典) カレント代数の構成を一般の次元へ拡張することが可能である。また、超幾何学の枠組みで統一的に分類することができる。[6][7]

3 今後の課題

上記のさまざまな理論において Courant algebroid が共通の構造として現れるのは偶然であろうか。深い関連があると考えるのが自然であろう。現在これらの理論の関連について研究中である。実際 Courant algebroid は 2-groupoid の algebroid であることが近年わかってきた。

歪代数に比べて歪群は大局的な構造を解析しなければならないため、まだ研究はあまり進んでいない。歪群の大局的な構造は物理理論の大局的な構造に関係しているので非常に重要である。

歪群の枠組みで量子化をおこなうことはまだこれからの問題である。歪群の解析という数学的な問題と歪群構造を持つ物理理論の解析という物理的問題は密接に絡み合っており、双方の発展が必要である。

参考文献

- [1] C. Ehresmann, “Categories topologiques et categories differentiables Colloque de Geometrie Differentielle Globale (Bruxelles, 1958), 137-150, Centre Belge Rech. Math., Louvain, (1959);
- [2] J. Pradines, “Theorie de Lie pour les groupoides differentiables. Calcul differenetiel dans la categorie des groupoides infinitesimaux”, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. A-B 264 (1967) A245-A248, MR0216409
- [3] K. Mackenzie, “Lie Groupoids and Lie Algebroids in Differential Geometry,” LMS Lecture Note Series **124**, Cambridge U. Press, 1987.
- [4] N. Ikeda, “Chern-Simons gauge theory coupled with BF theory,” Int. J. Mod. Phys. A **18** (2003) 2689 [arXiv:hep-th/0203043].
- [5] N. Ikeda and X.-M. Xu, “Canonical functions, differential graded symplectic pairs in supergeometry and Alexandrov-Kontsevich-Schwartz-Zaboronsky (AKSZ) sigma models with boundaries,” J. of Math. Phys. **55** (2014) 113505, arXiv:1301.4805 [math.SG].
- [6] N. Ikeda and K. Koizumi, “Current Algebras and QP Manifolds,” Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **10** (2013) 1350024 [arXiv:1108.0473 [hep-th]].
- [7] N. Ikeda and X.-M. Xu, “Current Algebras from DG Symplectic Pairs in Supergeometry,” arXiv:1308.0100 [math-ph].

無質量および有質量粒子のゲージ化されたツイスター模型¹

Gauged Twistor Models of Massless and Massive Particles

出口 真一²

日本大学理工学部 量子科学研究所

1 はじめに

ツイスター理論は1967年にペンローズにより提唱され、70年代から80年代にかけて時空構造、量子重力、素粒子の対称性を定式化するための基礎的枠組みとして主にペンローズや彼の協力者により研究された。現在、ツイスター理論は多様な発展を遂げており、時空を伝わる粒子や弦のツイスター形式も研究されている。このような研究は1983年に白藤により初めて行われ、実際にスピンをもつ無質量粒子の作用が

$$S_0 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau i\bar{Z}_A \frac{d}{d\tau} Z^A \quad (1)$$

と与えられた[1]。ここで τ は4次元ミンコフスキー空間における無質量粒子の世界線（光線）のパラメータ、 Z^A ($A = 0, 1, 2, 3$)はツイスターと呼ばれる複素変数、 \bar{Z}_A は双対ツイスターである。本研究では、白藤の作用 S_0 やそれを拡張した有質量粒子の作用がもつ内部対称性に注目し、それをゲージ原理に基づいて局所化（ゲージ化）する。また、これにより定まる修正された作用が記述する力学系の古典論と量子論を論じる。

2 無質量粒子のゲージ化されたツイスター模型

作用 S_0 は、大域的U(1)変換 $Z^A \rightarrow e^{i\theta} Z^A$, $\bar{Z}_A \rightarrow e^{-i\theta} \bar{Z}_A$ (θ は実定数パラメータ)のもとで不変である。そこで、ゲージ原理に従って θ を τ の関数 $\theta(\tau)$ とする局所的U(1)変換を考え、作用が局所的U(1)変換のもとで不変になるように式(1)の $d/d\tau$ を共変微分 $D = d/d\tau - ia(\tau)$ (a は世界線上のU(1)ゲージ場)に置き換える。さらに1次元チャーン・サイモン項 $-2s \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau a$ (s は実定数)を加えて、ゲージ化された白藤の作用を次のように定める[2]：

$$S'_0 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau [i\bar{Z}_A D Z^A - 2sa] = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[i\bar{Z}_A \frac{d}{d\tau} Z^A + a(\bar{Z}_A Z^A - 2s) \right]. \quad (2)$$

