

研究会番号：YITP-W-11-06

基研研究会

「微視的核反応理論による物理」

2011年8月1日(月) – 3日(水)

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館 Panasonic 国際交流ホール

研究会の目的・趣旨

原子核反応理論の発展は、古くは現象論的に決められた相互作用を用いた理解が進められていたが、近年は、核子間相互作用に基づく微視的モデルの発展が目覚ましい成果を挙げている。この核反応の微視的アプローチによって、相互作用・核反応・核構造のそれぞれをより深く理解することが可能となりつつある。また一方で、近年は重イオン加速器などの実験施設の発展も目覚ましいものがあり、そこから得られる実験データから物理現象を理解するためには、核反応解析が必要不可欠である。このように原子核反応理論は、古くから培われてきた核反応理論に近年の微視的手法が組み合わさることによって原子核物理全体の発展に大きく貢献してきた。

本研究会では、微視的アプローチによって核反応機構そのものの解明を理論的に行う。具体的には、分解反応における二体問題から三体・四体問題への記述、さらに、連続状態の取り扱い、核反応特有の大きなエネルギー依存性とそこから得られる反応機構の解明、代理反応などによる複合核状態を通じた核反応過程とその実用性、核融合反応や核分裂反応、低エネルギー重イオン衝突などの量子多体系における核反応、などが挙げられる。

さらに、核反応と核構造、核反応と相互作用との関係を強く結びつける物理は、弾性散乱・非弾性散乱から得られる原子核の形や大きさ、核子移行反応による原子核内の核子相関・クラスター相関の解明、多段階反応過程などの原子核構造が核反応現象に与える影響、核子・重水素弾性散乱などの少数粒子反応による二体力・三体力の解明、などの例が挙げられ、微視的核反応理論の観点から見る相互作用と核構造の情報の信頼性と不定性についても議論を行う。

本研究会の目的は、国内の原子核反応理論研究者が一堂に会し、現在の理論的成果と問題点を議論し、原子核反応理論における問題意識をそれぞれに定め、今後の研究活動の飛

躍的な発展に繋げる。

研究会の内容・成果

本研究会では、まず、核分裂・核融合反応について議論が行われた。特に、代理反応についての議論が活発に行われた。他に、核分裂・核融合反応においては、原子核の励起の効果や余剰中性子の効果について報告がされた。さらにと現実的核力に基づいた核反応理論模型について議論がされた。現実的核力の二体力部分のみならず三体力部分を含めた有効核子間相互作用の導出方法やそれを用いた原子核散乱反応などについて議論が行われた。

そして、少数粒子系における核反応、一般的な核反応理論の発展、核反応を通じた核構造情報に関して議論がされた。少数粒子系における反応について、厳密少数反応計算法の解説から近年の成果となる三体力の効果や相対論的效果の話題が挙げられた。他にも、三体力やテンソル力の重要性が明らかにされた。核反応理論の発展については、20世紀初頭からの核反応理論の歴史的な背景からその発展過程における直接反応模型の構築や最近の話題が報告された。三粒子入射反応、虚時間発展法など様々な手法について報告がされた。そして、核反応を通じて原子核密度分布や半径の大きさについて議論がされた。

さらに、原子核物理分野だけでなく天体物理学にも密接に関連する核子移行反応や閾値を超えた連続状態の取り扱いについて議論がされた。微視的観点からの核反応の記述に対する問題と成功について、そして、連続状態の取り扱いの新しい手法について報告がされた。他にも、核子移行反応の実験的な観測結果とそれに対する様々な理論的な計算手法による結果、分解反応の記述における有効的な手法について議論が行われた。

三月の東北地方太平洋沖地震の影響によって講演者・参加者数の減少を懸念していたが、本研究への参加者は52名にもなり、当初研究計画時に想定していた参加者数の予想を大きく上回るものであった。これにより、今回主題となったトピックスが原子核理論の幅広い分野から関心を持たれていることを表している。この成果を踏まえて今後も継続的にこのような原子核反応に関する研究会を開催することが望まれる。また、理論研究会であったにも関わらず、原子核実験分野の方々からの多くの参加もあり、活発な議論がなされた。最後に、本研究会の開催にあたり京都大学基礎物理学研究所からのサポートに感謝を申し上げます。

研究会世話人

古本猛憲(京大基研)、市川隆敏(京大基研)、高階正彰(阪大医)、緒方一介(阪大RCNP)、板垣直之(京大基研)

8月1日(月)	
10:10-10:50	高階 正彰 (阪大医) “粒子線治療に関するシミュレーション計算”
11:10-11:40	遊佐 秀作 (東北大) “クーロン障壁近傍の重イオン核融合反応及び準弾性散乱における非集団励起の効果”
11:40-12:10	谷口 億宇 (理研) “余剰中性子による亜障壁核融合断面積の増大”
13:30-14:30	千葉 敏 (原研) “JAEA における代理反応研究”
14:30-15:00	西尾 勝久 (原研) “重イオンにおける融合と準核分裂の競合”
15:00-15:30	有友 嘉浩 (原研) “超重元素領域における融合分裂反応機構の解析”
16:00-16:30	山本 安夫 (理研) “ESC 模型に基づく3体力”
16:30-17:00	古本 猛憲 (京大基研) “微視的模型を用いた原子核散乱反応におけるエネルギー依存性”
17:00-17:30	堂園 昌伯 (理研) “On the angular distribution of intermediate-energy heavy-ion reactions based on a simple model”
17:30-18:00	青山 茂義 (新潟大) “TGVR + MRM を用いた第一原理4核子散乱”
8月2日(火)	
9:20-10:20	鎌田 裕之 (九州工大) “少数粒子反応と最近の話題”
10:40-11:10	福川 賢治 (京大理) “クォーク模型バリオン間相互作用 fss2 の核子-重陽子弾性散乱への適用”

11:10–11:40	藤原 義和 (京大理) “Proton-induced breakup differential cross sections in the pd scattering”
11:40–12:10	新井 好司 (長岡高専) “微視的クラスター模型を用いた ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ と ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ におけるテンソル力の役割”
13:30–14:30	河合 光路 (九大) “核反応論の turning points”
14:30–15:00	緒方 一介 (阪大 RCNP) “3 粒子融合過程研究の現状と将来”
15:00–15:30	矢花 一浩 (筑波大) “光捕獲反応率に対する虚時間計算法”
16:00–16:30	大久保 茂男 (高知県立大) “原子核の虹散乱と核構造”
16:30–17:00	嘉規 香織 (静岡大) “RIA analysis of proton-elastic scattering from He isotopes”
17:00–17:30	堀内 渉 (理研) “グロウバー理論を用いた全反応断面積の系統解析”
17:30–18:00	蓑茂 工将 (九大) “微視的反應理論に基づく”Island of inversion”核入射反應の系統的解析”

8月3日(水)

9:50–10:20	Jenny Lee (RIKEN) “Probing Nucleon Correlations using Direct Reactions”
10:20–10:50	福井 徳朗 (九大) “ ${}^9\text{C}$ 分解反應の解析による ${}^8\text{B}(p,\gamma){}^9\text{C}$ 反應率の決定”
11:10–11:40	関澤 一之 (筑波大) “TDHF 計算による核子移行反應の記述”
11:40–12:10	勝間 正彦 (大阪市大)

13:30-14:30	“天体核反応における直接核反応過程からの寄与” 八尋 正信 (九大)
14:30-15:00	“微視的反応理論の構築に向けて” 松本 琢磨 (北大)
15:00-15:30	“CDCC 法による 3 体・4 体分解反応の系統的解析” 菊地 右馬 (阪大 RCNP)

“複素座標スケーリングを用いた散乱状態の記述と 2 中性子ハロー核のクーロン分解反応への適用”

Monte Carlo Simulation concerning Particle Therapy

M. Takashina, M. Suga, and M. Oda

Graduate School of Medicine, Osaka University, Osaka 565-0871, Japan

T. Horaguchi, and H. Toki

Research Center for Nuclear Physics, Osaka University, Osaka 567-0047, Japan

K. Niita

Research Organization for Information Science & Technology, Ibaraki 319-1106, Japan

INTRODUCTION

It is well known that the particle therapy has some advantages compared with the photon therapy. For example, particle beam is effective at killing cancer cells, heavy-ion beam delivers a high dose to tumor while sparing normal tissue, etc. On the other hand, it also has some disadvantages: activation and relatively poor dosimetric precision. We are currently studying the subjects concerning the above disadvantages by Monte Carlo simulations: (A) Body activation during proton therapy, (B) Evaluation of perturbation correction factor in proton beam. We use the Monte Carlo simulation codes PHITS [1] and Geant4 [2].

(A) Body activation during proton therapy

It is a common case that, just after particle beam irradiation, medical staffs come close to patient and remove fixture etc. (about 25 second after irradiation) It has been pointed out that the patient body may be activated and the medical staff is exposed to radiation.

In the present study, we simulate the activation of patient body during proton therapy using PHITS code and decay equation, and estimate the cooling time required to protect the medical staff from radiation emitted from patient body.

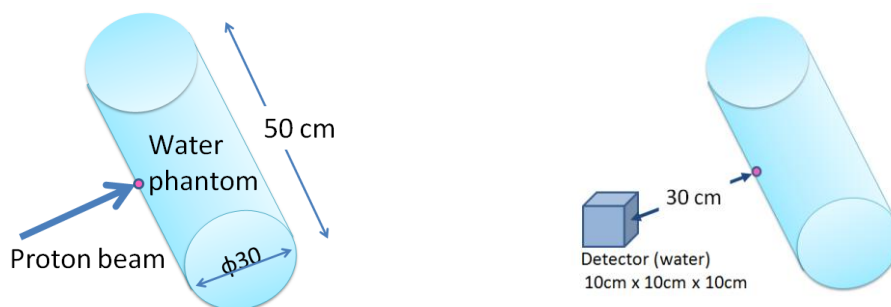


Figure 1: Geometry in the simulation calculation

We consider the water phantom having a cylindrical shape, which simulates the trunk (see left panel of Fig.1). It is assumed that the proton beam being 5 cm in diameter is irradiated on the phantom at the energy of 150 MeV with the current of 300 nA for 5 seconds. The total amount of radioactive nuclei produced in the water phantom is estimated by PHITS. Using the result of PHITS, the time dependence of activity in the phantom is calculated by solving the decay equation for each nucleus. We also evaluate the effective dose in the cubic water detector 30 cm away from the phantom (see right panel of Fig.1) by the annihilation gamma due to the radioactive nuclei using Geant4. In the present calculation, de-excitation gamma is neglected for simplicity.

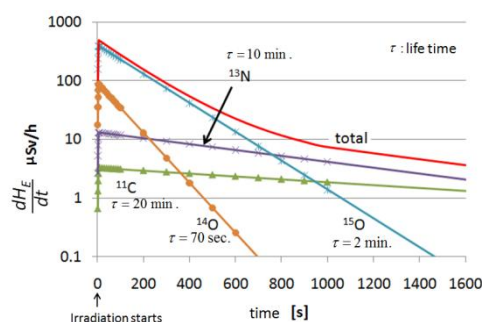


Figure 2: Time dependence of effective dose per hour.

The result of our calculation is shown in Fig.2. It is found that the activity of ^{15}O is dominant for about 10 minutes after irradiation. After that, the total activity decreases slowly. Decreasing of effective dose per hour by half requires 5 minutes cooling time

(B) Evaluation of perturbation correction factor in proton beam by a Monte Carlo calculation

The perturbation correction factor P_Q corrects influence from existence of wall and cavity of ionization chamber, and is needed for precise dose calibration. P_Q for photon beams (X- and gamma-rays) is well-researched. On the other hand, P_Q for particle beams is not established, and hence, it is frequently assumed to be unity. We think that precise value of P_Q is necessary for accurate dose calculation in planning of particle therapy.

In the present study, we evaluate P_Q value for particle beam using Monte Carlo simulation code Geant4. As the first step, we concentrate on the proton beam field.

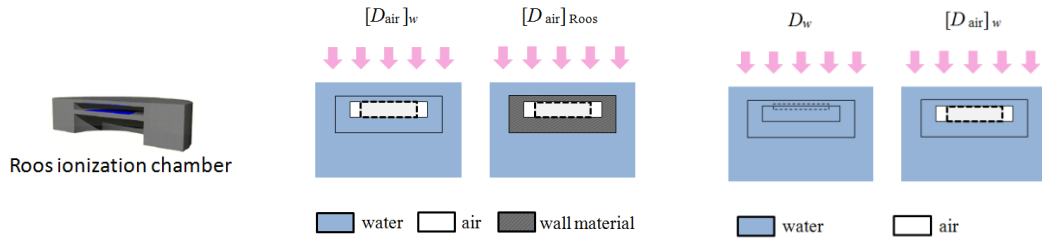


Figure 3: (Left) cross-section view of Roos ionization chamber, (middle) schematic view for the calculation of the wall correction factor, (right) same as the middle panel but for the cavity correction factor.

As ionization chamber, we consider the plane parallel type one called Roos (PTW 34001) (see left panel of Fig.3), for which the perturbation correction factor P_Q is written as a multiplication of two factors as $P_Q = P_{\text{wall}} \cdot P_{\text{cav}}$, where P_{wall} and P_{cav} are the wall and cavity correction factors, respectively. P_{wall} is calculated as $P_{\text{wall}} = [D_{\text{air}}]_w / [D_{\text{air}}]_{\text{Roos}}$, where $[D_{\text{air}}]_w$ represents absorption dose in cavity and $[D_{\text{air}}]_{\text{Roos}}$ is that in cavity surrounded by walls (see middle panel of Fig.3). P_{cav} is calculated as $P_{\text{cav}} = \frac{D_w / [D_{\text{air}}]_w}{(L/\rho)_{\text{air}}^w}$, where D_w represents absorption dose in water and $(L/\rho)_{\text{air}}^w$ is ratio of restricted collision mass stopping power between water and air (see right panel of Fig.3).

The P_{wall} and P_{cav} values are calculated at 5 cm steps up to 23 cm depth, which is shallower than the Bragg peak of the 200 MeV proton beam in water. The averaged values over the depth are $P_{\text{wall}} = 1.013$ and $P_{\text{wall}} = 1.020$. Then, we can conclude that the perturbation correction factor of ionization chamber Roos for proton beam is $P_{\text{wall}} = 1.033$.

In actual treatment, spread out Bragg peak (SOBP) is used. In order to evaluate more precise value, a sophisticated model of SOBP is necessary.

The above studies (A) and (B) have been mainly done by Masaki Suga and Michio Oda, respectively.

References

- [1] K. Niita, N. Matsuda, Y. Iwamoto, H. Iwase, T. Sato, H. Nakashima, Y. Sakamoto and L. Sihver, PHITS: Particle and Heavy Ion Transport code System, Version 2.23, JAEA-Data/Code 2010-022 (2010)
- [2] S. Agostinelli *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A 506, 250 (2003)

クーロン障壁近傍の核融合反応及び準弾性散乱における非集団励起の効果

遊佐 秀作¹, 萩野 浩一¹, Neil Rowley²

東北大学 理学研究科¹, IPN Orsay²

1 導入

クーロン障壁近傍の入射エネルギーにおける重イオン反応では、原子核間の相対運動と原子核の内部自由度の結合が重要な役割を果たし、反応の物理量に大きく影響を与える [1]。例えば、クーロン障壁以下のエネルギーにおける重イオン核融合反応では、結合の効果により、結合が無い場合に比べて何桁も核融合断面積が増大することが知られている。このような低エネルギー領域の原子核反応における結合の効果を考慮し、量子論的に散乱問題を記述する方法としては結合チャンネル法が標準的に用いられてきた。とりわけ原子核の表面振動や、変形した核の回転などの少数の集団励起状態が考慮され、核融合反応や準弾性散乱などの実験データをよく説明してきた [1, 2]。

しかし近年の実験では、従来の集団励起のみを考慮した結合チャンネル法では説明できない実験データも得られ始めている。その例として $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ 系における準弾性散乱の実験が挙げられる [3]。これらの系で測定された、いわゆる準弾性障壁分布は、二つの系の間で異なる振る舞いを示し、 $^{20}\text{Ne} + ^{92}\text{Zr}$ 系の方が不鮮明な構造を示している。一方、結合チャンネル法により、 ^{20}Ne の回転励起と Zr 同位体の集団励起を考慮して得られた理論的な準弾性障壁分布は、大きく変形した ^{20}Ne が主要な寄与をするため、二つの系で同様な構造を示す。したがって集団励起のみを考慮しただけではこれらの系の実験データの説明することができない。この原因としては、結合チャンネル法ではあらわに考慮されていない非集団励起が考えられる。実際、 ^{90}Zr は中性子数 50 の閉殻であり、 ^{92}Zr はそれに中性子を二つ加えた原子核であるため準位密度が大きく異なる (5 MeV までに知られている状態は ^{90}Zr では 35 個であり、 ^{92}Zr では 87 個である [4])。

また、低エネルギー重イオン反応における非集団励起の重要性については別の実験でも示唆されている。例えば、 $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系の準弾性散乱実験で測定された、クーロン障壁近傍のエネルギーにおける Q 値分布は、入射エネルギーが大きくなるほど非集団励起からの断面積への寄与が重要になることを示している [5, 6]。

そこで本研究では、低エネルギー重イオン反応における非集団励起の効果を調べるため、非集団励起をあらわに考慮した結合チャンネル計算を行った。具体的な系として $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ を用い、 ^{208}Pb の非集団励起を考慮し計算を行った。この系では、理論的にも実験的にも多くの研究がなされていて [5, 6, 7]、特に高精度陽子非弾性散乱の実験により ^{208}Pb の約 7MeV までの全ての状態について、スピン・パリティと変形度が求められている [8, 9]。本研究ではこれらの情報をもとに結合チャンネル法での非集団励起の記述を行った。次節で結合チャンネル法について説明し、3 節で $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系の核融合反応及び準弾性散乱の計算結果を示す。4 節で本研究についてまとめる。

¹e-mail address: yusa@nucl.phys.tohoku.ac.jp

2 方法

結合チャンネル方程式は、系の波動関数を個々の原子核の固有関数で展開することで得られ、動径方向の方程式として以下で与えられる。

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{J(J+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} (V_C(r) + V_N(r) + \epsilon_n) \right] u_n^J(r) = \sum_m \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{nm}(r) u_n^J(r) \quad (1)$$

ここで r は重心系における核間距離であり、 $k = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$ は入射波の波数、 μ は慣性質量、 ϵ_n は n 番目のチャンネルの励起エネルギーである。 $V_C(r), V_N(r)$ はそれぞれ核間のクーロンポテンシャルと核力ポテンシャルであり、 $V_{nm}(r)$ は結合行列要素である。ただしここで、結合チャンネル方程式を導く際に isocentrifugal 近似を用いている [10, 11]。この近似は重イオン反応では良い近似であることが知られている [12]。

集団励起としては、 ^{208}Pb の最初の 3^- (2.615 MeV)、 5^- (3.198 MeV) 及び 2^+ (4.085 MeV) の振動励起状態と ^{16}O の 3^- (6.13 MeV) の振動励起を考慮し、非集団励起については ^{208}Pb の 7.382 MeV 以下の 70 個の励起状態を考慮した。また ^{16}O と ^{208}Pb の両方が励起されるチャンネルも考慮し計算を行った。ただし、非集団励起の励起エネルギーと遷移強度は陽子非弾性散乱から得られたデータを用い、結合行列要素の形状因子は集団模型のものを用いた。

散乱の境界条件のもとで結合チャンネル方程式を解き、核融合断面積 σ_{fus} 及び準弾性散乱断面積 σ_{qel} を求める。また、これらの量から核融合障壁分布

$$D_{\text{fus}} = \frac{d^2(E\sigma_{\text{fus}})}{dE^2} \quad (2)$$

及び準弾性障壁分布

$$D_{\text{qel}}(\theta) = -\frac{d}{dE} \left(\frac{\sigma_{\text{qel}}(\theta)}{\sigma_{\text{R}}(\theta)} \right) \quad (3)$$

を計算する (σ_{R} は Rutherford 断面積)。散乱の Q 値分布についても計算を行う。

3 結果

3.1 核融合反応

まず、核融合反応についての結果を図 1 に示す。図 1(a) と図 1(b) は核融合断面積をそれぞれ線形スケール及び対数スケールで示し、図 1(c) は核融合障壁分布を示している。破線は集団励起のみを考慮した場合の計算結果であり、一点鎖線は集団励起に加え非集団励起を考慮した場合の計算結果である。非集団励起の効果として、まず障壁が全体的に低エネルギー側にシフトしていることがわかる。これは非集団励起が比較的高い励起エネルギーを持っていることから、potential renormalization として理解することができる [14]。図の実線はこの効果を考慮し、一点鎖線を高エネルギー側にシフトしたものである。potential renormalization 以外の非集団励起の効果は、核融合断面積については図のようにあまり見られなかった。すなわち高エネルギー側の核融合断面積の傾きや、deep subbarrier エネルギーにおける核融合断面積の振る舞いはほとんど変化していない。一方核融合障壁分布で見ると、非集団励起を考慮したことにより低エネルギー側のピークの部分はほとんど変化しないが、76 ~ 80

MeV あたりのエネルギー領域で障壁が smear されていることがわかる。このような効果は一次元の模型を用いて行った計算と同様の傾向を示している [15]。しかしこのような効果にも関わらず、実験データとの一致の改善は得られていない。

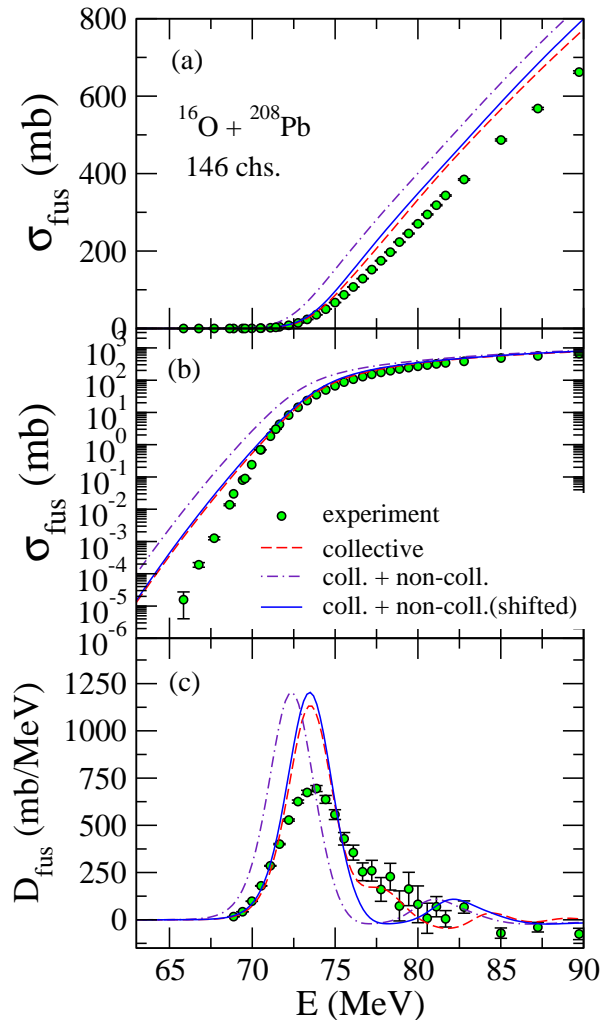


図 1: $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系における核融合断面積 (a) 及び (b) と核融合障壁分布 (c)。破線は集団励起のみを考慮した場合の結果、一点鎖線は非集団励起も考慮した場合の結果を示している。実線は一点鎖線を 1.1 MeV 高エネルギー側にずらしたものである。実験データは [7, 13] より引用。

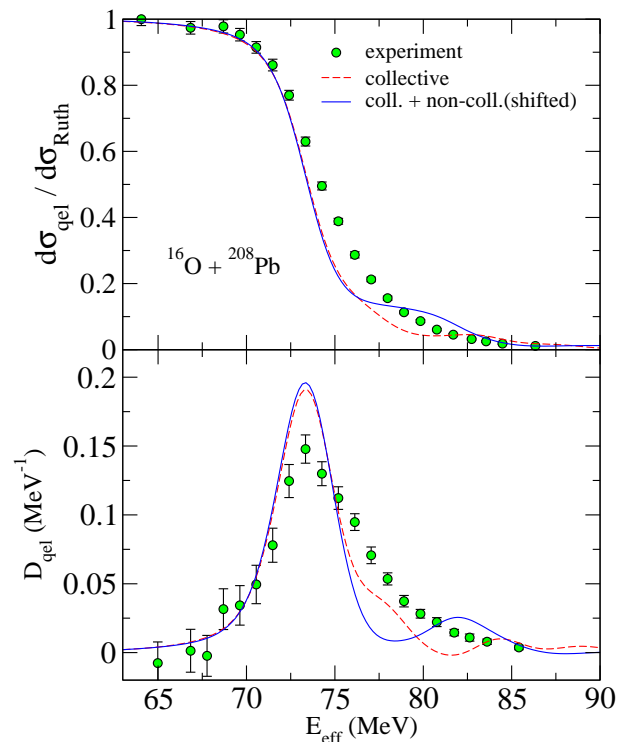


図 2: 準弾性散乱断面積 (上) 及びそれを微分することで得られる準弾性障壁分布 (下)。各線の意味は核融合反応の場合と同様である。実験データは [16] より引用。

3.2 準弾性散乱

図 2 に示したのは準弾性散乱断面積及び、それをエネルギーで微分することにより得られる準弾性障壁分布である。破線と実線の意味は核融合反応の場合と同様である。非集団励起の効果は核融合反

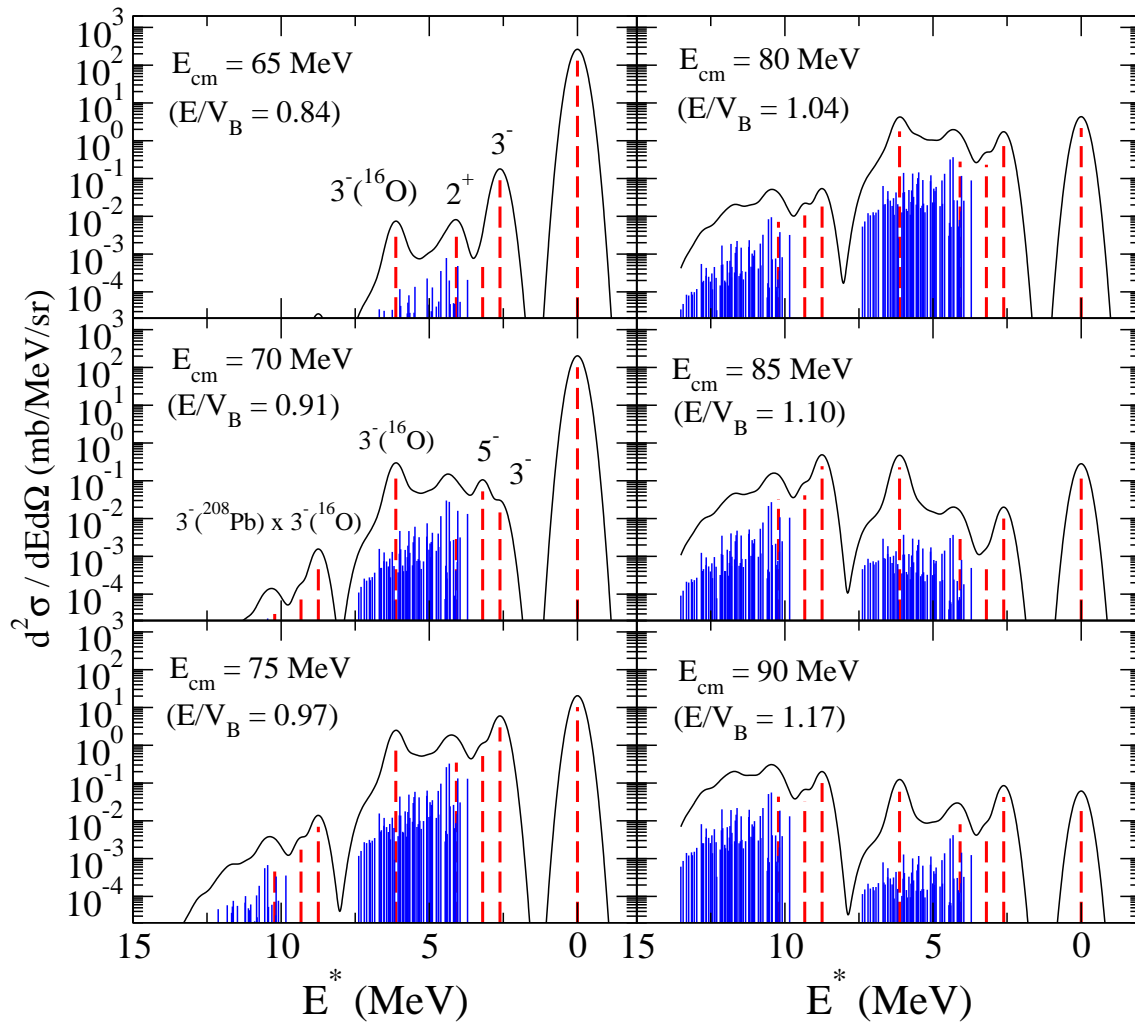


図 3: 散乱の Q 値分布。横軸は励起エネルギーを表す。 E/V_B は入射エネルギーとクーロン障壁の高さの比を表す。破線のピークは集団励起のチャンネルを表し、実線のピークは非集団励起チャンネルからの寄与を表している。実曲線はそれらをガウス関数で畳み込んだものである。

応の場合と同様で、障壁分布の低エネルギー側の構造は変わらないが、高エネルギー側を smear していることがわかる。しかし、この場合も実験データとの一致は改善していない。

最後に図 3 に示したのは準弾性散乱における Q 値分布のエネルギー依存性である。括弧に E/V_B で示しているのは、クーロン障壁に対する入射エネルギーの比である。破線のピークは集団励起チャンネルからの寄与を表し、実線のピークは非集団励起からの寄与を表している。実曲線はそれらをガウス関数で畳み込んで得られたものである:

$$F(E^*) = \sum_n f_n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(E^* - \epsilon_n)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

入射エネルギーが低いときは、弾性散乱のチャンネルや ^{208}Pb の 3^- などの集団励起からの寄与が卓越している。しかし入射エネルギーが大きくなるにつれて、非集団励起からの寄与が重要になっていくことがわかる。このような結果は、一次元の模型を用いた計算の結果と同様であり、同じ系で実験的に得られている Q 値分布のエネルギー依存性と同様の傾向である [5, 6]。また、この Q 値分布の振

る舞いは、非集団励起が準弾性障壁分布に与える効果とも一貫している。すなわち、 Q 値分布において非集団励起チャンネルからの寄与が小さい低エネルギー側では、障壁分布はほとんど変化を受けず、非集団励起チャンネルからの寄与が重要になる高エネルギー側では、障壁分布の変化が大きい。

4 まとめ

非集団励起を考慮した結合チャンネル計算を $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系に適用し、核融合反応及び準弾性散乱における非集団励起の効果について調べた。非集団励起の情報は ^{208}Pb の高精度陽子非弾性散乱の解析から得られたものを用いた。

核融合反応では非集団励起を考慮しても核融合断面積の振る舞いはほとんど変化しなかったが、核融合障壁分布の高エネルギー側が smear されることがわかった。この結果は、一次元のモデルを用いた場合の計算と同様の振る舞いである。また準弾性散乱の場合も非集団励起が障壁分布に与える効果は同様で、低エネルギー側のピークはほとんど変化させないが、高エネルギー側で障壁を smear することがわかった。しかし、核融合反応及び準弾性散乱のどちらの障壁分布についても、実験データとの一致の改善を得ることはできなかった。 $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ における障壁分布が、結合チャンネル法で再現できないことは以前から指摘されていたが [7]、今回の計算でも実験データが再現できなかったことは、結合チャンネル法の描像ではうまく記述できない効果が、この系では重要である可能性を示唆している。

準弾性散乱については、 Q 値分布の計算も行い、その入射エネルギー依存性を調べた。その結果、入射エネルギーが低いときは集団励起からの寄与がほとんどであるが、入射エネルギーが増加するにつれて非集団励起からの寄与が重要になることがわかった。このような傾向は $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系で実験的に得られている Q 値分布のエネルギー依存性と同様の傾向を示している。

今回の計算では非集団励起の情報が多くわかっている $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ 系に対して計算を行ったが、他の系では必ずしも非集団励起の情報が得られているとは限らない。 $^{90,92}\text{Zr}$ についてはいくつかの陽子非弾性散乱の実験により、非集団励起の情報が得られているが [17, 18, 19]、 ^{208}Pb の場合ほど多くはなく、結合チャンネル法で $^{90,92}\text{Zr}$ の非集団励起の効果を調べるためには、ここで行ったものとは別の方法で非集団励起を記述する必要がある。

参考文献

- [1] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley, and A.M. Stefanini, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **48**, 401(1998).
- [2] K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa, *Compt. Phys. Comm.* **123**, 143 (1999).
- [3] E. Piasecki *et al*, *Phys. Rev. C* **80**, 054613 (2009).
- [4] Brookhaven National Laboratory, Evaluated Nuclear Structure Data File, <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>. See references therein.
- [5] M. Evers, M. Dasgupta, D.J. Hinde, L.R. Gasques, M.L. Brown, R. Rafiei, and R.G. Thomas, *Phys. Rev. C* **78**, 034614 (2008).

- [6] C.J. Lin, H.M. Jia, H.Q. Zhang, F. Yang, X.X. Xu, F. Jia, Z.H. Liu, and K. Hagino, Phys. Rev. **C79**, 064603 (2009).
- [7] C. R. Morton, A. C. Berriman, M. Dasgupta, D. J. Hinde, and J. O. Newton, K. Hagino, and I. J. Thompson, Phys. Rev. **C60**, 044608(1999).
- [8] W. T. Wagner, G. M. Crawley, G. R. Hammerstein, and H. McManus, Phys. Rev. **C12**, 757(1975).
- [9] M. B. Lewis, F. E. Bertrand, and C. B. Fulmer, Phys. Rev. **C7**, 1966(1973).
- [10] N. Takigawa, Y. Alhassid, and A. B. Balantekin, Phys. Rev. **C 45**, 1850(1992).
- [11] K. Hagino, N. Takigawa, A. B. Balantekin, and J. R. Bennett, Phys. Rev. **C52**, 286(1995).
- [12] O. Tanimura, Phys. Rev. **C35**, 1600(R)(1987).
- [13] M. Dasgupta, D. J. Hinde, A. Diaz-Torres, B. Bouriquet, Catherine I. Low, G. J. Milburn, and J. O. Newton, Phys. Rev. Lett.**99**, 192701(2007).
- [14] N. Takigawa, K. Hagino, M. Abe, and A.B. Balantekin, Phys. Rev. **C49**, 2630 (1994).
- [15] S. Yusa, K. Hagino, and N. Rowley, Phys. Rev. **C82**, 024606 (2010).
- [16] H. Timmers, Ph. D. thesis, Australian National University, 1996.
- [17] M. M. Stautberg and J. J. Kraushaar, Phys. Rev. **151**, 969(1966).
- [18] J. K. Dickens, E. Eichler, and G. R. Satchler, Phys. Rev. **168**, 1355(1968).
- [19] F. Todd Baker, Alan Scott, M. A. Grimm, W. G. Love, V. Penumetcha, C. Glashauser, G. S. Adams and, G. Igo, G. W. Hoffmann, J. M. Moss, W. Swenson, B. E. Wood, Nucl. Phys. **A393**, 283(1983).