この作用を a で変分すると $\bar{Z}_A Z^A = 2s$ が導かれるが、これは S'_0 で記述される無質量粒子のヘリシティーが s であることを意味している。実際に、 S'_0 を作用とする力学系の古典論と量子論は文献[3, 4]で詳しく調べられている。そこで論じられているように、ツイスター波動関数の一価性からヘリシティー s の許される値は整数か半整数に制限される。

一方で、作用 S'_0 は剛性をもつ無質量粒子と呼ばれる模型の作用

$$S_{\text{rp}} = -|s| \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \sqrt{-\dot{x}} \sqrt{\frac{\dot{x}^2 \ddot{x}^2 - (\dot{x}\ddot{x})^2}{(-\dot{x}^2)^3}} \quad (\dot{x}^2 := \dot{x}_\mu \dot{x}^\mu, \ddot{x}^2 := \ddot{x}_\mu \ddot{x}^\mu, \dot{x}\ddot{x} := \dot{x}_\mu \ddot{x}^\mu) \quad (3)$$

¹ この講演は岡野諭氏、鈴木隆史氏との共同研究に基づく。

² E-mail: deguchi@phys.cst.nihon-u.ac.jp

に (少なくとも古典論的に) 等価であることが証明されている [5]. ここで, x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) は粒子の時空座標であり, ドットは τ に関する微分を表す. 作用 S_{rp} に含まれる大きな根号の部分は粒子の世界線の外曲率である. 作用 S'_0 は S_{rp} と異なり, $s = 0$ の場合でも意味を持つ.

3 有質量粒子のツイスター模型

ツイスターを用いて有質量粒子を記述する場合は, 少なくとも 2 種類のツイスター変数を用いる必要がある [6]. いま, 2 つのツイスター Z_i^A ($i = 1, 2$) とそれらに双対なツイスター \bar{Z}_A^i を導入し, 白藤の作用 S_0 を次のように拡張する:

$$S_m = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[i\bar{Z}_A^i \frac{d}{d\tau} Z_i^A + h \left(\epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2} m e^{i\varphi} \right) + \bar{h} \left(\epsilon_{ij} \bar{\pi}_\alpha^i \bar{\pi}^{j\alpha} - \sqrt{2} m e^{-i\varphi} \right) \right]. \quad (4)$$

ここで, $\pi_{i\dot{\alpha}}$ ($\dot{\alpha} = \dot{0}, \dot{1}$) は有質量粒子の運動量スピナーであり, $\pi_{i\dot{0}} = Z_i^2$, $\pi_{i\dot{1}} = Z_i^3$ のようにツイスターの第 3 成分と第 4 成分になっている. また, h と φ はそれぞれ世界線上の複素場と実場であり, m は質量パラメータである. 作用 S_m を h で変分すると $\epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2} m e^{i\varphi} = 0$ が導かれるが, これは Fedoruk と Lukierski により与えられた質量殻条件であり [7], 粒子の質量が m であることを保証する. 作用 S_m は, 大域的 U(1) 変換 $Z_i^A \rightarrow e^{i\theta} Z_i^A$, $\bar{Z}_A^i \rightarrow e^{-i\theta} \bar{Z}_A^i$, $h \rightarrow e^{-2i\theta} h$, $\bar{h} \rightarrow e^{2i\theta} \bar{h}$, $\varphi \rightarrow \varphi + 2\theta$ に加え, 大域的 SU(2) 変換 $Z_i^A \rightarrow U_i^j Z_j^A$, $\bar{Z}_A^i \rightarrow \bar{Z}_A^j U_j^i$, $h \rightarrow h$, $\bar{h} \rightarrow \bar{h}$, $\varphi \rightarrow \varphi$ [$U \in \text{SU}(2)$] のもとでも不変である. これらの大域変換と作用の不変性については, 文献 [7] で一切言及されていない.

4 有質量粒子のゲージ化されたツイスター模型

無質量粒子の場合に習い, θ と U を τ の関数 $\theta(\tau)$, $U(\tau)$ とするような局所的 U(1) 変換と局所的 SU(2) 変換を考える. このとき, 作用がこれらの局所変換のもとで不変になるように, 世界線上の U(1) ゲージ場 a と世界線上の SU(2) ゲージ場 $b = b^r \sigma_r$ を導入し, 式 (4) の $d/d\tau$ を共変微分 $D_i^j = \delta_i^j d/d\tau - i\delta_i^j a(\tau) - i b^r(\tau) \sigma_{ri}^j$ に置き換える. ここで, σ_r ($r = 1, 2, 3$) はパウリ行列である. さらに, 置き換えを行った後の作用に 2 つの 1 次元チャーン・サイモン項 $-2s \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau a$ と $-2t \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \text{Tr} b$ (s と t は実定数) を加えるが, $\text{Tr} b = 0$ であるために, 実質上 $-2s \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau a$ のみが付加される. このようにして定義される作用を b^r で変分すると, $\bar{Z}_A^i \sigma_{ri}^j Z_j^A = 0$ ($r = 1, 2, 3$) という大変強い拘束条件が導かれ, この作用はスカラー粒子のみを記述するという面白みのない結果に至ってしまう.