余剰中性子による亜障壁核融合断面積の増大

谷口 億宇¹

延与 佳子²

¹ 理化学研究所仁科加速器研究センター

² 京都大学大学院理学研究科

1 序論

亜障壁 (sub-barrier) 核融合について議論する。核反応において、断熱と瞬間の 2 種類の極限があり、前者は核間運動が一粒運動に比べて遅い極限で、後者は速い極限である。言い換えると、前者及び後者はそれぞれ低及び高衝突エネルギー核反応の極限である。亜障壁核融合は非常にエネルギーの低い反応なので、ここでは断熱近似を適用する。亜障壁核融合反応は、単純にはクーロン障壁をトンネル効果により透過することにより起こるため、断熱近似による核間ポテンシャルを求めることが重要である。

断熱ポテンシャルの微視的な導出はこれまでいくつか提案されてきた。最近では、密度分布拘束エネルギー変分法によるものがある [1]。それは、まず時間依存ハートリー・フォック法で原子核を衝突させ、その過程の密度分布を記録し、その分布を拘束してエネルギー変分をするというものである。この方法では、最初の密度分布を求める段階で、時間依存ハートリー・フォック法でクーロン障壁より高いエネルギーで衝突させる必要があるため、亜障壁領域での密度分布を必ずしも反映していない。この点で、亜障壁領域での核間ポテンシャルの導出法として不十分である。他には、核間距離拘束エネルギー変分を用いた方法もある [2, 3]。この方法は断熱ポテンシャルを与えるが、衝突核が異なる系には応用されていない。つまり、現在のところ、任意の系の断熱ポテンシャルを求める方法は確立していない。

この研究では、断熱近似核間ポテンシャルを有効核子間相互作用から微視的に求める手法を提案し、さらにそのポテンシャルを用いて $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 及び $^{16}\text{O}+^{18}\text{O}$ の亜障壁核融合反応断面積を求める。そして、 ^{18}O の余剰中性子の歪み (励起) が断面積を増大させる効果について議論する。

2 枠組

有効核間ポテンシャル演算子 \hat{V}_{eff} を

$$\hat{V}_{\text{eff}} = \hat{T} - 2\hat{T}_G + \hat{V} - E_{1\text{gs}} - E_{2\text{gs}} \quad (1)$$

と定義する。 $\hat{T}, \hat{T}_G, \hat{V}$ はそれぞれ全系の運動エネルギー、重心の運動エネルギー、核子間力演算子であり、 $E_{1\text{gs}}$ 及び $E_{2\text{gs}}$ はそれぞれ衝突核 1, 2 の基底状態のエネルギーである。核力として、Modified Volkov No.1 case 1 の 3 体力を密度依存力に置き換え、Gogny D1S のスピン軌道角運動力を加えた相互作用 (MV1') と Gogny D1S (D1S) を用いた。

核 1, 2 間の有効核間ポテンシャル $V_{\text{eff}}(R)$ は、原子核 1, 2 の波動関数をそれぞれ $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle$ として、それらを核間距離 R 離して全系を反対称化した波動関数 $|\Phi(R)\rangle$ を用い、

$$V_{\text{eff}}(R) = \langle \Phi(R) | \hat{V}_{\text{eff}} | \Phi(R) \rangle \quad (2)$$

と定義する。

瞬間ポテンシャル $V_{\text{sudd}}(R)$ は、波動関数を核 1 及び 2 が基底状態の波動関数を核 1 と 2 との間の相対角度 Ω 、距離 R 離しておいた波動関数で定義した有効核間ポテンシャル $V_{\text{sudd}}(R, \Omega)$ を Ω で角度平均したもので定義する。一方、断熱ポテンシャル $V_{\text{ad}}(R)$ は核間距離 R を拘束して変分して V_{eff} を最適化するように求めた内部波動関数 $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle$ により定義する。

波動関数は変形を許すガウス波束のスレーター行列式である変形波束反対称化分子動力学波動関数を用いた [4]。変分変数は波束幅、波束中心、スピンの向きで、波束幅は全核子で共通とした。

エネルギー変分により求めた断熱ポテンシャルから核融合断面積を導出するのに萩野らが公開している強吸収の仮定したポテンシャル模型 [5] を用いた。接触点の距離は 6 fm とした。

核間距離はエネルギー変分の際には核子波束の中心から定義した距離で、ポテンシャルの定義の際には衝突核 1, 2 の密度分布から定義した。それらの定義による距離は、接触点の距離以上の場合はほぼ一致する。

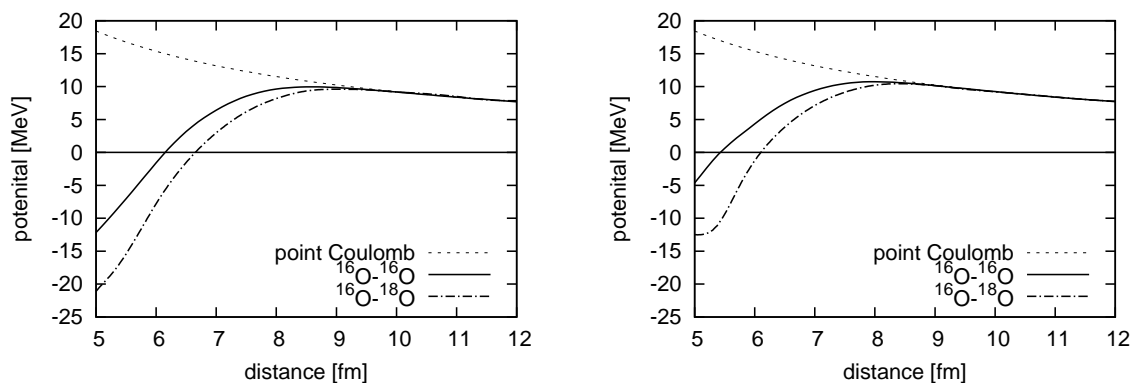


図1 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ (実線) 及び $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ (一点鎖線) 断熱核間ポテンシャル。点線は点電荷クーロンポテンシャルである。横軸は核間距離である。左図及び右図はそれぞれ MV1' 及び D1S を用いた結果である。

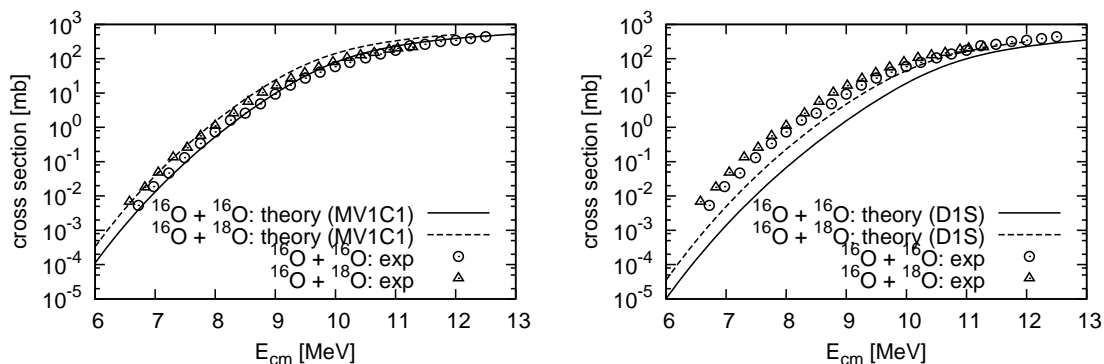


図2 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ (実線) 及び $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ (破線) 核融合断面積。丸及び三角印は実験値 [6] である。横軸は重心系での衝突エネルギーである。左図及び右図はそれぞれ MV1' 及び D1S を用いた結果である。

3 結果

図1は、 $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルである。どちらも、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ は $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ に比べて深いポテンシャルとなる。MV1' の方が D1S に比べて深いポテンシャルとなる。

図2は、図1のポテンシャルから求めた核融合断面積である。MV1' 及び D1S どちらの相互作用でも $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ の方が $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ よりも融合断面積が大きい。これは、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ の方がクーロン障壁が薄く、トンネル効果による透過確率が高いためである。

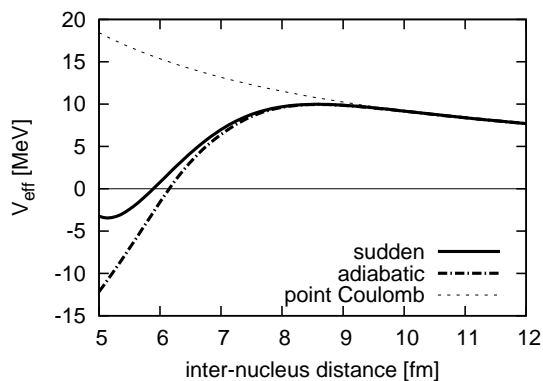


図3 MV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 瞬間(実線)及び断熱ポテンシャル(一点破線)の比較。点線は点電荷クーロンポテンシャル。横軸は核間距離である。

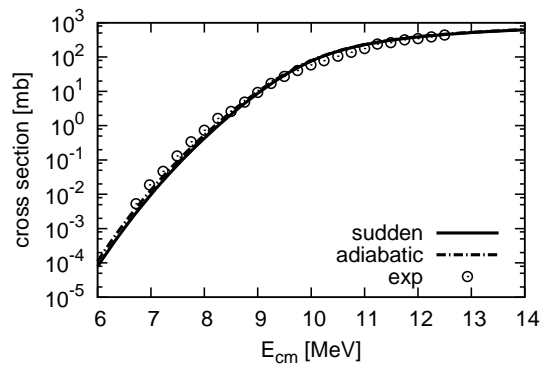


図4 MV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 断熱(実線)及び断熱ポテンシャル(一点鎖線)から求めた核融合断面積の比較。四角は実験値[6]。横軸は重心系での衝突エネルギーである。

MV1'は実験値を再現し、DISは過小評価した。

図3はMV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 断熱及び断熱ポテンシャルの比較である。両方のポテンシャルはクーロン障壁の頂上付近で似ている。

図4はMV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 断熱及び断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積の比較である。どちらのポテンシャルから求めた核融合断面積もほとんど同じである。

図5はMV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルと $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルの比較である。 $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルは似ているが、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルはそれらよりも深い。

図6はMV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルと $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積の比較である。 $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルから求めた核融合断面積はほとんど同じだが、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積はそれらより大きい。

4 議論

$^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルから求めた $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 核融合断面積は $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 系の方が大きかった(図1, 2)。 ^{18}O は $^{16}\text{O} + 2$ 中性子で構造が理解されるため、その結果は ^{18}O の余剰中性子が核融合断面積を増大させることを示している。

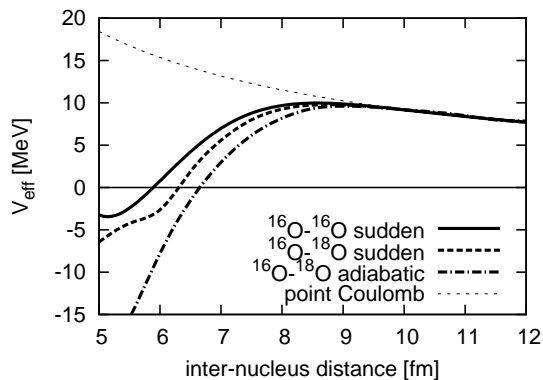


図5 MV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャル(それぞれ実線及び破線)と $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャル(一点鎖線)の比較。点線は点電荷クーロンポテンシャル。横軸は核間距離である。

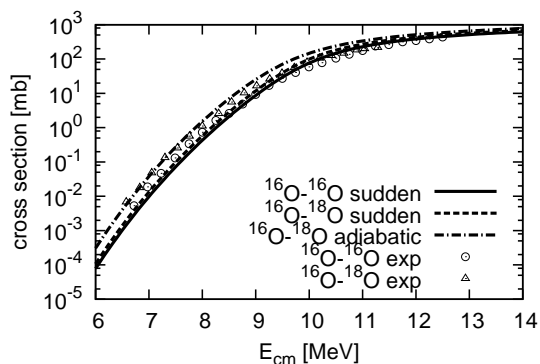


図6 MV1'を用いた $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャル(それぞれ実線及び破線)と $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャル(一点鎖線)から求めた核融合断面積の比較。丸及び三角はそれぞれ $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 核融合断面積の実験値である。横軸は核間距離である。

$^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 瞬間及び断熱ポテンシャル及び $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルから求めた核融合断面積はほぼ同じで、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積はそれらより大きかった(図4,6)。これらの結果から、 ^{18}O の余剰中性子の歪みが亜障壁核融合断面積を増大させると結論づけられる。まず、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積は $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 瞬間ポテンシャルから求めた核融合断面積より大きいことは、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 系において ^{16}O と ^{18}O のどちらかあるいは両方の歪みが核融合断面積を増大させることを示す。一方で、 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 瞬間及び断熱ポテンシャルから求めた核融合断面積がほとんど同じであったことは、 ^{16}O の歪みは核融合において無視できることを示す。それらから、 ^{18}O は ^{16}O 芯と2余剰中性子から成っているとすると、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 系において核融合断面積を増大させるのは、 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ から ^{16}O 芯を除いた部分である、 ^{18}O の2余剰中性子の歪みの効果となる。

5 結論

反対称化分子動力学とエネルギー変分を用いて $^{16}\text{O} + ^{16,18}\text{O}$ 断熱ポテンシャルを導出し、それをポテンシャル模型に適用して亜障壁核融合断面積を求めた。MV1'は亜障壁核融合断面積の実験値を再現し、D1Sは過小評価した。 $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$ 系は $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 系に比

べて核融合断面積が大きいが、これは ^{18}O の余剰中性子の歪みによるものであることが分かった。

参考文献

- [1] A. S. Umar and V. E. Oberacker, Phys. Rev. C **74**, 021601 (2006).
- [2] P. G. Zint and U. Mosel, Phys. Lett. B **58**, 269 (1975).
- [3] P. G. Zint and U. Mosel, Phys. Rev. C **14**, 1488 (1976).
- [4] M. Kimura, Phys. Rev. C **69**, 044319 (2004).
- [5] K. Hagino, N. Rowley, and A. Kruppa, URL <http://www.nucl.phys.tohoku.ac.jp/hagino/ccfull.html>.
- [6] J. Thomas, Y. T. Chen, S. Hinds, K. Langanke, D. Meredith, M. Olson, and C. A. Barnes, Phys. Rev. C **31**, 1980 (1985).

Surrogate Method

Satoshi Chiba

Japan Atomic Energy Agency

Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1195 Japan

e-mail: chiba.satoshi@jaea.go.jp

An emerging method to determine reactions and decay properties of unstable or rare nuclei, namely, the surrogate reaction method, is a unique tool in obtaining data for nuclear technology, nuclear physics and nuclear astrophysics. Status of a research in the surrogate method based on heavy-ion as well as light-ion projectiles carried out at JAEA in collaboration with other organizations is described.

1. Introduction

Accurate properties on reaction and decay of rare or unstable nuclei are more and more necessitated in design of next-generation high-burnup reactors and fast reactors acting as transmuters of long-lived radioactive nuclei contained in nuclear wastes. For these nuclei, direct measurements using neutrons are extremely difficult to be carried out. Therefore, a lot of important data still remain unmeasured in the minor-actinide and fission product regions. Similarly, nuclear data for unstable nuclei at branching points of the s-process are necessary to assess astrophysical conditions such as density and temperature of the s-process site.

Recently, a new method called surrogate method is being actively developed to measure neutron cross sections indirectly using available targets. This method utilizes nucleon transfer reactions or inelastic scattering to populate excited nuclei which correspond to compound nuclei in desired neutron-induced reactions. Then, decay branching ratios to fission or capture channel can be determined in principle. A conceptual drawing of the surrogate method is shown in **Fig. 1**. This particular figure explains a way to determine neutron cross sections of ^{239}U which has a half life of only 23.5 min. Obviously, we cannot conduct direct measurements using neutrons on a ^{239}U target. Instead, we will prepare in the surrogate method a target of ^{238}U and use a 2 neutron transfer reaction, $^{238}\text{U}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{240}\text{U}^*$ reaction, to populate the same compound nucleus ^{240}U as the desired $^{239}\text{U}+n$ reaction.

Already, US-French collaboration has yielded some interesting results (see, e.g., refs. [1,2] and references therein). However, physical foundation of the surrogate method is not established yet. The problem lies in the fact that the spin and parity distributions of the nuclei populated by the surrogate reactions are not easy to be determined due to the complexity of relevant reaction mechanisms. Furthermore, the spin-distributions are (very probably) different from those of the neutron-induced reactions, while the decay branching ratios are sensitive to the spin-parity values in the energy range of our interest.

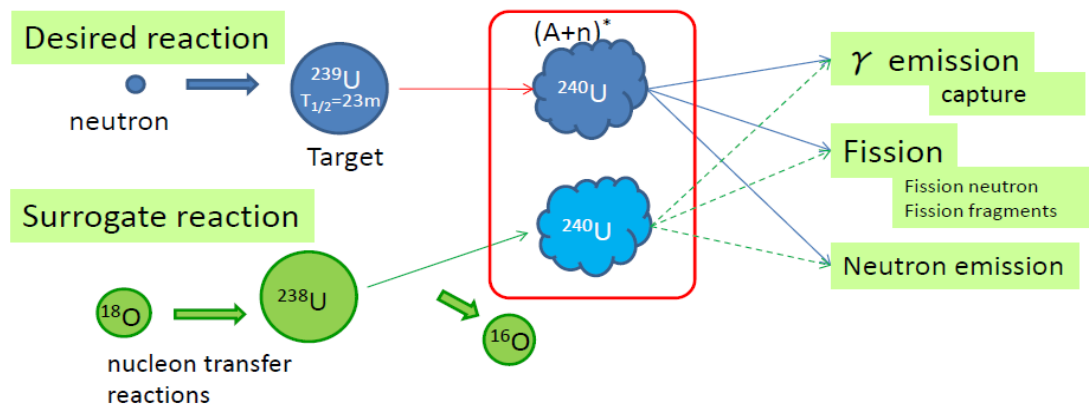


Fig. 1 A conceptual picture of the surrogate reaction. This particular example shows a way to determine neutron cross sections of short-lived nucleus ^{239}U ($T_{1/2}=23$ min.) by populating the same compound nucleus ^{240}U via $^{238}\text{U}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{240}\text{U}$ reaction.

These problems are fundamental in nature, so research from the viewpoint of nuclear physics is necessary to understand the underlying physics and to really yield the desired neutron cross section data by the surrogate method.

In this paper, a JAEA-based activity on the installation of equipments for the surrogate method and its physical justification will be explained briefly below.

2. Strategy

By using the surrogate method, we plan to determine primarily 1) fission cross sections, 2) capture cross sections, and subsequently 3) fission-fragment mass distributions and 4) number of prompt neutrons per fission, of minor actinides. Also, capture cross sections of LLFPs and some nuclei relevant to the s-process nucleosynthesis are in our scope. Therefore, our detection system must involve i) charged-particle detectors to identify the populated nuclear species and their excitation energies, ii) fission fragment detectors, iii) γ -ray detectors and iv) neutron counters. The system is

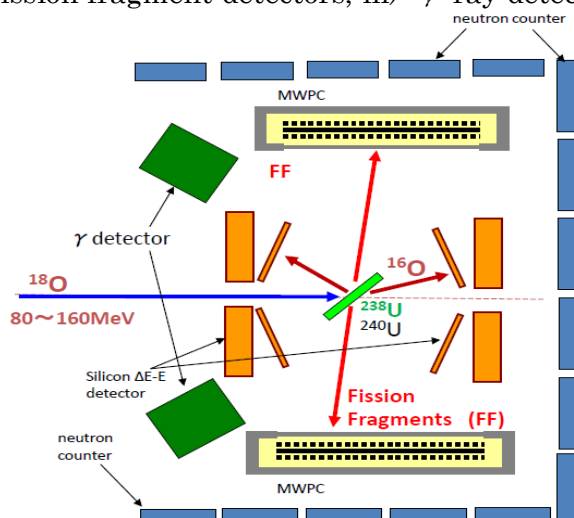


Fig.2 A schematic layout of the surrogate detection system under plan

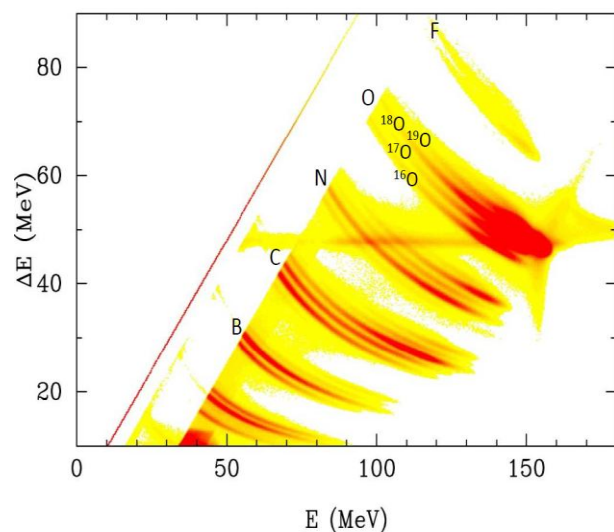


Fig.3 Charged-particle spectra obtained by a silicon ΔE -E detector

shown schematically in **Fig. 2**. The charged particles are detected by silicon ΔE and E detectors, which will yield a signal such as shown in **Fig. 3**. This spectrum was taken in a test experiment for the $^{18}\text{O} + ^{238}\text{U}$ system as explained below. We can observe various isotopes of O, N and C (although not designated). They correspond to population of a series of U, Np and Pu isotopes as compound nuclei. Therefore, surrogate reactions based on heavy-ion projectiles have a certain advantage that they can populate many compound nuclei simultaneously, while those based on light ions such as ^3He can populate less variety.

3. Test experiment and detector development

A test experiment was carried out to verify that the surrogate method based on heavy-ion projectiles can yield desired fission properties[3]. We have chosen the $^{18}\text{O} + ^{238}\text{U}$ system, for which we have enough experience in the in-beam γ -ray spectroscopy. The detector consists of the silicon ΔE - E counter and the MWPC (multi-wire proportional counter for detection of fission fragments) of **Fig. 2**. **Figure 4** shows the number of coincidence events between ^{16}O ejectile and fission fragments as a function of the excitation energy of residues. We observe a clear threshold of 5.5 MeV, which coincides with the fission barrier of ^{240}U . This result therefore shows population of ^{240}U and decay of it to the fission channel. At the upper horizontal axis, equivalent neutron energy in the $n+^{239}\text{U}$ system is indicated. We also observed fission fragment mass distribution (FFMD) from a number of residues. Some examples are shown in **Fig. 5**. All these FFMD data were observed for the first time (still preliminary though). Therefore, it was justified that the surrogate method based on the heavy-ion projectiles can yield a large variety of new data. Based on these experiments, we finalized design of our equipments. We have also prepared an anti-Compton γ -ray detector system. The main detectors of it are two 4"-dia. by 5"-thick $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ scintillators. The fission neutrons will be measured by an array of NE213 liquid scintillators.

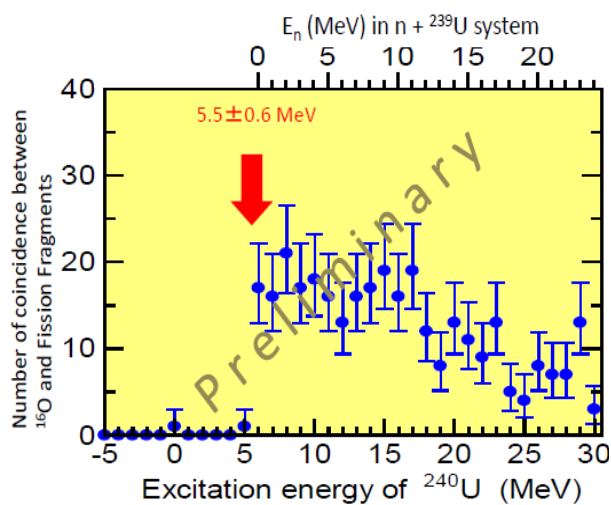


Fig.4 Number of coincidence events between ^{16}O and fission fragments for a $^{238}\text{U}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})$ reaction[3]

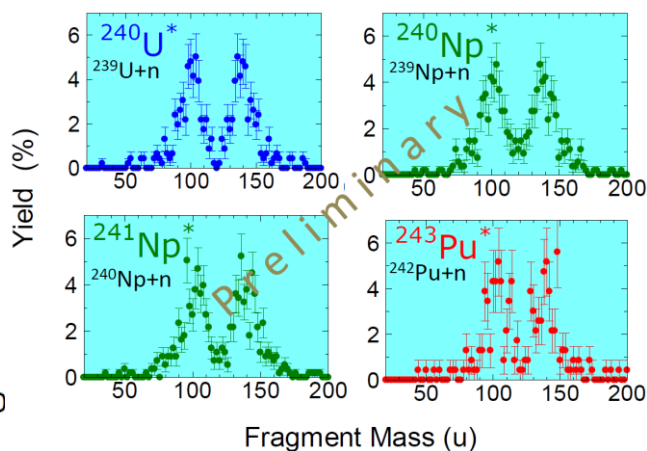


Fig.5 Preliminary FFMD data from various residues measured by a surrogate reaction $^{238}\text{U}+^{18}\text{O}$ [3]. FFMDs from these nuclei were not observed in the past

4. Theoretical studies

Theoretical investigations of the surrogate reactions are important since simple Weisskopf-Ewing approximation is not applicable to low-energy neutron reactions. Therefore we have to find condition under which the surrogate method really yields information which can be converted to desired neutron cross sections. Especially, the capture cross section may deviate by a factor of 5 or more due to the difference of spin distributions between neutron-induced and surrogate reactions[2]. Recently, SC and Iwamoto have discovered a condition for the surrogate "ratio" method to work[4]. Surrogate ratio method requires an existence of 2 pairs of neutron-induced and corresponding surrogate reactions. It was concluded that 1) the weak Weisskopf-Ewing condition defined in ref. [4] should be satisfied, 2) the 2 surrogate reactions should yield equivalent spin-parity distributions, and 3) the maximum spin populated by the surrogate reactions must not be too large (less than 10 hbar) compared to the neutron-induced reactions. It was demonstrated that even the capture cross section can be determined with an accuracy of around 10% if they are fulfilled. In ref. [4], however, the conditions 2) and 3) were simply assumed. Then, we verified these conditions based on both quantal[5] and semi-classical[6] models in subsequent works.

The quantal model describes the $^{238}\text{U}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{240}\text{U}$ reaction as a one-step transfer of a dineutron from ^{18}O to ^{238}U by a three-body picture[5]. The model is formulated as a Born-approximation with a CDCC (coupled discretized continuum channels) wave function which includes the breakup effects. The calculated angular distributions corresponding to different values of spin transfer are shown in **Fig. 6**. The incident energy was chosen to be 160 MeV which is close to the energy we are planning in actual experiments. We notice that this reaction yields a well-defined peak at the grazing angle, forming a well defined spin distribution. It shows that the whole process proceeds in the semi-classical manner (like Fresnel diffraction). The transferred spin has a maximum at 5, and the spin distribution do not depend much on the angle and target

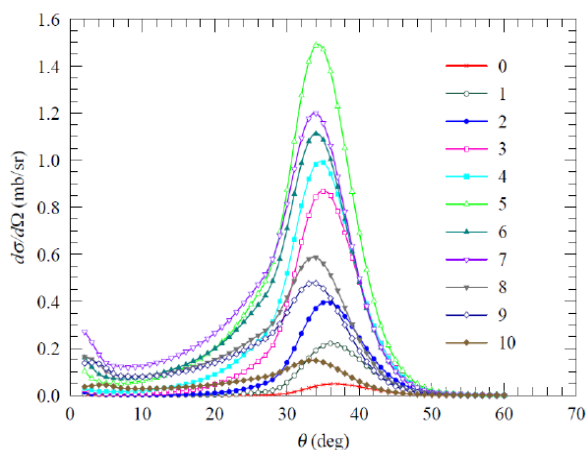


Fig.6 Angular distribution of ^{16}O for different spin-transfer values (denoted by numbers) in the $^{238}\text{U}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{240}\text{U}_{\text{g.s.}}$ reaction at incident energy of 160 MeV[5]

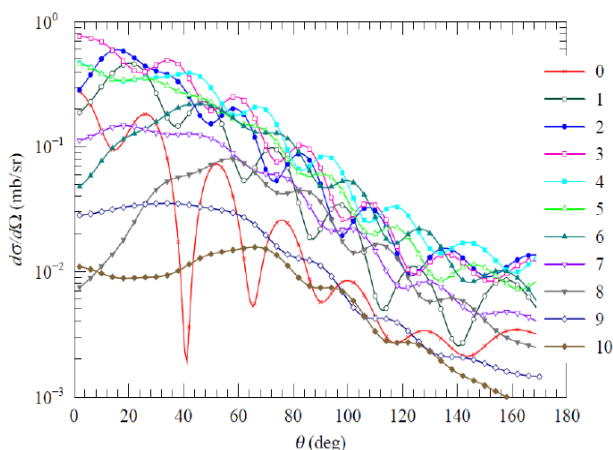


Fig.7 Angular distribution of protons for different spin-transfer values in the $^{238}\text{U}(^3\text{He},\text{p})^{240}\text{Np}_{\text{g.s.}}$ reaction at incident energy of 30 MeV[5]

nucleus[5]. Therefore, the conditions 2) and 3) of SC and Iwamoto paper explained above are shown to be satisfied within this model. Such a feature is in sharp contrast to what we expect for light-ion induced surrogate reactions which exhibit typical quantum-mechanical diffraction patterns (see **Fig. 7**), which makes the spin distribution very sensitive to the detection angle, Q -value and target mass. The quantal model will be used to investigate physics occurring in the initial stage of the reaction.

It was shown above by a quantum-mechanical model that the reaction $^{18}\text{O}+^{238}\text{U}$ proceeds in a semi-classical manner. Therefore, it makes sense that we construct a semi-classical model which can describe the whole process of surrogate reactions. Such a model is constructed[6] based on the unified model of Zagrevaev and Greiner[7]. In this model, the reaction is assumed to go through initially on a diabatic potential energy surface of the total composite system, ^{256}Fm , and nucleon transfer is described by an inertialess change of asymmetry parameter. Then, we switch to the potential energy surface of residues, e.g., ^{240}U , and decay of it is considered (**Fig. 8**). Time evolution of the whole process is described by a dissipation-fluctuation theorem in terms of a set of coupled Langevin equations. The potential energy surfaces are calculated by a folding model for initial diabatic phase and by the 2-center shell model otherwise.

This semi-classical model is powerful enough so it can predict almost all of the observables of the surrogate reactions, namely, the angular and energy distribution of the ejectile, the mass, energy and angular distribution of the fission fragments, and angular and energy distribution of emitted neutrons via evaporation, pre-scission emission and emission from fission fragments. These information are vital to assess the spin distribution of populated compound nuclei.

An example of the predicted fission fragment mass distributions from ^{256}Fm and ^{240}U are compared in **Fig. 9** with experimental data obtained in the test experiment (still preliminary). These data can be obtained simultaneously in the $^{18}\text{O}+^{238}\text{U}$ reaction system. We notice that the present model can describe both the single-peaked distribution from a highly-excited ^{256}Fm nucleus and the double-peaked asymmetric

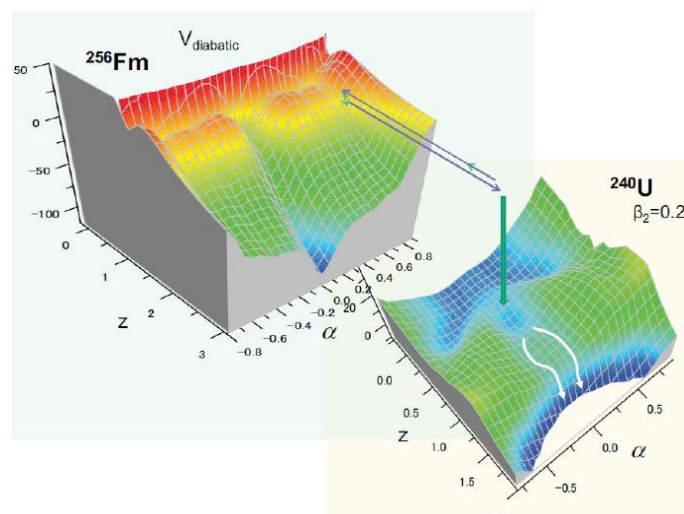


Fig.8 Schematic picture of the semi-classical model developed to describe whole process of the surrogate reaction[6]. This figure corresponds to $^{238}\text{U}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{240}\text{U}$ reaction

mass distribution from ^{240}U in a unified manner, which alone is a great advancement of the nuclear model toward practical calculations of fission-related phenomena.

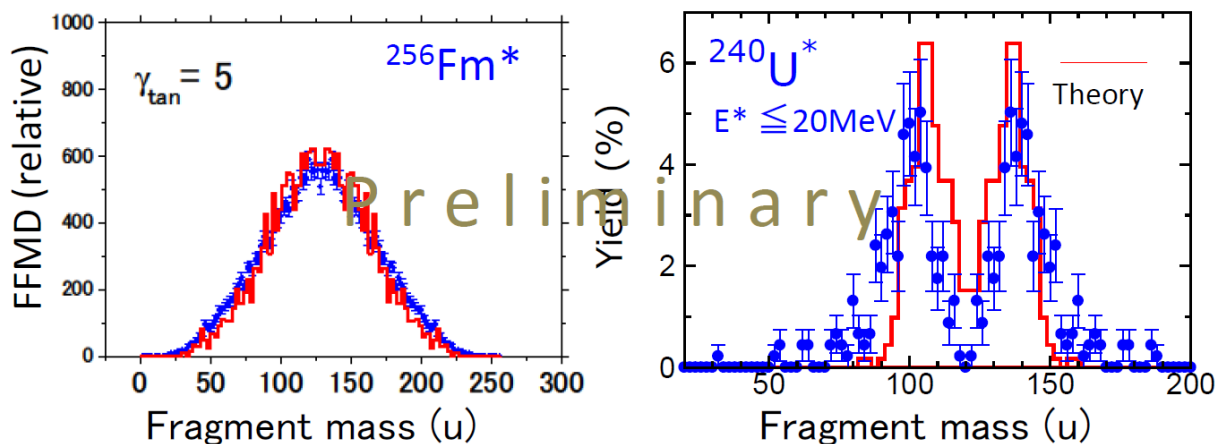


Fig.9 Comparison of predicted (histogram) and observed (circles) mass distribution of fission fragments in the $^{18}\text{O}+^{238}\text{U}$ reaction. A model parameter (γ_{tan}) was determined from the data of ^{256}Fm (left panel)[6], and it was used to predict FFMD of ^{240}U (right panel)

We also plan to determine the spin distributions (or at least average spin) of nuclei populated by the surrogate method, which will give a crucial information to decide relation of the decay branching ratios for the desired neutron-induced reactions and the surrogate method. Evaporated neutron spectra, γ -ray energy spectra and their multiplicities, and FFMD will give such vital information[8].

5. Summary

A JAEA plan to develop experimental and theoretical tools to investigate surrogate reactions to determine neutron cross sections of unstable or rare nuclei is described. The project started under financial support from MEXT. I wish to notice that some variations of the method, such as the inverse kinematics, projectile fragmentation and even some other methods would be possible as a surrogate method and in some cases they would be very useful. We are working on that direction as well.

Acknowledgments

The present paper contains research results obtained by my colleagues. Especially, the author is grateful to Dr. K. Ogata of RCNP, Osaka University, Drs. K. Nishio, Y. Aritomo and S. Hashimoto of JAEA for a close collaboration. Present study includes the result of "Development of a Novel Technique for Measurement of Nuclear Data Influencing the Design of Advanced Fast Reactors" entrusted to Japan Atomic Energy Agency (JAEA) by the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology of Japan (MEXT).

References

- [1] G. Kessedjian et al., Phys. Lett. **B 692**, 297(2010).

- [2] N.D. Scielze et al., Phys. Rev. C **81**, 034608(2010).
- [3] K. Nishio et al., Fall Meeting of Atomic Energy Society of Japan, Sapporo (2010).
- [4] S. Chiba and O. Iwamoto, Phys. Rev. C **81**, 044604(2010).
- [5] K. Ogata, S. Hashimoto and S. Chiba, J. Nucl. Sci. Technol. **48**, 1337-1342(2011).
- [6] Y. Aritomo, S. Chiba and K. Nishio, Phys. Rev. C **84**, 024602-1-10(2011).
- [7] V. Zagrebaev and W. Greiner, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **31**, 825(2005).
- [8] S. Chiba, O. Iwamoto and Y. Aritomo, Phys. Rev. C (in press).

核分裂の実験研究 —最近の話題—

西尾 勝久

日本原子力研究開発機構 先端基礎研究センター

1. はじめに

ウラン 235 (^{235}U) など典型的なアクチノイド原子核の熱中性子核分裂では、質量非対称に分裂することが知られている。また、個々の核分裂片から放出される中性子数を調べると、核分裂片質量数に対して鋸歯状の分布を示し、質量数 132 近傍から放出される中性子の数は少ないことがわかっている [1]。ここから考察されることは、2重閉殻を有する ^{132}Sn 近傍の原子核が原子核の切断過程に大きな影響を与えることである。さらに重いアクチノイド原子核の ^{258}Fm の自発核分裂では、シャープで質量対称な核分裂が観測されるが、これは ^{132}Sn 近傍の原子核が優先的に2つ生成されることを示している。

原子核の閉殻性が核分裂に影響を与えることは、重イオン反応による核分裂にも現われている。実際、原子力機構タンデム加速器を用いて行った $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応で生成される核分裂片の測定から、準核分裂では ^{208}Pb や ^{78}Ni 近傍の原子核が優先的に生成されることが分かった。準核分裂とは、複合核 ^{274}Hs を形成しないで反応途中から原子核が2つに崩壊する過程である。図1の ^{274}Hs 原子核のポテンシャルエネルギー曲面を見ると、 ^{208}Pb や ^{78}Ni の生成につながるポテンシャルの谷が顕著に現れており、準核分裂であってもこのチャンネルを通して崩壊することがわかる。つまり、核分裂の閉殻性は準核分裂への競合に影響すると言える。なお、質量対称な核分裂モードは、 ^{132}Sn の閉殻性によるものである。

近年、我々は、陽子過剰な原子核である ^{180}Hg の核分裂特性を調べた。通常のアクチノイド原子核が核分裂する場合、図2に示すように ^{132}Sn に接近する中性子過剰な原子核が生成される。一方、 ^{180}Hg の核分裂で生成される原子核は、安定原子核近傍に位置し、核分裂過程において ^{132}Sn の影響を受けない。このことから、従来の核分裂が ^{132}Sn の影響を顕著に受けるという概念と対比して考察することができる。つまり、陽子過剰な原子核を調べることで、核分裂過程に影響を及ぼす新たな殻構造を見いだせる可能性がある。核分裂片の閉殻性が、原子核の分裂過程を支配するのであれば、 ^{180}Hg は中性子数 50 閉殻を有する ^{90}Zr を2つ生成して、質量対称に核分裂すると予測される。

低い励起エネルギーの ^{180}Hg (最大で 10.4 MeV) を生成し、この核分裂特性を観測した。一に、不安定原子核である ^{180}Tl ビームを CERN-ISOLDE 施設で取り出す。これが β^+ 崩壊すると励起状態の娘核 ^{180}Hg が生成されるが、励起エネルギーが核分裂障壁を超えるか、あるいはそれに近い値を有する場合、 ^{180}Hg が核分裂で崩壊する確率が存在する (図3)。生成される2つの核分裂片を同時に検出することで、質量数分布および全運動エネルギー分布を決定した。ここでは、陽子過剰原子核の β^+ 崩壊遅延核分裂と、この核分裂特性の測定結果について述べる。

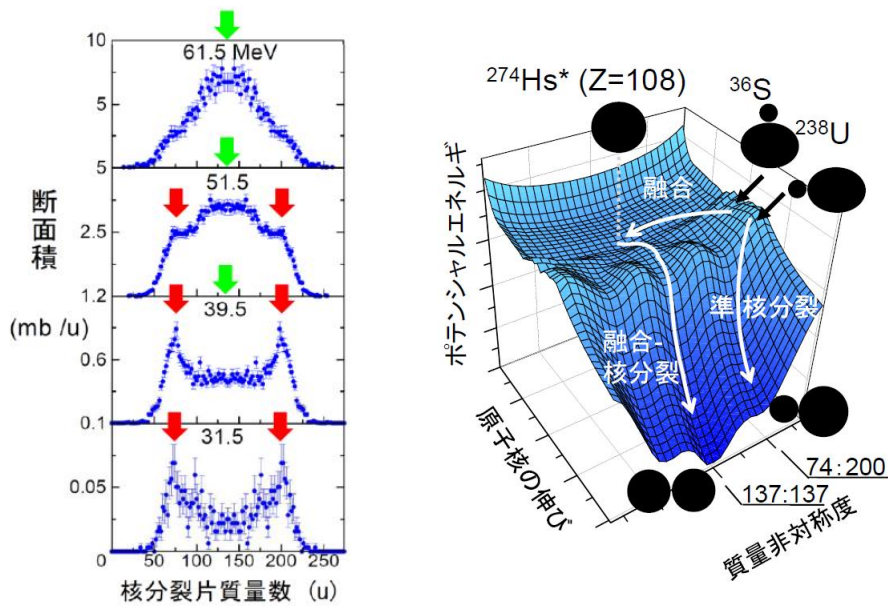


図1 (左) $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応による核分裂片の質量数分布。質量数 200 と 74 近傍に現れたピークは、準核分裂によるもの。(右) ^{274}Hs のポテンシャルエネルギー曲面。融合-核分裂では質量対称に、準核分裂では質量非対称に核分裂する。

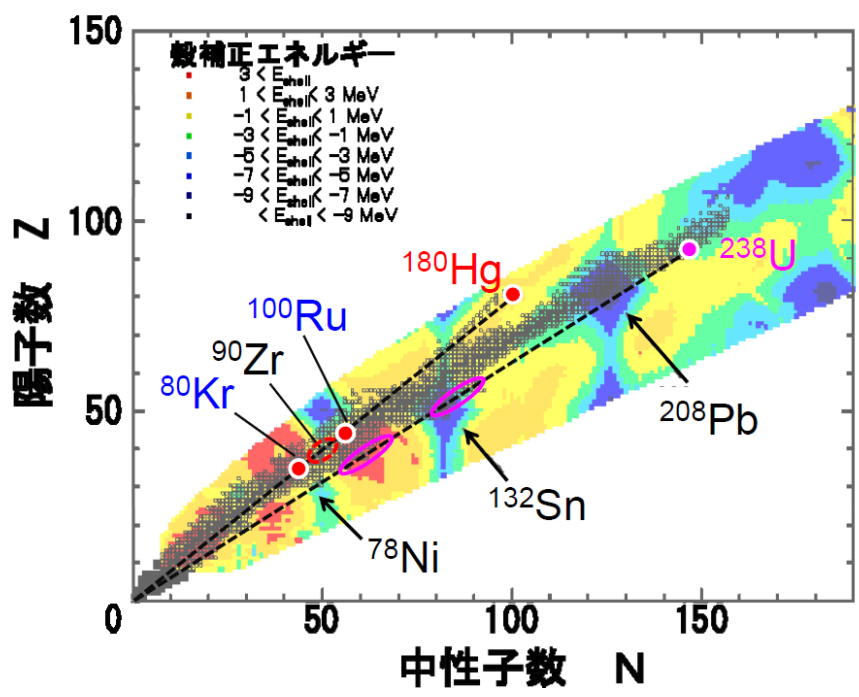


図2 原子核の殻補正エネルギー。 ^{238}U と ^{180}Hg の位置と、原点を結ぶ点線を示す。核分裂では、それぞれ点線近傍に位置する核分裂片が生成される。

2. β^+ 崩壊遅延核分裂

β^+ (EC)崩壊遅延核分裂は、これまでアクチノイド原子核において 10 核種で見つかっている。親核の崩壊で励起状態を持つ娘核が生成される。反応のQ値 (Q_{EC}) と、娘核の核分裂障壁の高さ (B_f) の差が、 β^+ (EC)崩壊あたりの核分裂確率 $P_{\beta DF}$ を決める。これを示したのが図 4 である。奇-奇核の原子核の方が他の原子核よりも β^+ (EC)崩壊に対するQ値が高いため、 β^+ 崩壊遅延核分裂が観測された原子核は奇-奇核に限られる。 Q_{EC} と B_f の高さが一致する場合、 $P_{\beta DF} = 10^{-4}$ となる。

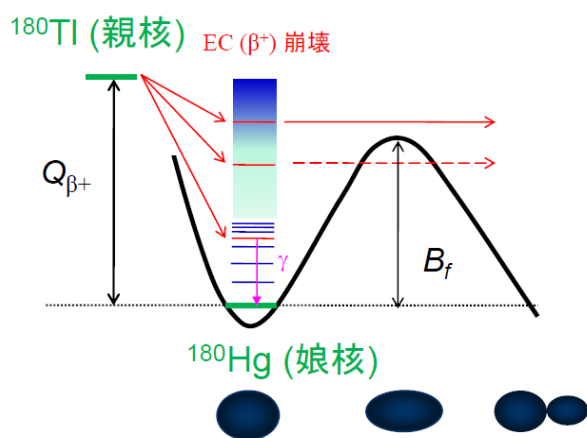


図3 β^+ (EC)遅延核分裂の原理。

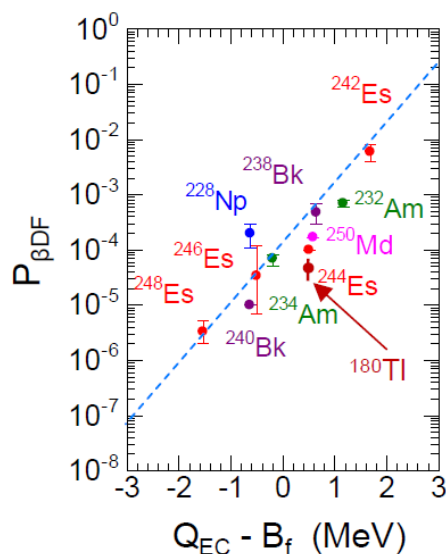


図4 EC崩壊のQ値(Q_{EC})と娘核の核分裂障壁の高さ(B_f)の差を横軸にとったときの、EC崩壊あたりに核分裂する確率。 ^{180}Tl の値は、本実験値。

Lazarevらは、陽子過剰な水銀領域の原子核で β^+ (EC)崩壊遅延核分裂を観測したと報告した[15]。彼らは、核分裂片をプラスチックの飛跡検出器でとらえた。 $P_{\beta DF}$ 値として $3 \times 10^{-5 \pm 1} \%$ と極めて小さい値を報告した。 ^{180}Tl の $Q_{EC} = 10.4 \text{ MeV}$ 、 ^{180}Hg の $B_f = 9.8 \text{ MeV}$ を考えると、この値は図4の系統性から見ても有意に小さいと言える。

図5に β^+ (EC)崩壊のQ値と、娘核の核分裂障壁の値を示す。質量数の小さい同位体領域で β^+ 崩壊のQ値が核分裂障壁とほぼ等しい、もしくは上回る。 ^{180}Tl の β^+ 崩壊は、この図からも可能性のある核種に数えられる。また、Tl同位体に限らず、他の元素の奇-奇核で β^+ 崩壊遅延核分裂を観測しうるものがあり、 $^{186,188}\text{Bi}$ 、 $^{194,196}\text{At}$ 、 $^{200,202}\text{Fr}$ 、 ^{208}Ac が候補となる。なお、さらに質量数の小さい同位体は、 Q_{EC} と B_f の差が大きくなるために、 $P_{\beta DF}$ は大きくなると予測される。しかし、軽い質量数領域では、 α 崩壊が主要な崩壊チャンネルとなるため、 β^+ 崩壊遅延核分裂を観測できる確率は逆に下がる。また、融合-蒸発反応やスパレーション反応いずれの場合でも、軽い同位体ほど生成断面積が低下するため、 β^+ 崩壊遅延核分裂を観測するのは難しくなる。

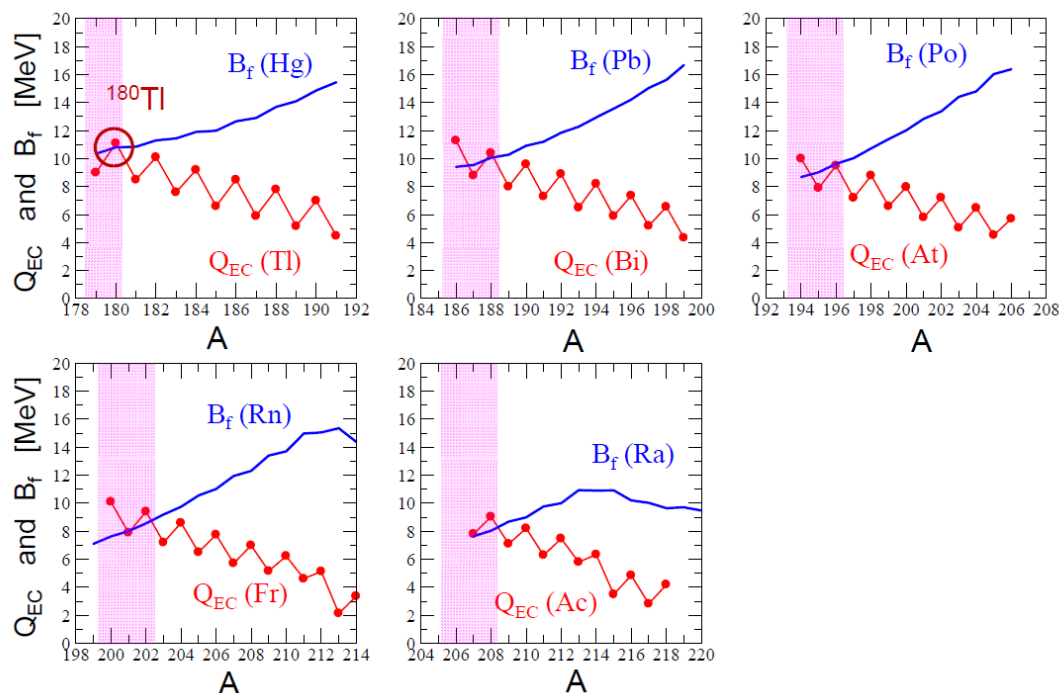


図5 β^+ (EC)崩壊のQ値と、娘核の核分裂障壁の値。質量数の小さい奇-奇核の中に β^+ 崩壊遅延核分裂が観測しうるものがある。

3. β^+ 遅延核分裂の観測

ドイツ重イオン研究所において、筆者らは β^+ 崩壊遅延核分裂を偶発的に見つけた。当時、ルーバンカトリック大学のA.Andreyevらは、陽子過剰な鉛原子核の核構造を α - γ 核分光による手法で調べていた。 $^{56}\text{Fe} + ^{141}\text{Pr}$ の融合反応で $^{194}\text{At}(3n)$ を合成し、SHIPと呼ばれる反跳生成核分離装置でビームからインフライトで分離し、焦点に設けたシリコン検出器で α 粒子を検出するとともに、 α 崩壊に伴って放出される γ 線を観測する実験を行っていた。シリコン検出器で得られるパルス波高スペクトルの中に、 α 崩壊に比べて際立ってエネルギーの高い崩壊事象を観測した。これらのイベントは、ビームや散乱粒子に由来するバックグラウンド粒子でないことは明らかであった。当時、筆者は図5の計算結果を持っており、計算との対比から、 ^{194}At の β^+ 崩壊遅延核分裂であることを指摘した。

陽子過剰な原子核で β^+ 崩壊遅延核分裂を最初に観測したのは、Lazarevらであった(前述)。しかし、本発見の特徴は、シリコン検出器を用いて大きなパルス波高を観測したこと、2つの核分裂片を同時に計測した点にある。はるかに高い信頼度をもって β^+ 崩壊遅延核分裂を確認したと言える。

4. ^{180}Tl の β^+ 崩壊遅延核分裂特性の観測

陽子過剰な鉛領域原子核の β^+ 崩壊遅延核分裂の発見は、核分裂研究が新たな領域に踏み出すことを意味した。冒頭で述べたように、我々が知っている核分裂は比較的中性子が過剰であり、 ^{132}Sn の構造が核分裂過程に影響を与える。しかし、 ^{180}Hg の核分裂において ^{132}Sn の存在は無視できる。以下、 ^{180}Hg の核分裂特性の測定結果を示す[4]。

実験は、欧州原子核研究機構(CERN)の不安定原子核の生成装置である ISOLDE 質量分析装置を用いて行った。1.4 GeV の陽子 (平均電流 $1.2 \mu\text{A}$) を 50 g/cm^2 の UCx 標的に照射し、スパレーション反応によって不安定原子核を生成する。ここで、高分解能の質量分析装置とレーザーイオン化装置により、高純度の ^{180}Tl 原子核をビームとして引き出した。引き出し電圧は 30 keV であった。結果、1 秒あたり 150 個の ^{180}Tl ビームを得た。 ^{180}Tl ビームを、厚さ $20 \mu\text{g/cm}^2$ の炭素泊でキャッチし、これを見張る表面障壁型シリコン検出器を用いて2つの核分裂片の運動エネルギーをそれぞれ独立に測定した。これにより、運動エネルギーの保存則と質量保存則から、核分裂片の質量数を決定した。なお、 ^{180}Tl ビームは高純度であり、直接 ^{180}Hg 原子核が運ばれていないことを α 崩壊スペクトルの観測から明らかにした。 ^{180}Tl の半減期として 1.09 s を得た。核分裂片用検出器のまわりには、 γ 線(X線)を測定する Ge 検出器を設置した。ここで得た水銀(Hg)の X線と核分裂片を同時計測したことから、 ^{180}Tl の β^+ 崩壊遅延核分裂であると言える。

核分裂片の質量数と全運動エネルギーに対する核分裂イベントを図6に示す。核分裂片は、質量数 80 と 100 を中心とする質量非対称な分布を示した。一方、対称分裂に相当する質量数 90 には収率が少ない。このことから、 ^{90}Zr の閉殻性は核分裂に関与しないことがわかった。核分裂片の N/Z 比は、 ^{180}Hg のそれと等しいと仮定すれば、 ^{80}Kr と ^{100}Ru が最も多く生成されたと言える。

核分裂片の全運動エネルギー TKE は $134.6(7) \text{ MeV}$ で、この分布の半値幅として 13.2 MeV を得た。一方、 $^{239}\text{Pu}(n,f)$ の TKE 分布の半値幅は 29 MeV 程度であることと比べると、極めてシャープな分布を有していることが分かった。

なお、実験で得た $P_{\beta\text{DF}}$ 値は $3.6(7) \times 10^{-3} \%$ である。この値は、図4の系統性にほぼ従っている。

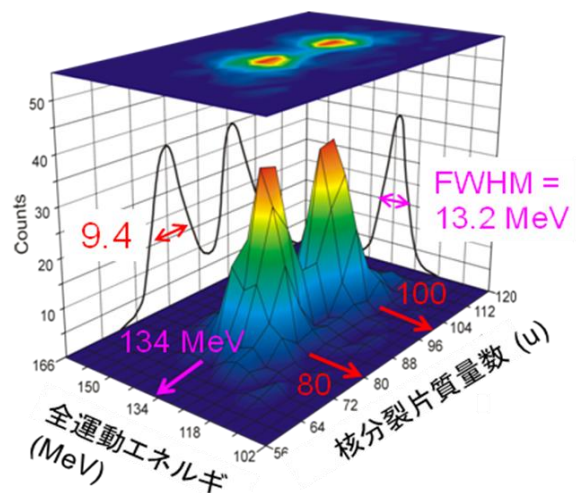


図6 質量数と全運動エネルギーに対して記録された ^{180}Hg の核分裂イベント。

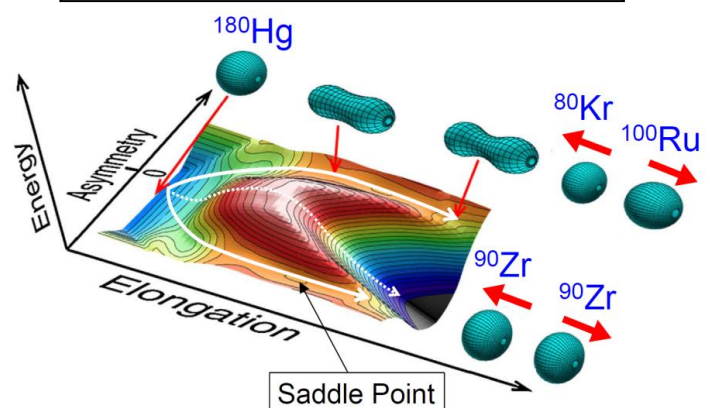


図7 ^{180}Hg の核分裂ポテンシャルエネルギー。原子核の伸びと質量非対称度に対して図示した。

5. ^{180}Hg のポテンシャル構造

^{180}Hg のポテンシャル構造を図 7 に示す。ここでは原子核の形状を 5 つのパラメータで表し、各形状に対してエネルギーを計算した [5]。図は、計算結果を原子核の伸びと質量非対称度に対してプロットしたものである。サドル点は質量非対称な場所に位置する。このサドル点の高さは、 Q_{EC} 値に比べて 0.63 MeV だけ低く、 β +崩壊遅延核分裂を説明できる。一方、質量対称軸上でポテンシャルを見ると、サドル点構造は存在せず、高いエネルギーを有する極大値となっている。このため、質量対称度を保ったまま $^{90}\text{Zr} + ^{90}\text{Zr}$ に分裂することは不可能である。一方、変形が進むと ^{90}Zr の閉殻性による谷間が顕著に表れてくる。実験データは、このような谷間に転がることなく、質量非対称性を保ったまま核分裂することを示唆している。いわゆる scission point モデルの考えでは、scission 近傍におけるエネルギーが極小値となるように分裂するため、 $^{90}\text{Zr} + ^{90}\text{Zr}$ を多く生成すると予測するが、 ^{180}Hg の核分裂は scission point モデルに従わないと言える。

計算によれば、典型的なウラン原子核や図 1 に示した Hs などは、scission 点でエネルギー極小値を与える。質量非対称度と、サドル点の質量非対称度がほぼ一致する。このため、サドル点モデルと scission 点モデルのいずれであっても質量数分布の対称性・非対称性は説明できる。一方、 ^{180}Hg のポテンシャル構造の特徴は、サドル点と scission 点で非対称度が顕著に異なる点にある。 ^{180}Hg の核分裂の質量非対称度は、サドル点で決まることがわかった。

6. おわりに

陽子過剰な原子核における β +崩壊遅延核分裂の発見により、新たな領域の核分裂を開拓できるようになった。現在、Bi~At における β +崩壊遅延核分裂や、これらの核分裂特性を測定するプログラムを進めており、一連の研究で核分裂に関する理解が深まるものと考えられる。

本研究は、ルーバンカトリック大学、西スコットランド大学、コメニウス大学、サンクトペテルブルク原子核研究所、ドイツ GSI、CERN-ISOLDE、パリ南大学、ラウエランジェバン研究所、原子力機構、リバプール大学、イオアニア大学、マンチェスター大学、ゲント大学、スロバキア科学アカデミー、京都大学基礎物理学研究所、ロスアラモス国立研究所、ボルドー原子核研究所との協力研究として行われた。

参考文献

- [1] K. Nishio *et al.*, Nucl. Phys. **A632**, 540 (1998).
- [2] K. Nishio *et al.*, Phys. Rev. C **77**, 064607 (2008).
- [3] Yu.A. Lazarev *et al.*, Europhys. Lett. **4**, 893 (1987).
- [4] A.N. Andreyev *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 252502 (2010).
- [5] P. Moller, Nature (London), **409**, 785 (2001)

ESC 模型に基づく 3 体力

山本安夫
理化学研究所

2000 年代初頭、西崎・山本・高塚 (NYT) により hyperon (Λ , Σ) を含む中性子星物質に対する G 行列計算が遂行された [1]。これは、ハイパー核の研究に裏付けられた現実的 YN・YY 相互作用を用いる初の試みであった。同時期に、同趣旨の計算が外国の 2 グループによってもなされ [2] [3]、相互に consistent な理解が得られた。これらの計算から導かれる共通の結論は、中性子星の最大質量 (1.44 太陽質量) を与えるために必要とされる高密度 3 核子間斥力 (TNR) の効果がハイペロンの混合によって消えてしまうということであった。この矛盾の解決として、NYT 論文においては、3 体斥力が NNN のみならず、ハイペロン Y を含む 3 体 (NNY, NYY, YYY) にもユニバーサルに働く (TBRu) と仮定された。これは NYT 論文を [2] [3] と区別する最も重要なポイントである。

上記 3 グループの計算において、いづれも YN・YY 相互作用として Nijmegen models が用いられた。[2] および [3] においては、それぞれ、NSC89 および NSC97 が用いられたのに対して、我々はより古いバージョンである NHC-D (modified) を用いた。我々があえて NSC89/97 を用いなかった理由はそれぞれに深刻な問題点が含まれていると判断した故である (例えば NSC97 の場合には ΛN odd-state interaction が強い斥力を与える。また NSC89/97 から導かれる Σ の一体ポテンシャルは引力的である、等)。もちろん NHC-D とハイパー核データとの consistency という点からすると完璧からはほど遠く、よろしくない問題点が多々含まれている。

この十数年、YN・YY 相互作用に関する研究は大きく進展した。Nijmegen model に関して言えば、Th.A. Rijken によって提唱され、報告者との共同研究で完成段階に到達した Extended Soft Core (ESC) model において、それ以前のモデル (NHC-D/F, NSC89/97) に見受けられるハイパー核データと矛盾する問題点はほぼ解消された。ここで、中性子星物質に関係して特に興味深いのは ΣN および ΞN 相互作用である。これらの部分に関して、これまでに提唱された模型の間に重要な違いがある。ポイントは近距離領域における modeling である。Nijmegen models (NSC and ESC) における soft cores は、主に pomeron (unitary scalar) および ω meson の交換で表現されており、cores の強さがチャンネルによってあまり変わらないという特徴がある。種々の試みの結果、このような core の modeling の場合には nuclear matter における Σ single-particle potential U_{Σ} を斥力的にする (他のチャンネルで矛盾を発生させることなく) ことは難しく、逆に U_{Σ} に関しては引力的にすることが難しい。一方、クォーク模型に基づく repulsive cores の場合には、almost Pauli-forbidden states が現われる [51] state が ΣN の $(T, S) = (1/2, 0)$ および $(3/2, 1)$ 状態の主成分として含まれる。これらのチャンネルにおける強い斥力的寄与によって U_{Σ} が斥力的になることが知られている。最近の ESC08 [4] においては、 $V_{[51]}$ に相当するチャンネルにおける pomeron の coupling constant を現象論的に強めることで Pauli-forbidden states の影響が取り込まれており、得られる U_{Σ} の値は強い斥力を示す。Pauli-forbidden states に由来する $(T, S) = (3/2, 1)$ 状態の斥力は中性子星物質における Σ^- mixing を妨げる役割を果たす。

また、ESC08 においては U_{Ξ} が引力になる parameter set が選ばれている。 Ξ ハイパー核の存在は確認されていないが、核物質内における Ξ single particle potential U_{Ξ} は引力的らしいことが定性的に分かっている。ESC08 の特徴は、 $(T, S) = (1, 1)$ 状態における強い ΞN - $\Lambda\Sigma$ - $\Sigma\Sigma$ tensor coupling interaction によって強い引力が実現されていることである。これは、 NN tensor interaction や ΛN - ΣN tensor coupling interaction が強い引力をもたらすのと同質の仕組みである。ESC08 に基づけば、 Σ の場合とは対照的に、 $(T, S) = (1, 1)$ 状態の強い引力が中性子星物質における Ξ^- mixing をもたらず可能性が期待される。

さて、NYT 論文において TBRu は現象論的に導入されたわけであるが、その起源をめぐっては、その後、高塚・玉垣によって追求され、String-Junction model に基づく理解に到達した [5]。一方、我々 (Rijken and Yamamoto) は、TBRu を ESC model の枠内で模型的に理解できるかどうかを検討した。その結果分かったことは、baryon-baryon potentials に寄与する vector mesons の mass を $m_V(\rho) = m_V \exp(-\alpha_V \rho)$ と密度 ρ に依存させることによって得られる密度依存有効 2 体力の効果が、NYT 論文における TBRu の効果と酷似していることであった。この模型は、直感的には、近距離斥力に寄与する ω meson の mass が媒質中で密度と共に軽くなる、従って密度と共に斥力が強くなる効果として理解できる。

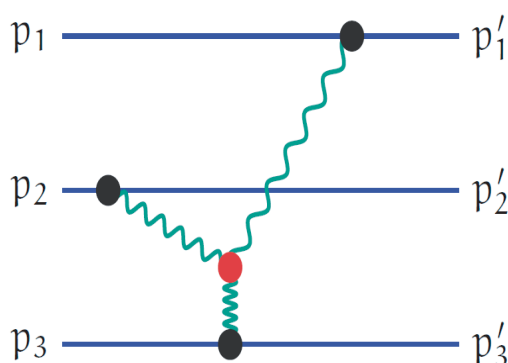


Figure 1: Triple-Pomeron Vertex

最近、PSR J1614-2230 に対する Shapiro delay の測定から、1.97 太陽質量を有することが報告された。これは EOS が上記 1.44 太陽質量に基づく従来のパラダイムにおけるものよりもはるかに固い必要があることを示唆する。上記の模型におけるパラメーター α_V のみを変えることで固い EOS を導くことには無理がありそうなので、検討の結果、我々は ESC の枠内で強い TBRu を与え得る別の modeling、Multi-Pomeron coupling model に到達した。Figure 1 に与えられる triple-pomeron vertex を想定し、3 体ポテンシャルを求めると次のようになる。

$$V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) = g_{3P} g_P^3 \prod_{i=1}^3 \left\{ \int \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3} \right\} \cdot (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) \\ \times \exp(-\mathbf{k}_1^2/4m_P^2) \exp(-\mathbf{k}_2^2/4m_P^2) \exp(-\mathbf{k}_3^2/4m_P^2) \cdot \mathcal{M}^{-5} \quad (1)$$

ここで pair-pomeron coupling の強さ g_P は 2 体ポテンシャルの fitting で決められている。triple-pomeron coupling の強さ g_{3P} は TBRu の強さに関わるパラメータである。 m_P は

pomeron の mass、 M は scaling mass を現す。3 番目の粒子の座標 x_3 について積分して有効 2 体力を求めると次のように与えられる。

$$\begin{aligned} V_{eff}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= \rho \int d^3x_3 V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) \\ &= g_{3P} g_P^3 \frac{\rho}{\mathcal{M}^5} \cdot \frac{1}{4\pi} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_P}{\sqrt{2}} \right)^3 \exp\left(-\frac{1}{2} m_P^2 r_{12}^2\right) \end{aligned} \quad (2)$$

同様に、quadruple-pomeron vertex を想定し、4 体ポテンシャル $V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$ を求め、 \mathbf{x}_3 と \mathbf{x}_4 について積分することによって有効 2 体力を求める。その強さは g_{3P} に対応するパラメータ g_{4P} によって決められる。3 体ポテンシャルから導かれる有効 2 体力は (2) 式のように ρ に比例するのに対し、4 体ポテンシャルから導かれる有効 2 体力は ρ^2 に比例し高密度領域でより斥力的に効く、すなわちより固い EOS を与える。このようにして multi-pomeron vertex から導かれる密度依存有効 2 体力 (MPP: Multi-Pomeron Potential と呼ぶ) が、核子・ハイペロンにユニバーサルに働くことは、pomeron が unitary scalar であることから明らかである。

g_{3P} および g_{4P} は本質的には現象論的パラメータであるが、高エネルギー pp 散乱における multi-pomeron exchange の寄与の分析からある程度見積もることができる。以下におけるセット T1 ($g_{3P}=0.44$, $g_{4P}=26.4$) はその見積もりに沿って決められた。また T2 ($g_{3P}=0.22$, $g_{4P}=22.0$) は斥力の程度を弱めたセットである。

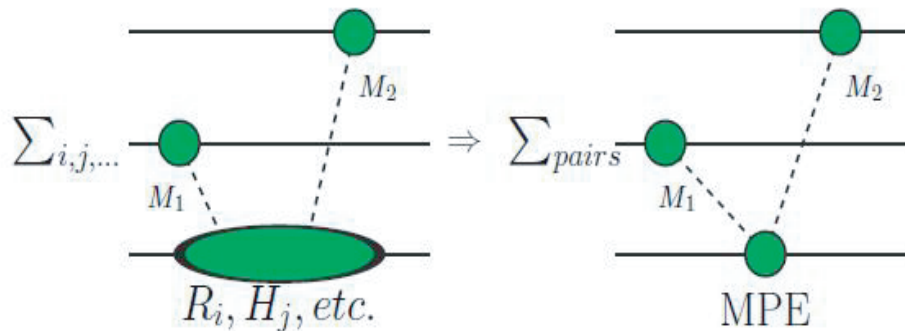


Figure 2: Meson-Pair exchange diagram

一方、two mesons 交換に基づく 3 体引力の存在、とりわけ中間状態に Δ を経由する 2π 交換 (Fujita-Miyazawa diagram) の重要性は古くから知られてきた。ESC approach では、Figure 2 に示されるように、中間状態に Resonance (R_j) や Heavy meson (H_j) を経由する Vertex は Meson-Pair exchange vertex で与えられると考える。この Vertex は ESC2 体核力部分の fitting で決められた Pair term (Meson-Pair 交換項) から自動的に与えられる。以下、3 体力の Meson-Pair Exchange に起因する部分を MPE で表わし、上記の MPP 項のセット T1 および T2 に含まれる。

なお、ESC 核力における Meson-Pair 交換項は、従来の OBE 模型で現象論的に取り扱われている σ meson 等の effective meson による引力の実体論的な模型にと考えられる。

ESC+MPP+MPE を用いて symmetric nuclear matter および neutron matter の G 行列計算を行う。中間状態のエネルギー・スペクトラムに関しては、higher-order calculation の結果とよく整合するとされている Continuous choice を採用する。Figure 3 に、1 粒子

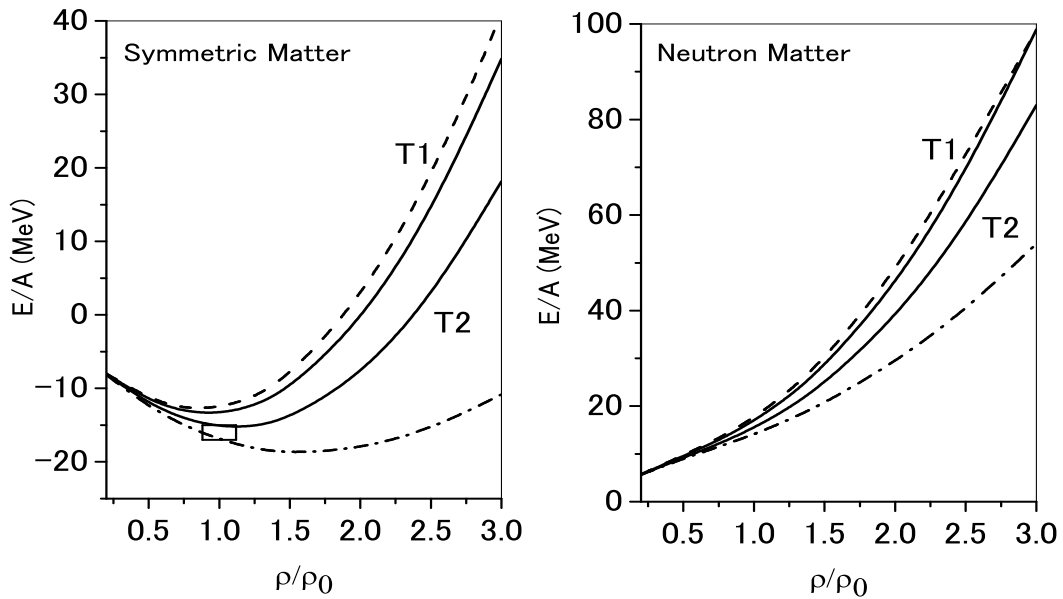


Figure 3: 密度 ρ/ρ_0 の関数としての 1 粒子あたりのエネルギー E/A 。 ρ_0 は標準密度。左図 (symmetric matter) および右図 (neutron matter) における一点鎖線のカーブは 2 体力のみ (ESC only) を用いて得られた結果。2 本の実線は、ESC に 3 体力 (MPP+MPE) T1 および T2 を加えて得られた。破線は T1 の場合に ESC+MPP で得られた結果で、実線との差が MPE の寄与を与える。

あたりのエネルギー E/A の計算値が密度 ρ/ρ_0 の関数として与えられている。いわゆる saturation curve である。左図 (symmetric matter) および右図 (neutron matter) における一点鎖線のカーブは 2 体力のみ (ESC only) を用いて得られた結果である。よく知られているように、 E/A が標準密度 ρ_0 で energy minimum ~ -16 MeV になるという nuclear saturation は 2 体力のみの計算では実現できない。3 体力効果を加えることが不可欠である。図中で、T1 および T2 と記された実線のカーブは、それぞれ、T1 および T2 を含んで計算された結果であると与えられている。左図から分かるように、symmetric matter における energy minimum は box で示される実験値とよく合っている。破線は T1 の場合に ESC+MPP で得られた結果で、実線との差が MPE の引力的寄与を示す。saturation curve に対する MPE の寄与はマイナーであることが分かる。MPP は高密度領域でのカーブの立ち上がりに対して決定的な影響を与える。T1 と T2 の結果を比べると、当然ながら、 g_{3P} および g_{4P} の値の大きい T1 の場合の方が斥力効果がより顕著であることがわかる。

古本等は、核力から核-核間相互作用を導出するために、ESC model を用いて複素 G 行列の計算を遂行した。高エネルギー核-核散乱で成立する frozen-density approximation に基づく核間ポテンシャルには標準密度の 2 倍までの G 行列が寄与するので、高密度斥力効果が mesons の mass を密度 ρ に依存させる上記のモデルで取り入れられた。その結果、例えば、核子あたり 70 MeV の ^{16}O - ^{16}O 弾性散乱の角度分布に斥力効果の影響が顕著に現われ、それによって実験データが見事に再現できることが示された [6]。Figure 4 の左図においては、symmetric matter の場合に、彼らの用いた G-matrix interaction (CEGb) による saturation curve が点線で与えられ、1 点鎖線 (ESC only) および実線 (T1 または T2 を含む) と比較される。CEGb の結果は T2 を含む結果と酷似していることがわかる。今後、様々なエネルギー領域での系統的解析によって saturation curve (EOS) に関する重要

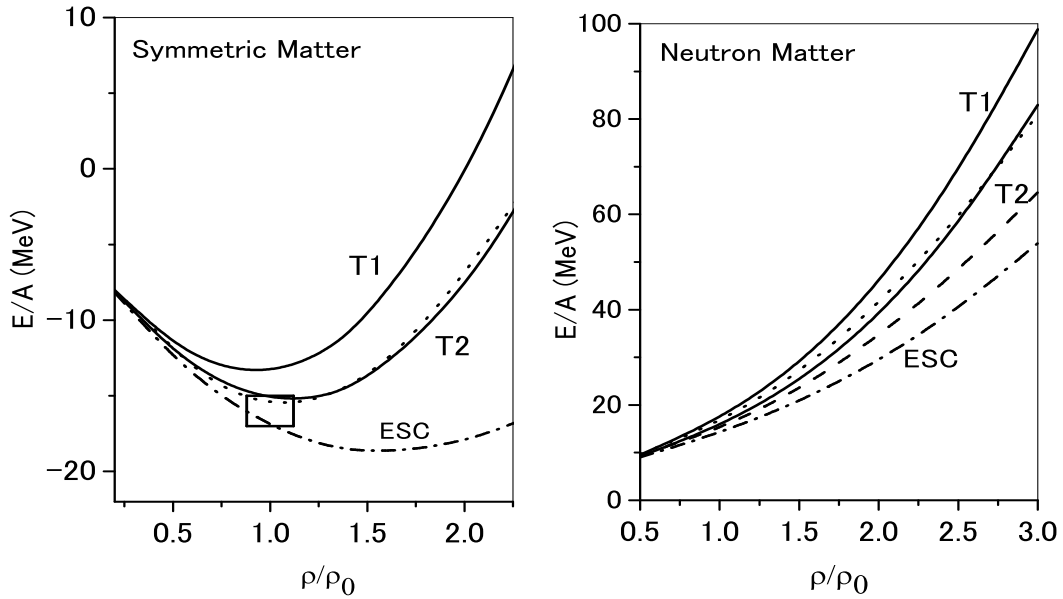


Figure 4: 左図は symmetric matter における $E/A(\rho/\rho_0)$ 。実線および1点鎖線は Figure 3 と同じ。点線は CEGb の場合。右図は neutron matter における $E/A(\rho/\rho_0)$ 。実線および1点鎖線は Figure 3 と同じ。破線および点線は、それぞれ、ESC に TNI2 および TNI3 を付け加えて得られた結果。

な知見が得られると期待される。

Figure 4 の右図においては、Figure 3 の右図に示される neutron matter における MPP の効果が、NYT 論文で用いられた3体力 (TNI2, TNI3) の効果と比較されている。破線および点線は、それぞれ、ESC に TNI2 および TNI3 を付け加えて得られた結果である。ただし、NYT 論文とは2体力部分が異なっているので、TNI2/3 の引力部分は symmetric matter での saturation を与えるように修正されている。斥力部分は NYT 論文と同じである。こうして、共通に ESC が使われた状況の下で MPP の効果と TNI の斥力部分の効果が比較できる。MPP における g_{3P} と g_{4P} を強めることで、固い EOS を作るのが容易であることがわかる。

Figure 5 においては、symmetry energy $E/A(\beta = 1) - E/A(\beta = 0)$ が ρ/ρ_0 の関数として描かれている ($\beta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}$)。1点鎖線が ESC only の場合、実線が T1 を含む場合である。

NYT 論文から約 10 年を経て、我々は既存のハイパー核データとほぼ完全に consistent と云える ESC08 model に到達した。本論文においては、ESC modeling の枠内で導入された3体力 (MPP および MPE) の寄与・効果を symmetric matter および neutron matter において調べた。我々の3体力モデルの最も重要な特徴は SU3 不変であること、すなわち、NNN のみならず YNN も YYN も統一的に与えられる。とりわけ、中性子星の最大質量を理解するために高塚等によって導入された TBRu (NNN, YNN, YYN におけるユニバーサル斥力) が我々の MPP 模型で自然に与えられることは重要である。ESC08+MPP model を用いて NYT 論文のレベルのハイペロン混合中性子星物質の計算を行うことは今後の興味深い課題である。

本論文は Th.A. Rijken (Nijmegen) との共同研究によるものである。

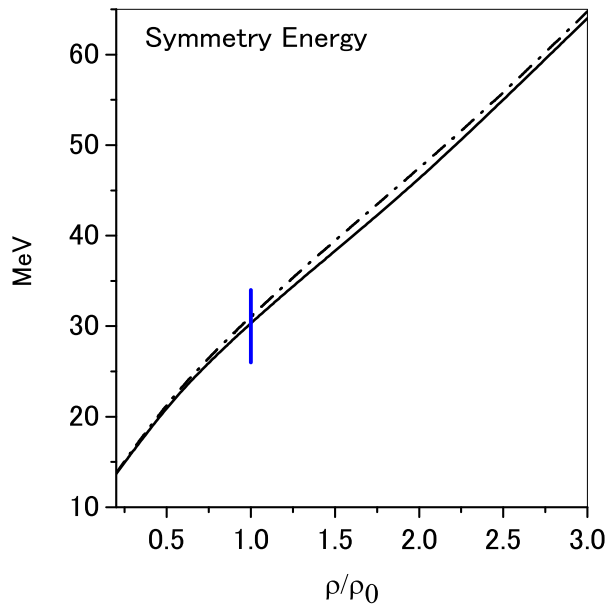


Figure 5: ρ/ρ_0 の関数としての symmetry energy。1 点鎖線は ESC only の場合、実線は T1 を含む場合である。

References

- [1] S.Nishizaki, Y.Yamamoto and T.Takatsuka, Prog. Theor. Phys.**105** (2001), 607; **108** (2002), 703.
- [2] M.Baldo, G.F.Burgo and H.-J.Schulze, Phys. Rev. C**61** (2000), 055801.
- [3] I.Vidana, A.Polls, A.Ramos, L.Engvik and M. Hjorth-Jensen, Phys. Rev. C**62** (2000), 035801.
- [4] Th.A.Rijken, M.N.Nagels and Y.Yamamoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. **185** (2010), 14.
- [5] R.Tamagaki, Prog. Theor. Phys.**119** (2008), 965.
- [6] T.Furumoto, Y.Sakuragi and Y.Yamamoto Physical Review **C80** (2009), 044614.