そこで本研究では, 等質空間 SU(2)/U(1) を導入し, 群 SU(2) の非線形実現を考える. 等質空間 SU(2)/U(1) 上の 1 点の非斉次座標を $\xi (\in \mathbb{C})$ とし, この座標で指定される左剰余類の代表元を $V(\xi, \bar{\xi}) [\in \text{SU}(2)]$ とする. また, ξ は世界線上の複素場であるとする. 代表元 V の左から U を作用すると, 変換則 $V(\xi, \bar{\xi}) \rightarrow V(\xi', \bar{\xi}') = U(\tau) V(\xi, \bar{\xi}) e^{-i\vartheta(\tau)\sigma_3}$ から ξ の変換則 $\xi \rightarrow \xi'$ が決まる. ただし, $\vartheta(\tau)$ は σ_3 で生成される U(1) 変換の実パラメータである. 今後はこのような U(1) 変換全体がなす群を $\tilde{\text{U}}(1)$ と記し, 先の U(1) 群と区別する. いま, S_m のゲージ化として, 次の作用を考える:

$$S'_m = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[i\bar{Z}_A^i D_i^j Z_j^A - 2sa - 2t \left(b^r \mathcal{V}_r^3 - \dot{\xi} e_\xi^3 - \dot{\bar{\xi}} e_{\bar{\xi}}^3 \right) - k \sqrt{2g_{\xi\bar{\xi}}} D\xi D\bar{\xi} + h \left(\epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2} m e^{i\varphi} \right) + \bar{h} \left(\epsilon_{ij} \bar{\pi}_\alpha^i \bar{\pi}^{j\alpha} - \sqrt{2} m e^{-i\varphi} \right) \right]. \quad (5)$$

ここで、 $\mathcal{V}_r^3, e_\xi^3, e_{\bar{\xi}}^3, g_{\xi\bar{\xi}}$ は V から定義される量であり、 s と t は実定数、 k は正の定数である。作用 S'_m は局所的 $U(1)$ 変換と局所的 $SU(2)$ 変換のもとで不変であるが、 $2g_{\xi\bar{\xi}}D\xi D\bar{\xi}$ の根号がとられているために、パラメータ τ の付け替え (reparametrization) のもとでも不変になっている。式 (5) において、 $V(\xi_0, \bar{\xi}_0) = 1$ となる特殊なゲージ $\xi = \xi_0$ を採用すると、作用 S'_m は

$$S'_m = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[i\bar{Z}_A^i \frac{d}{d\tau} Z_i^A + a(\bar{Z}_A^i Z_i^A - 2s) + b^3(\bar{Z}_A^j \sigma_{3j}^k Z_k^A - 2t) + b^i \bar{Z}_A^j \sigma_{ij}^k Z_k^A - k\sqrt{b^i b^i} + h(\epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2}me^{i\varphi}) + \bar{h}(\epsilon_{ij} \bar{\pi}_\alpha^i \bar{\pi}^{j\alpha} - \sqrt{2}me^{-i\varphi}) \right]. \quad (6)$$

のような簡単な形になる。この表式において、 $SU(2)$ 対称性は隠れ、 $\tilde{U}(1)$ 対称性が明白になる。

作用 (6) に基づく拘束系の正準理論を展開すると、ディラックの方法に従って一連の拘束条件が導かれる。これらを第 1 類 (first class) と第 2 類 (second class) に分類すると

$$T_0 - s = 0, \quad T_3 - t = 0, \quad T_i T_i - \frac{k^2}{4} = 0, \quad \left(T_0 := \frac{1}{2} \bar{Z}_A^i Z_i^A, \quad T_r := \frac{1}{2} \bar{Z}_A^j \sigma_{rj}^k Z_k^A \right) \\ \epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2}me^{i\varphi} = 0, \quad \epsilon_{ij} \bar{\pi}_\alpha^i \bar{\pi}^{j\alpha} - \sqrt{2}me^{-i\varphi} = 0, \quad (7)$$

が第 1 類拘束条件に分類される。これらは、作用 (6) を a, b^3, b^i, h, \bar{h} の各々について変分して導くこともできる。一方で、ポアソン括弧と第 2 類拘束条件からディラック括弧が定義されるが、これより求まるツイスター変数 Z_i^A, \bar{Z}_A^i に対するディラック括弧は複雑なものになる。しかし、 Z_i^A と \bar{Z}_A^i から新たなツイスター変数 (これらを再び Z_i^A, \bar{Z}_A^i と記す) を定義することで

$$\left\{ Z_i^A, \bar{Z}_B^j \right\}_D = -i\delta_i^j \delta_B^A, \quad \left\{ Z_i^A, Z_j^B \right\}_D = \left\{ \bar{Z}_A^i, \bar{Z}_B^j \right\}_D = 0. \quad (8)$$