微視的模型を用いた原子核散乱反応における エネルギー依存性

古本 猛憲¹, 櫻木 千典^{2,3}, 山本 安夫³

¹ 京都大学基礎物理学研究所

² 大阪市立大学理学研究科

³ 理化学研究所仁科加速器センター

1 導入

原子核は核子を構成粒子とし、その核子間に働く核力に基づいて核子自身が束縛する自己束縛系として知られている。平均場近似の考えにおいては、一核子はそれ以外の核子が作る引力的なポテンシャルに閉じ込められており、その近似は非常によく現象を再現することができている。またそこから、核子間に働く核力は一般に引力的な振る舞いをしているとも考えられている。束縛系となる核構造の観点からは、核力は引力的な振る舞いをすると考えられるが、一方で閾値を超えた非束縛（反応）系における核力の振る舞いは、エネルギーによって異なることが知られている。その例として、核子-核子散乱実験ではその核子の入射エネルギーが 300–400MeV 付近で phase shift の符号が変わり、引力的な振る舞いから斥力的な振る舞いへ変化をしているが知られている [1]。さらに陽子-原子核散乱では、様々な現象論的手法によって斥力ポテンシャルが導出された [2, 3, 4, 5, 6]。(ここで注意すべき点は、核子-核子系と陽子-原子核系における相互作用の斥力的な振る舞いは、媒質効果の存在や非局所項の振る舞いが異なるため、必ずしも同じ原理で斥力的な振る舞いが導かれているわけではないことである。) その斥力ポテンシャルは、入射エネルギーが高くなるにつれてポテンシャルの中心部分に芯が立つように変化し、まるでワインの底のような形になると知られている。その後、入射粒子を陽子からさらに重い粒子に変えた系となる重陽子-原子核系においても同様に斥力ポテンシャルの導出が行われた [7, 8, 9, 10]。さらに入射粒子の質量を重くした実験分析が、 ^4He (α)-原子核においてなされたが、その実験では斥力ポテンシャルと同定するまでには至らなかった [11]。

これまでの現象論的なアプローチから斥力ポテンシャルの導出が行われてきたが、理論や計算機の発展により、これまでの現象論的なアプローチから微視的アプローチへ方法論が発展してきた。そのような歴史的背景の中、微視的観点から陽子-原子核系におけるポテンシャルの構築が行われ、さらに高エネルギー領域において斥力ポテンシャルが導出された [12, 13]。さらに微視的観点から複合核系におけるポテンシャルの導出も進められてきたが、そこで用いられた有効相互作用のエネルギー依存性は実験データを再現するように作られたため、実験データの存在しないエネルギー領域には適用することができず、斥力ポテンシャルの導出には至らなかった。ここで Ref. [14] において、 T 行列を用いた畳み込み模型から複合核系における斥力ポテンシャルを導出した例はあるが、 T 行列には媒質効果を取り込まれていないことを考慮すると、そのポテンシャルの信頼性は不十分

なものであると考えられ、さらに、そのポテンシャルから得られる特性の分析はなされていない。このように原子核反応の観点から相互作用の性質を明らかにするためには、エネルギー依存性はひとつのキーポイントとなり、現象論的アプローチから微視的アプローチによって斥力ポテンシャルの導出が行われてきたが、唯一、複合核系においては斥力ポテンシャルはおるか、幅広いエネルギー領域で十分信頼できる複素ポテンシャルの導出はいまだに達成されていない。さらに、その斥力ポテンシャルが観測可能な断面積に与える特性は明らかにされていない。

そこで本研究では、微視的観点から十分信頼できる複素ポテンシャルの導出に成功した複素 G 行列畳み込み模型を用いて、複合核間の斥力ポテンシャルを予言し、その斥力ポテンシャルの特性を明らかにする。本研究に用いる複素 G 行列畳み込み模型は、現実的核力 Extended Soft Core 模型 (ESC04) [15, 16] に基づいた複素 G 行列有効相互作用 CEG07 [17, 18] を用いて二重畳み込み模型の枠組みで複合核間の複素ポテンシャルを導出する。この模型は、これまで二重畳み込み模型に用いられてきた有効相互作用と違い、複素ポテンシャルの実部のみならず虚数部も同時に導出することが可能とした。さらに、現実的核力に基づいた模型の構築によって、幅広いエネルギー領域に適用することができるようになった。特に、本研究で着目する斥力ポテンシャルは、現実的核力に基づき導出された複素 G 行列有効相互作用を用いているので、実験データのないこのような高いエネルギー領域に適用するには適している。本研究では、高いエネルギー領域において斥力ポテンシャルが導出されることを予言するだけでなく、さらに、その斥力ポテンシャルが観測可能な弾性散乱断面積に与える特性を Nearside/Farside (N/F) 分解によって明らかにし、原子核間相互作用性質の理解を深める。そして次のステップとして、複素 G 行列有効相互作用を微視的チャネル結合法に応用し、弾性散乱だけでなく非弾性散乱においても微視的観点から導出された原子核間相互作用の性質を明らかにする。

2 二重畳み込み模型

スピンを持たない系における複合核光学ポテンシャルは一般的に、

$$U_{\text{opt}} = V + iW, \quad (1)$$

と記述することができる。ここで、 V と W は、それぞれ中心力ポテンシャルの実部と虚部である。

本研究では、まずこの光学ポテンシャルを複素 G 行列有効相互作用 CEG07 を用いて二重畳み込み模型の枠組みで微視的観点から導出する。畳み込み模型ポテンシャルは、直接項と交換項に分離することができる [19, 20]、

$$U_{\text{D}}(R) = \int \rho_1(\mathbf{r}_1)\rho_2(\mathbf{r}_2)v_{\text{D}}(s; \rho, E/A)d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2, \quad (2)$$

$$U_{\text{EX}}(R) = \int \rho_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 + \mathbf{s})\rho_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 - \mathbf{s})v_{\text{EX}}(s; \rho, E/A) \exp\left[\frac{i\mathbf{k}(R) \cdot \mathbf{s}}{M}\right]d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2, \quad (3)$$

と記述することができる。ここで、 $\mathbf{s} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 + \mathbf{R}$ 。交換項 U_{EX} は一般に非局所型のポテンシャルであるが、平面波近似 [19, 20] を用いることによって局所化した。ここで、 v_{D} と v_{EX} は核子間

相互作用の直接項と交換項をあらわし、それぞれスピン・アイソスピン表示を用いると、

$$v_{D,EX} = \pm \frac{1}{16}v^{00} + \frac{3}{16}v^{01} + \frac{3}{16}v^{10} \pm \frac{9}{16}v^{11}, \quad (4)$$

と書ける。ここで、 v^{ST} の添え字 S, T は 0 もしくは 1 となる。添え字 D, EX は直接項と交換項を意味する。ここで、式 (1) の V, W は U_D, U_{EX} を用いると

$$V(R) = \text{Re}(U_D(R) + U_{EX}(R)), \quad (5)$$

$$W(R) = \text{Im}(U_D(R) + U_{EX}(R)), \quad (6)$$

と記述することができる。

式 (3) では原子核間の相対の局所運動量 $k(R)$ を

$$k^2(R) = \frac{2mM}{\hbar^2} [E_{c.m.} - \text{Re}U(R) - V_{Coul}(R)]. \quad (7)$$

とした。ここで、 $M = A_1A_2/(A_1 + A_2)$ となり、 $E_{c.m.}$ は質量中心のエネルギー、 E/A は核子あたりの入射エネルギー、 m は核子の質量、 V_{Coul} はクーロンポテンシャル。 A_1 と A_2 はそれぞれ入射核と標的核の質量数となっている。交換項は、局所エネルギー近似を用いて自己無道着に計算される (式 (7))。ここで用いたクーロンポテンシャルは入射核と標的核の陽子密度分布を陽子間に働くクーロン力を用いて畳み込んだ。また、密度行列 $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は Ref. [21] に従って近似処理を行った。

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{3}{k_F^{\text{eff}} \cdot s} j_1(k_F^{\text{eff}} \cdot s) \rho\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}\right), \quad (8)$$

ここで、 k_F^{eff} は有効フェルミ運動量 [22] であり、

$$k_F^{\text{eff}} = \left((3\pi^2\rho)^{2/3} + \frac{5C_s[\nabla\rho]^2}{3\rho^2} + \frac{5\nabla^2\rho}{36\rho} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

と書くことができる。ここで、[23] に従って $C_s = 1/4$ とした。より詳細な直接項と交換項の計算方法は、それぞれ [24] と [25] に記されている。

以上のようにして、複合核間のポテンシャルを導出することができた。本研究では、複素 G 行列有効相互作用に CEG07a と CEG07b の二種類を用いた。また、微視的核反応モデルでは核子密度がインプットとなるが、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 散乱の分析には、3- α RGM [26] 計算により導出された密度を用いた。

図 1 の左側は、CEG07a と CEG07b を用いた畳み込みポテンシャルの実数部と虚数部が描かれている。図 1 より、CEG07b によるポテンシャルの実部は、CEG07a によるそれよりも $R = 0$ において約 100 MeV ほど斥力的なポテンシャルを導出している。さらにそれらのエネルギー依存性に着目すると、実部ではエネルギーが高くなるにつれ、引力的な振る舞いから斥力的な振る舞いに変化していることが分かる。そして、300–400 MeV において畳み込みポテンシャルは実部が斥力になることを予言している。一方で、虚数部はエネルギーが高くなるにつれて、その強さは単調に大きくなる。これらのポテンシャルを用いて弾性散乱断面積を計算したものが図 1 の右側と

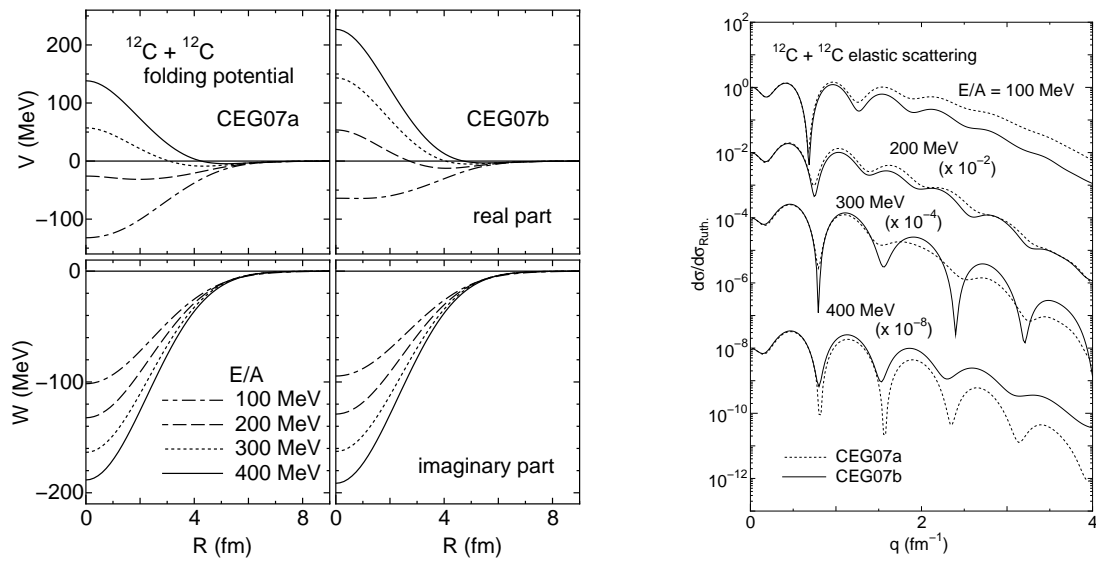


図1 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 系における畳み込みポテンシャル (左図) とそのポテンシャルによって計算された弾性散乱断面積 (右図)。弾性散乱断面積における実線、点線はそれぞれ CEG07a, CEG07b によるもの

なっている。この弾性散乱断面積から、2つの事実が分かる。一点目は、実線、もしくは、点線のみに着目しそのエネルギー依存性を追うと、エネルギーの増加に伴い、その弾性散乱断面積の角度分布の振り舞い方が大きく変化していることが分かる。二点目は、CEG07a と CEG07b のふたつの相互作用を比較したときに、100 MeV において、CEG07a によって計算された断面積が後方では CEG07b によって計算された断面積よりも大きくなっているのにも関わらず、400 MeV においては、その関係が逆になっている。

3 Nearside/Farside 分解

以上の結果を分析するために、本研究では半古典近似の元で理解を深め、それを検証するために計算された弾性散乱断面積を Nearside/Farside (N/F) 成分に分解する。

図2より、ポテンシャルが引力的な場合 (a) には、散乱波はそのポテンシャルによってポテンシャルの中心に引き込まれ、Farside 成分が後方で Nearside 成分よりも大きくなり、前方では Nearside 成分が、後方では Farside 成分が弾性散乱断面積の角度分布を決定する。一方で、ポテンシャルが斥力の場合 (b) は、散乱波がポテンシャルによって押し出され、散乱角度の前方から後方にかけてすべての角度分布において Nearside 成分が弾性散乱の分布を決定する。

以上の考察を検証するために、本研究では畳み込みポテンシャルによって計算された弾性散乱断面積を N/F 分解する。その N/F 分解は、第一種ルジャンドル関数 $P_\ell(\cos\theta)$ と第二種ルジャン

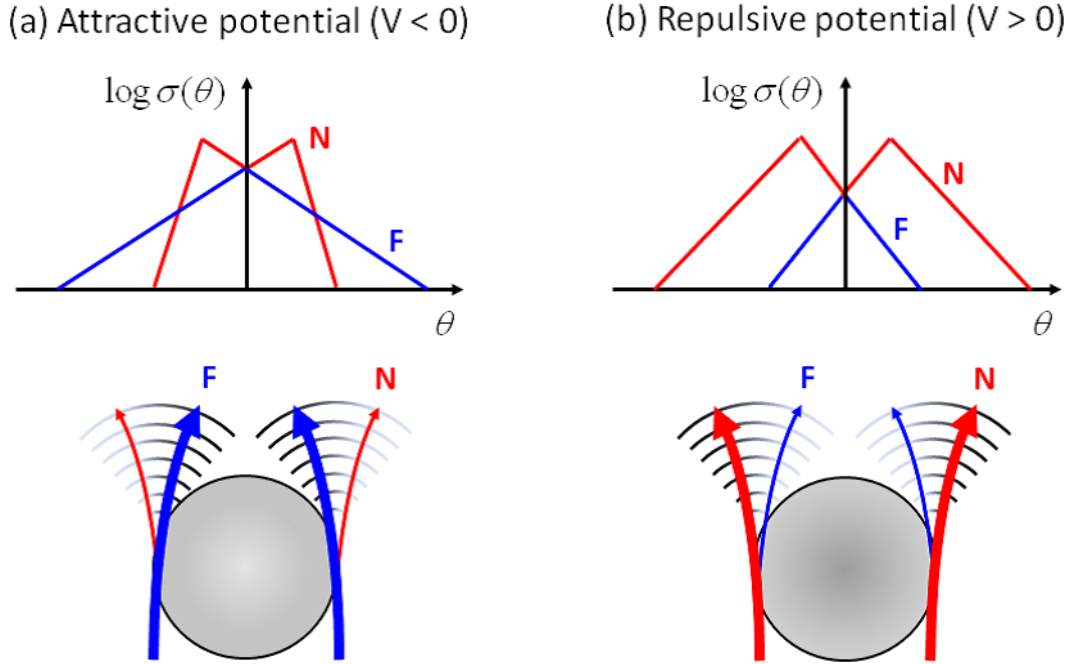


図2 引力ポテンシャル (a) と斥力ポテンシャル (b) における散乱振幅と半古典的軌道の関係 (下図) と半古典的描像による N/F 分解された散乱断面積 (上図)。

ドル関数 $Q_\ell(\cos \theta)$ を用いて以下のように書くことができる [27]。

$$f_N^{(\text{Nucl.})}(\theta) = \sum (2\ell + 1) a_\ell \tilde{Q}_\ell^{(-)}(\cos \theta), \quad (10)$$

$$f_F^{(\text{Nucl.})}(\theta) = \sum (2\ell + 1) a_\ell \tilde{Q}_\ell^{(+)}(\cos \theta), \quad (11)$$

ここで、 $\tilde{Q}_\ell^{(\pm)}(\cos \theta)$ は以下のように定義される。

$$\tilde{Q}_\ell^{(\pm)}(\cos \theta) = \frac{1}{2} \left[P_\ell(\cos \theta) \mp i \frac{2}{\pi} Q_\ell(\cos \theta) \right]. \quad (12)$$

さらに、原子核散乱振幅のみならず、クーロン散乱振幅も同様に N/F 分解を行い、それぞれ $f_N^{(\text{Coul})}(\theta)$ と $f_F^{(\text{Coul})}(\theta)$ とした [27]。結果的に、 N/F 分解された散乱断面積は、以下のように

$$\sigma_N = |f_N(\theta)|^2 = |f_N^{(\text{Coul})}(\theta) + f_N^{(\text{Nucl})}(\theta)|^2, \quad (13)$$

$$\sigma_F = |f_F(\theta)|^2 = |f_F^{(\text{Coul})}(\theta) + f_F^{(\text{Nucl})}(\theta)|^2, \quad (14)$$

と書くことができ、弾性散乱断面積は N/F 分解された散乱振幅を用いると

$$\sigma_{\text{el}} = |f_N(\theta) + f_F(\theta)|^2, \quad (15)$$

と記述される。

図3は、畳み込みポテンシャルを用いて計算された弾性散乱断面積を N/F 分解したものとなっている。この結果より、先の考察が明らかに正しいことを示している。つまり、引力的なポテン

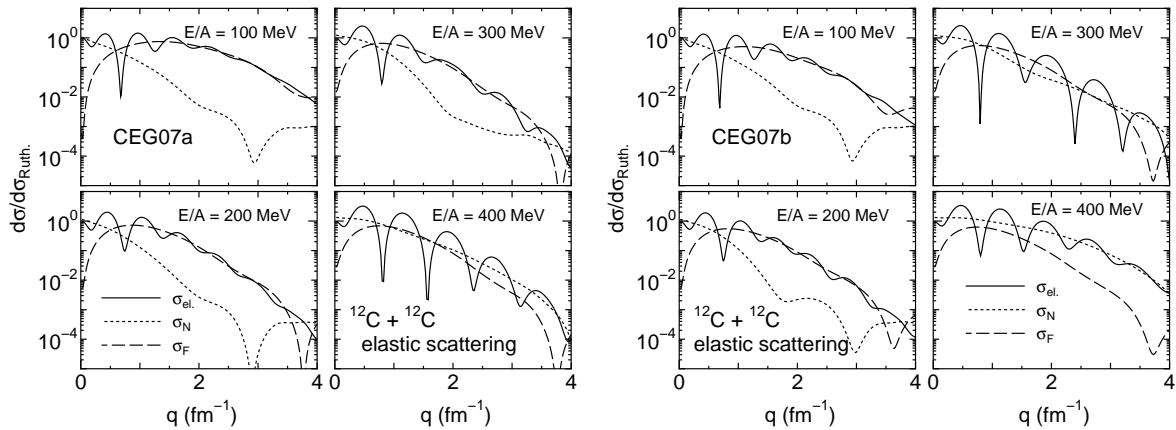


図3 CEG07a (左図) と CEG07b (右図) によって導出された微視的ポテンシャルを用いて $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 弾性散乱断面積を計算した結果とその弾性散乱断面積を N/F 分解した結果。実線、点線、破線はそれぞれ、弾性散乱断面積、Nearside、Farside となっている。

シャルを用いた場合 ($E/A \leq 200$ MeV)、弾性散乱断面積の前方は Nearside 成分によって決定され、中間角度では、その Nearside 成分と Farside 成分の干渉 (フランホーファー回折) が見られ、後方角度では Farside 成分が弾性散乱断面積を決定している。一方で、斥力的なポテンシャルを用いた場合 ($E/A = 400$ MeV)、引力ポテンシャルを用いる場合と比べて Nearside 成分が後方で大きくなり、Farside 成分は後方で小さくなる。その結果、先の考察で記述したように高いエネルギー領域で予言される斥力ポテンシャルを用いると、弾性散乱断面積の後方は Nearside 成分によって決定されている。特に、 $E/A = 400$ MeV における CEG07b を用いた結果で明らかに見られる。

この結果から入射エネルギーが高くなるにつれて、ポテンシャルの実部が引力的から斥力的に変化し、Nearside 成分と Farside 成分の反転が後方で起きることが分かる。さらに、エネルギー依存性に着目した場合、エネルギーが高くなるにつれて Nearside 成分が立ち上がり、Farside 成分が沈み込む。その結果、あるエネルギー領域 (CEG07a の場合は $E/A = 400$ MeV、CEG07b の場合は $E/A = 300$ MeV) で N/F 成分の干渉が起こり、それが弾性散乱断面積で強い干渉パターンとなって現れる。この強い干渉現象は実験測定可能な現象であり、この強い干渉現象が、ポテンシャルが引力から斥力へ変化しているひとつの合図となる。

4 非弾性散乱

さらに本研究では、複素 G 行列量み込み模型を非弾性散乱の分析へ応用するため、微視的チャンネル結合法を用いる。微視的チャンネル結合法は、チャンネル結合法を解く際に用いる結合ポテンシ

ルを微視的観点から導出する。その結合チャンネルポテンシャルは、遷移密度を用いて

$$U_{\alpha(ij),\beta(kl)}^{(D)}(\mathbf{R}) = \int \rho_{ik}^{(1)}(\mathbf{r}_1)\rho_{jl}^{(2)}(\mathbf{r}_2)v_D(s; \rho, E/A)d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2, \quad (16)$$

$$U_{\alpha(ij),\beta(kl)}^{(EX)}(\mathbf{R}) = \int \rho_{ik}^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 + \mathbf{s})\rho_{jl}^{(2)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 - \mathbf{s})v_{EX}(s; \rho, E/A) \exp\left[\frac{i\mathbf{k}(R) \cdot \mathbf{s}}{M}\right] d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2 \quad (17)$$

と記述することができる。ここで、 α, β はそれぞれ始状態と終状態のチャンネルを表しており、 i, k が入射核の始状態と終状態のスピンパリティを示し、 j, l が標的核の始状態と終状態のスピンパリティを示している。先と違う点は、畳み込む密度が核子密度から遷移密度に代わっている点である。この微視的結合ポテンシャルの導出は、Refs. [28, 29] と同様に行った。このように導出した結合ポテンシャルを用いてチャンネル結合方程式を解き、非弾性散乱断面積の計算を行う。なお、本研究における非弾性散乱の分析は、CEG07b のみを用いて行う。

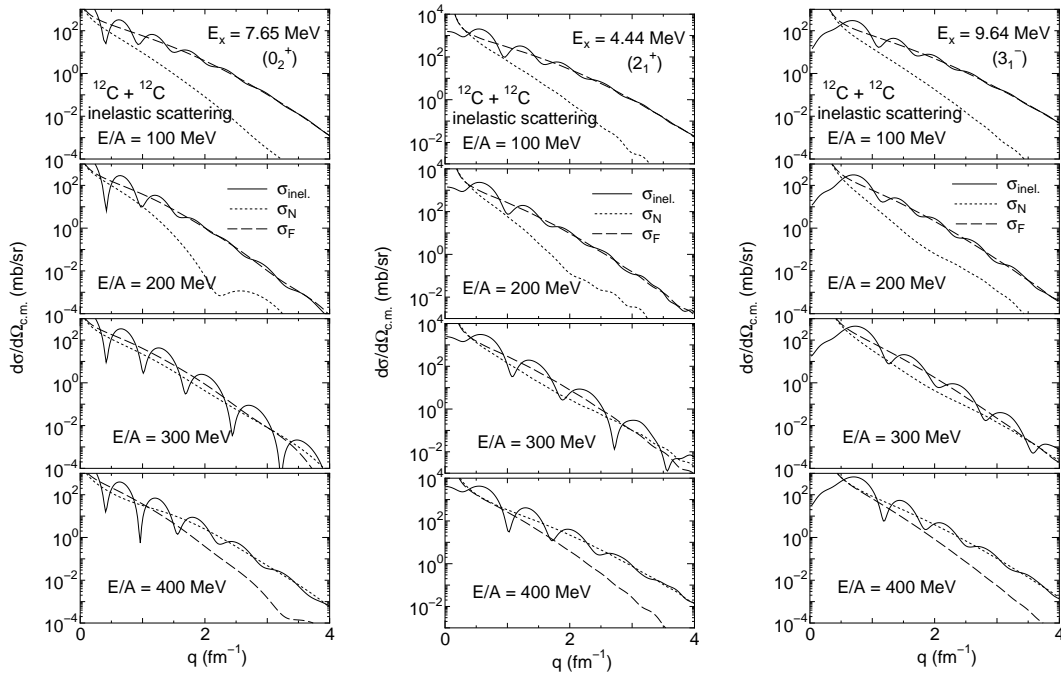


図4 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ における非弾性散乱断面積の計算結果とその非弾性散乱断面積を N/F 分解した結果。実線、点線、破線はそれぞれ、非弾性散乱断面積、Nearside、Farside となっている。図はそれぞれ、 0_2^+ (左) 2_1^+ (中) 3_1^- (右) となっている。

微視的チャンネル結合法を用いて $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 非弾性散乱断面積を計算したものが図4に描かれている。この結果より、エネルギーの変化に伴い N/F 成分の入れ替わりが弾性散乱だけでなく、非弾性散乱でも同様に見られることが分かった。さらに、 N/F 成分の反転現象によって、弾性散乱のときと同様に、非弾性散乱断面積においても $E/A = 300$ MeV 近傍で N/F 成分の干渉が起こり、非弾性散乱断面積の散乱角においてその強い干渉パターンが見られることが分かった。 $E_x = 9.64$ MeV (3_1^-) における $E/A = 300$ MeV の干渉が他の非弾性散乱断面積に比べ、多少小さく見受けられるが、 N/F 成分のエネルギー依存性を追うと、もう少しエネルギーが高いところでより

強い干渉パターンが見られると容易に想像できる。

5 今後の展望

我々は、本研究において斥力ポテンシャルが観測可能な弾性散乱断面積や非弾性散乱断面積に与える効果を明らかにすることができた。しかし、本研究で理論分析を行ったような高エネルギー入射散乱反応実験がまだ行われていないため、その真実を突き止めるには実験的な確認が必要となる。そのため、今後の実験測定に期待をする。

一方で理論的な分析として、今後は高エネルギー領域における反応ダイナミクスの分析を進める。一般に、高エネルギー領域では反応ダイナミクスの効果は小さくなると考えられているが、遷移強度が非常に強い原子核を用いた散乱系では、エネルギーが高い領域においても反応ダイナミクスの効果は無視することはできない [30, 31]。そのため今後は、高エネルギー入射反応における反応ダイナミクスの特性を明らかにし、そこから得られる相互作用情報や反応現象を明らかにする。

参考文献

- [1] R. V. Reid, Jr., *Ann. Phys.* **50**, 411 (1968).
- [2] L. G. Arnold, B. C. Clark and R. L. Mercer, *Phys. Rev. C* **19**, 917 (1979).
- [3] A. Nadasen, P. Schwandt, P. P. Singh, W. W. Jacobs, A. D. Bacher, P. T. Debevec, M. D. Kaitchuck and J. T. Meek, *Phys. Rev. C* **23**, 1023 (1981).
- [4] L. G. Arnold, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherif, D. A. Hutcheon, P. Kitching, J. M. Cameron, R. P. Liljestrang, R. N. MacDonald, W. J. MacDonald, C. A. Miller, G. C. Neilson, W. C. Olsen, D. M. Sheppard, G. M. Stinson, D. K. McDaniels, J. R. Tinsley, R. L. Mercer, L. W. Swensen, P. Schwandt and C. E. Stronach, *Phys. Rev. C* **25**, 936 (1982).
- [5] S. Hama, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherif and R. L. Mercer, *Phys. Rev. C* **41**, 2737 (1990).
- [6] E. D. Cooper, S. Hama, B. C. Clark and R. L. Mercer, *Phys. Rev. C* **47**, 297 (1993).
- [7] N. V. Sen, J. Arvieux, Y. Yanlin, G. Gaillard, B. Bonin, A. Boudard, G. Bruge, J. C. Lugol, R. Babinet, T. Hasegawa, F. Soga, J. M. Cameron, G. C. Neilson and D. M. Sheppard, *Phys. Lett.* **B156**, 185 (1985).
- [8] N. V. Sen, Y. Yanlin, J. Arvieux, G. Gaillard, B. Bonin, A. Boudard, G. Bruge, J. C. Lugol, T. Hasegawa, F. Soga, L. E. Antonuk, J. M. Cameron, S. T. Lam, G. C. Neilson, G. Roy and D. M. Sheppard, *Nucl. Phys.* **A464**, 717 (1987).
- [9] J. S. Al-Khalili, J. A. Tostevin and R. C. Johnson, *Phys. Rev. C* **41**, R806 (1990).
- [10] V. K. Mishra, S. Hama, B. C. Clark, R. E. Kozack, R. L. Mercer and L. Ray, *Phys. Rev. C* **43**, 801 (1991).
- [11] M. Nakano, H. Matsuura, T. Maki, M. Motoba and H. Ohgaki, *Phys. Rev. C* **40**, 1323

- (1989).
- [12] L. Rikus, K. Nakano and H. V. von Geramb, Nucl. Phys. **A414**, 413 (1984).
 - [13] L. Rikus and H. V. von Geramb, Nucl. Phys. **A426**, 496 (1984).
 - [14] D. T. Khoa, H. S. Than and T. H. Nam, Phys. Rev. C **69**, 044605 (2004).
 - [15] T. A. Rijken, Phys. Rev. C **73**, 044007 (2006).
 - [16] T. A. Rijken and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **73**, 044008 (2006).
 - [17] T. Furumoto, Y. Sakuragi and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **78**, 044610 (2008).
 - [18] T. Furumoto, Y. Sakuragi and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **80**, 044614 (2009).
 - [19] B. Sinha, Phys. Rep. **20**, 1 (1975).
 - [20] B. Sinha and S. A. Moszkowski, Phys. Lett. **B81**, 289 (1979).
 - [21] J. W. Negele, Phys. Rev. C **1**, 1260 (1972).
 - [22] X. Campi and A. Bouyssy, Phys. Lett. **B73**, 263 (1978).
 - [23] D. T. Khoa, Phys. Rev. C **63**, 034007 (2001).
 - [24] S. Nagata, M. Kamimura and N. Yamaguchi, Prog. Theor. Phys. **73**, 512 (1985).
 - [25] D. T. Khoa, W. von Oertzen and H. G. Bohlen, Phys. Rev. C **49**, 1652 (1994).
 - [26] M. Kamimura, Nucl. Phys. **A351**, 456 (1981).
 - [27] R. C. Fuller, Phys. Rev. C **12**, 1561 (1975).
 - [28] D. T. Khoa and G. R. Satchler, Nucl. Phys. **A668**, 3 (2000).
 - [29] M. Katsuma, Y. Sakuragi, S. Okabe and Y. Kondö, Prog. Theor. Phys. **107**, 377 (2002).
 - [30] K. Schwarz, C. Samanta, M. Fujiwara, H. Rebel, R. De Leo, N. Matsuoka, H. Utsunomiya, H. Akimune, I. Daito, H. Fujimura, F. Ihara, K. Ishibashi, Y. Maeda, T. Yamanaka, H. Yoshida, A. Okihana, T. Yoshimura, P.K.J. van Aarle, W.A.T. Uijen, M. Ito and Y. Sakuragi, Eur. Phys. J. **A7**, 367 (2000).
 - [31] T. Furumoto and Y. Sakuragi, in preparation.

On the angular distribution of intermediate-energy heavy-ion reactions based on a simple model

理化学研究所 仁科加速器研究センター 堂園昌伯

e-mail: dozono@ribf.riken.jp

共同研究者：上坂友洋 (理研仁科センター)、市村宗武 (理研仁科センター)

1 はじめに

原子核のスピンのアイソスピン励起モード ($\Delta S = 1, \Delta T = 1$) の研究は、原子核構造の理解において重要な役割を果たす [1]。これらの実験的研究には、核子あたり数百 MeV の荷電交換反応がよく用いられる。例えば、反応機構が最も単純である $(p, n), (n, p)$ 反応は、ガモフ・テラー励起モードにおける遷移強度の Quenching 問題の解決 [2] にみられるように、強力なプローブである。

一方で、不安定核を含む重イオン反応は幅広いアイソスピン、スピン、内部エネルギーを持ちうるため、これまで研究が不可能であった励起モードの研究を可能とする。例えば、プローブの遷移が $J^\pi = 0^+ \rightarrow J^\pi = 0^-$ である $(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応は、原子核の 0^- 状態の研究を可能とする。表 1 に、 $(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応により励起される J^π 状態を移行角運動量 ΔL ごとに示すが、この反応は Unnatural-parity 状態のみを励起するという強い選択性を持つ。さらに、この反応は各 ΔL に対して 1 つの J^π 状態だけを励起するという特徴を持つ。図 1 に DWBA 計算から得られた $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ at 200A MeV 反応の角度分布を例として示す。この場合、角度分布から J^π を同定することができ、特に前方角度に注目することで 0^- 状態のクリアな測定が可能である。近年、パイ中間子と同じ量子数を持つ 0^- 状態の強度分布はその敏感さからテンソル相関の影響を確定できるとして理論的に着目を集めているため [3, 4]、 $(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応から原子核の 0^- 状態を実験的に抽出することはとても興味深い。

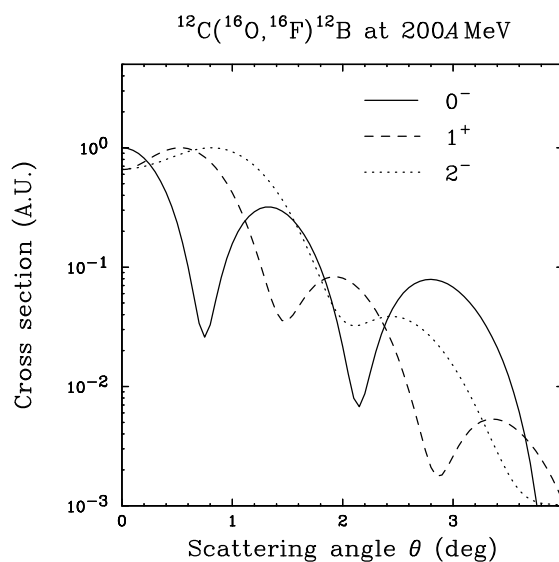


図 1: DWBA 計算から得られた 200A MeV の $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応の角度分布。それぞれ ^{12}B の 0^- (実線)、 1^+ (破線)、 2^- (点線) 状態励起に対する計算結果。

表 1: $(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応及び従来の反応で励起されるスピン・パリティ状態

	$\Delta L = 0$	$\Delta L = 1$	$\Delta L = 2$...
$(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応	0^-	1^+	2^-	...
従来の反応 [$(p, n), (d, ^2\text{He})$ 等]	$0^+, 1^+$	$0^-, 1^-, 2^-$	$1^+, 2^+, 3^+$...