のような簡単なディラック括弧が得られる。都合が良いことに、上述のツイスター変数の再定義で式 (7) の拘束条件はいずれも形を変えない。

5 正準量子化

ツイスター変数 Z_i^A, \bar{Z}_A^i に対応する演算子 $\hat{Z}_i^A, \hat{\bar{Z}}_A^i$ を導入し、式 (8) のディラック括弧から次の交換関係を定義する：

$$\left[\hat{Z}_i^A, \hat{\bar{Z}}_B^j \right] = \delta_i^j \delta_B^A, \quad \left[\hat{Z}_i^A, \hat{Z}_j^B \right] = \left[\hat{\bar{Z}}_A^i, \hat{\bar{Z}}_B^j \right] = 0. \quad (9)$$

また、 T_0 と T_r に対応する演算子は、ワイル順序を考慮した上で $\hat{T}_0 := \frac{1}{4}(\hat{\bar{Z}}_A^i \hat{Z}_i^A + \hat{Z}_i^A \hat{\bar{Z}}_A^i)$, $\hat{T}_r := \frac{1}{2} \hat{\bar{Z}}_A^j \sigma_{rj}^k \hat{Z}_k^A$ と与えられる。式 (9) の交換関係を用いると、 $U(1) \times SU(2)$ のリー代数 $[\hat{T}_0, \hat{T}_r] = 0$, $[\hat{T}_p, \hat{T}_q] = i\epsilon_{pqr} \hat{T}_r$ が成り立つことがわかる。いま、 \hat{Z}_i^A を対角化する表示をとると、 \hat{Z}_i^A と $\hat{\bar{Z}}_A^i$ は $\hat{Z}_i^A = Z_i^A$, $\hat{\bar{Z}}_A^i = -\partial/\partial Z_i^A$ と表現できる。このときの波動関数 f は Z_i^A の関数 (ツイスター関数) であり、式 (7) の第 1 類拘束条件は次のような微分方程式と代数方程式に読み替えられる：

$$\left(\hat{T}_0 - s \right) f(Z) = 0, \quad \left(\hat{T}_3 - t \right) f(Z) = 0, \quad \left(\hat{T}_i \hat{T}_i - \frac{k^2}{4} \right) f(Z) = 0, \quad (10a)$$

$$\left(\epsilon^{ij} \pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}} - \sqrt{2}me^{i\varphi} \right) f(Z) = 0, \quad \left(\epsilon_{ij} \frac{\partial^2}{\partial \omega_i^\alpha \partial \omega_j^\alpha} - \sqrt{2}me^{-i\varphi} \right) f(Z) = 0. \quad (10b)$$

ここで、 ω_i^α ($\alpha = 0, 1$) は $\omega_i^0 = Z_i^0$, $\omega_i^1 = Z_i^1$ で与えられる。波動関数 f の一価性から、 s と t がとり得る値は整数か半整数に限定される。一方、SU(2) 代数のカシミア演算子 $\hat{T}_r \hat{T}_r = \hat{T}_1 \hat{T}_1 + \hat{T}_2 \hat{T}_2 + \hat{T}_3 \hat{T}_3$ の固有値方程式 $\hat{T}_r \hat{T}_r f(Z) = j(j+1)f(Z)$ ($j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$) と式 (10a) の3番目の式から、正の定数 k が $k = 2\sqrt{j(j+1) - t^2}$ ($t = -j, \dots, j$) と決まる。このように、チャーン・サイモン係数 $2s$ と $2t$ に加えて、係数 k も量子化される。このとき、波動関数 f は3つの量子数 (s, j, t) で特徴付けられる。また、式 (10a) の1番目の式から、 f は $-2s - 4$ 次の斉次正則関数であることがわかる。

さて、次のような f のペンローズ変換で、高階スピナー場 Ψ を定義する：

$$\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m; j_1 \dots j_n, \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_1 \dots i_m}(z) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \oint_{\Sigma_z} \pi_{j_1 \dot{\alpha}_1} \dots \pi_{j_n \dot{\alpha}_n} \frac{\partial}{\partial \omega_{i_1}^{\alpha_1}} \dots \frac{\partial}{\partial \omega_{i_m}^{\alpha_m}} f(Z) \pi_{1\dot{\beta}} d\pi_1^{\dot{\beta}} \wedge \pi_{2\dot{\gamma}} d\pi_2^{\dot{\gamma}}. \quad (11)$$