このように、励起モードの選択性を活かした新しい励起モードの研究として、重イオン反応 (特に Mutual excitation) による研究が着目されるなか、近年、理化学研究所の RI Beam Factory に SHARAQ (Spectroscopy with High-resolution Analyzer of Radio-Active Quantum beams) スペクトロメータが建設され、中間エネルギー重イオン反応の高角度分解能・高エネルギー分解能測定が可能となった [5]。一方で、中間エネルギー重イオン反応を原子核のスペクトロスコピーのツールとして確立させるためには、その反応機構を明らかにすることが重要である。そこで本研究では、200A MeV の $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応の DWBA 計算を例にとり、その反応機構の中身について調べた。特に重イオン反応で本質的になる吸収の効果に着目し、議論していく。

2 DWBA 計算

200A MeV の $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応の反応機構を調べるために、計算コード FOLD/DWHI [6] を用いて DWBA 計算を行った。計算の概要を図 2 に示す。詳細は参考文献 [7] に譲り、ここでは入力パラメータについてのみ説明する。一体遷移密度の計算には positive parity 状態に対しては Cohen-Kurath 波動関数 [8]、negative parity 状態に対しては Millener-Kurath 波動関数 [9] を用いた。形状因子の計算には入射粒子-出射粒子系、標的-残留核系の 2 重畳込みの方法を用い、そこで使われる二体有効相互作用としては、210 MeV の Franey-Love t-matrix [10] を用いた。光学ポテンシャルとしては 200A MeV の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 弾性散乱から得られたもの [11] を用いた。

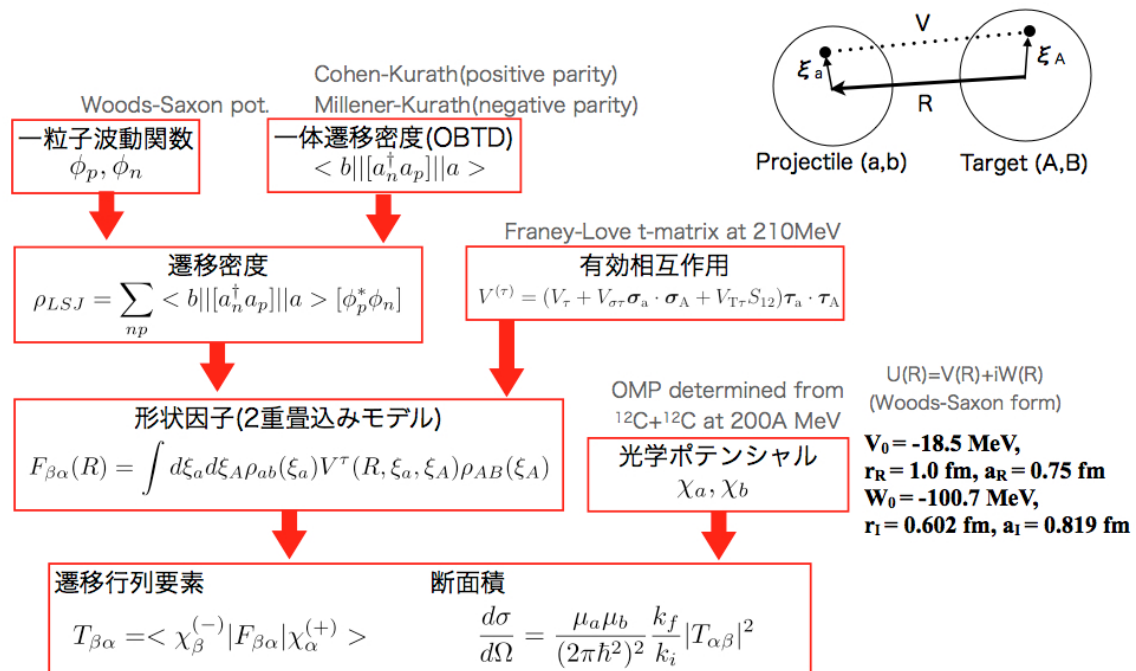


図 2: FOLD/DWHI 計算 [6] の概要。正しい定式化は参考文献 [7] を参照。

3 結果と議論

3.1 PWBA 計算結果

まず、平面波ボルン近似 (PWBA) の計算結果を図 3 に示す。PWBA の場合、相対座標 R に関する積分が解析的にでき、遷移振幅 T は

$$T \propto F_{\Delta L_a}^{ba}(q) F_{\Delta L_A}^{BA}(q) \quad (1)$$

と簡単に書ける。ここで、 ΔL_a 、 ΔL_A は入射粒子 - 出射粒子系及び標的 - 残留核系の移行角運動量、 $F_{\Delta L_a}^{ba}(q)$ 、 $F_{\Delta L_A}^{BA}(q)$ は遷移密度の運動量表示である。図 3 の上部、中部がそれぞれ入射粒子 - 出射粒子系、標的 - 残留核系の遷移密度、下部が断面積の計算結果である。実線と破線はそれぞれ ^{12}B の $J^\pi = 0^- (\Delta L_a = 1, \Delta L_A = 1, \Delta L_R = 0)$ 状態と $J^\pi = 1^+ (\Delta L_a = 1, \Delta L_A = 0, \Delta L_R = 1)$ 状態に対する計算結果である (ΔL_R は相対運動の移行角運動量)。標的 - 残留核系の遷移密度に着目すると、 $J^\pi = 0^-$ 状態は $\Delta L_A = 1$ のために $q \simeq 0.5 \text{ fm}^{-1}$ でピークを持つのに対し、 $J^\pi = 1^+$ 状態は $\Delta L_A = 0$ のために前方ピークである。これにより、断面積は $J^\pi = 1^+$ の方が前方ピークであることが分かる。ここで注意すべきは、「断面積の角度分布は相対運動の移行角運動量 ΔL_R で決まる」という、よく云われる法則は成り立たないことである。角度分布が ΔL_R で決まるのは、 (p, n) 、 $(d, ^2\text{He})$ 反応のような $\Delta L_a = 0, \Delta L_A = \Delta L_R$ の特殊な場合だけであって、一般的には入射粒子-出射粒子系及び標的-残留核系の ΔL_a 、 ΔL_A で決まる、というのが正しい。

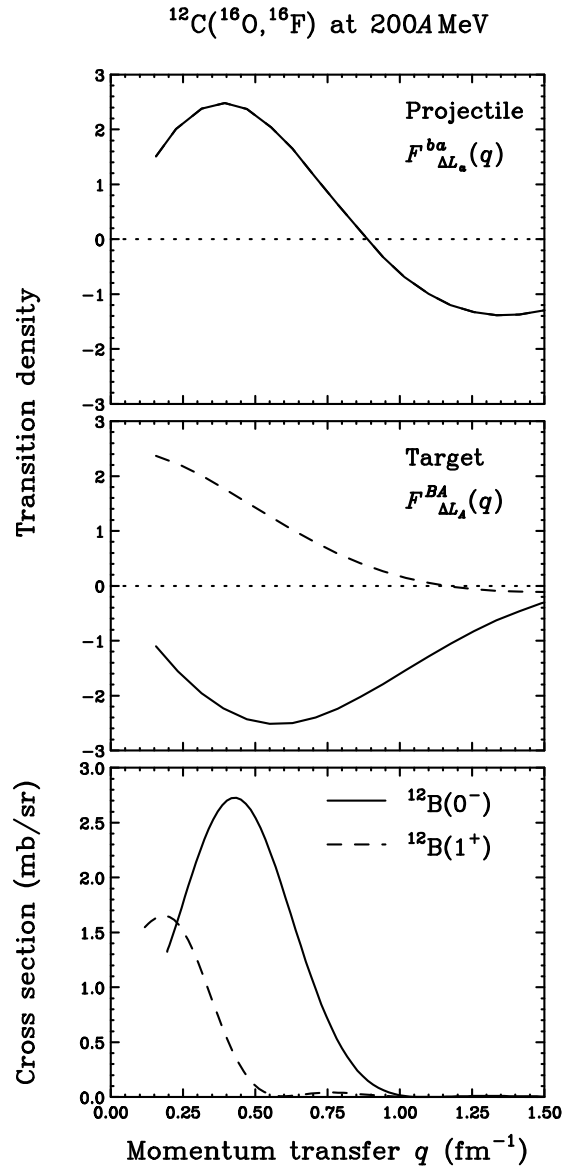


図 3: $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ at 200A MeV 反応の入射粒子 - 出射粒子系、標的 - 残留核系の遷移密度 (図上部、中部) 及び PWBA 断面積 (図下部)。

3.2 DWBA 計算結果

では、図 1 にみられるように 0^- 状態の DWBA 計算結果が前方ピークを持つのはなぜであろうか？この原因を調べるために、光学ポテンシャルのクーロン項、実部、虚部に分けて、それらが断面積に及ぼす影響を調べた。図 4 上部に 0^- 状態励起、下部に 1^+ 状態励起に対する計算結果を示す。点線が PWBA 計算結果、破線、実線、太線がクーロン項、実部、虚部を順々に考慮していった結果である。点線と実線がほとんど同じ結果を示すことから、クーロン項まで含めた実部の寄与は小さいことが分かる。一方、虚部の寄与は大きい。虚部を考慮すると断面積は小さくなる。さらに 0^- 状態励起の場合、角度分布が大きく変わり前方ピークとなる。一方、 1^+ 状態励起の場合、このような角度分布の drastic な変化は起こっていない。以上より、 0^- 状態の角度分布が前方ピークを持つ原因は光学ポテンシャルの虚部による吸収の効果に関わっていることが分かった。

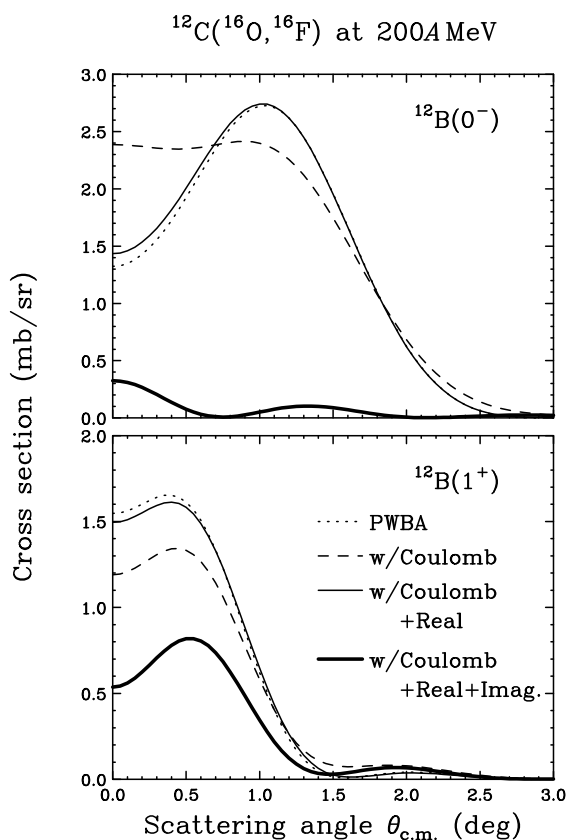


図 4: $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ at 200A MeV 反応の DWBA 計算結果 (図上部: $J^\pi = 0^-$ 、図下部: $J^\pi = 1^+$)。PWBA 計算結果 (点線) から、光学ポテンシャルのクーロン項、実部、虚部を順々に考慮していった (破線、実線、太線)。

そこで、吸収の効果をさらに詳しく調べるために、断面積を

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \sum_{M_R} \left| \sum_{L_f} \alpha_{L_f, M_R}^{L_R} Y_{L_f, M_R}(\theta, \phi) \right|^2 \quad (2)$$

のように出射角運動量 L_f ごとに分けた。ここで、 K は運動学的因子、 M_R は相対運動の移行角運動量の z 成分である。図 5、6 に $^{12}\text{B}(0^-)$ 、 $^{12}\text{B}(1^+)$ 状態励起における係数 α の絶対値 $|\alpha|$ の計算結果を示す。図左上の実線、破線が DWBA、PWBA の計算結果である。また、それらの比を取って、

$$D^{\text{DWBA}}(L_f, M_R) \equiv |\alpha_{L_f, M_R}^{L_R}(\text{DW})| / |\alpha_{L_f, M_R}^{L_R}(\text{PW})| \quad (3)$$

のように定義した吸収因子 D を図左下に示す。また参考のため、断面積を図右に示す。ここで、図 6 の 1^+ 状態励起においては、 $L_R = 1$ より $M_R = 0, \pm 1$ の場合があるが、結果はほとんど同じであった

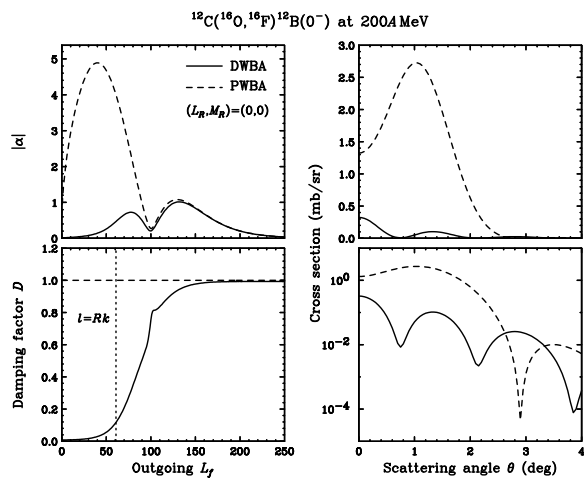


図 5: $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})^{12}\text{B}(0^-)$ at 200 MeV 反応における PWBA 計算結果と DWBA 計算結果との比較。左上: 式 (2) における $|\alpha|$ 、左下: 吸収因子、右上: 断面積 (縦軸 linear 表示)、右下: 断面積 (縦軸 log 表示)

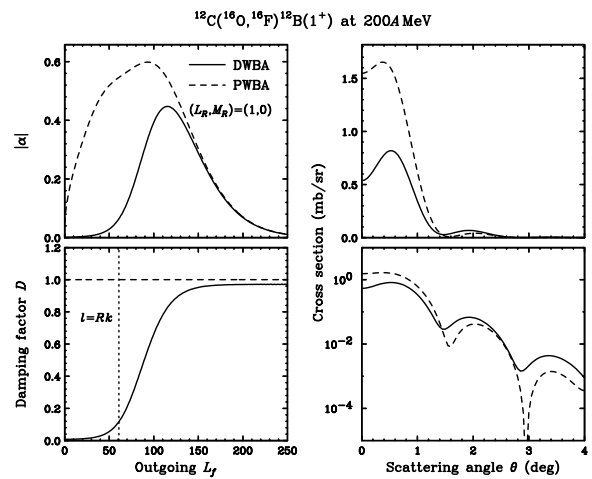


図 6: $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})^{12}\text{B}(1^+)$ at 200 MeV 反応における PWBA 計算結果と DWBA 計算結果との比較。図の意味は図 5 と同じ。

ため、 $M_R = 0$ の場合のみを示す。

図 5 より、 0^- 状態において $|\alpha|$ は $L_f \simeq 50$ と $L_f \simeq 130$ に 2 つの成分を持つことが分かる。これは、図 7 のように形状因子の実部が $r \simeq 5$ fm (角運動量 $L_f \simeq 100$ に対応) にノードを持つためである。PWBA 計算ではこれら 2 つの成分が断面積に寄与するが、DWBA 計算では吸収の効果により $L_f \simeq 50$ の第一成分の寄与が小さくなるため角度分布が変わる。一方、図 6 の 1^+ 状態において $|\alpha|$ は $L \simeq 100$ の 1 成分のみである。このため、吸収によっても断面積が小さくなるのみで、角度分布に対する影響はあまり見られない。ここで注意すべきは 0^- 状態 (図 5 左下) と 1^+ 状態 (図 6 左下) で、吸収因子 D がほとんど同じ結果を示していることである。つまり、吸収の大きさは 0^- 状態と 1^+ 状態では同じであり、断面積における吸収の効果が 0^- 状態と 1^+ 状態で異なるのは、それら形状因子の動径方向依存性が異なるためといえる。

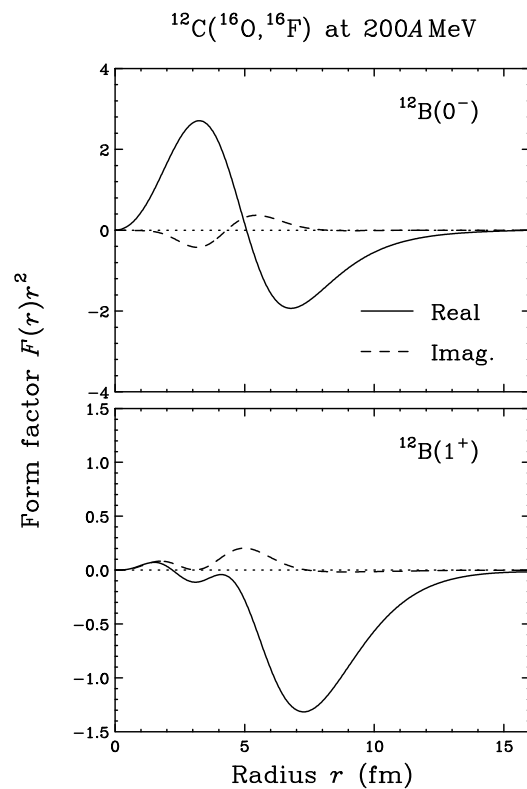
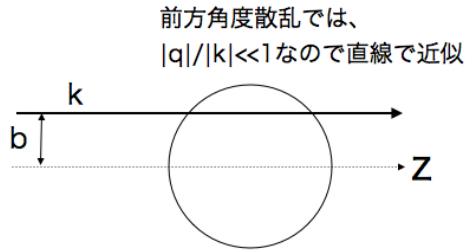


図 7: $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ at 200 MeV 反応の形状因子 (図上部: $^{12}\text{B}(0^-)$ 、図下部: $^{12}\text{B}(1^+)$)。

(a) Eikonal近似



(b) WKB近似

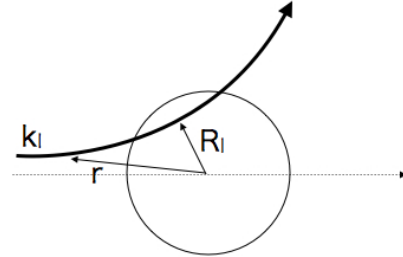


図 8: (a) Eikonal 近似、(b) WKB 近似による計算の概念図

3.3 古典的描像による吸収因子の評価

前節における DWBA 計算の結果から、光学ポテンシャルの実部の寄与は小さく、主に虚部による吸収の効果が支配的であることを示した。この強吸収は中間エネルギー重イオン反応に一般的にみられる重要な特徴の 1 つである。一方で、重イオン反応はその質量の大きさから短波長という特徴を持つため、Eikonal 近似や WKB 近似のような (半) 古典的描像が成り立つと予想される。そこで本節では、Eikonal 近似と WKB 近似の 2 つの近似法を用いて吸収因子 D を計算し、式 (3) で定義した吸収因子 D と比較する。

Eikonal 近似では、衝突パラメータ b における吸収因子は、

$$D^{\text{Eikonal}}(b) = \exp \left[\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\sqrt{b^2 + z^2}) dz \right], \quad v = \frac{\hbar k}{\mu}, \quad b^2 = x^2 + y^2 \quad (4)$$

のように表せる [12]。一方、WKB 近似では、角運動量 l をパラメータとして、

$$D^{\text{WKB}}(l) = \exp \left[2 \int_{R_l}^{\infty} \frac{\mu W(r)}{\hbar^2 k_l(r)} dr \right], \quad k_l(r) = \sqrt{k^2 - \frac{(l+1/2)^2}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)} \quad (5)$$

と表せる [13]。ここで、 R_l は古典的転回点であり、

$$k_l(R_l) = 0 \quad (6)$$

である。図 8 に、Eikonal 近似、WKB 近似による計算の概念図を示す。

図 9 に Eikonal 及び WKB 近似から求めた吸収因子を DWBA 計算結果から定義した吸収因子と比較する。ここで、Eikonal 近似の $D^{\text{Eikonal}}(b)$ に関しては、比較のために $kb = l + 1/2$ によりパラメータ b を l に変換している。図から分かるように、DWBA 計算結果から定義した $D^{\text{DWBA}}(l)$ は Eikonal、WKB 近似によって非常によく再現される。以上の議論から、中間エネルギー重イオン反応の反応機構は比較的単純であり、主に吸収の効果のみを考慮すればよいこと、また、その効果は Eikonal、WKB 近似のような (半) 古典的描像に基づく単純かつ直感的なモデルで評価できることが分かった。

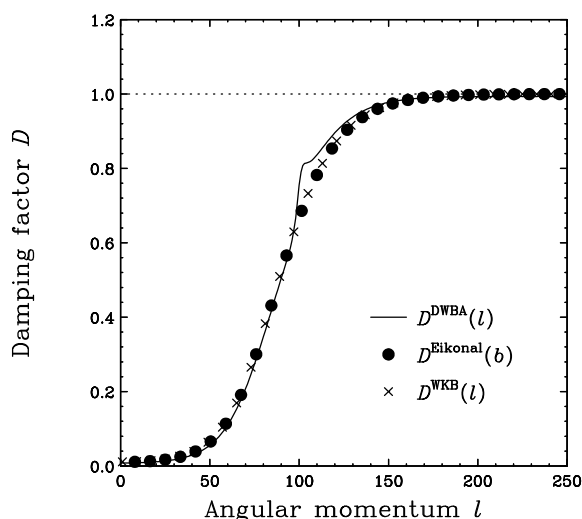


図 9: Eikonal 近似、WKB 近似による吸収因子の評価。実線が DWBA 計算から式 (3) を用いて求めた結果、丸印及びバツ印が Eikonal、WKB 近似を用いて評価した結果である。

4 まとめと今後

中間エネルギー重イオン反応の反応機構を明らかにするために、200 A MeV の $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{F})$ 反応を例にとって DWBA 計算を行い、その反応機構の中身を調べた。その結果、断面積に対する光学ポテンシャルの実部の寄与は小さく、主に虚部による吸収の効果が支配的であることが分かった。特に 0^- 状態励起の角度分布を理解するためには、吸収を考えることが本質的である。また、DWBA 計算結果から吸収因子を定義し、それを Eikonal、WKB 近似による計算と比較したところ、非常によく一致した。

中間エネルギー重イオン反応の強吸収という特徴を活かせば、その遷移行列要素は

$$T = \int k^2 dk v(k) F_p(k) F_t(k) D(k, q) \quad (7)$$

のように、吸収因子 D を導入した簡単なモデルで表せることが期待できる。今後はこのような簡単なモデルを通して重イオン反応を直感的に理解することに挑戦していきたい。

重イオン反応のもう 1 つの特徴として、強吸収と直接反応の起こる反応半径が大きいことから、関与する重心運動の部分波が非常に大きく、角運動量についても古典的描像が有効になることである。この方面からも重イオン反応の直感的理解を深めていきたい。

参考文献

- [1] M. Ichimura, H. Sakai, and T. Wakasa, Prog. Part. Nucl. Phys. **56**, 446 (2006).
- [2] K. Yako *et al.*, Phys. Lett. B **615**, 193 (2005).
- [3] C. L. Bai *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 072501 (2010).
- [4] C. L. Bai *et al.*, Phys. Rev. C **83**, 054316 (2011).
- [5] T. Uesaka *et al.*, Nucl. Instrum. Methods B **266**, 4218 (2008).
- [6] J. Cook *et al.*, Computer code FOLD/DWHI, Florida State University (1998), unpublished.
- [7] J. Cook *et al.*, Phys. Rev. C **30**, 1538 (1984).

- [8] S. Cohen *et al.*, Nucl. Phys. **73**, 1 (1965).
- [9] D. J. Millener *et al.*, Nucl. Phys. **A255**, 315 (1975).
- [10] M. A. Franey *et al.*, Phys. Rev. C **31**, 448 (1985).
- [11] J. Y. Hostachy *et al.*, Nucl. Phys. **A490**, 441 (1988).
- [12] M. Takashina, Phys. Rev. C **78**, 014602 (2008).
- [13] Götz *et al.*, Phys. Rep. **C16**, 115 (1975).

少数粒子反応と最近の話題

Reaction in Few-Body System and Recent Topics

九州工業大学工学部基礎科学研究系 鎌田裕之

概要

少数核子系、特に3核子系散乱問題の最近のトピックスとして、カイラル有効場理論による3体力、並びに3核子系における相対論的な取扱いについて紹介する。多くの項を含むNNNLOバージョンのカイラル3体力の計算は進み、それを用いた3体散乱計算が待たれている。一方、相対論的計算については Tucson-Melbourne の3体力を含めた3体散乱計算がなされている。

1 はじめに

素粒子物理学は、小林・益川理論に見られるように、万物の統一理論を目指して対称性とその破れについて考えてゆき、統一的な一筋の道があるように見える。それに対して、原子核物理学の研究には、ポーア=モッテルソンの古い教科書を見ても明らかのように、独立粒子模型や集団運動模型など多くの模型があり、またそれらの模型についての方法論にも多岐にわたっている。

原子核物理学の土台としているものは核力であるが、果たして原子核物理学は核力自体を研究の対象としているだろうか？ いわゆる、現実的核力ポテンシャルとは、湯川理論に沿った中間子交換型のもので表わされ、実験室系のエネルギーで350 MeV までの核子・核子散乱実験で得られる位相差などのオブザーバブルについて χ^2 フィッティングが1になっているものを指す。こうした条件を満たす核子ポテンシャル(2体力)として、ボン [1] やアルゴンヌ V18[2]、ナイメーヘン [3] を挙げることができる。残念ながら、軽い原子核、中重核、そして重イオンの原子核物理学のアプローチに用いられている方法論的な制約のために、その多くの場合、現実的核力ポテンシャルは使われていない。

方法論的な制約であると一方的な決め付け方をしたけれども、現実的ポテンシャルが「信じられていない」ことが大きな原因の一つにあるからかもしれない。少数多体系の問題として、まさにこの問題を解決すべく、現実的ポテンシャルを直接用いての厳密計算を3核子系の3重水素(トリトン)の結合エネルギーについて計算が行われて久しいが、残念ながら実験値 8.48MeV に対して 0.5?1MeV 程度のエネルギーが欠如する結果になっていることが知られている。この状況では、とても3核子系を越える多核子系としての原子核の計算に現実的ポテンシャルを採用する気運が起こらないかもしれない。そして、多核子系への応用に現実的ポテンシャルを使うことを薦められない。しかしながら、確固たる核力もない状況のままでは、原子核模型の土台が揺らいでしまいかねない。

勿論、こういった困難を解決すべく、3体力を登場させことを考えているわけであるが、傍から見れば2体力も確定しないのに3体力を議論すれば、尚更問題は、迷宮入りだと思われてもしかたがない。まして、2体力で説明できない部分の多くは、いわゆる残留相互作用とよばれ、3体力もこの部類に含まれかねない。実際、様々な現実的2体力に共通に作用する3体力は存在していない。 ad hoc な3体力が多く考案されてきた。

悲観的な議論をしてきたが、1967年に Weinberg が提唱したカイラル摂動理論に新しいパラダイムの発端が見出された。これはハミルトン形式からラグランジアン形式への移行であり、すなわち、多体力を一つずつ発掘していくやり方から、2体力だけでなく全ての多体力を一

括して決めていくことを考えている。そのラグランジアンは、カイラル対称性を軸に作られるが、接触項とよばれるダイアグラムを再認識して、高精度の核力ポテンシャルを確立する。カイラル有効場理論による3体力については、次節で議論したい。更に第3節では、相対論的な3体計算について簡単に説明したい。第4節で展望を述べる。

2 カイラル有効場理論の3体力

3体力は、歴史的に中間子論的な説明の下、2つの中間子交換により核子の中間状態がアイソバーに励起するメカニズムによって1957年に、Fujita-Miyazawa (FM) が示したものが最初と言われている。(図1)その後、中間子だけでなく他の中間子を取り込んだモデルの拡張、核子カレント特にカイラル・カレントに着目した拡張がなされてきた。Tucson-Melbourne[4, 5, 6, 7]の3体力の形は、図1に示したように核子の交換について対称な3つの部分からなる。左側のダイアグラムは中央の核子ラベル1に対応し、それは

$$V_4^{(1)} = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{g_{\pi NN}}{4m^2} \frac{F_{\pi NN}^2(Q_2^2) F_{\pi NN}^2(Q_3^2)}{(Q_2^2 + \mu^2)(Q_3^2 + \mu^2)} (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{Q}_2)(\vec{\sigma}_3 \cdot \vec{Q}_3) F \quad (1)$$

の様に書けて、 F は、アイソバーが伝播する部分を表しており、

$$F = \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_3 [a + b\vec{Q}_2 \cdot \vec{Q}_3 + c(Q_2^2 + Q_3^2)] + d(\vec{\tau}_3 \times \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_1)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{Q}_2 \times \vec{Q}_3) \quad (2)$$

で与えられる。 $F_{\pi NN}(Q)$ は πNN が接触している部分の形状因子を表している。 μ, Q は、それぞれ、中間子の質量とその運動量で、 $1/(Q^2 + \mu^2)$ はグリーン関数(伝播関数)を表している。 F 内にあるパラメータ a, b, c, d は、 N 弾性散乱によって決められる。

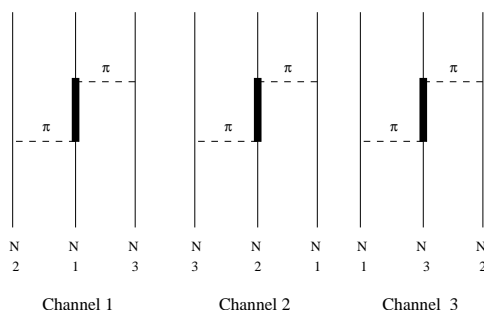


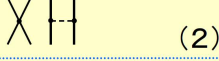




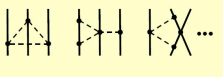

図1 Fujita-Miyazawaの2 交換型の3体力ダイアグラム 実線(破線)は核子(中間子)の線を表し、中央の太い線の部分は核子の内部励起によるアイソバーを表している。下に記した番号は核子のラベルである。

カイラル摂動理論から導かれる3体力は、カイラルラグランジアンから作られる。前節でも述べたように、カイラル有効場理論における3体力は、一つのラグランジアンから作るために2体力など他の多体力とコンシステントに扱われ、その意味で2体力のみでは実験値を合わせなかった部分を修正する都合のよい3体力とは異なる。オーダーによって、ポテンシャルは分類され、ポテンシャルが核子運動量 Q の ν 乗のサイズをもつ場合、その ν をオーダーとよんでいる。

$$V \approx \left(\frac{Q}{\Lambda}\right)^\nu \quad (3)$$

$\nu = 0, 2, 3, 4$ の場合に対して、それぞれLO(Leading Order), NLO(Next to Leading Order), NNLO(Next to Next to Leading Order), NNNLOとよんでいる。 Λ は、サイズパラメータで後述する。図2にそれぞれのオーダーについての2体力、3体力更に4体力のファイマン・ダ

Few-nucleon forces in chiral EFT

		2-body force	3-body force	4-body force
LO	Q^0	 (2)	—	—
NLO	Q^2	 (7)	—	—
NNLO	Q^3	 (0)	 (2)	—
NNNLO	Q^4	 (15)	 (0)	 (0)

(*)括弧内は、新しく増えたパラメーターの数

図2 オーダー ($\nu=0,2,3,4$) によるファイマン・ダイアグラムの階層 実線 (破線) は核子 (中間子) を表す。黒丸 () 四角 () などは接触相互作用を表す。

イアグラムを示した。括弧の中にある数値は、オーダーが増えるに従って現れてくる相互作用の強度を表す新しいパラメータの数を意味している。それらのパラメータのことを低エネルギー展開係数 (Low-energy constant: LEC) という。LEC は、もともとラグランジアンに含まれており、オーダーが高くなると次第にポテンシャルの中に反映する。

図2の中央に、NNLO ($\nu=3$) のオーダーで3つのタイプの3体力が現れる。それぞれをFM型、D型そしてE型とよぶ。FM型は式(1)と同じもので、ただしパラメータ a, b, c, d は、カイラルラグランジアンを持っている LEC (c_1, c_3, c_4) と次の関係で結ばれている。

$$a = \frac{4\mu^2}{F_\pi^2} c_1, \quad b = \frac{2}{F_\pi^2} c_3, \quad c = 0, \quad d = -\frac{1}{F_\pi^2} c_4. \quad (4)$$

ここで、これら c_1, c_3, c_4 は、すでに2核子ポテンシャルを決める段階で決定されている。 F_π は中間子の崩壊定数である。FM 3体力は、前節でも強調しように2体力と3体力がコンシステントに現れる良い例になっている。一方、E型とD型は、それぞれ

$$V_4(D)^{(1)} = -\frac{g_A}{4F_\pi^2} \frac{c_D}{F_\pi^2 \Lambda_x} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{Q}_1}{Q_1^2 + \mu^2} (\vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_1 \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{Q}_1 + \vec{\tau}_3 \cdot \vec{\tau}_1 \vec{\sigma}_3 \cdot \vec{Q}_1)$$

$$V_4(E)^{(1)} = \frac{c_E}{F_\pi^4 \Lambda_x} \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_3 \quad (5)$$

の式で与えられる。 Λ_x はスケールを与えるものとしても、新しい LEC (c_D, c_E) が現れる。少数核子系 (NN, NNN, NNNN...) の範囲では、 c_D はここで始めて出現するが、NNの系で2核子 NN に中間子が吸収される (あるいは生成される) プロセスに出てくる。従って、E型の3体力は新しく与えられたもので、その LEC の c_E は3体系の観測量によって決まるものである。

$\nu=4$ の NNNLO バージョンになると、2核子ポテンシャルの LEC の数は新しく15個増えるが、3体力の種類は増えるが新しい LEC は現れない。図2に示した NNNLO の3体力を5つに分類すると、図3に示したダイアグラムになる。(a)-(e) は、それぞれ、2交換、2-1交換、リング、1接触項、2接触項とよんでいる。NNLO で現れた FM は2交換 (a) に、D型は1接触項 (d) に含まれる。[8] 例えば、2-1交換型の3体力は8つの項からなり、部分波展開され [9]、最近では NNNLO の全てのダイアグラムのプログラム・コードが出来上がった。[10] NNNLO までの3体力を用いての3核子散乱計算は現在進行している。式3に示したように、相互作用は外線の運動量 Q に対して摂動展開していく。そのため、物理的モデル

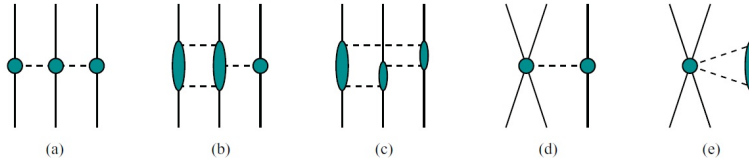


図3 NNNLOの3体力についてファインマン・ダイアグラム

空間の範囲の最大値が Λ 程度に抑えないと、解いている積分方程式の積分核は L^2 にならなくなり発散することになる。カイラル摂動計算において、モデル依存度の最も大きな部分であるため、 Λ は複数用意される。例えば3体力の場合、この空間制限のために、因子 $f(p, q)$

$$f(p, q) = \exp \left[-\frac{(4p^2 + 3q^2)^n}{(4\Lambda^2)^n} \right] \quad (6)$$

を上述の3体力にかけている。 n は2または3程度にとっている。ここで、 p, q はそれぞれ、2核子間の相対運動量、2核子部分系の重心と傍観粒子(残りの核子)との相対運動量を表す。この Λ はだいたい $400 \text{ MeV}/c \sim 600 \text{ MeV}/c$ の値である。従って、高いエネルギー領域への計算を拡張するためには、この Λ は適切に大きな値を選び、更にオーダー次数の高い計算が必要になる。

図4(図5)にカイラル有効場理論のポテンシャルを用いた陽子・重陽子弾性散乱の計算結果を示す。[12] 入射粒子の陽子のエネルギーを 10 MeV (65 MeV) に選んだ場合、それぞれの微分断面積 ($d\sigma/d\Omega$) と陽子のベクトル偏極量 (A_y)、テンソル偏極量である。NNLO と NLO の理論を比較している。 10 MeV では、 A_y を除いて、実験 DATA を良く説明しているが、 65 MeV の場合は、NNLO だけが説明できている。NNLO と NNNLO の違いは、3体力があるかないかの点であり(図3参照)ここでは示めさないが NNNLO の計算で3体力を除いた計算との比較によって、微分断面積の散乱角が 130° 辺りの極小値が改善されていることは、3体力によるものであることが明らかになった。

3 相対論的 Faddeev 3体方程式

非相対論的な2体のポテンシャル V は、次の非相対論的 Lippmann-Schwinger 方程式 (LS) を満たす。

$$t^{\text{nonrel}}(\vec{p}, \vec{p}'; E) = V(\vec{p}, \vec{p}') + \int V(\vec{p}, \vec{p}'') \frac{1}{E - p''^2/m + i\epsilon} t^{\text{nonrel}}(\vec{p}'', \vec{p}'; E) d^3\vec{p}'' \quad (7)$$

ここで、 t^{nonrel} は、非相対論的な散乱行列である。 p, E はそれぞれ2核子間の相対運動量、重心系のエネルギーである。これに対して相対論的ポテンシャル v は、次の相対論的 LS 方程式を満たす。

$$t^{\text{rel}}(\vec{p}, \vec{p}'; \sqrt{s}) = v(\vec{p}, \vec{p}') + \int v(\vec{p}, \vec{p}'') \frac{1}{\sqrt{s} - 2\sqrt{m^2 + p''^2} + i\epsilon} t^{\text{rel}}(\vec{p}'', \vec{p}'; \sqrt{s}) d^3\vec{p}'' \quad (8)$$

\sqrt{s} は2体系の不変質量を表す。 $(m$ は核子の静止質量)この時、非相対論的運動量・重心エネルギーは、相対論的それらとは、原理的かつ一意的に結びつける関係は存在しない。しかし、固有値は測定されるべきものであり、共通のオブザーバブルを同じ数値解として与える相対論的ポテンシャル v を、非相対論的ポテンシャル V から作ることができる。その方法の例を2つあげれば、Coester=Pieper=Serduke 法 [13, 14] と Kamada = Glöckle 法 [15] である。これらの方法の比較については Polyzou の論文 [16] が詳しい。図6と図7に、それぞれ、アルゴンヌ V18

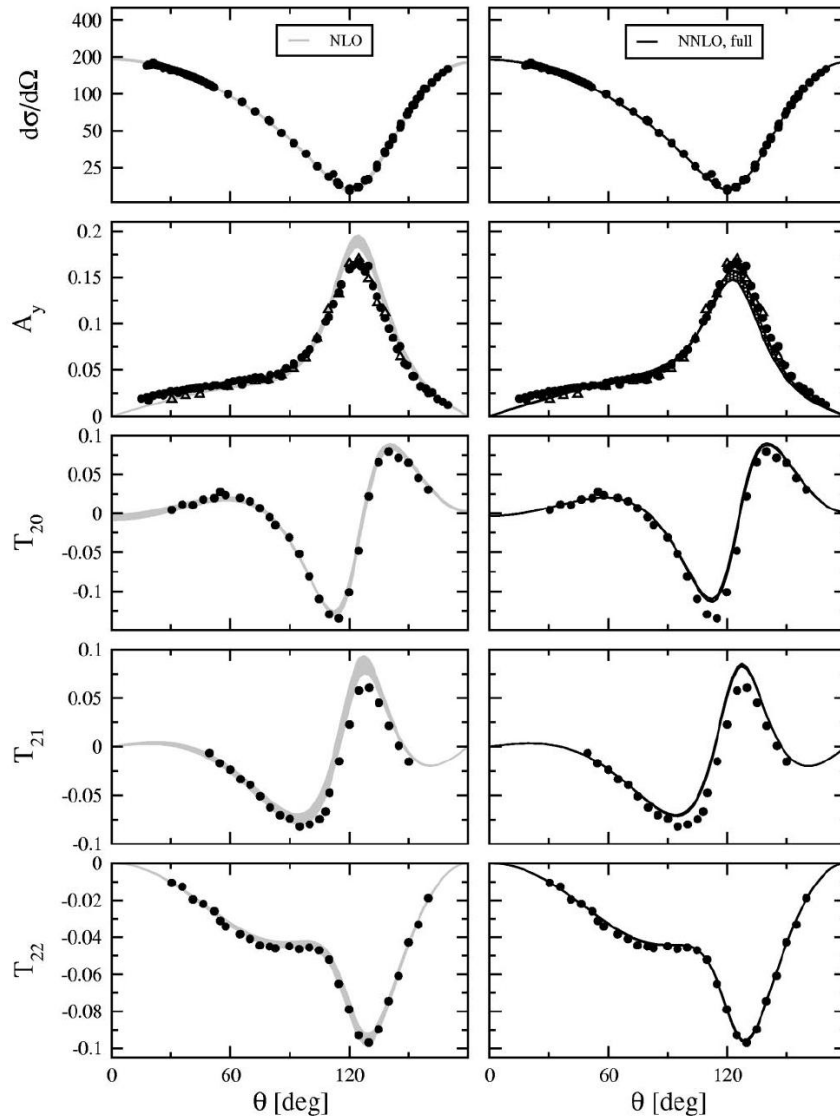


図4 NLO と NNLO バージョンのカイラル有効場理論ポテンシャルによる陽子・重陽子散乱のオブザーバブル ([12] より転載) 入射粒子が 1.0 MeV の場合で、更に左 (右) は、NLO (NNLO) バージョンを用いた場合である。上の列から、微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ 、ベクトル偏極量 A_y 、テンソル偏極量 T_{20}, T_{21}, T_{22} である。

ポテンシャルの部分波 1S_0 の非相対論的ポテンシャルと相対論的ポテンシャルの等高線図を示した。両者の違いは肉眼では良く見えないが、相対論的ポテンシャルは非相対論のそれに対してわずかに小さなサイズになっている。

3 体系の重心系を考えると、部分系としての 2 体系の重心は、第 3 の粒子の運動量が 0 でない限り、運動することになる。非相対論での計算では、2 体系の重心の運動によって、散乱振幅は不変である。これは、相対運動量がガリレイ変換の下、不変であることに起因する。相対論での計算は、相対運動量がローレンツ変換の下、もはや不変にならない。従ってポテンシャル v も重心の運動量 q によって変化することになる。そのようなポテンシャルをローレンツ・ブースト・

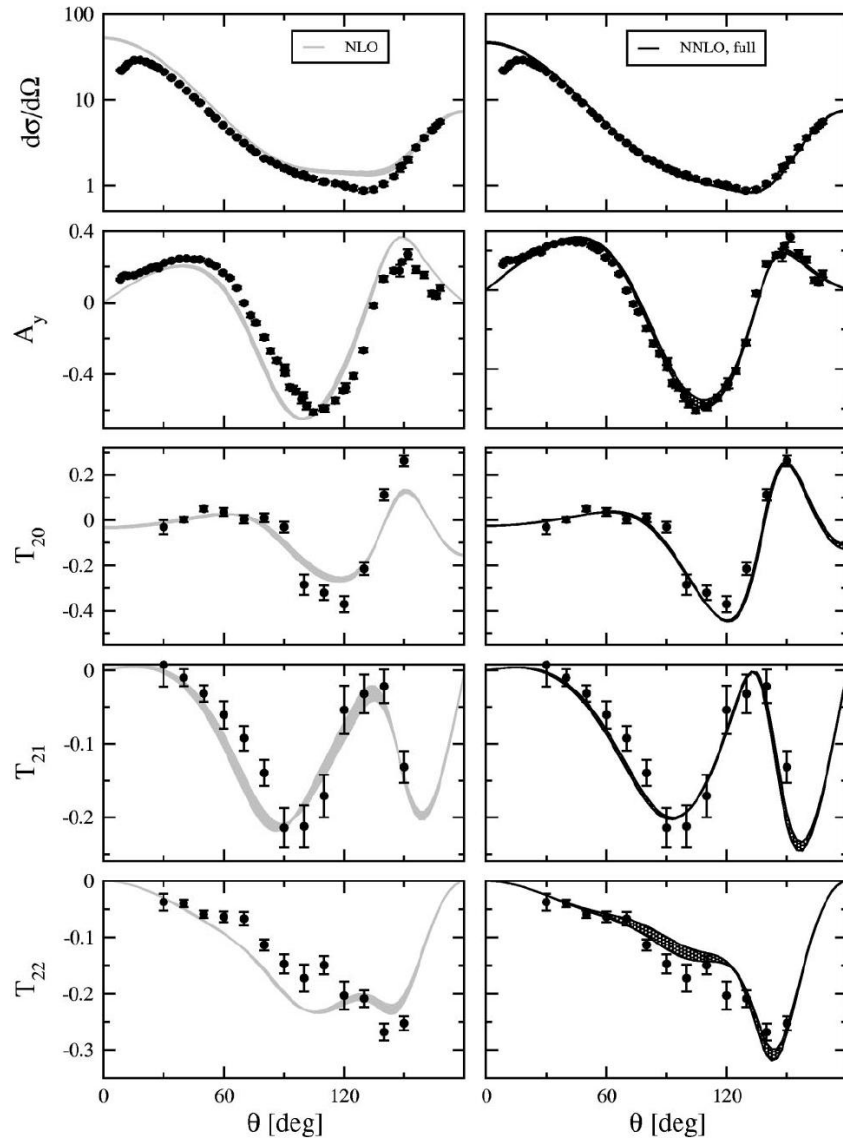


図5 NLO と NNLO バージョンのカイラル有効場理論ポテンシャルによる陽子・重陽子散乱のオブザーバブル 図4と同じであるが、エネルギーが65 MeV の場合である。