ここで、 $s = (n - m)/2$ であり、 Σ_z は適当な複素閉曲面、 $z = (z^\mu)$ は複素化されたミンコフスキー空間の1点の座標である。高階スピナー場 Ψ は、2成分スピナーの添字に加えて同じ数だけのSU(2)-2重項の添字をもつ。式 (10b) の第1式を用いることで

$$i\partial^{\beta\dot{\beta}} \Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m; j_1 \dots j_n, \dot{\beta}\dot{\alpha}_2 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_1 \dots i_m} + \frac{m}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \epsilon^{\beta\gamma} \epsilon_{j_1 k} \Psi_{\gamma\alpha_1 \dots \alpha_m; j_2 \dots j_n, \dot{\alpha}_2 \dots \dot{\alpha}_n}^{ki_1 \dots i_m} = 0 \quad (12)$$

を示すことができ、第2式を用いることで

$$i\partial^{\beta\dot{\beta}} \Psi_{\beta\alpha_2 \dots \alpha_m; j_1 \dots j_n, \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_1 \dots i_m} + \frac{m}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \epsilon^{\beta\dot{\gamma}} \epsilon_{i_1 k} \Psi_{\alpha_2 \dots \alpha_m; k j_1 \dots j_n, \dot{\gamma}\dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_2 \dots i_m} = 0. \quad (13)$$

を示すことができる。式 (12) と式 (13) の対は、ディラック方程式の自然な拡張になっている。

6 まとめと今後の課題

本研究では、無質量粒子および有質量粒子のゲージ化されたツイスター模型を考察した。無質量粒子の模型は、ある定まったヘリシティを持つ粒子を記述し、剛性をもつ無質量粒子模型と等価であることがわかった。一方、有質量粒子の模型はSU(2) の非線形実現を用いて構成され、ここではU(1) 対称性とSU(2) 対称性のゲージ化により適切な拘束条件が導かれた。また、ペンローズ変換によりSU(2)-2重項の添字をもつ有質量高階スピナー場が得られ、それが拡張されたディラック方程式を満たすことがわかった。

今後の課題として、このような高階スピナー場の性質を調べることや、上述のツイスター模型に電磁場や重力場との相互作用を取り入れることが上げられる。

参考文献

- [1] T. Shirafuji, Prog. Theor. Phys. **70**, 18 (1983).
- [2] S. Deguchi, T. Egami and J. Note, Prog. Theor. Phys. **124**, 969 (2010), arXiv:1006.2438 [hep-th].
- [3] S. Deguchi and J. Note, J. Math. Phys. **54**, 072304 (2013), arXiv:1210.0349 [hep-th].
- [4] S. Deguchi, S. Negishi, S. Okano and T. Suzuki, Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1450044 (2014), arXiv:1309.4169 [hep-th].
- [5] S. Deguchi and T. Suzuki, Phys. Lett. B **731**, 337 (2014), arXiv:1401.1901 [hep-th].
- [6] R. Penrose, Rep. Math. Phys. **12**, 65 (1977).
- [7] S. Fedoruk and J. Lukierski, Phys. Lett. B **733**, 309 (2014), arXiv:1403.4127 [hep-th].

衝撃波型背景時空における Bi-local 場

仲 滋文

日本大学理工学部

1 はじめに

プランクエネルギーに近い運動エネルギーを持つ超高エネルギー粒子間の相互作用は、興味深い特徴を持っている。このような粒子は、その静止エネルギーが無視できるため、時間と運動量方向（3軸とする）で決まる光円錐方向 $x^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 \pm x^3)$ に運動を行う粒子として扱うことができる。ところが、このような運動を行う粒子のエネルギー・運動量テンソルは T_{--} 成分のみが残り、衝撃波型重力を生み出す背景時空の源となり得るのである。この事実は、電磁波などを源とする特殊な成分を持つエネルギー・運動量テンソルと衝撃波型背景時空の関係としてかなり以前から知られていたようであるが、光速度近くに加速された点粒子が衝撃波型背景時空の源となることは、Aichelburg-Sexl(1970)により厳密に示された [1]。

このような背景の下に、1985年に Dray-'tHooft [2] は超高エネルギー粒子間の相互作用を衝撃波型背景時空の下での粒子散乱として議論し、超高エネルギー物理学でのこの時空の意義を明らかにした。'tHooftにより導かれた散乱振幅は、プランクエネルギーに近い粒子間の散乱過程を表すため現時点での実験的な検証は不可能に近いが、この試みに触発される形で衝撃波型背景時空の下での粒子散乱の問題が多く研究者により取り上げられた [3], [4]。また、衝撃波型背景時空が $AdS \times S$ 時空の pp-wave 極限に類似した構造を持つため、このような時空への弦模型の埋め込みも議論された [5]。本論文 [6] の目的は、標的である超高エネルギー粒子が源となって生成された衝撃波型背景時空に、bi-local 場模型 [7] の粒子が入射して散乱される過程を調べることにある。bi-local 場模型を入射粒子とすることの理由は、多くの試みでは入射粒子を点粒子としているが、入射粒子の非局所構造が散乱振幅に及ぼす影響も、検証すべき課題であるからである。bi-local 場模型は、弦模型に類似した構造を持つより簡単な2粒子系の有効模型であるため、散乱問題が具体的に計算可能となる。加えて、衝撃波型時空背景の bi-local 場模型の定式化それ自体が、弦の pp-wave 極限と関連し得る興味深い問題ともなっている。

2 衝撃波型背景時空の下にある bi-local 場模型

さて、運動量 P_S の超高エネルギー粒子によって作られる、衝撃波型背景時空を表す線素の形は

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu = -2dx^+ dx^- + f(x_\perp)\delta(x^-)d^2x^- + d^2x_\perp, \quad (1)$$

である (図1)。ここで $x_\perp = (x^1, x^2)$, $f(x_\perp) = f_0 - 2Q \log\left(\frac{r}{r_0}\right)$, ($r = |x_\perp|$) であり、 Q は重力場の源となる粒子の運動量とプランクエネルギー E_P との比 P_S/E_P^2 に比例する定数を表す。このような時空に埋め込まれた bi-local 場模型 (2粒子束縛系) の作用積分の形は、平坦なミンコウスキー時空における作用積分の自然な拡張として、

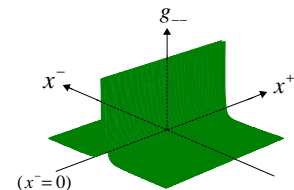


図1：計量の構造

$$S = \int d\tau \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ g_{\mu\nu} \frac{\dot{x}_{(i)}^\mu \dot{x}_{(i)}^\nu}{e_{(i)}} - V(x_{(1)}, x_{(2)}) e_{(i)} \right\} \quad (2)$$

とおくことが考えられる。ここで、 $e_{(i)}$, ($i = 1, 2$) は各粒子の時間パラメータ τ の選択の任意性を保証する 1 脚子であり、 $V(x_{(1)}, x_{(2)})$ は粒子間の相互作用ポテンシャルに対応する。ミンコウスキー時空では、このポテンシャルは単に $V = \kappa \bar{x}^2 + \omega$, ($\bar{x} = x_{(1)} - x_{(2)}$, $\omega = \text{const.}$) と設定されるが、曲がった時空でこれに対応するものは自明ではない。 V は 2 点に依存してかつスカラー量のはずであり、以下では 2 粒子の位置を繋ぐ “測地線に沿った距離の 2 乗の 1/2” を表す

$$\sigma(x_{(1)}, x_{(2)}) = \frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma g_{\mu\nu}(x) \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma}, \quad (\Delta_{21} = \sigma_2 - \sigma_1) \quad (3)$$

を用いて [8], $V = 2\kappa^2\sigma + \omega$ と定義する。こうして定義された作用 (2) を $e_{(i)}$ につき変分すると、正準変数の拘束条件

$$H_i = -2p_{(i)+}p_{(i)-} + p_{(i)\perp}^2 - f(x_{(i)\perp})\delta(x_{(i)}^-)p_{(i)+}^2 + V = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

が導かれる。ここで p_μ は x^μ , ($\mu = \pm, \perp$) の正準共役運動量である。拘束条件 (4) には δ -関数型の特異性が含まれているが、これは正準変換 $\tilde{H}_i = UH_iU^\dagger$, ($i = 1, 2$), ただし

$$U = \exp \left\{ -\frac{i}{2} \sum_{i=1}^2 f(x_{(i)\perp})\theta(x_{(i)}^-)p_{(i)}^- \right\}, \quad (5)$$

を使って取り除くことができる。こうして得られた \tilde{H}_i には、もはや δ -関数型の特異性は含まれていないが、なお $Q^2 \propto E_{\bar{p}}^2$ に比例する複雑な構造がある。しかし、 Q^2 は無視できる大きさである為これを落とすと、拘束条件はミンコウスキー時空で外場と相互作用をする bi-local 場模型の波動方程式、およびその補助条件に対応する単純な形

$$\tilde{H} = 4(\tilde{H}_{(1)} + \tilde{H}_{(2)}) = P^2 + 4(\bar{p}^2 + \kappa^2\bar{x}^2) + \omega + \Delta M^2 = 0, \quad (6)$$

$$\tilde{T} = \tilde{H}_{(1)} - \tilde{H}_{(2)} = P \cdot \bar{p} = 0 \quad (7)$$