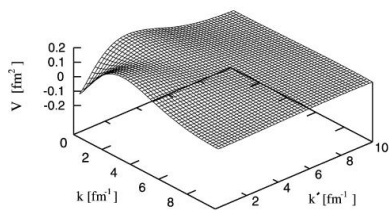


図6 非相対論的ポテンシャル

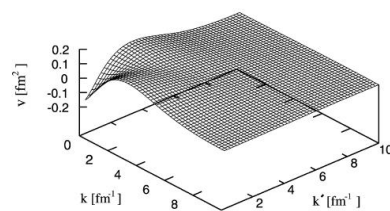


図7 相対論的ポテンシャル

ポテンシャルとよび、 v_q で表せば、次式を満たすことになる。

$$v_q = \sqrt{(2\sqrt{m^2 + p^2} + v)^2 + q^2} - \sqrt{4(m^2 + p^2) + q^2} \quad (9)$$

ポテンシャルは演算子であるから、一般にこのようなポテンシャルが作れるかは分からないが、通常の現実的ポテンシャルについては存在することが知られている。[17] このポテンシャルを満たす LS 方程式はローレンツ・ブースト散乱行列 t_q と共に次のように書ける。

$$t_q(\vec{p}, \vec{p}'; \sqrt{s}) = v_q(\vec{p}, \vec{p}') + \int v_q(\vec{p}, \vec{p}'') \frac{1}{\sqrt{s + q^2} - \sqrt{4(m^2 + p''^2) + q^2} + i\epsilon} t_q(\vec{p}'', \vec{p}'; \sqrt{s}) d^3\vec{p}'' \quad (10)$$

さて、相対論における 3 体のハミルトニアンは、3 体質量演算子を考えることになり、それは次の様に見える。

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{m^2 + q^2} + \sqrt{m^2 + q'^2} + \sqrt{m^2 + q''^2} + v_q + v_{q'} + v_{q''} \\ &= \sqrt{4(m^2 + p^2) + q^2} + \sqrt{m^2 + q^2} + v_q + v_{q'} + v_{q''} \\ &= \sqrt{4(m^2 + p'^2) + q'^2} + \sqrt{m^2 + q'^2} + v_q + v_{q'} + v_{q''} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{m^2 + p^2} + v)^2 + q^2} + \sqrt{m^2 + q^2} + v_{q'} + v_{q''} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで (p, q) と (p', q') 、 (p'', q'') はそれぞれ異なる 3 つの粒子チャンネルの運動量セットを表し、 p は 2 体部分系の重心系についての相対運動量であり、 q は 3 体重心系の第 3 粒子の運動量である。 p は 3 体重心系における 2 体部分系の相対運動量ではないことに注意する。この演算子の固有値は 3 体の不変質量 \sqrt{S} であるから、束縛状態の Faddeev 方程式は、

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{S} - \sqrt{m^2 + q^2} - \sqrt{4(m^2 + p^2) + q^2}} t_q P \psi \quad (12)$$

と書け、ここで ψ は Faddeev 要素とよばれ、 ${}^3\text{H}$ の全波動関数 Ψ はこれを用いて

$$\Psi = (1 + P)\psi \quad (13)$$

と表される。ただし、 P は粒子交換演算子で $P \equiv P_{12}P_{13} + P_{12}P_{23}$ である。同様に散乱の方程式も

$$T = t_q P |\phi_d\rangle + t_q P \frac{1}{\sqrt{S} - \sqrt{m^2 + q^2} - \sqrt{4(m^2 + p^2) + q^2} + i\epsilon} T \quad (14)$$

のように書ける。 ϕ_d は重陽子の波動関数である。以上の議論は、3 ボソン系で、3 核子の場合はローレンツ・ブーストによって、スピンに対してはウィグナー回転をさせないといけないことは、言うまでもない。

図 8 に入射粒子 (陽子) の運動エネルギーが 1 3 5 MeV と 2 5 0 MeV の場合の微分断面積を示した。[18] ボン・ポテンシャル [1] を 2 体力とし、2 中間子交換型の Tucson・Melbourne の 3 体力 [7] を用いた。1 3 5 MeV では、散乱角が 1 3 0 ° 辺りで 2 体力のみでは不足していた分を、3 体力によって埋め合わせることがほぼできている。しかし、エネルギーが 2 5 0 MeV のように大きくなると、3 体力を加えただけでは十分に説明ができなくなる。(実線と点線との比較) 特に 1 8 0 ° 付近での実験値との差が大きい。このことから、3 体力の以外の効果として、相対論的計算の可能性が試みられた。その結果、確かに散乱角が 1 8 0 ° 付近の変化はみられたものの、大きな改善はできなかった。(実線と破線との比較) 次に 3 体力を含め、かつ相対論的な計算を行った曲線が一点破線である。この場合も非相対論的な結果とほとんど変わらないであろうと予想していたが、意外に大きな変化をもたらし、十分に実験値との一致ができたとは言えないが、1 8 0 ° 付近の不足していた部分を説明する可能性がでてきた。

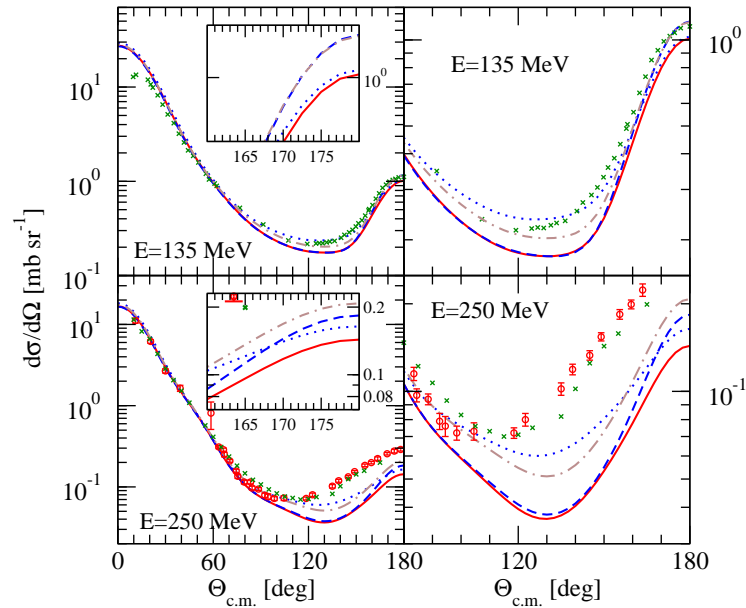


図8 陽子・重陽子弾性散乱の微分断面積 ([18] より転載); 実線、破線、点線、一点破線は、それぞれ、2体力のみで非相対論的、2体力のみで相対論的、3体力を含む非相対論的、3体力を含む相対論的計算曲線である。

4 展望

Glöckle が3体計算のテキスト [19, 20] を著してから久しいが、その頃と比べると上述してきたようにカイラル有効場ポテンシャルと相対論的な計算方法が急速に発展してきた。カイラル有効場ポテンシャルについては、本誌シリーズにその方法についての日本語解説を書いたが、[22] 相対論的3体計算については、いづれどこかで詳しく解説したいと考えている。

実験で測られているエネルギー領域 (100MeV 以上) の陽子・重陽子散乱 [11] に対する理論計算のためには、NNNLO バージョンの2体力・3体力が必要になると予想され、ようやくNNNLO の3体力が準備できつつある。[10] 従って、中高エネルギー領域におけるカイラルポテンシャルによる3体力を含めた計算が可能な段階になっている。その他、カイラルポテンシャルの新しいバージョンとして、アイソバーの自由度を含んだ核力の研究もなされている。[21] エネルギーが更に増えると、中間子が生成される閾値に達し、その場合には NNN の4体系を仮定した3核子散乱計算が必要になるであろう。

ここで述べてきた3核子系への相対論的アプローチは、量子力学の範囲に限られている。ローレンツ・ブーストを正確に扱えば、一般に少数多体系における相対論的量子力学は、矛盾なく計算できることが証明されている。[23] 相対論的な計算には、更に場の量子論の扱いによって理論を展開する道がある。[24] その理論の枠組みでは、核子を明らかにスピンとして扱うため、反粒子のヒルベルト空間も必要になる。従って、そこでは3核子系でありながら、中間状態には3個以上の多体ダイナミクスが必要になる可能性がでてくる。例えば、上述した NNN の4体系で、中間子はエネルギー閾値で生成される場合、従来の量子力学の4体系では、説明が難しい。具体的にいえば、その閾値以下では3核子と中間子が常に束縛状態になっていなければならないといった状況に陥るが、それは非現実的である。

この意味においても、4体系の難しさと興味深さが窺えそうであるが、話を3体力に戻したい。カイラル有効場ポテンシャルは、確かに1つのラグランジアンから作られて行くから、2体力と

3体力は系統的に作られていくことを強調してきた。NNLOのFM型の3体力とNNNLOの3体力は、2体力で確定できたLECを共通の結合定数として受け継いでいる。ところが、NNLOのD型とE型の3体力はどうか。2体力のLECでは決まらないのである。しかし、D型は、NN系が基本となるハミルトニアンに現れる項であるが、上述のNNN系と同様な困難がある。E型は、3体力特有のLECを持っている。この様に考えると、カイラル有効場ポテンシャルも、従来の現象論的な場合とさほど変わりはないように思われる。すなわち、「2体力で決まらないことは、3体力を導入すればよい」、「3体力でも決まらないことは、4体力を導入すればよい」、・・・これでは、堂々巡りである。

ところが、見落としとしてはならないことは、カイラル有効場理論の大きなメリットとして、多体力はオーダーが高くなると現れないことである。然るに、4体力(図2のNNNLO)について4体計算を行い、その寄与はほとんど無視できるくらい小さなものになることを示した研究がある。[25] それは即ち、3体力までの多体力が原子核全体にとって定量的に必要な核力であることを意味する。従って、次の段階としての4核子系の研究において、その3体力が適切な役割を演じていることが確かめられるならば、ようやく少数多体系における核力の探求について終止符を打つことになりそうである。

カイラル有効場ポテンシャルと相対論の計算で共同研究をしてきた W. Glöckle, H. Witała, J. Golak, E. Epelbaum, W. Polyzou, U. G. Meißner, R. Skibiński, A. Nogga の諸氏に日頃より感謝いたします。

参考文献

- [1] R. Machleidt, F. Sammarruca, and Y. Song, Phys. Rev. C **53**, (1996) R1483.
- [2] R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, R. Schiavilla, Phys. Rev. C **51**, (1995) 38.
- [3] V.G.J. Stoks, R.A.M. Klomp, C.P.F. Terheggen, J.J. de Swart, Phys. Rev. C **49**, (1994) 2950.
- [4] S.A.Coon, M.D.Scadron, P.C.McNamee, B.R.Barret, D.W.E.Blatt and B.H.J.McKellar, Nucl. Phys. **A317** (1979) 242.
- [5] R.G.Ellis, S.A.Coon, B.H.J.McKellar, Nucl. Phys. **A438** (1985) 631.
- [6] S.A.Coon, W.Glöckle, Phys. Rev. C **23** (1981) 1790.
- [7] S.A.Coon and M.T.Pena, Phys. Rev. C **48** (1993) 2559.
- [8] V.Bernard, E.Epelbaum, H.Krebs, Ulf-G. Meißner, Phys. Rev. C **77**, (2008) 064004.
- [9] H. Kamada, E. Epelbaum, A. Nogga, Ulf-G. Meißner, H. Witała, J. Golak, R. Skibiński and W. Glöckle, AIP Conf. Proc., **1011** (2007), 59.
- [10] R. Skibiński, J. Golak, K. Topolnicki, H. Witała, E. Epelbaum, W. Glöckle, H. Krebs, A. Nogga, H. Kamada, e-Print: arXiv:1107.5163 [nucl-th], to appear in Phys. Rev. C.
- [11] 例えば、K. Sekiguchi *et al.*, Phys. Rev. C **83** (2011) 061001(R).
- [12] E. Epelbaum, A. Nogga, W. Glöckle, H. Kamada, Ulf-G. Meißner, H. Witała, Phys. Rev. C **66** (2002), 064001.
- [13] F. Coester, Helv. Phys. Acta **38** (1967) 7.
- [14] F. Coester, Steven C. Pieper, and F. J. D. Serduke, Phys. Rev. **11** (1975) 1.
- [15] H. Kamada and W. Glöckle, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2547.
- [16] T. W. Allen, G. L. Payne, and Wayne N. Polyzou, Phys. Rev. C **62** (2000) 054002.
- [17] H. Kamada, W. Glöckle, Phys. Lett. **B655** (2007) 119.
- [18] H. Witała, J. Golak, R. Skibiński, W. Glöckle, H. Kamada, W.N. Polyzou, Phys. Rev. C **83** (2011) 044001.

- [19] W. Glöckle, *The Quantum Mechanical Few-Body Problem*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, (1983).
- [20] W. Glöckle, H. Witała, D. Hüber, H. Kamada, J. Golak, Phys. Rep. 274, (1996) 107.
- [21] E. Epelbaum, H. Krebs, and Ulf-G. Meisner, Phys. Rev. C **77** (2008) 034006.
- [22] 鎌田裕之、素粒子論研究 115(2), B50-B55, 2007-06-20.
- [23] B. Bakamjian, L. H. Thomas, Phys. Rev. **92** (1952) 1300.
- [24] Alfred Stadler, Franz Gross, and Michael Frank Phys. Rev. C **56** (1997) 2396.
- [25] D. Rozpedzik, J. Golak, R. Skibiński, H. Witała, W. Glöckle, E. Epelbaum, A. Nogga and H. Kamada, Acta Physica Polonica B **37**(2006) 2889.

クォーク模型バリオン間相互作用 fss2 の 核子-重陽子弾性散乱への適用

福川 賢治*、藤原 義和 (京都大学理学研究科)

概要

我々は、エネルギー依存性を非局所化したクォーク模型核子間相互作用 fss2 を核子-重陽子 (Nd) 弾性散乱に適用し、低エネルギー領域での物理量である三重陽子の結合エネルギーや中性子-重陽子 (nd) 有効距離パラメータ及び低エネルギー微分断面積が三体力を導入することなくほぼ再現されることを示した。我々は、screened Coulomb force を用いた新しいクーロン力の取扱いを開発し、豊富な陽子-中性子 (pd) 散乱データとの詳細な比較、検討を通じて、このエネルギー領域では、三体力よりクーロン力の方が重要であることを示した。従来から問題であった 25 MeV 以下の入射エネルギー領域での核子と重陽子の偏極分解能 ($A_y(\theta)$ と $iT_{11}(\theta)$) の最大値については、AV18 等の中間子交換ポテンシャルによる計算結果からのかなりの改善が得られたが、10 MeV 以下のエネルギー領域では、依然 20% 程度の差異が特に pd 散乱の $A_y(\theta)$ において存在する。更に、より高いエネルギー領域 (65 MeV 以下) では、 nd , pd の観測量は非常に良く再現される。

1 導入

少数核子系は核力を出発点とする厳密計算が可能であるため、重陽子の性質や数千に及び 2 体散乱の実験データを再現する、所謂現実的核力をテストする良い対象である。現在では、3 核子間力を含めた少数核子系厳密計算が数多く行われ、一定程度の成功を収めている。すなわち、3 核子間力は 3 核子系の束縛エネルギーだけでなく、軽い核の基底状態及び低励起状態の束縛エネルギーにも寄与している [1, 2]。3 核子散乱系における 3 核子間力効果の詳細な研究は、例えば中間子交換モデルに基づくものや [3, 4, 5]、カイラル摂動論に基づくものがある [6, 7, 8]。3 核子間力の効果は 3 核子散乱系では $E_N > 100$ MeV の中間及び高エネルギー領域で顕著に現れることが知られている。一方で、3 核子間力やクーロン力を考慮した計算においても解決していない問題として、低エネルギー核子-重陽子 (Nd) 弾性散乱において、核子の偏極分解能 $A_y(\theta)$ の最大値の理論予測が実験値を 20 % 以上下回ると言う事実 (A_y puzzle) が古くから知られている [9, 10, 11, 12, 13]。従って実験データとの不一致に対するアプローチとして、3 体力についての研究の他に、3 体以上になりはじめてその効果が現れる核力の off-shell 性を検討することも意味のあることである。

以下に述べるように、中間子交換ポテンシャルとは全く異なる off-shell 性を持つクォーク模型バリオン間相互作用は核力だけでなく、バリオン 8 重項間 (N, Λ, Σ, Ξ) の相互作用

*E-mail: fukukawa@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

用を統一的に記述する模型である。京都・新潟グループによって提唱された現実的クォーク模型バリオン間相互作用は2核子系やハイペロン-核子散乱の実験データを精度良く再現する。特に最も進んだ模型である fss2 では中間子交換ポテンシャルに劣らない精度で2核子系の実験データを再現する [14]。クォーク模型バリオン間相互作用は2つの 3-quark cluster に共鳴群模型を適用することにより構築され、その特徴はクォークの反対称化に由来する非局所性と、共鳴群模型に固有なエネルギー依存性にある。クォーク模型バリオン間相互作用においては、核力の中間距離及び長距離引力は有効中間子交換ポテンシャルで表される。短距離斥力は、1 グルーオン交換に基づく Fermi-Breit 相互作用中の color-magnetic 項の効果による、非局所なクォーク交換積分核として表され、中間子交換模型とは全く異なる off-shell 性を有する。クォーク模型バリオン間相互作用を3体問題に適用する際、束縛系では2体部分系の Hamiltonian の期待値を L^2 可積分な全波動関数を用いて計算することにより、相互作用中に現れる2体部分系のエネルギーを自己無撞着に決定することができる。しかし散乱系では全波動関数が L^2 可積分でなく2体部分系のエネルギーが well-defined ではないため、相互作用のエネルギー依存性を除去する必要がある。エネルギー依存性の除去は $\sqrt{1/N}$ factor (N は $(3q)-(3q)$ 系の normalization kernel) を用いて相互作用に off-shell 変換を施すことによってなされる [15]。エネルギー依存、非依存それぞれのポテンシャルを用いて三重陽子 ${}^3\text{H}$ の束縛エネルギーの計算が行われた [16, 17, 18]。その結果、エネルギー依存性を除去した相互作用を用いた場合、エネルギーに依存する相互作用を用いる場合に比べ僅かに束縛エネルギーが減少するが、3重陽子の束縛エネルギーの不足分は 350 keV 程度にとどまることが明らかになった [18]。この値は中間子交換ポテンシャルを用いたときの不足分 0.5 – 1 MeV [19] の約半分である。この不足分が3核子間力の寄与であるとすると、その寄与は中間子交換模型の場合ほど大きくないと考えられる。従ってこのような核力の模型の持つ off-shell 性の差異が、3核子散乱系でも現れるかどうかを調べるのは非常に興味深い。

陽子-重陽子 (pd) 散乱におけるクーロン力の取り扱いはその長距離性から容易ではないが、誤差棒が小さくかつ豊富な実験データとの正確な比較という観点からはクーロン力を考慮することが望ましい。運動量表示での Faddeev 計算によるクーロン力の取り扱いとしては、Alt, Deltuva 等の screening and renormalization method が標準的である [11, 20, 21]。我々の方法は、sharp cutoff Coulomb force に対して用いられる Vincent-Phatak method [22, 23] を、screened Coulomb force に対して適用できるよう拡張した文献 [24] で用いた方法を改良したものとなっている。本報告では pd 弾性散乱観測の結果を示し、低エネルギー領域におけるクーロン力の影響について議論する。

2 Nd 弾性散乱

我々は、複合粒子系の3体問題として、エネルギー依存性を除去したクォーク模型バリオン間相互作用 fss2 の核力部分を用いて、3体散乱問題に対する Faddeev formalism である Alt-Grassberger-Sandhas (AGS) 方程式 [25] を運動量表示で解き、 Nd 弾性散乱問題を検討した。角運動量の coupling scheme には様々なものが存在するが、弾性散乱系では

チャンネルスピン formalism が有効である。部分波の truncation については 2 体部分の角運動量を 4 (G 波) まで取り入れた計算を行っており、この計算で $E_N = 65$ MeV までの領域をカバーしている。本計算はアイソスピン基底で行っているため、核力の荷電独立性の破れは含まれない。 pd 散乱の計算の際には、 $(1/r)\theta(\rho - r)$ 型の sharp cut-off Coulomb force をクォークレベルで導入している。cutoff 半径 ρ の値は 9 fm ($E_p \leq 3$ MeV) 或いは 8 fm ($E_p > 3$ MeV) と選んでいる。陽子-陽子間の screened クーロンポテンシャルは誤差関数の形になる。陽子-重陽子間のクーロンポテンシャルは陽子-陽子間のクーロンポテンシャルを現実的な重陽子波動関数で畳み込むことにより得られる。また、散乱振幅は全波動関数の漸近形を Coulomb distortion の在る無しで 2 つの異なる形で表し、その両者を接続条件で関係付けることによって求めることができる。クーロン力をアイソスピン基底で導入する際、アイソスピン 1 のチャンネルの 2 体 t -行列には、 $t_{\text{eff}} = (2/3)t_{pp} + (1/3)t_{np}$ として得られる有効 t -行列を用いる事ができる [26]。

まず我々は弾性散乱及び分解反応過程の全散乱断面積を計算し [27]、その次に重陽子分解閾値以下の低エネルギー領域における eigenphase shift や nd 散乱の有効距離パラメータ、すなわち、 $^2a_{nd}$ や $^4a_{nd}$ について検討を行った [28]。Pisa group による eigenphase shift の計算 [29] と比較し、fss2, AV18, AV18 + Urbana 3 体力の違いを検討した結果、2 重項 S 波チャンネルにおいて fss2 が AV18 よりも引力的であり、むしろ AV18 + 3 核子間力の結果に近い値を与えることが明らかになった。この結果は、fss2 による 2S 散乱長 $^2a_{nd} = 0.66$ fm が中間子交換ポテンシャルによる結果 (0.9 ~ 1.0 fm) よりも小さく、3 核子間力を入れた結果 (~ 0.6 fm) に近いことや、fss2 が大きな 3 体力を仮定せずに ^3H の束縛エネルギーをほぼ説明していることと統一的に理解できる。この引力的な振る舞いの原因は核力の短距離部分の斥力の記述に敏感である重陽子の壊れの効果によるものと考えられる。

続いて $E_N \leq 65$ MeV の範囲内で、我々は弾性散乱の微分断面積 ($d\sigma/d\Omega$)、核子の偏極分解能 ($A_y(\theta)$) 及び重陽子のベクトル型 ($iT_{11}(\theta)$)、テンソル型 ($T_{2m}(\theta)$) 偏極分解能を検討した。 $E_N = 3$ MeV と $E_N = 22.7$ MeV の場合をそれぞれ図 1 及び図 2 に示す。全体的に、実験データは低エネルギー領域 (E_N が約 25 MeV 以下) における $A_y(\theta)$ や $iT_{11}(\theta)$ を除いて非常に良く再現されている。低エネルギー領域では、図 1 に示すように微分散乱断面積については主に前方と後方でクーロン力の影響が現れるが、図 2 を見ると、エネルギーが高くなると前方領域を除いてはクーロン力の影響は小さくなるのが分かる。

ベクトル型偏極分解能 $A_y(\theta)$ や $iT_{11}(\theta)$ は、eigenphase shift に対して非常に敏感であるため、微分散乱断面積よりも角運動量の truncation、クーロン力を挿入する際のパラメータの選択に敏感である。ベクトル型偏極分解能については、低エネルギー領域では全ての角度でクーロン力が重要であるが、エネルギーがある程度高い $E_N = 22.7$ MeV においても、 $\theta_{\text{cm}} \sim 110^\circ$ 付近に現れる極小点の付近でクーロン力の影響が見られる。また、図 1 に見られるように $\theta_{\text{cm}} \leq 60^\circ$ での $A_y(\theta)$ の持ち上がりがやや不十分である。我々の計算では、適当な cut-off 半径 ρ をとることによって $A_y(\theta)$ と $iT_{11}(\theta)$ 両方の前方領域での持ち上がりを同時に再現することは難しい。この現象は中間子交換模型の他の計算 [9, 10, 11] でも見られる。 A_y puzzle については、なお実験値を過小評価しているが、AV18 による

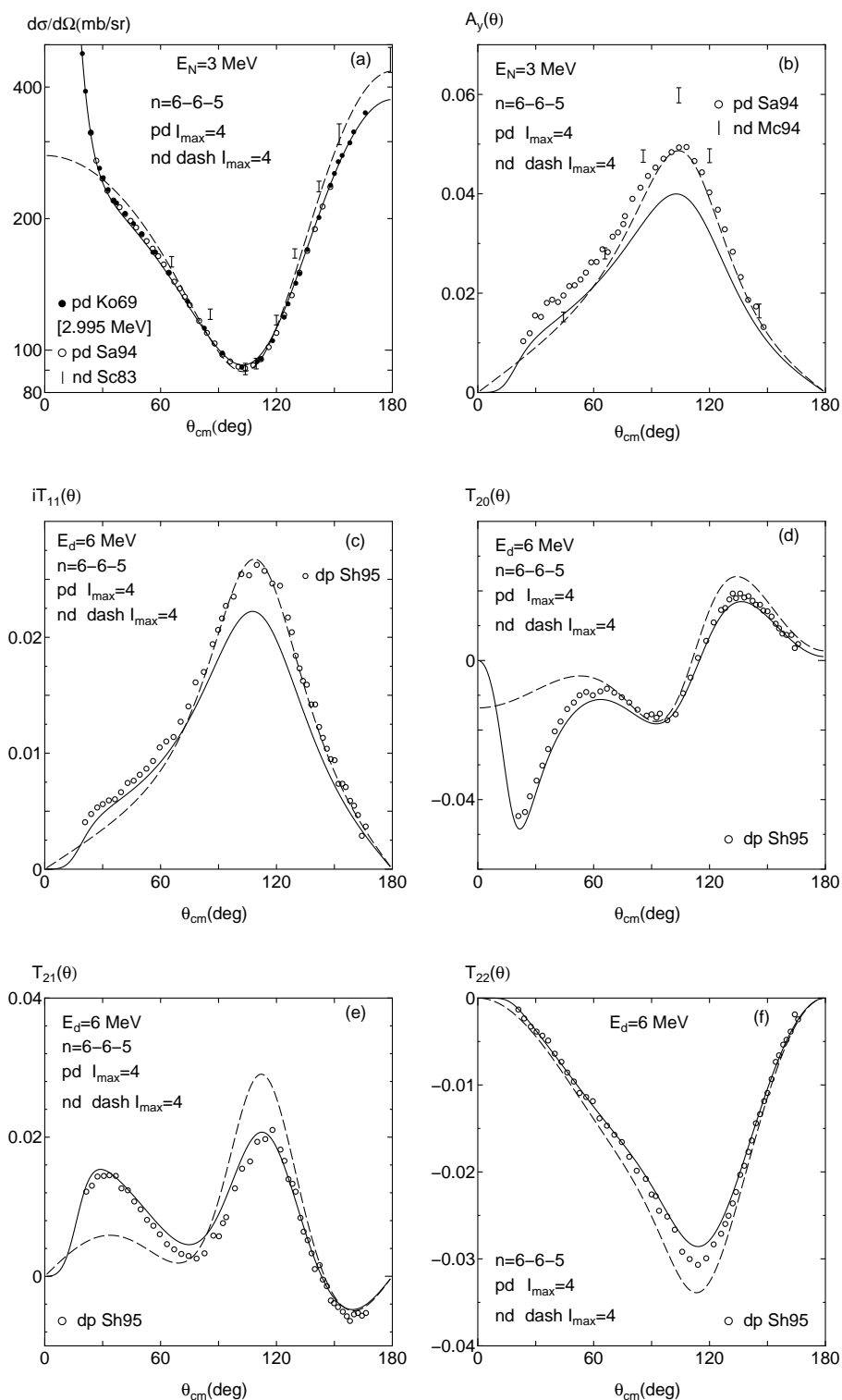


図 1: $E/\text{Nucleon} = 3$ MeV における nd 及び pd 弾性散乱観測量。実線は fss2 + screened Coulomb force による pd 計算、破線は fss2 による nd 計算を表す。重陽子の偏極分解能のデータは全て dp 散乱である。これらの図は、それぞれ弾性散乱の (a) 微分断面積 ($d\sigma/d\Omega$), (b) 核子の偏極分解能 $A_y(\theta)$, (c) 重陽子のベクトル型偏極分解能 $iT_{11}(\theta)$, (d) 重陽子のテンソル型偏極分解能 $T_{20}(\theta)$, (e) $T_{21}(\theta)$ 及び (f) $T_{22}(\theta)$ を表す。実験データはそれぞれ、文献 [31] (Sa94), [32] (Sc83), [33] (Mc94), [34] (Sh95) から引用した。

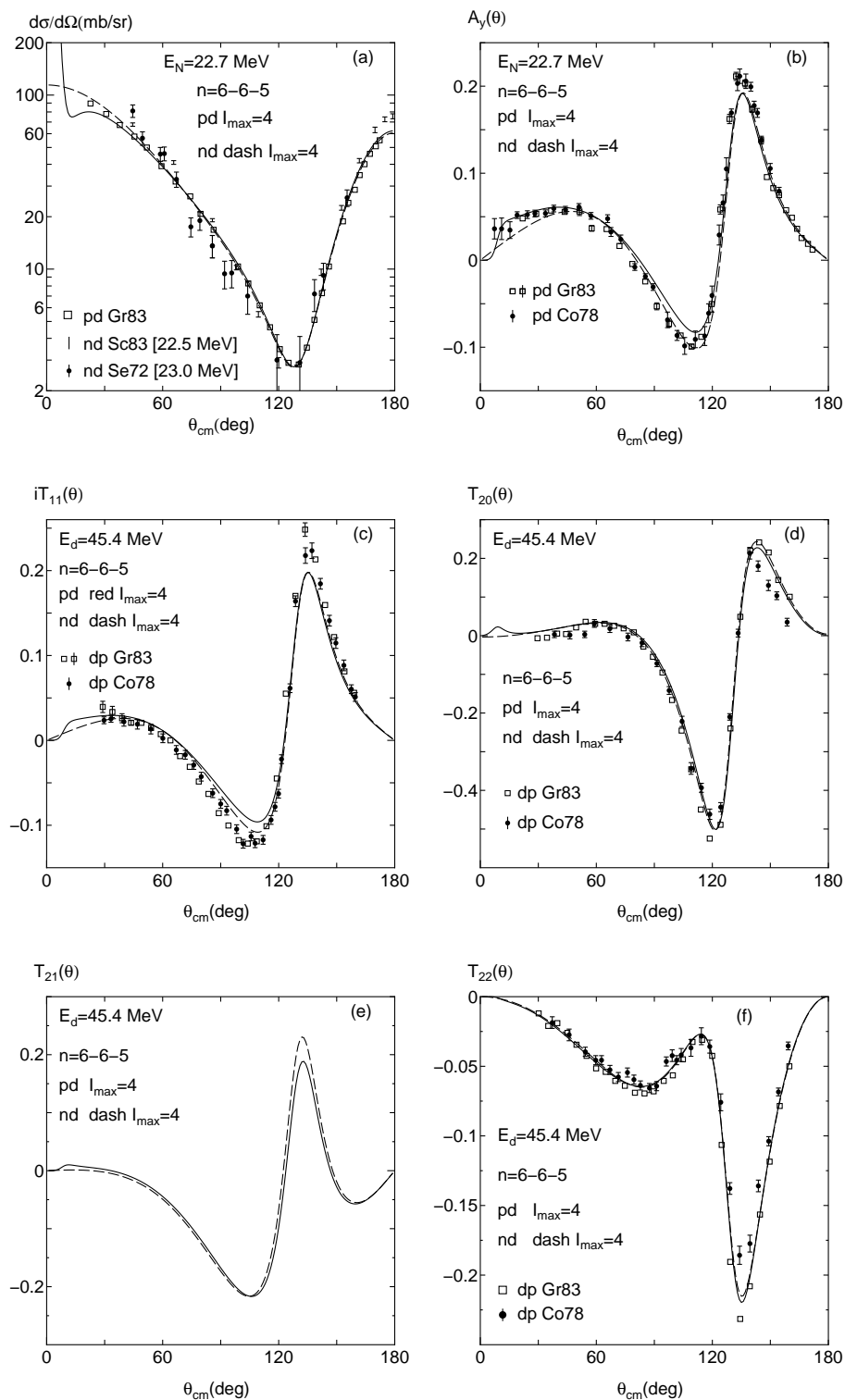


図 2: $E/\text{Nucleon} = 22.7$ MeV における計算で、他は図 1 と同じ。実験データはそれぞれ、文献 [35] (Gr83), [32] (Sc83), [36] (Se72), [37] (Co78) から引用した。

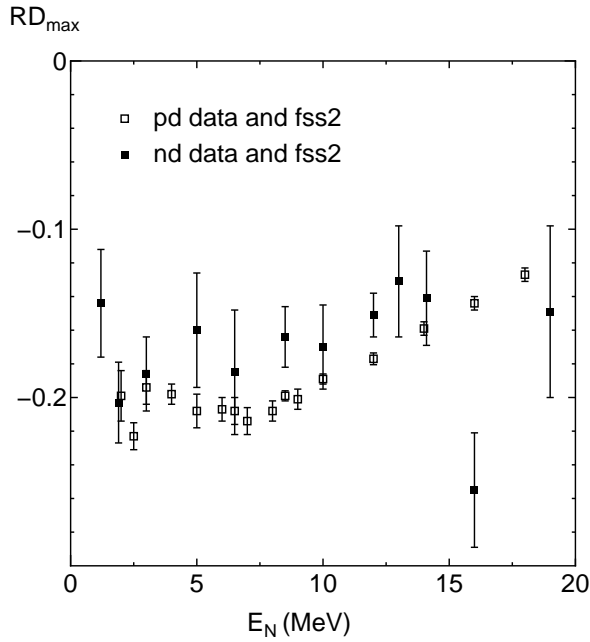


図 3: $E_N \leq 19$ MeV における nd 及び pd の核子の偏極分解能 $A_y(\theta)$ の実験データと理論計算の最大値の差を表す (Eq.(2.1) を参照)。 pd 散乱の実験データは文献 [31, 34] から、 nd 散乱の実験データは文献 [33, 38, 39, 40, 41, 42, 43] からそれぞれ引用した。

する。また、 $T_{22}(\theta)$ は極小点でクーロン効果により絶対値が減少し、その結果一般には理論予測が dp 実験データとよい一致を示す。(図 1 では多少減少しすぎている。) 図 2 に示すようにエネルギーが高くなると、特に $T_{20}(\theta)$ や $T_{22}(\theta)$ ではクーロン力の影響は非常に小さい。

3 まとめ

我々は、複合粒子系の 3 体問題として、3 体散乱問題に対する Faddeev formalism である AGS 方程式を運動量表示で解くことにより、エネルギー依存性を除去したクォーク模型バリオン間相互作用 fss2 の核力部分を Nd 弾性散乱に適用した。 pd 散乱系では、クォークレベルで導入した sharp cutoff Coulomb force と consistent な screened pd クーロンポテンシャルを含んだ計算を行った。 ${}^3\text{H}$ の束縛エネルギー、 nd 低エネルギー effective-range parameter, $E_N \leq 65$ MeV における Nd 散乱観測量を検討した。我々の計算は 3 体力を含んでいないが、核子の偏極分解能 $A_y(\theta)$ や重陽子のベクトル型偏極分解能 $iT_{11}(\theta)$ を除いて、実験結果との大きな不一致は見られなかった。 A_y puzzle については、なお実験値を過小評価しているが、中間子交換ポテンシャル AV18 による結果と比べるとかなり改善している。微分断面積と偏極分解能の $\theta_{\text{cm}} \leq 60^\circ$ での振舞いはクーロン力を取り入れることにより、非常に良く再現される。

計算に比べると改善が見られる。定量的にその大きさを示すため、図 3 に $A_y(\theta)$ の最大値の理論計算と実験データの差を実験値で割ったもの

$$RD_{\text{max}} = \frac{A_y^{\text{th}}(\theta_{\text{max}}) - A_y^{\text{ex}}(\theta_{\text{max}})}{A_y^{\text{ex}}(\theta_{\text{max}})} \quad (2.1)$$

を示す。図 3 によると、fss2 の予測する A_y の実験データとの不一致の程度は $E_n = 16$ MeV の場合を除き 15 – 20 % 程度であり、これは AV18 による 20 – 30 % の不一致 (文献 [30] の Fig. 2 参照) よりは小さい。なお、この最大値の過小評価に関しては、 $iT_{11}(\theta)$ に対しても $A_y(\theta)$ に類似の状況が見られる。

テンソル型偏極分解能は、図 1 に示すように低エネルギー領域ではクーロン力の影響を大きく受ける。クーロン力を考慮しない場合と比べて、特に $T_{20}(\theta)$ と $T_{21}(\theta)$ の $\theta_{\text{cm}} \leq 60^\circ$ での振る舞いが大きく変化

謝辞

この研究は科学研究費補助金基盤研究 (C) (研究課題番号 23540302) 及び文部科学省による Global COE プログラム「普遍性と創発性から紡ぐ次世代物理学」の一環として行われています。数値計算は京都大学基礎物理学研究所の SR16000 と大阪大学 RCNP の high-performance computing system Intel Xeon X5680 を用いて行いました。

参考文献

- [1] Steven C. Pieper, V. R. Pandharipande, R. B. Wiringa and J. Carlson, Phys. Rev. **C64**, 014001 (2001).
- [2] P. Navrátil and W. Erich Ormand, Phys. Rev. **C68**, 034305 (2003).
- [3] H. Witała, W. Glöckle, J. Golak, A. Nogga, H. Kamada, R. Skibiński and J. Kuroś-Żołnierczuk, Phys. Rev. **C63**, 024007 (2001).
- [4] J. Kuroś-Żołnierczuk, H. Witała, J. Golak, H. Kamada, A. Nogga, R. Skibiński and W. Glöckle, Phys. Rev. **C66**, 024003 (2002).
- [5] J. Kuroś-Żołnierczuk, H. Witała, J. Golak, H. Kamada, A. Nogga, R. Skibiński and W. Glöckle, Phys. Rev. **C66**, 024004 (2002).
- [6] E. Epelbaum, H. Kamada, A. Nogga, H. Witała, W. Glöckle and Ulf-G. Meißner, Phys. Rev. Lett. **86**, 4787 (2001).
- [7] E. Epelbaum, A. Nogga, W. Glöckle, H. Kamada, Ulf-G. Meißner and H. Witała, Phys. Rev. **C66**, 064001 (2002).
- [8] E. Epelbaum, Prog. Part. Nucl. Phys. **57**, 654 (2006).
- [9] A. Kievsky, M. Viviani and S. Rosati, Phys. Rev. **C64**, 024002 (2001).
- [10] E. O. Alt, A. M. Mukhamedzhanov, M. M. Nishonov and A. I. Sattarov, Phys. Rev. **C65**, 064613 (2002).
- [11] A. Deltuva, A. C. Fonseca and P. U. Sauer, Phys. Rev. **C71**, 054005 (2005).
- [12] S. Ishikawa, Few-Body Systems **32**, 229 (2003).
- [13] S. Ishikawa, Phys. Rev. **C80**, 054002 (2009) and private communications.
- [14] Y. Fujiwara, Y. Suzuki and C. Nakamoto, Prog. Part. Nucl. Phys. **58**, 439 (2007).
- [15] Y. Suzuki, H. Matsumura, M. Orabi, Y. Fujiwara, P. Descouvemont, M. Theeten and D. Baye, Phys. Lett. **B659**, 160 (2008).

- [16] Y. Fujiwara, Y. Suzuki, M. Kohno and K. Miyagawa, Phys. Rev. **C66**, 021001(R) (2002).
- [17] Y. Fujiwara, K. Miyagawa, Y. Suzuki, M. Kohno and H. Nemura, Nucl. Phys. **A721**, 983c (2003).
- [18] Y. Fujiwara, Y. Suzuki, M. Kohno and K. Miyagawa, Phys. Rev. **C77**, 027001 (2008).
- [19] A. Nogga, H. Kamada and W. Glöckle, Phys. Rev. Lett. **85**, 944 (2000).
- [20] E. O. Alt and W. Sandhas, in *Coulomb Interactions in Nuclear and Atomic Few-Body Collisions*, edited by F. S. Levin and D. Micha (Plenum, New York, 1996), p. 1.
- [21] A. Deltuva, A. C. Fonseca and P. U. Sauer, Phys. Rev. **C72**, 054004 (2005).
- [22] C. M. Vincent and S. C. Phatak, Phys. Rev. **C10**, 391 (1974).
- [23] Y. Fujiwara, in *Proceedings of the Third Asia -Pacific Conference on Few-Body Problems in Physics* (Y. Yan, C. Kobdaj and P. Suebka eds.), World Scientific Co. Ltd. (2007).
- [24] K. Fukukawa and Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **125**, 729 (2011).
- [25] E. O. Alt, P. Grassberger and W. Sandhas, Nucl. Phys. **B2**, 167 (1967).
- [26] H. Witała, W. Glöckle and H. Kamada, Phys. Rev. **C43**, 1619 (1991).
- [27] Y. Fujiwara and K. Fukukawa, Prog. Theor. Phys. **124**, 433 (2010).
- [28] K. Fukukawa and Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **125**, 957 (2011).
- [29] A. Kievsky, S. Rosati, W. Tornow and M. Viviani, Nucl. Phys. **A607**, 402 (1996).
- [30] W. Tornow, J. H. Esterline and G. J. Weisel, J. of Phys. **G35**, 125104 (2008).
- [31] K. Sagara, H. Oguri, S. Shimizu, K. Maeda, H. Nakamura, T. Nakashima and S. Morinobu, Phys. Rev. **C50**, 576 (1994).
- [32] P. Schwarz, H. O. Klages, P. Doll, B. Haesner, J. Wilczynski, B. Zeitnitz and J. Kecskeneti, Nucl. Phys. **A398**, 1 (1983).
- [33] J. E. McAnich, L. O. Lamm and W. Haeberli, Phys. Rev. **C50**, 589 (1994).
- [34] S. Shimizu, K. Sagara, H. Nakamura, K. Maeda, T. Miwa, N. Nishimori, S. Ueno, T. Nakashima and S. Morinobu, Phys. Rev. **C52**, 1193 (1995).
- [35] W. Grüebler, V. König, P. A. Schmelzbach, F. Sperisen, B. Jenny, R. E. White, F. Seiler and H. W. Roser, Nucl. Phys. **A398**, 445 (1983).
- [36] J. D. Seagrave, J. C. Hopkins, D. R. Dixon, P. W. Keaton Jr., E. C. Kerr, A. Niller, R. H. Sherman and R. K. Walter, Ann. of Phys. **74**, 250 (1972).

- [37] H. E. Conzett, Lect. Note. Phys. **87**, 477 (1978).
- [38] E. M. Neidel, W. Tornow, D. E. González Trotter, C. R. Howell, A. S. Crowell, R. A. Marci, R. L. Walter, G. J. Weisel, J. Esterline, H. Witała, B. J. Crowe III, R. S. Pedroni and D. M. Markoff, Phys. Lett. **B552**, 29 (2003).
- [39] W. Tornow, C. R. Howell, M. Alohalı, Z. P. Chen, P. D. Felsher, J. M. Hanly, R. L. Walter, G. Weisel, G. Mertens, I. Šlaus, H. Witała and G. Glöckle Phys. Lett. **B257**, 273 (1991).
- [40] C. R. Howell, W. Tornow, K. Murphy, H. G. Pfützner M. L. Roberts, A. Li, P. D. Felsher, R. L. Walter, I. Šlaus, P. A. Treado and Y. Koike, Few-Body Systems **2**, 19 (1987).
- [41] J. Cub, E. Finckh, H. Frieß, G. Fuchs, K. Gebhardt, K. Geißdörfer, R. Lin and J. Strate, Few-Body Systems **6**, 151 (1989).
- [42] T. Fujita, K. Sagara, K. Shigenaga, K. Tsuruta, T. Yagita, T. Nakashima, N. Nishimori, H. Nakamura and H. Akiyoshi, AIP Conference Proc. **570**, 709 (2001).
- [43] G. J. Weisel, W. Tornow, D. E. González Trotter, C. R. Howell, J. H. Kelley, R. A. Macri, R. S. Pedroni, R. L. Walter and H. Witała, Phys. Rev. **C81**, 024003 (2010).

Proton-Induced Breakup Differential Cross Sections in the pd Scattering

Y. Fujiwara* and K. Fukukawa

Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan

November 1, 2011

Abstract

The nd and pd breakup differential cross sections for the nucleon laboratory energies $E_N \leq 65$ MeV are examined using the energy-independent quark-model nucleon-nucleon interaction fss2. The Coulomb effect is incorporated by the sharp cut-off Coulomb force, acting between quarks, without the phase-shift renormalization for the breakup amplitudes. Our model yields the results very similar to the meson-exchange potentials, including disagreement with experimental data for some specific kinematical configurations. This includes the notorious space star anomaly of the nd and pd scattering at $E_N = 13$ MeV. The shape of the pp final-state interaction peak in $E_d = 130$ MeV dp scattering data from KVI is not correctly reproduced, probably because the half off-shell behavior of the two-proton t -matrix is not appropriate in our Coulomb treatment.

1 Introduction

In spite of the great success of rigorous three-body approaches [1] to the neutron-deuteron (nd) and proton-deuteron (pd) scattering, some three-nucleon ($3N$) observables are not well reproduced in the nucleon laboratory energies $E_N \leq 65$ MeV even with the recent accurate treatments of the Coulomb force [2, 3]. This is particularly true for deuteron breakup processes. It is therefore worthwhile to reexamine the NN interaction itself if the present-day realistic force is the most appropriate one to start with.

In previous studies [4, 5], we have applied the quark-model (QM) baryon-baryon interaction fss2 to problems of nucleon-deuteron (Nd) elastic scattering. This interaction model fss2 [6] describes available NN data in an accuracy comparable to the modern meson-exchange potentials. By eliminating the inherent energy dependence of the resonating-group kernel, fss2 was found to yield a nearly correct triton binding energy, S -wave nd scattering lengths and low-energy eigenphase shifts without introducing the $3N$ force [7, 8]. The so-called A_y puzzle at low energies $E_n \leq 25$ MeV is somewhat improved in this model [5]. In this study, we examine deuteron breakup differential cross sections for various decaying kinematics in the energy range of $E_N \leq 65$ MeV [9], by incorporating the Coulomb force approximately. Our main motivation is to determine if the quite different off-shell properties, originating from the strong nonlocality of the QM baryon-baryon interaction, affect the deuteron breakup differential cross sections. In contrast to the elastic scattering amplitude, the breakup amplitude covers a wide momentum region of the three-body phase space. It is found unfortunately that fss2 gives predictions very similar to the meson-exchange potentials and does not improve much the discrepancies between the theoretical and experimental results.

*e-mail: yfujiwar@scphys.kyoto-u.ac.jp

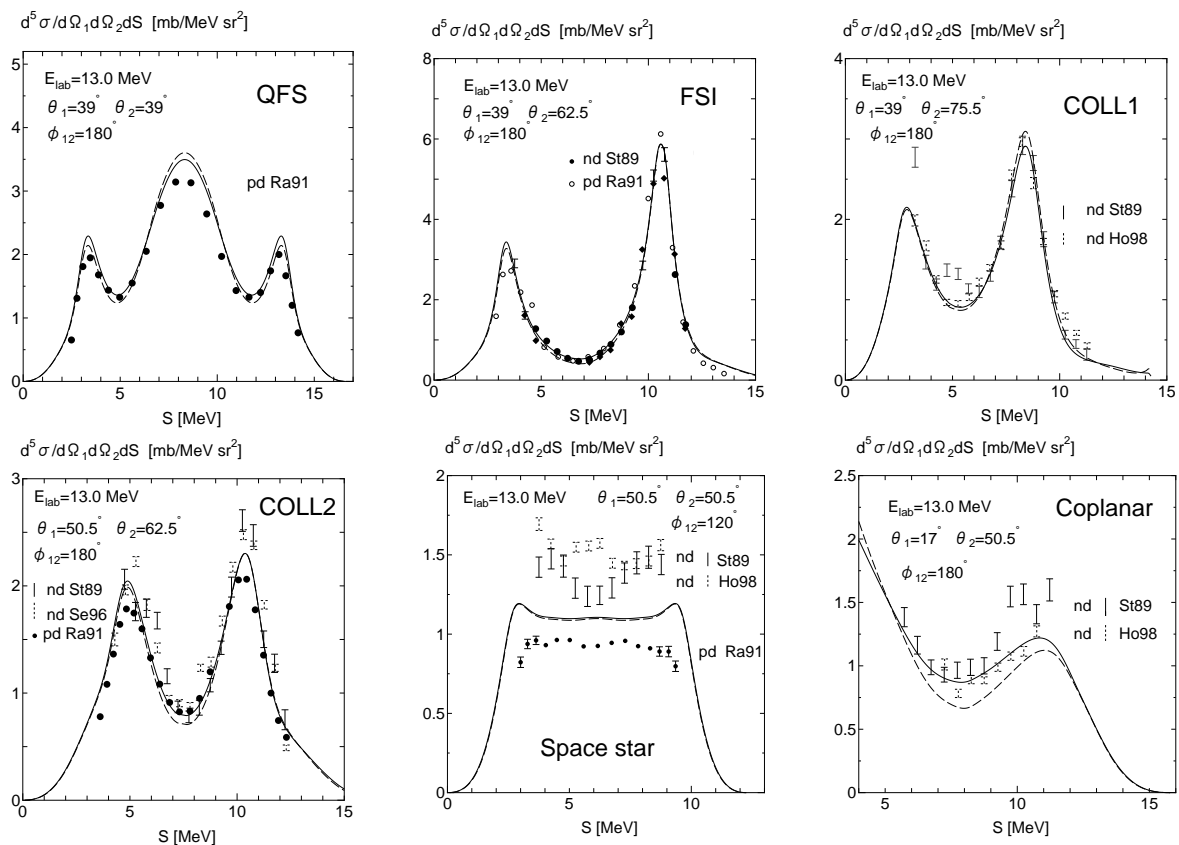


Figure 1: Breakup differential cross sections for the reactions $d(p, 2p)n$ (solid curves) and $d(n, 2n)p$ (dashed curves) at $E_N = 13$ MeV, compared with the experimental data.

2 Coulomb treatment

In the present calculation, the error-function type Coulomb force between two protons is treated as the three-body symmetric operator in the isospin formalism. The breakup amplitudes of the ppn system acquire an almost common phase factor, which does not contribute to the breakup differential cross sections. We therefore neglect this phase factor as a first step and calculate the breakup differential cross sections directly using the Coulomb modified breakup amplitudes. The sharp cut-off radius of the Coulomb force acting between quarks is chosen to be $\rho = 8$ fm and the two-nucleon angular momenta up to $I_{\max} = 4$ are included with the momentum discretization points specified by $n_1-n_2-n_3=6-6-5$ in the notation of Ref. [4].

3 Results

Figure 1 shows the breakup differential cross sections for the reactions $d(p, 2p)n$ (solid curves) and $d(n, 2n)p$ (dashed curves) with the nucleon incident energy $E_N = 13$ MeV. We find that the Coulomb effect is rather small in these examples and our results are very similar to the predictions by the meson-exchange potentials, given in Refs. [1, 10] and [2]. A slight overestimation of the peak in quasi-free scattering (QFS) is reduced by the Coulomb effect and the agreement with the pd experimental data [11] or more recent one [12] from Kyushu university group is improved. The np final state interaction (FSI) peaks are generally well reproduced. In the collinear (COLL1, COLL2) and coplanar (Coplanar) cases, the most recent nd data [13] agree well with theoretical

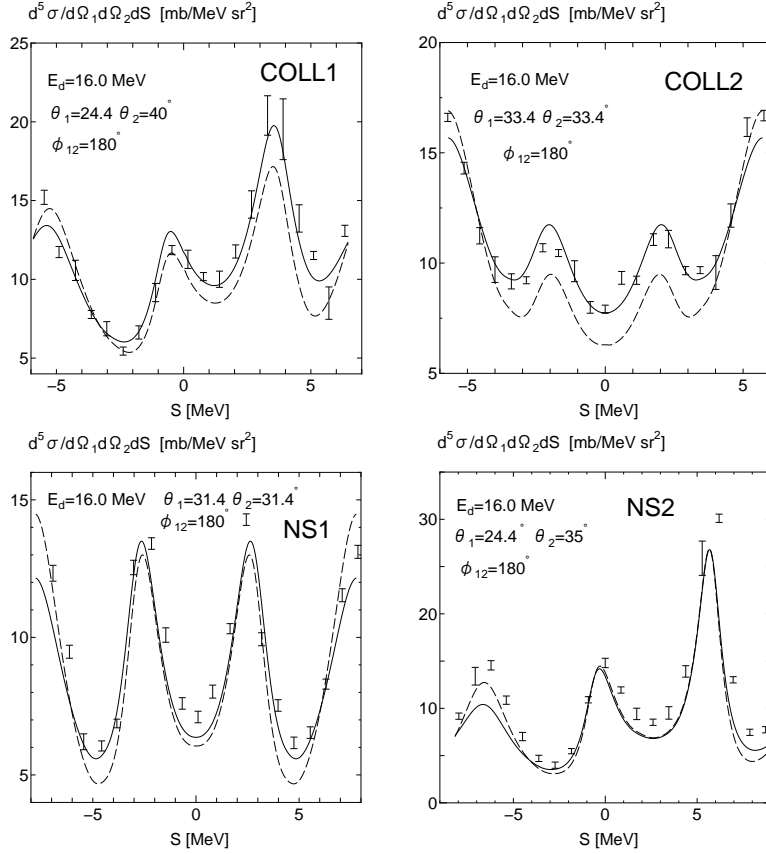


Figure 2: Breakup differential cross sections for the reaction $H(d, 2p)n$ with $E_d = 16$ MeV (solid curves), compared with the experimental data [14].

predictions. The space star result is located just between the lower pd data and the higher nd data, which is the same feature as other predictions by the meson-exchange potentials. This disagreement of breakup differential cross sections at $E_n = 13$ MeV was reported a long time ago, and is still an unsolved problem called space star anomaly [13].

We compare in Fig. 2 the breakup differential cross sections for the reaction $H(d, 2p)n$ at $E_d = 16$ MeV (solid curves) with the experimental data [14]. The Coulomb effect from the dashed curves (no Coulomb) to the solid curves (with Coulomb) clearly improves the agreement with the experimental data in collinear (COLL1, COLL2) and the non-standard (NS1) configurations, although not perfect.

Very accurate KVI data for the $H(d, 2p)n$ reaction with $E_d = 130$ MeV [15, 16] are compared with our predictions in Fig. 3. Here we find that the pd calculations with the Coulomb effect (solid curves) generally improve the agreement with experiment except for the dip structure seen at the pp final state interaction for the first panel ($\theta_1 = \theta_2 = 13^\circ$ and $\phi_{12} = 20^\circ$). A more accurate treatment of the Coulomb force, reproducing the correct low-energy behavior of the half-on shell two-proton t -matrix, is apparently needed for the improvement [16]. For the large azimuthal angles $\phi_{12} \sim 180^\circ$, the underestimation of the breakup differential cross sections may not be only due to the flaw in the Coulomb treatment.

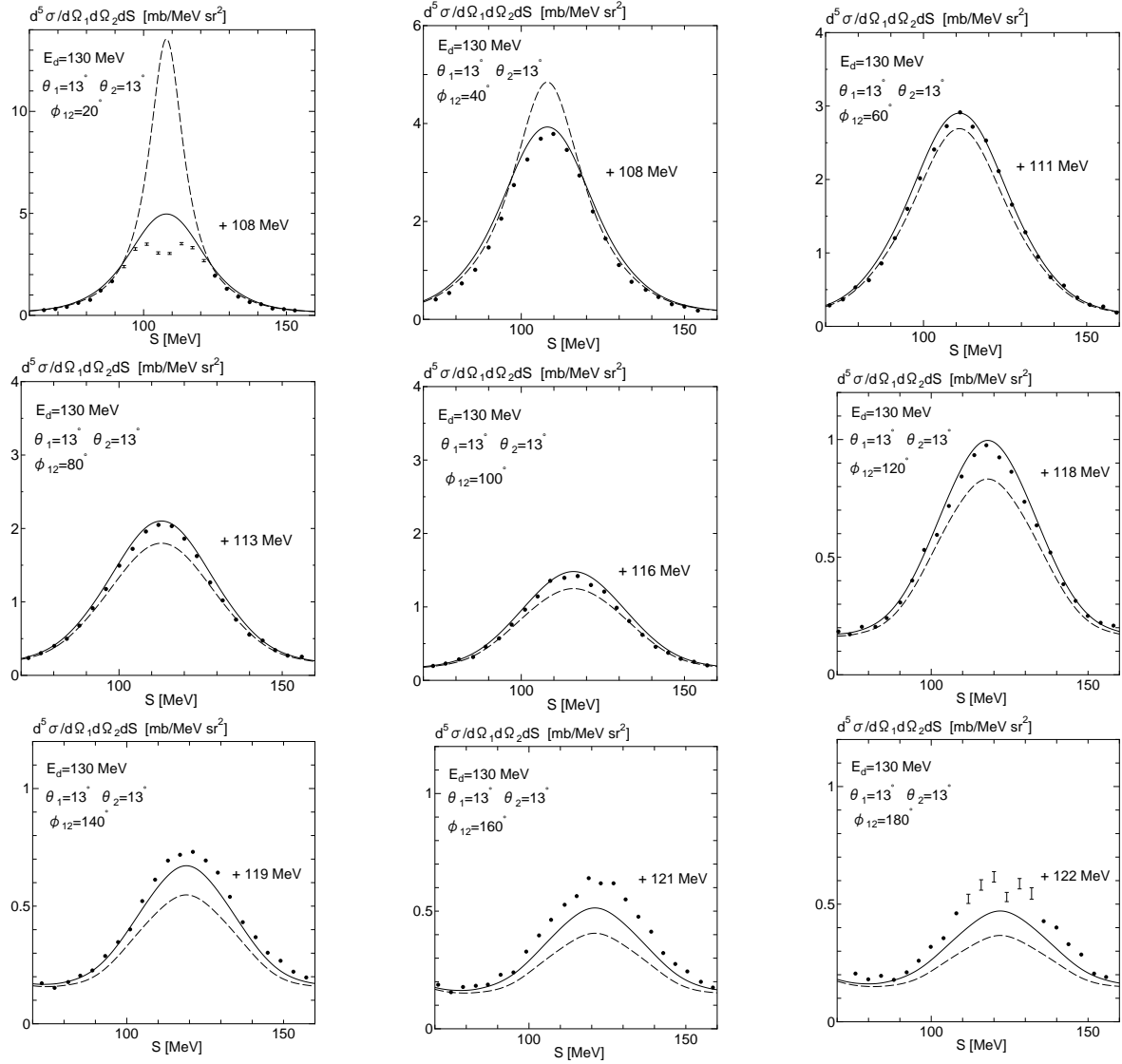


Figure 3: Breakup differential cross sections for the reaction $H(d, 2p)n$ with $E_d = 130$ MeV (solid curves), compared with the experimental data [16]. Here $\theta_1 = \theta_2 = 13^\circ$ and ϕ_{12} are changed from 20° to 180° with a step of 20° . The results in the no-Coulomb case are also shown in the dashed curves.

4 Summary

We have applied our energy-independent quark-model nucleon-nucleon interaction fss2 to the nd and pd breakup differential cross sections for $E_N \leq 65$ MeV. The Coulomb effect is incorporated in the screened Coulomb approach without the phase-shift renormalization. This procedure seems to give a reasonable result when the effect of the Coulomb force is not so strong as the pp final state interaction. An exception of this rule is the space star anomaly at $E_N = 13$ MeV, in which the effect of the Coulomb force is small and yet a big difference of the nd and pd data is experimentally observed.

Acknowledgements

This work was supported by the Grants-in-Aid for Scientific Research (C) (Grant No. 23540302) and for the Global COE Program “The Next Generation of Physics, Spun from Universality and Emergence” from the Ministry of the Education, Culture, Sports, Science and Technology (MEXT) of Japan. The numerical calculations were carried out on SR16000 at YITP in Kyoto University and on the high-performance computing system Intel Xeon X5680 at RCNP in Osaka University.

References

- [1] W. Glöckle, H. Witała, D. Hüber, H. Kamada and J. Golak, Phys. Rep. **274** (1996), 107.
- [2] A. Deltuva, A. C. Fonseca and P. U. Sauer, Phys. Rev. C **71**, 054005 (2005); Phys. Rev. C **72**, 054004 (2005).
- [3] S. Ishikawa, Phys. Rev. C **80**, 054002 (2009), and private communications.
- [4] Y. Fujiwara and K. Fukukawa, Prog. Theor. Phys. **124** (2010), 433.
- [5] K. Fukukawa and Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **125** (2011), 729.
- [6] Y. Fujiwara, Y. Suzuki and C. Nakamoto, Prog. Part. Nucl. Phys. **58** (2007), 439.
- [7] Y. Fujiwara, K. Miyagawa, M. Kohno, Y. Suzuki and H. Nemura, Phys. Rev. C **66**, 021001(R) (2002); Phys. Rev. C **70**, 024001 (2004); Phys. Rev. C **77**, 027001 (2008).
- [8] K. Fukukawa and Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **125** (2011), 957.
- [9] Y. Fujiwara and K. Fukukawa, Prog. Theor. Phys. **125** (2011), 979.
- [10] J. Kuroś-Żolnierczuk, H. Witała, J. Golak, H. Kamada, A. Nogga, R. Skibiński and W. Glöckle, Phys. Rev. C **66**, 024003 (2002); Phys. Rev. C **66**, 024004 (2002).
- [11] G. Rauprich, S. Lemaitre, P. Niessen, K. R. Nyga, R. Reckenfeldebäumer, L. Sydow, H. Paetz gen. Schieck, H. Witała and W. Glöckle, Nucl. Phys. **A535** (1991), 313.
- [12] S. Kimura *et al.*, contribution to the Fifth Asia-Pacific Conference on Few-Body Problems in Physics 2011 (APFB2011), 22 - 26 August 2011, Seoul, Republic of Korea.
- [13] H. R. Setze, Phys. Rev. Lett. **B388** (1996), 229.
- [14] F. D. Correll *et al.*, Nucl. Phys. **A475** (1987), 407.
- [15] St. Kistryn *et al.*, Phys. Rev. C **72**, 044006 (2005).
- [16] St. Kistryn *et al.*, Phys. Lett. **B641** (2006), 23.

微視的クラスター模型を用いた ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ と ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ におけるテンソル力の役割

長岡高専 新井 好司

微視的クラスター模型は軽い原子核の構造と反応を議論する上で非常に有効な模型の1つである。この模型では、主に2つの仮定を用いるが、1つは当然、クラスター構造を仮定することであり、その時、クラスターの内部波動関数としては非常に簡単な波動関数を用いる。しかしながら、その一方で、クラスター間の相対運動を変分法等を用いて非常に精密に解いていく方法である。一般的によく用いられる ${}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$, ${}^2\text{H}$ のクラスターの内部波動関数は、主に $0s$ 調和振動子関数で与えられ、 S 波成分のみで記述される。第2の仮定としては、第1の仮定の結果として、2核子間相互作用に有効相互作用を用いなければならないということである。代表的な相互作用としては、ミネソタ力が知られており、これは主に中心力、スピン軌道力とクーロン力の組み合わせで用いられ、テンソル力は含まれない(この有効相互作用は重陽子の束縛エネルギーを S 波成分のみで再現する)。この2つ仮定の基に用いられるクラスター模型は非常に多くの軽い原子核の性質を再現できることが知られているが、一方では、極低エネルギーでの ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ 反応の断面積の様に、通常のクラスター模型では再現が難しい例も見られる。原因は、主にクラスターの内部と相対波動関数にテンソル力による D 波の成分が陽に含まれていないことによる。この問題を解決するため、微視的クラスター模型に以下の様な拡張を行った。クラスターの内部波動関数としては、現実的核力を用いて解いた少数多体系の精密な波動関数を用い、またクラスター間の相対運動も同じ現実的核力を用いて解いていく。この時、クラスター内、及びクラスター間の部分波には、テンソル力によって生じる D 波を含めて計算を行う。この様に拡張した微視的クラスター模型を用いて、 ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ 、 ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ 、 ${}^2\text{H}(d,n){}^3\text{He}$ 反応の天文学 S 因子の計算を行い、極低エネルギーでのこれらの反応におけるテンソル力の果たす役割について議論を起こなった [1]。

本計算では、現実的核力としては AV8' potential[2] と G3RS potential[3] を用いた。ここで考える反応では、 ${}^4\text{He}$ の基底状態の束縛エネルギーと ${}^3\text{He}+p$ 、 ${}^3\text{He}+n$ 、 $d+d$ のしきい値の間隔が正しく再現されることが重要であるので、肥山らの現象論的な3体力を加えている [4]。一方、これらの現実的核力を用いた計算の他に2核子間有効相互作用を用いた計算をおこなった。ここで用いた有効相互作用は Minnesota potential[5] であり、中心力とクーロン力の項のみで計算されている。この様に現実的核力と有効相互作用を用いた計算を同時に行い、ここで扱う反応におけるテンソル力の役割について議論を行う。

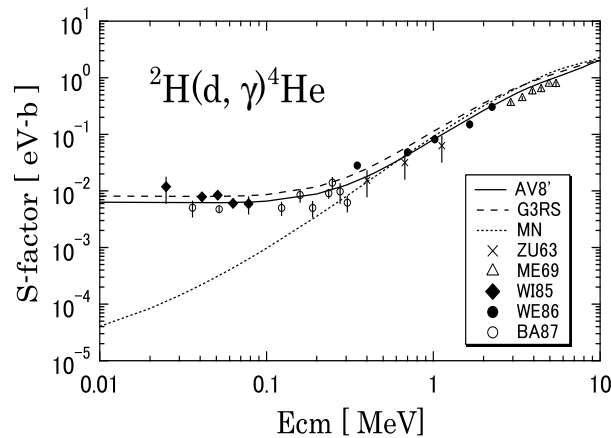


Figure 1: 微視的クラスター模型による ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ 反応の天文学的 S 因子

図1は ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ 反応における天文学 S 因子の計算結果を示している。入射エネルギーが約 0.1 MeV 以下のところでは、現実的核力を用いた場合、実験データと同様に平坦な振る舞いをする。一方で有効相互作用を用いた場合、エネルギーの減少とともに S 因子も減少していき、実験データを再現することができない。このような極低エネルギーでの 2 つの相互作用による違いは次の様な理由によるものである。約 0.1 MeV 以下の極低エネルギーでは、 $d+d$ が S 波で入射して E2 遷移によって ${}^4\text{He}$ の基底状態の $L=2$ の成分に移るのが主要となる。しかしながら、この $L=2$ の終状態はテンソル力によって生じるために、有効相互作用ではこの遷移が禁止される。従って、有効相互作用を用いた計算では実験値より小さな S 因子を出してしまう。

図2は ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ 、 ${}^2\text{H}(d,n){}^3\text{He}$ 反応の天文学 S 因子の計算結果である。この反応でも現実的核力を用いた計算では実験データを良く再現できる一方で、有効相互作用を用いた計算では実験データより小さくなってしまいます。この違いは主に 2^+ の寄与の大きさが違うために起こる結果である。この 2^+ においては、特に低エネルギーで、 $d+d$ が S 波で入射して $t+p$ が D 波に移る遷移が主要な成分となるが、この遷移はテンソル力によって引き起こされるものである。そのため、有効相互作用ではこの遷移が禁止され、S 因子の計算結果が実験データよりも小さくなってしまう。

本計算では現実的核力を用いた拡張した微視的クラスター模型より ${}^2\text{H}(d,\gamma){}^4\text{He}$ 、 ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ 、 ${}^2\text{H}(d,n){}^3\text{He}$ 反応の天文学 S 因子の計算を行った。その結果、いずれの反応においても極低エネルギーでの実験データを再現するにはテンソル力の果たす役割が大きいことを示すことができた。

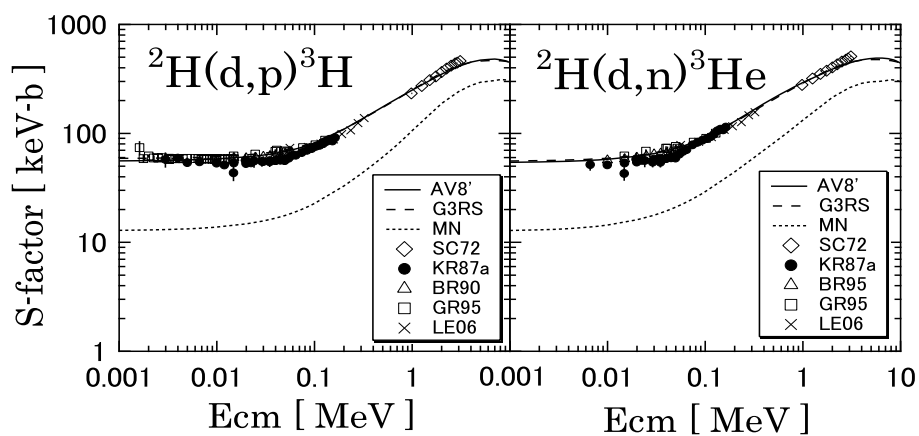


Figure 2: 微視的クラスター模型による ${}^2\text{H}(d,p){}^3\text{H}$ と ${}^2\text{H}(d,n){}^3\text{He}$ 反応の天文学的 S 因子

References

- [1] K. Arai, S. Aoyama, Y. Suzuki, P. Descouvemont, and D. Baye, Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 132502(5page).
- [2] B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson, S. C. Pieper, and R. B. Wiringa, Phys. Rev. C **56**, 1720 (1997).
- [3] R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **39**, 91 (1968).
- [4] E. Hiyama, B. F. Gibson, and M. Kamimura, Phys. Rev. C **70**, 031001 (2004).
- [5] D. R. Thompson, M. LeMere, and Y. C. Tang, Nucl. Phys. **A 286**, 53 (1977).

核反応研究の転換点

九州大学 河合光路

はしがき

本稿は過日行われた基研研究会「微視的核反応理論による物理」で筆者が行った講演”Turning points in the development of the study of nuclear reactions.”の概要を記したものである。軽イオンによるの反応機構の現象論に限り、今までに有った幾つかの重要な転換点について議論し、将来の課題の例を指摘する。

I. 実験的発見と理論的解釈

1.1 共鳴と複合核模型

核反応の最初の系統的な研究は低エネルギー中性子をHからUに至る広範囲の標的核に照射して行われ、超寿命の中間状態、共鳴などの現象が発見された(例えば E.Fermi et al. Proc.Roy.Soc.A146,483,(34) ; E. Amaldi et al. ibid A149 522(35)). それに基づいて提唱されたのが複合核模型 (N. Bohr, Nature,137, 344(36)) である。

入射粒子と標的核との強い相互作用によってまず入射エネルギーが全系に分配され、準安定な複合核状態が形成される。それは離散的エネルギー固有値を持ち、入射エネルギーがその一つに一致すると共鳴によって断面積が非常に大きくなる。孤立した共鳴の励起関数は Breit-Wigner の一準位公式(G..Breit & E.P.Wigner,Phys. Rev. 49, 519, 542(36)) で良く記述される。複合核状態は粒子、輻射の放出によって崩壊するが、それまでに形成過程の“記憶”は喪失され、形成と崩壊は独立事象として起こる。複合核模型は当初、すべての中性子入射の反応だけでなくすべての核反応に対する唯一の統一的理論であると思われた。

Breit-Wigner の一準位公式は原子の共鳴蛍光の理論になぞらえ、二次の摂動論によって導かれたが、摂動論が正当化できないことは明らかであった。最初の厳密な量子力学的導出は共鳴状態が崩壊状態 (*decaying state*) であるとしたS行列の分散公式の理論によってなされた(P.L.Kapur & R.E.Peirels (Proc. Roy. Soc.(London) A166,277(38)). 崩壊状態の波動関数はエネルギー固有関数で入射波を持たず、すべての開いたチャンネルの漸近領域で実験で観測されるエネルギー E に対応する波数の外向き波の境界条件を満たす。その振幅が S 行列要素である。エネルギー固有値は複素数で E による。S 行列を E の関数としてそのエネルギー固有値に対応する無限個の極を持つ形に展開したのが分散公式である。それぞれの極で S, 従って断面積は非常に大きくなる。これが共鳴である。一つの孤立した極だけの寄与は Breit-Wigner の一準位公式を与える。S 行

列の一つの共鳴項は少数個のパラメーターを含むに過ぎないから、その寄与を知るには共鳴状態の複雑な構造を知る必要はない。いわゆる **black box** である。その後、共鳴状態の波動関数の境界条件を換えたをいろいろな理論、たとえば **R** 行列理論 (E.P.Wigner&L.Eisenbud,Phys.Rev,72, 29 ('47))など、が提唱され、また直接 **S** 行列そのものの解析性を論じることも行われた。これらはずれも **exact theory** であるから近似をしない限り等価である.. これらとは別に、Feshbachの射影演算子法による理論が低出されたが、それについては第 3.2 節で述べる..

複合核の励起エネルギーが上がるにつれて共鳴準位の間隔は急速に狭まり、隣接する共鳴が重なり合う **連続領域**になる。この領域では多数の複合核準位の寄与の統計的取り扱いが必要である。それが **統計理論**である。

その一つが残留核の連続状態への遷移に対する蒸発模型 (V.F.Weisskopf & P.H.Ewing,Phys. Rev. 57,471('40))である。複合核は熱的平衡状態にあり、それからの粒子の放出は液滴からの分子の蒸発と同じ統計力学的遷移であるとする。“原子核の温度”の概念が始めて導入され、放出粒子のスペクトルの形(Maxwell型)、角度分布が90度対称であることが預言され、多くの実験で検証された。

離散的状態への遷移に対しては、異なる共鳴準位のパラメーター間に統計的相関が全く無いと仮定した Hauser-Feshbach の式 (W.Hauser & H.Feshbach, Phys. Rev.,87, 366('52)) が導かれた。しかし、実際にはこの仮定は完全には成り立たず、それに対する修正が行われている。

その後、複合核の熱的平衡状態は、当初の仮定に反して、多くの段階を経て形成されることが分った。それが **前平衡過程**である。それに対して核内カスケード(INC)模型、エキシトン (exciton) 模型等の半古典的模型、量子力学的理論が出されているが、それらは現在なお発展途上であり、研究会の主題からやや離れるのでここには以上に留める。

1.2 中・高エネルギー反応の **直接過程**

1940年代に核子当たり 100MeV の陽子、重陽子による反応の実験で、複合核模型に反して、高いエネルギーの放出粒子が前方に強く観測された。これに対して R.Serber は **直接過程**の模型を提唱した R.Serber, Phys. Rev. 72,1114, ('47)。高エネルギーでは反応時間が短いので、入射粒子は少数の核内核子と直接衝突するだけで反応を終わる、とする。それに基づいて以下の様な模型が個別的反応に対して提唱された。

(1) **核内カスケード(Internal Nuclear Cascade, INC)** 模型(MLGoldberger, Phys. Rev. 74. 1269('48))。入射粒子によって引き起こされる核内の励起核子のなだれ (caskade) を核に縮退 Fermi gas 模型を仮定し、Pauli 禁律を考慮に入れて Monte Carlo 法によって simulate する。この方法は今日広範にの反応に

応用されている。

(2) *光学模型*(S.Fernbach et al., Phys. Rev. **75**, 1352 ('49))中性子散乱の全断面積の標的核の質量数依存性を縮退 Fermi gas の光学媒体による散乱として記述する。これが現在の光学模型の原型である。

(3) (d,n)反応による中性子の生成の *stripping* 模型(R.Serber, Phys. Rev. **72**,1008 ('47)). (後述する Butler 理論とは関係ない.)