に帰着する。ここで、 $P = p_{(1)} + p_{(2)}$, $\bar{p} = \frac{1}{2}(p_{(1)} - p_{(2)})$ であり、 $\Delta M^2 = -2 \sum_{i=1}^2 (\{p_\perp, A\}\theta p^-)_{(i)}$, ($A = Q\bar{x}_\perp/r$) は外場との相互作用項に対応する。量子化された系において、(6) は系の波動方程式 $\tilde{H}|\Phi\rangle = 0$ に、また (7) は期待値の意味で解釈し、 $\bar{p} = i\sqrt{\frac{\kappa}{2}}(a^\dagger - a)$ とおいて補助条件 $P \cdot a|\tilde{\Phi}\rangle = 0$ に対応させるのが一般的な手法である。この補助条件は負ノルムを生じる非物理的な状態を排除するが、 ΔM^2 項のため (6) と両立しない。そこで、更に ΔM^2 項を補助条件が定める物理的空間に射影して $\Delta M^2 \rightarrow [\Delta M^2]$ の形で扱い¹, 結果として得られる

$$\left(P^2 + \alpha'^{-1}a^\dagger \cdot a + m_0^2 + [\Delta M^2] \right) |\tilde{\Phi}\rangle = 0, \quad (8)$$

($\alpha' = 1/8\kappa$) を最終的な波動方程式の形とする。

¹[L] = $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{i\theta N} L e^{-i\theta N}$ ($N = (\hat{P} \cdot a^\dagger)(\hat{P} \cdot a)$) と書ける。

3 衝撃波型背景時空による bi-local 場模型の散乱

前章で得られた波動方程式 (8) は、相互作用項に光的時間 X^- が生に含まれている。そこで S 行列を求める際には、状態方程式を $T^- = X^-$ を時間とする Schrödinger 型波動方程式に書き変えて扱うと、自然に摂動計算が適用できる。即ち、状態発展の基礎方程式を

$$i \frac{\partial}{\partial T^-} |\tilde{\Phi}\rangle = \frac{1}{2\alpha' P^-} \left\{ \alpha' (P_{\perp}^2 + m_0^2) + a^\dagger \cdot a + \alpha' [\Delta M^2] \right\} |\tilde{\Phi}\rangle = (\tilde{H}_0 + \Delta \tilde{H}) |\tilde{\Phi}\rangle, \quad (9)$$

とする。ここで、 $\tilde{H}_0 = \frac{1}{2\alpha' P^-} \{ \alpha' (P_{\perp}^2 + m_0^2) + a^\dagger \cdot a \}$ 及び $\Delta \tilde{H} = \frac{1}{2P^-} [\Delta M^2]$ である。これか得られる S 行列は、

$$S = \lim_{\substack{T_2^- \rightarrow \infty \\ T_1^- \rightarrow -\infty}} U_2^\dagger \left(T e^{-i \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- (\Delta \tilde{H})_D} \right) U_1 \quad (10)$$

である。ここで $\Delta \tilde{H}_D$ は ΔH の相互作用表示であり、 T 行列は $S_{ba} = \delta_{ba} - i(2\pi) \delta(P_b^- - P_a^-) T_{ba}$ から決定される。注意すべきは、(10) は $\Delta H = 0$ の場合も意味を持ち、自明でない S 行列 $U_2^\dagger U_1$ を与えることである。これは、正準変換の中に衝撃波型背景時空による外部ポテンシャルの一部が取り込まれており、始状態と終状態で打ち消し合わない状態変化を引き起こすからである。

(10) を基に、始状態と終状態の重心変数は運動量表示として $|\tilde{\Phi}_i\rangle = |P_i^-, P_i^\perp\rangle \otimes |\phi_i\rangle$, ($i = a, b$) の形におき、相対変数の状態 $|\tilde{\phi}_i\rangle$ が以下の 3 つの場合につき、 T 行列を計算する：

- (1) 始状態と終状態共に振動子 (a^-, a^\perp) の基底状態
- (2) 始状態： a^- のコヒーレント状態と a^\perp の基底状態の直積
終状態：振動子の基底状態
- (3) 始状態：振動子の基底状態
終状態： a^- の基底状態と \bar{x}^\perp の固有状態の重ね合わせ

結果は、 ΔH の摂動展開の意味で $T_{ba} = T_{ba}^{(0)} + T_{ba}^{(1)} + \dots$ の形に表されるが、何れの場合も第 0 次項は 't Hooft の与えた散乱振幅を再現し、その補正項が $\alpha' = 1/8\kappa$ に依存する形で求められる。その (1)~(3) に共通する形は、

$$T_{ba}^{(0)} = \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{2\pi i} \int \frac{d^2 X_\perp}{(2\pi)^2} e^{-i \Delta P_{\perp b} \cdot X_\perp} e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)} [1 + \Delta(\alpha')] \quad (11)$$

である。ここで、 $\Delta(\alpha')$ は入射粒子が bi-local 場模型であることの補正項で、それぞれの場合で形は変わるが、 $O(\alpha' P_a^- Q)$ あるいは $O(\alpha' (Q \bar{p}_a^-)^2)$ の大きさである。従って、 $\alpha' \rightarrow 0$ とした局所場の極限では

$$\lim_{\alpha' \rightarrow 0} T_{ba}^{(0)} = \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{(2\pi)^3 i} \times r_0^2 \frac{\pi \Gamma(1 - \frac{i}{2} P_a^- Q)}{\Gamma(\frac{i}{2} P_a^- Q)} \left\{ \frac{4}{r_0^2 (\Delta P_\perp)^2} \right\}^{1 - \frac{i}{2} P_a^- Q}, (\Delta P_\perp = P_{\perp b} - P_{\perp a}) \quad (12)$$

を得て、'tHooft の散乱振幅に正確に一致する。この極限は、 $\Delta H = 0$ にも対応するので、S 行列は正準変換のみで生成されている。言いかえれば、'tHooft の散乱振幅の本質は、衝撃波型背景時空の特異性を消去する正準変換にある。付け加えれば、“場合 (1)” の T 行列の 1 次補正は b 0 次補正が求めれば演繹的に求めることができ、高次項を足し上げて非摂動効果を求める際の手掛かりを与えている。

4 まとめ

本論文では、超高エネルギーの粒子散乱で支配的な衝撃波型背景時空による粒子散乱の S 行列を調べ、特に入射粒子が非局所構造を持つ bi-local 場模型の場合に注目した。この模型は、束縛ポテンシャルを表すばね定数 κ を含んでいるが、この定数による散乱振幅の増幅効果等を調べたものである。とくに、bi-local 場模型を曲った時空に埋め込むに当たり、束縛ポテンシャルを DeWitt の粒子間の測地的距離を用いて表した。こうして得られた系の作用積分は、量子化の後波動方程式となるべき拘束条件を導いたが、そこに含まれる δ 関数型の特異性は特定の正準変換 U により取り除くことができた。さらにこの波動方程式に含まれる E_p^{-2} に比例する項を無視し、残った外部ポテンシャルを物理的状態に射影した後に、波動方程式は光的時間による Schrödinger 型の時間発展を行う形に帰着した。この形式による S 行列は、

$$S_{ba} \xrightarrow{\Delta H \rightarrow 0} U_b^\dagger U_a \xrightarrow{\alpha' \rightarrow 0} \text{'tHooft 振幅}$$

の構造を持ち、 $\alpha' = 0$ の局所場における 'tHooft 振幅の本質が、上記の正準変換にあることが分かった。 $\alpha' \neq 0$ における補正項は、 $O(\alpha' P_a^- Q)$ あるいは $O(\alpha' (Q \bar{p}_a^-)^2)$ の形で現れ、 P^- , \bar{p}^- の大きさに応じて必ずしも小さな値とはならないが、bi-local 場模型が持つエネルギーの次元を持つ定数 $\kappa^{1/2} = 1/\sqrt{8\alpha'}$ を大きくすることは、むしろ補正項を小さくする方向に働くことが分かった。これは逆に、 $\alpha' \rightarrow \infty$ 極限で散乱振幅に非局所効果が有意に働くことを示唆し、この場合はスピンの異なる束縛状態が全て基底状態に縮退することから、高階スピン重力場理論との関係が伺える興味深い今後の課題を与えていると言える。

参考文献

- [1] P. C. Aichelburg and R. U. Sexl, Gen. Rel. Grav. **2**, 303 (1970).
- [2] G. 't Hooft, Phys. Lett. **B 198**, 61 (1987).
T. Dray and G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B 253**, 173 (1985).
- [3] C. Klimčík, Phys. Lett. **B 208**, 373 (1988).
- [4] A. Gruzinov and G. Veneziano, arXiv:1409.4555v1[gr-qc] 16 Sep 2014.
- [5] D. Amati and C. Klimčík, Phys. Lett. **B 210**, 92 (1988).
- [6] 本稿は、以下の論文に基づく： Kanda and S. Naka, arXiv:1410.1414v2[hep-th] (to be published in PTEP).
- [7] T. Gotō, S. Naka and K. Kamimura, Supple. Prog. Theor. Phys. **67** 69 (1979).
- [8] B. S. DeWitt, *Dynamical Theory of Groups and Fields in Relativity, Group and Topology*, Lectures Delivered at Les Houches 1963 (Gordon and Breach, Science Publishers, Inc.), p735.