(4) *回折模型* (Diffraction Model) (J.S.Blair, Phys. Rev.**115**, 928('59))

強く吸収される入射粒子による弾性・非弾性散乱を黒い円盤による光学的回折現象と見立てる。その移行角運動量依存に対する“位相則”などが導かれた。

(5) *Impulse 近似*(G.F.Chew&G.C.Wick,Phys. Rev. **85**,636('52); G.F.Chew & M.L.Goldberger,Phys.Rev., **87**,778('52)) は Serber 模型の量子力学的基礎づけ・定式化であり、今日の微視的反応理論の基である

1.3 中・高エネルギー直接過程の理論

上記の各種の模型に対して、量子力学的な、より一般的な理論が作られた。

(1) 多重散乱理論(K.M.Watson,Rev.Mod.Phys.**30**,565('58); A.K.Kerman, H.McManus,R.M.Thaler, Ann. Phys.**8**.551('59))

これは入射粒子が二個以上の核内核子に次々と衝突する、多重散乱に対する *Impulse* 近似の拡張とみることができる。微視的反応論の基礎の一つである。この理論では、核内での 2 核子間の有効相互作用は 2 核子散乱の T 行列

$$\tau = v(1 + G\tau)$$

であるとする。v は核力ポテンシャル、G は入射粒子と標的核の自由運動の Green 関数

$$G = \wp(E - K - h_p - h_A + i\varepsilon)^{-1}$$

である。h_p(h_A)は入射粒子 p (標的核 A) の内部運動、K は相対運動エネルギーの Hamiltonian、 \wp は A の反対称波動関数空間への射影演算子である。G は多体演算子である。それを適当に近似することによって *Impulse* 近似、g-行列近似等が導かれる。微視的反応理論は有効相互作用と標的核の微視的構造とに依拠している。

(2) Glauber 理論

高エネルギー、非組替反応の有力な理論が Eikonal 近似による *Glauber 理論* (R.J.Galuber, Lectures in Theoretical Physics, Interscience, N.Y. ('95))である、この理論は核子一核子の多重散乱を取り入れており、前方への散乱波の記述に適している。近年不安的核による反応の解析に盛んに使われている。この計算

法，理論そのものの改良が続いているが，この研究会で別に論じられるのでここではこれに留める。

1.4 低エネルギー反応の直接過程とその模型

直接反応は高エネルギーばかりでなく，数～十数 MeV でも以下に述べる反応で直接見出だされ，核反応論の一大転機となった。

(1) 断面積の粗大構造 (gross structure) と光学模型

入射エネルギー $E = 0 \sim 3 \text{ MeV}$ ，分解能 = 数 10 KeV の中性子に対する全断面積を広い範囲の質量数 A の標的核に対する測定で，複合核共鳴の微細構造が平均化された全断面積に複合核模型では説明できない山谷の起伏が現れた (H.H.Barshall, Phys. Rev. **86**,431('52))。これが粗大構造(gross structure)である。

， Feshbach, ら (H.Feshbach, C.E.Porter, V.F.Weisskopf, Phys. Rev. **96**,448('54)) はそれが一体複素ポテンシャルによる散乱として解釈できることを示した。これが光学模型である。その後，光学模型は広範囲の入射粒子，エネルギー，標的核に対して成立することが分り，またその理論的基礎付け，ポテンシャルの数値的評価が進みつつある。この研究会の主題の一つがそれである。光学模型は現代の核反応理論の基礎となった。

(2) 残留核の離散的準位への遷移とその模型

この種の反応で直接過程の存在が始めて明らかになったのは (d,p)反応の特徴的角分布の発見と，その *stripping 理論* (S.T.Butler, Phys. Rev. **80**.1095('50); Proc.Roy.Soc.serA **208**,550('51)) による説明によってであった。その後，同様なことが核子， α 粒子などの非弾性散乱，荷電移行反応，pick up 反応，(p,t)反応など広範囲の反応に見出だされた。

(3) DWBA. 直接反応による核分光學

離散的準位への遷移の標準的理論は DWBA (Distorted Waves Born Approx.) である。入射または放出粒子の運動は核から受ける複素一体歪曲ポテンシャル (Distorting potential) による歪曲波 (Distorted wave) で，反応は核との相互作用の一次の摂動論で既述される。3.2 節の (T1) が T 行列の具体的な表式である。

DWBA は残留核の離散状態への一段階過程的遷移の定量的記述に大きな成功を収め，この種の反応の標準的理論になっている。その断面積・偏極量の角度分布，絶対値が核の始・終状態の構造に鋭敏なことから，直接反応による核分光學への道が拓かれた。残留核の連続状態への遷移に対しても DWBA は非弾性散乱の包括的断面・偏極量の記述に成功している。

(4) 二段階直接過程

残留核の離散状態への中には選択規則，運動学的不整合などで一段階過程

が阻害され、二段階で起こる場合がある。例えば $A(^3\text{He}, t)B$ で角運動量移行が非常に大きいと一段階過程の運動学的整合が悪く、二段階過程 $(^3\text{He}, \alpha)(\alpha, t)$ として良く説明される。また (p, t) 反応の場合、一段階過程と二つの中性子が一つずつ二段階に移行する successive 移行二段階過程が共存する場合もある。一般に、2核子移行反応では二段階過程があり、むしろ支配的である場合もある。

二段階過程は 2 次の DWBA で良く既述される。入射、放出、中間の粒子はそれぞれの歪曲ポテンシャルの中を運動するとし、核との相互作用の 2 次の摂動論で反応を記述する。T 行列の表式は 3.2 節の (T2) で与えられる、

III. 現象論的モデルの枠組み.

いろいろな現象論的なモデルを広く覆う統一的な量子力学的な「枠組み」の理論が幾つかある、すでに述べた S 行列の分散公式の理論、多重散乱理論、Glauber 理論などは其れである。以下に述べるものは主に低エネルギー反応を対象として想定している。

3.1 エネルギー平均と波束による観測. 微細構造と粗大構造, 戸口の状態.

(1) Feshbach. らが見つけた光学ポテンシャルの虚数部は実数部のわずか 0.3 倍であった。これは複合核が作られる確率が非常に小さいことを意味する。しかし、高分解能で観測すれば複合核共鳴は確かに存在する。この“矛盾”に対して Friedman と Weisskopf は“幅 I のエネルギー平均が時間幅 \hbar/I の波束による観測に対応する”という解釈を提唱した (F.L.Fiedman & V.F.WEisskopf, in Niels Bohr and Development of Physics, W.Pauli Ed. Pergamon Press, London ('55)). 粗大 (微細) 構造を観測する I は大きく (小さく), 入射粒子の時間的に短い (長い) 波束による観測に対応する。前者 (後者) では光学ポテンシャルによる瞬間的な散乱が、後者は長時間過程である複合核共鳴が見えるのである。両者の放出波は時間的に離れているから干渉せず、断面積は両者の単独の寄与の和になる。(ただし、複合核過程の全断面積の粗大構造は 0 である。) 実際のエネルギー平均は個々の入射粒子の波束によるものではなく、ビームのエネルギー分解能に由来する。それにもかかわらず、上記の解釈は正しいことを示すことが出来る。

(2) 中間共鳴. 戸口の状態 (Doorway state)

入射粒子のエネルギー平均の幅 I が複合核共鳴の微細構造とその平均の粗大構造の間であればそれらの中間のスケールの構造が観測できる。その典型的な例は核子の非弾性散乱、荷電交換反応などの励起関数に現れる、よく知ら

れた、電磁的巨大共鳴(Giant Resonance) や、Isobaric Analog Resonance などに対応した中間共鳴の山である。同様な中間共鳴の山は直接過程の放出粒子のエネルギー・スペクトルの中にも観測される。それは残留核の連続状態中にその成分が分布していることによる。

これらの中間共鳴は時間的に光学ポテンシャルによる散乱の次に起こり、複合核状態の形成への入り口であるので、戸口の状態 (*doorway state*) と呼ばれており、観測するには観測のエネルギーの分解能が戸口状態の幅より小さく、終状態の微細構造による変動の間隔・幅より十分大きくなければならない。

3.2 一般的な「枠組み」の理論

(1)射影演算子の方法 (H.Feshbach, Ann.Phys. 5,357(758);ibid19,287('62))

全系の波動関数空間を考えている反応の記述に必要な有限個の基底で張られる *模型空間* P とそれ以外 Q に分ける。反応を記述するには、波動関数の P 成分を知れば良い。それには元の *Schroedinger* 方程式 (*S*-eq と略す) から波動関数の Q 空間成分を消去して得られる P 空間内の有効 Hamiltonian

$$\bar{H} \equiv PHP + PHQ(E + i\varepsilon - QHQ)^{-1}QHP \quad (\text{Heff})$$

による *S*-eq を解けばよい。ただし、 P は P 空間への射影演算子、 $Q=1-P$ である。右辺第 2 項に具体的な形を与えることによって色々な模型が理論的に導ける。例えば複合核模型の共鳴項を記述するには QHQ の固有関数系で上式の *Green* 関数を展開すればよい。光学模型を導くには P に弾性散乱チャンネルのみを取り、解のエネルギー平均をすれば良い等。この方法は様々な理論の定式化に使われている。

(2) チャンネル結合法(Method of Coupled Channels, 以下 CC と略す)

CC は二粒子チャンネル間の反応を記述する現象論の最も一般的な理論的枠組みを与えるので、やや詳しく論じることにする。

.歴史的には、1937年に J. Wheeler が二つの複合核間の反応に対して *Resonating Group Method*.(RGM)として定式化したのが最初であるが、1960年以降、核構造のクラスター模型による反応の解析に重用されるようになった。

CC が軽イオンによる直接反応に導入されたのは S.Yoshida の(p,p') による集団励起の解析(S.Yoshida, Proc. Phys. Soc. 69A, 668 ('56))においてであった。その後 CC は多くの(広義)の非弾性散乱の解析に成功し、組替え反応(Coupled Rearrangement Channels, *CRC*)、分解反応(Continuum Discretized Coupled Channels, *CDCC*)に拡張されて今日に到っている。

CC ではまず二粒子チャンネル α , β 間の遷移 $\alpha \rightarrow \beta$ に関与する重要なチャ

ネルの組を選び、内部波動関数系 $\{\Phi_c\}$ が張る模型空間 M への波動関数の射影

$$\Psi_\alpha^{CC} \equiv P \Psi_\alpha = \chi_\alpha \Phi_\alpha + \sum_\gamma \chi_\gamma \Phi_\gamma + \chi_\beta \Phi_\beta$$

を模型波動関数とする、 χ_c は Φ_c に対応する相対運動の波動関数である。 Ψ_α^{CC} は Schrodinger 方程式

$$\langle \Phi_c | E - \bar{H} | \Psi_\alpha^{CC} \rangle = 0 \quad (\text{S.eq})$$

を満たす。 \bar{H} は M 内の現象論的有効 Hamiltonian で、チャンネル c で

$$\bar{H}^{(c)} = T_c + \bar{V}_c + h_c \quad (\text{Hc})$$

の形を持つとする。ただし、 T_c は相対運動の運動エネルギー、 \bar{V}_c は反応二子間の相互作用ポテンシャル、 h_c は内部 Hamiltonian, で、 Φ_c はその固有値 ε_c の固有関数である。(S.eq)と(hc)から $\{\chi_c\}$ に対する連立方程式

$$(E_c - T_c - U_c) \chi_c = \sum_{m \neq c} U_{cm} \chi_m \quad (\text{Dif})$$

が導かれる。但し、 $E_c = E - \varepsilon_c$, $U_c = \langle \Phi_c | \bar{V}_c | \Phi_c \rangle$ は歪曲ポテンシャル、

$$U_{cm} \equiv \langle \Phi_c | (\bar{H} - E) | \Phi_m \rangle \quad (\text{Ucm})$$

はチャンネル m と c の結合ポテンシャルである。(Dif)を反応 $\alpha \rightarrow \beta$ に適合した境界条件のもとに、 $\{\Phi_c\}$ を既知として解いて $\{\chi_c\}$ を決める。

(Ucm)右辺の \bar{H} にチャンネル m の形 $\bar{H}^{(m)}$ を取るか、 c の形 $\bar{H}^{(c)}$ を取るかは任意だが、それらはそれぞれ現象論的に仮定されるので、それらに対応する $U_{cm}^{(m)}$ と $U_{cm}^{(c)}$ は一般に異なる。 $U_{cm}^{(m)}$ ($U_{cm}^{(c)}$)を prior(post) form という。 $U_{cm}^{(d)}$ は次の形を持つ。

$$U_{cm}^{(d)} = \langle \Phi_c | (T_d + U_d + \hat{V}_d + h_d - E) | \Phi_m \rangle$$

$$= \langle \Phi_c | \hat{V}_d | \Phi_m \rangle + \langle \Phi_c | \Phi_m \rangle (E_d - T_d - U_d)$$

右辺第一項を相互作用項, 第二項を非直交項という.

3.4. CCの逐次近似

CC 方程式(Dif)を φ_α を入射波とする $(E_\alpha - U_\alpha - T_\alpha) \chi_\alpha = 0$ の解

$$\chi_c^{(0)(+)} = \delta_{c\alpha} (1 + G_\alpha^{(+)} U_\alpha) \varphi_\alpha, \quad \text{但し} \quad G_\alpha^{(+)} = (E_\alpha + i\varepsilon - U_\alpha - T_\alpha)^{-1} \quad (\text{It0})$$

を 0 次の解として, 逐次近似により結合ポテンシャル U_{cm} の冪級数の形に解くと, いわゆる *DWBA* 級数解が得られる. (その収束性に問題がある場合があるが, ここではそれに立ち入らない.) $\chi_c^{(0)(+)}$ は U_α による弾性散乱を表す. (現実の弾性散乱には高次の項の寄与がある.)

(1) 第 1 近似: DWBA. 波動関数と T 行列要素はそれぞれ

$$\chi_\beta^{(1)(+)} = G_\beta^{(+)} U_{\beta\alpha} \chi_\alpha^{(0)(+)}, \quad (\beta \neq \alpha).$$

$$T_{\beta\alpha}^{(1)} = \langle \chi_\beta^{(0)(-)} | U_{\beta\alpha} | \chi_\alpha^{(0)(+)} \rangle = T_{\beta\alpha}^{DWBA}$$

ただし, $\chi_\beta^{(0)(-)} = (1 + G_\beta^{(-)} U_\beta) \varphi_\beta$, $G_\beta^{(-)} = G_\beta^{(+)*}$ である.

$T_{\beta\alpha}^{DWBA}$ が先に述べた DWBA の T 行列要素, $U_c(\chi_c)$ が Distorting potential

(Distorted wave) である. $U_{\beta\alpha}$ に prior (post) form を取ったものを prior (post) form DWBA という. いずれにも結合ポテンシャルの非直交項は寄与しない.

$$\therefore (E_\sigma - T_\alpha - U_\alpha) \chi_\alpha^{(0)(+)} = (E_\sigma - T_\alpha - U_\alpha)^* \chi_\beta^{(0)(-)} = 0$$

よって,

$$T_{\beta\alpha}^{DWBA} = \langle \chi_\beta^{(0)(-)} | \langle \Phi_\beta | \hat{V}_d | \Phi_\alpha \rangle | \chi_\alpha^{(0)(+)} \rangle, \quad (\text{T1})$$

$\langle \Phi_\beta | \hat{V}_d | \Phi_\alpha \rangle$ が形状因子である. $d = \alpha(\beta)$ が prior (post) form で, 普通 stripping (pick up) に対して post(prior) form が用いられ, Distorting pot. と

形状因子には物理的考察に基づいた現象論的な近似が使われる。

(2) 第2近似：2次のDWBA.

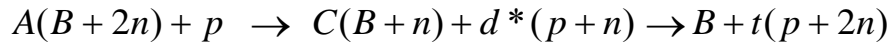
$$\chi_{\beta}^{(2)(+)} = G_{\beta}^{(+)} \sum_{m \neq \alpha, \beta} U_{\beta m} G_m^{(+)} U_{m\alpha} \chi_{\alpha}^{(0)(+)} \quad , \quad (\beta \neq \alpha) \text{ から}$$

$$T_{\beta\alpha}^{(2)} = \sum_{m \neq \alpha, \beta} \langle \chi_{\beta}^{(0)(-)} | U_{\beta m} G_m^{(+)} U_{m\alpha} | \chi_{\alpha}^{(0)(+)} \rangle \equiv \sum_{m \neq \alpha\beta} T_{\beta m \alpha}^{(2)} \quad (\text{T2})$$

$T_{\beta m \alpha}^{(2)}$ が先にのべた2段階遷移 $\alpha \rightarrow m \rightarrow \beta$ の2次のDWBAのT行列である。

$U_{m\alpha}$, $U_{\beta m}$ には遷移が pick up (stripping) なら prior (post) form を使う。

一つの重要な応用例として, A(p,t)B 反応における successive transfer



を見よう. d^* は n-p 系の基底及び励起状態である. 第一, 第二段階とも pick up 過程なので結合ポテンシャルには共に prior form を使う. 容易に分るように, 第一段階に対しては非直交項は効かない. 故に

$$T_{td^*p}^{(2)} = T_{td^*p}^{vv} (\text{prior} - \text{prior}) + T_{td^*p}^{NO} (\text{prior} - \text{prior})$$

ただし,

$$T_{td^*p}^{vv} (\text{prior} - \text{prior}) \equiv \langle \Phi_t | \hat{V}_{d^*} | \Phi_{d^*} \rangle G_{d^*}^{(+)} \langle \Phi_{d^*} | \hat{V}_p | \Phi_p \chi_p^{(+)} \rangle,$$

$$T_{td^*p}^{NO} (\text{prior} - \text{prior}) \equiv - \langle \chi_t^{(0)(-)} | \langle \Phi_t | \Phi_{d^*} \rangle \langle \Phi_{d^*} | \hat{V}_p | \Phi_p \rangle | \chi_p^{(0)(+)} \rangle$$

全 successive transfer 過程の T 行列要素は $T_{pdt}^{(2)} = \sum_{d^*} T_{td^*p}^{(2)}$ である. もし $\{d^*\}$ が完

全系であったら非直交項の寄与

$$\sum_{d^*} T_{pd^*t}^{NO} = - \langle \chi_t^{(0)(-)} | \langle \Phi_t | \hat{V}_p | \Phi_p \rangle | \chi_p^{(0)(+)} \rangle$$

は一段階過程(p,t)のDWBAのT行列要素を完全に相殺するであろう. 実際は $\{d^*\}$ は完全系ではないが, $\sum_{d^*} T_{pd^*t}^{NO}$ が DWBA T 行列要素を削減する.

3.5 分子動力的 simulation

複合核間の衝突で複数の核子やクラスターが放出される複雑な反応を記述するのは上記の様な簡単な反応の記述とは全く違う手法が必要である. 分子動力的 simulation は其れに対する有力な方法である. しかし, それは本研究会の主題から外れているので, ここではそれを指摘するに留める.

IV 微視的反応理論の課題

反応論に対するこのアプローチが今後発展して行く過程ではいろいろな課題に直面するであろう。以下は当面考えられる課題の例である。

この理論の基礎の一つである核子-核子の有効相互作用の一層の精密化は重要な課題である。現在広く使われている、局所密度の核物質内の g -行列で良いか？良いとしても、たとえば Pauli 演算子の「角度平均」の近似はどうか？などを検討すべきである。また、反応の記述に現れる一体ポテンシャルについては、光学ポテンシャルだけでなく DW 理論の歪曲ポテンシャルも微視的に評価すべきである。その他にも多くの課題があるが、これに留める。

3 粒子融合過程研究の現状と将来

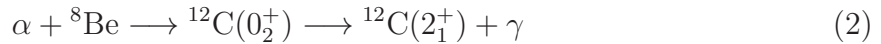
緒方 一介¹

大阪大学核物理研究センター

1 3 粒子融合過程 (TFP)

始状態に3つの粒子が存在し、それらが量子力学的相関を保ちつつ融合する過程を、3粒子融合過程 (Ternary Fusion Process; TFP) と呼ぶ。TFP は、実験で直接測定することが困難であること、また、その反応確率が一般に極めて小さいことから、これまでほとんど注目されてこなかった。しかし TFP が本質的な役割を果たす希少な例がある。それは、星の中で3つの α 粒子から ^{12}C が形成される反応、いわゆるトリプル α 反応である。

これまでの標準的な理解では、 ^{12}C は、



という、連続して起きる2つの2体反応によって形成されると考えられている(第2の反応の後、 ^{12}C は再び γ を放出して基底状態に脱励起する)。この2つの反応を一纏めにすれば、確かに3つの α 粒子が ^{12}C を形成する反応とみなせるが、これまでの ^{12}C 生成反応の研究は、全て上記の2体反応の描像に基づいている。すなわち、TFP という観点から ^{12}C 生成反応を記述した研究は存在しない。

上記の反応(2)では、 3α 系はホイル状態と呼ばれる ^{12}C の 0_2^+ 状態を経由する。しかしホイル状態は、 3α の閾値の 379.5 keV 上に存在する。環境(星)の温度が低い場合、 3α 系が持ち得るエネルギーは大きく制限され、実質上、ホイル状態を経由することができなくなる。その場合、上述の標準的な反応描像は明らかに破綻する。すなわち、連続して起きる2つの2体反応ではなく、TFP の描像に基づいて ^{12}C 生成反応を記述する必要がある。

2 TFP の定式化

2.1 3α 連続状態の波動関数

3つの α 粒子系からなる反応系のシュレディンガー方程式は、

$$[T_r + T_R + v(r) + v(R_1) + v(R_2) - E] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \quad (3)$$

と書ける。ただし座標系は、図1のように取るものとする。 T_r と T_R は、それぞれ r と R

¹e-mail: kazuyuki@rcnp.osaka-u.ac.jp

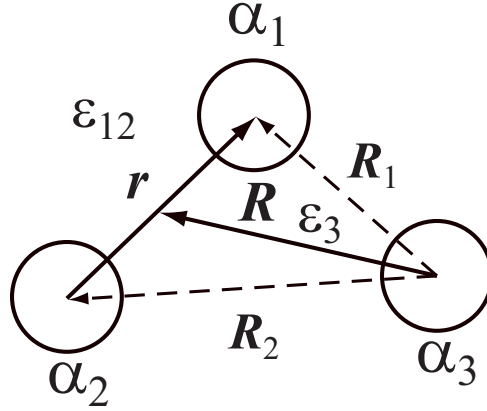


図 1: 3α 系の模式図。

の座標に関する運動エネルギー演算子であり、 v は核力とクーロン力からなる α 粒子間の相互作用である。図 1 に示すように、 ϵ_{12} は α_1 - α_2 間の相対エネルギー、 ϵ_3 は α_1 - α_2 ペアと α_3 間の相対エネルギーを意味する。重心系から測った 3α 系の全エネルギー E は、

$$E = \epsilon_{12} + \epsilon_3$$

で与えられる。

本研究では、離散化チャネル結合法 (Continuum-Discretized Coupled-Channels method; CDCC) の概念を利用して 3 粒子系の波動関数を求める。具体的には、 α_1 - α_2 間の連続状態を離散化し、得られる状態で 3 粒子系の波動関数を展開する。離散化の方法としては、連続状態を有限の波数幅 Δk で平均化する average 法 [1] を採用する:

$$\hat{u}_i(r) = \frac{1}{\sqrt{N_i}} \int_{k_i}^{k_{i+1}} f_i(k) u(k, r) dk, \quad (4)$$

$$N_i = \int_{k_i}^{k_{i+1}} |f_i(k)|^2 dk. \quad (5)$$

ここで $k_i = (i-1)\Delta k$ であり、 i は連続状態のエネルギーを表す指標となっている。 $u(k, r)$ は、波数 k を持つ α_1 - α_2 間の散乱波の動径成分を kr 倍したものである。 $f_i(k)$ は連続状態を束ねる際に用いる重み関数であり、区間 $[k_i, k_{i+1}]$ が共鳴を含まない場合は

$$f_i(k) = 1,$$

共鳴を含む場合は

$$f_i(k) = \left| \frac{i\Gamma/2}{\hbar^2 k^2 / (2\mu_r) - \epsilon_{12}^{\text{res}} + i\Gamma/2} \right|$$

とする。ただし $\epsilon_{12}^{\text{res}}$ と Γ はそれぞれ共鳴の中心エネルギーと幅であり、 μ_r は α_1 - α_2 系の換算質量である。なお、我々は低エネルギーの散乱状態に興味があるので、 α_1 - α_2 間の軌道

角運動量は0に限定している。従って、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 間の対称化は正しく取り扱われていることになる。散乱波 $u(k, r)$ は

$$\int u^*(k', r)u(k, r)dr = \delta(k' - k)$$

によって規格化されており、これより、離散的連続状態 $\hat{u}_i(r)$ は

$$\int \hat{u}_i^*(r)\hat{u}_j(r)dr = \delta_{ij} \quad (6)$$

を満たすことが容易に示される。 $\hat{u}_i(r)$ は2乗可積分関数である。

本研究では、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 系が $\hat{u}_i(r)$ のいずれかで記述される状態から反応が始まる、と考える。すると、 R に関する漸近領域、すなわち $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ ペアと α_3 間の相互作用が

$$V_{i'i}^{\text{asym}} \equiv \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu_R} \delta_{i'i} + \frac{4e2e}{R} \delta_{i'i}$$

となる領域を定義することが可能となる。ただし e は素電荷であり、 L と μ_R はそれぞれ $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ ペアと α_3 間の軌道角運動量および換算質量である。全系のエネルギー E は指定可能であるから、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ ペアの波数が \hat{k}_i のとき、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ ペアと α_3 間の波数 \hat{K}_i は

$$\frac{\hat{k}_i^2}{2\mu_r} + \frac{\hat{K}_i^2}{2\mu_R} = E$$

によって規定される。上述の通り、本研究では低エネルギーの散乱問題を考えているので、 $L=0$ に限定すると、散乱の初期条件は、 \hat{k}_i と E によって指定されることになる。以下、反応の初期状態における i を i_0 と表記する。

状態間の結合が強い場合、反応系は i_0 で指定されるチャンネルから、 $i \neq i_0$ のチャンネルへと容易に遷移する。この遷移を無限次取り入れる方法が、チャンネル結合法である。チャンネル結合法(正確にはCDCC法)では、低エネルギーにおける 3α 系の波動関数は

$$\Psi_{\hat{k}_{i_0}, E}^{0+}(r, R) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{i}{32\pi^2} e^{i\{\delta(\hat{k}_{i_0}) + \pi/2\}} \frac{\sqrt{N_{i_0}}}{\hat{k}_{i_0} \hat{K}_{i_0}} \sum_{i=1}^{i_{\max}} \frac{\hat{u}_i(r)}{r} \frac{\hat{\chi}_i^{(i_0)}(R)}{R} \quad (7)$$

と表される。ただし $\delta(\hat{k}_{i_0})$ は、状態 i_0 にある $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 系の位相差(核力部)であり、位相因子 $\exp(i\{\delta(\hat{k}_{i_0}) + \pi/2\})$ が、初期状態における $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 系が i_0 状態にあることを保証している(ただしこの因子は以下の反応率計算には影響しない)。なお簡単のため、クーロン位相差は波動関数の表記から全て省略している。(7)式は、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 系の固有状態による、 3α 系の波動関数の展開式である。このとき“展開係数”の $\hat{\chi}_i^{(i_0)}(R)$ は、状態 i にある $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ 系と第3の α 粒子 (α_3) との相対運動を表している。当然ながら、波動関数は i_0 に依存することに注意。なお(7)式では、 $\alpha_1\text{-}\alpha_3$ 間および $\alpha_2\text{-}\alpha_3$ 間の対称化は、陽には取り入れられていない。この点については、後ほど言及する。

(7)式を(3)式に代入し、左から $\hat{u}_i^*(r)$ を掛けて r で積分すると、次のチャンネル結合方程式が得られる:

$$[T_R + V_{ii}(R) - (E - \hat{\epsilon}_{12,i})] \hat{\chi}_i^{(i_0)}(R) = - \sum_{i' \neq i} V_{ii'}(R) \hat{\chi}_{i'}^{(i_0)}(R). \quad (8)$$

ただし $\hat{\epsilon}_{12,i} = \hat{k}_i^2 / (2\mu_r)$ とし、また (6) 式を用いた。(8) 式中の $V_{ii'}(R)$ はチャンネル結合ポテンシャルと呼ばれ、

$$V_{ii'}(R) = \left\langle \frac{\hat{u}_i(r)}{r} \left| v(R_1) + v(R_2) \right| \frac{\hat{u}_{i'}(r)}{r} \right\rangle_r \quad (9)$$

によって定義される。

(9) 式中の v は、核力ポテンシャルとクーロンポテンシャルからなっており、そのレンジは無限大である。従って $V_{ii'}(R)$ のレンジもまた無限大であるが、 \hat{u}_i は遠方で十分速く減衰するので、 R が十分大きい領域では

$$V_{ii'}(R) \rightarrow \frac{4e2e}{R} \delta_{i'i}, \quad (R \geq R_{\max}) \quad (10)$$

となる。すなわち前述の通り、 R についての漸近領域を定義することができる。従って散乱波 $\hat{\chi}_i^{(i_0)}(R)$ の境界条件は

$$\hat{\chi}_i^{(i_0)}(R) \rightarrow U_0^{(-)}(\hat{K}_i R) \delta_{ii_0} - \sqrt{\frac{\hat{K}_{i_0}}{\hat{K}_i}} \hat{S}_{ii_0} U_0^{(+)}(\hat{K}_i R), \quad (R \geq R_{\max}) \quad (11)$$

となる。ただし $U_0^{(-)}(\hat{K}_i R)$ および $U_0^{(+)}(\hat{K}_i R)$ は、それぞれ内向き・外向きに進行するクーロン波動関数の $L = 0$ 成分である。

2.2 3α 融合過程の反応率

無限に広がった波動関数を用いて観測量を求める際には、巨視的な空間 Ω (体積を V_Ω とする) を考え、入射波を適当に規格化しておく必要がある [2]。簡単のため、入射波を平面波とすると、規格化条件は

$$\int_\Omega d\mathbf{r} \int_\Omega d\mathbf{R} \left(\frac{C}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} \right)^* \frac{C}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} = 1 \quad (12)$$

となり、これより直ちに

$$C = \frac{(2\pi)^3}{V_\Omega} \quad (13)$$

を得る (位相は最も簡単に取った)。この規格化条件の下、2.1 節の考え方に基づいて 3α 系の波動関数を求め、 ^{12}C の 2_1^+ 状態 (第 1 励起状態) へと電気 4 重極遷移する単位時間あたりの遷移確率を求めると、

$$P_{k_{i_0}, E} \equiv \frac{4\pi}{75\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{\hbar c} \right)^5 \sum_M \left| \left\langle \Psi_M^{2+} \left| O_M^{\text{E2}} \right| \frac{C}{N_{i_0}} \Psi_{k_{i_0}, E}^{0+} \right\rangle \right|^2 \quad (14)$$

となる。ただし $\hbar\omega$ は放出される光子のエネルギーであり、 $\hbar\omega = E + 2.8358$ (MeV) で与えられる。また、 O_M^{E2} は電気 4 重極 (E2) 演算子であり、 Ψ_M^{2+} は 2_1^+ 状態にある ^{12}C の波動関数である。

(14) 式は、巨視的な空間 Ω に α 粒子が 3 つ存在し、その入射状態が (\hat{k}_{i_0}, E) で指定される場合に、 Ω 全体で単位時間あたりに 2_1^+ 状態への遷移が起きる確率を表している。一般に天体物理学では、反応に関与する粒子の数密度が与えられ、単位時間・単位体積あたりの反応確率と数密度との積が計算のインプットとされる。従って我々が算出すべき量は、各 α 粒子の数密度を 1 とした場合に対応する、単位時間・単位体積あたりの遷移確率 $\bar{P}_{\hat{k}_{i_0}, E}$ である。このとき、3 つの α 粒子はそれぞれ Ω 内に V_Ω 個存在するから、

$$\bar{P}_{\hat{k}_{i_0}, E} = V_\Omega^3 \frac{P_{\hat{k}_{i_0}, E}}{V_\Omega} = \frac{4\pi(2\pi)^6}{75\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{\hbar c} \right)^5 \sum_M \left| \left\langle \Psi_M^{2+} \left| O_M^{E2} \right| \frac{1}{N_{i_0}} \Psi_{\hat{k}_{i_0}, E}^{0+} \right\rangle \right|^2 \quad (15)$$

となることがわかる。すなわち我々が計算すべき量は、人為的に導入した巨視的な空間の大きさに依らないことが示される。

それぞれの α 粒子の速度分布として、マクスウェル-ボルツマン分布を仮定して $\bar{P}_{\hat{k}_{i_0}, E}$ の平均を取ると、簡単な計算の後、

$$\langle \alpha\alpha\alpha \rangle(T) = 3N_A^2 \frac{4}{\pi (k_B T)^3} \int \left\{ \sum_{i_0=1}^{i_{\max}} w_{i_0} \bar{P}_{\hat{k}_{i_0}, E} N_{i_0} \right\} \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE, \quad (16)$$

$$w_{i_0} = \frac{2\hat{\epsilon}_{12, i_0}}{\hat{k}_{i_0}} \sqrt{\hat{\epsilon}_{12, i_0} (E - \hat{\epsilon}_{12, i_0})} \quad (17)$$

が得られる。ただし k_B はボルツマン定数、 T は温度であり、 N_A はアボガドロ数である。これが、 ^{12}C 生成反応率の最終結果である。

3 計算結果と議論

3.1 模型空間と相互作用

本研究では、 α_1 - α_2 間の離散的連続状態として、 $k = 0.008 \text{ fm}^{-1}$ ($\epsilon_{12} = 0.668 \text{ keV}$) から $k = 0.130 \text{ fm}^{-1}$ ($\epsilon_{12} = 176 \text{ keV}$) まで、122 本の連続状態を取り入れた ($\Delta k = 0.001 \text{ fm}^{-1}$)。 r_{\max} は 5,000 fm とし、その刻み Δr は 0.1 fm とした。86 番目の状態が共鳴 (^8Be の基底状態) に対応している。本研究の重要な特徴は、共鳴の上だけでなく、共鳴の下にも、十分な数の非共鳴状態を取り入れたことである。

CDCC 方程式 (8) は、 $R_{\max} = 2,500 \text{ fm}$ として、刻み $\Delta R = 0.25 \text{ fm}$ で解いた。全系のエネルギー E は、1 keV から 500 keV まで、1 keV 刻みで変化させ、各 E について、開いているチャンネル全てが入射チャンネルとなり得るものとして計算を行った。なお $E = 379.5 \text{ keV}$ 付近では、 E の刻みは 0.1 keV とした。

計算の重要なインプットが、 α 粒子間の核力ポテンシャル v^{nucl} である。本研究では、1) α_1 - α_2 系の共鳴状態の性質 [3] を再現し、かつ 2) 3α 系が正しくホイル状態を形成するという、2 つの条件を課すことでこれを決定した。具体的には

$$v^{\text{nucl}}(x) = 100.0e^{-(x/1.00)^2} - 30.35e^{-(x/2.13)^2} \quad (18)$$

とした (v^{nucl} の単位は MeV, x の単位は fm)。ただし 3α の波動関数を計算する際には、 $V_{ii}(R)$ 中の v^{nucl} を 1.5% だけ弱めている。その結果、 α_1 - α_2 系の共鳴については、中心値 92.0 (92.04 \pm 0.05) keV, 幅 4.8 (5.57 \pm 0.25) eV となり、ホイル状態については、中心値 379.5 (379.5) keV, 幅 4.0 (8.5 \pm 1.0) eV を得た。ここで () 内の数値は実験値である。これら 4 つの実験値を同時に再現するポテンシャルを見つけるのは大変困難であり、 v^{nucl} の不定性はほぼ取り除くことができたと考えられる。なお、(18) 式右辺第 1 項の斥力部分は、異なる α 粒子内にいる核子同士にはたらくパウリの排他率の効果を模したものである。

一方、終状態の 2_1^+ の波動関数は、少数系の研究分野で高い成功を収めているガウス展開法 (Gaussian Expansion Method) [4] を用いて計算する。このとき、 α 粒子間の相互作用には長谷川-永田 [5] の 2 核子間有効相互作用を α 粒子の密度で畳み込んだものを用いる。計算では直交条件模型 [6] を用いたパウリの排他率の処理が正確になされており、また、 α 粒子間の対称化も厳密に取り入れられている。すなわち本研究の計算では、(15) 式で 3α 融合過程の反応確率を計算する際に、 α 粒子の対称化が正しく取り入れられていることになる。

なお、(15) 式を計算する際には、 ^{12}C の B(E2) の実験値 13.4 $e^2\text{fm}^4$ [7] を再現するように、有効電荷 $\delta e = 0.77e$ を導入し、これを素電荷 e に加える。一般に、微視的 3α クラスター模型に基づく計算では B(E2) の実験値を再現できないことが知られており [8, 9]、この有効電荷を導入する手法は、標準的な補正法として広く用いられている。

3.2 α_1 - α_2 間の波動関数と第 3 の α 粒子が感じるクーロン障壁

図 2 に α_1 - α_2 の相対波動関数 $\hat{u}_i(r)$ を示す。横軸は r であり、対数スケールでプロットされている。破線が $i = 86$ すなわち共鳴状態 ($\epsilon_{12} = 92.0$ keV) の波動関数である。当然ながら、内側 (10 fm 以下) の領域に波動関数が局在していることが見て取れる。一方、実線と点線はそれぞれ $i = 53$ ($\epsilon_{12} = 38.2$ keV) と $i = 113$ ($\epsilon_{12} = 152$ keV) の非共鳴状態を表している。いずれも、共鳴状態とは全く異なる分布を示しており、波動関数の大部分は 20 fm ($i = 113$) あるいは 100 fm ($i = 53$) よりも外側に存在している。

図 2 で示した、共鳴・非共鳴状態の著しい違いは、結合ポテンシャルにも大きな差をもたらす。図 3 に示しているのは、結合ポテンシャルの対角成分のうち、クーロン部分のみ

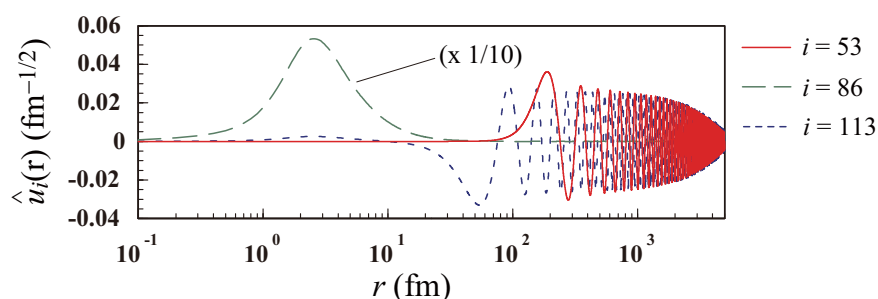


図 2: α_1 - α_2 の相対波動関数。実線、破線、点線はそれぞれ $i = 53, 86, 113$ の状態に対応している。

を取り出したもの (V_{ii}^{Coul}) である。図2と同様、横軸 R は対数でプロットしている。 V_{ii}^{Coul} は、 α_1 - α_2 系が状態 i にあるとき、この α 粒子のペアと α_3 の間にはたらくクーロン障壁と解釈することができる。図からわかるように、 α_1 - α_2 ペアが非共鳴状態にあるときのクーロン障壁の高さは、このペアが共鳴状態にいるときと比べて、2桁程度小さくなっている。このことは、 $R = 0$ において

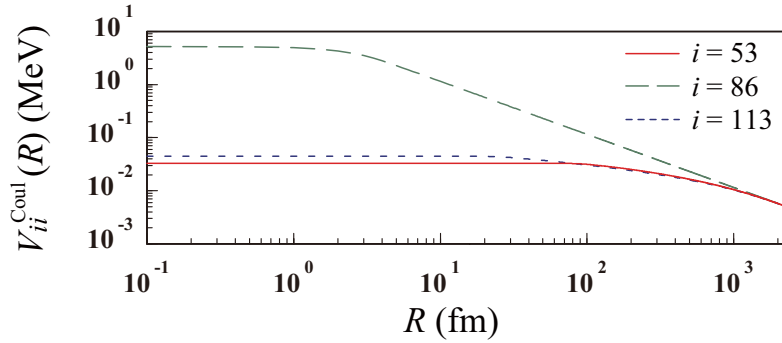


図3: 結合ポテンシャルの対角成分 (クーロン部分のみ)。実線、破線、点線はそれぞれ $i = 53$, 86 , 113 の状態に対応している。

$$V_{ii}^{\text{Coul}}(0) = \left\langle \frac{\hat{u}_i(r)}{r} \left| \frac{2e2e}{r/2} + \frac{2e2e}{r/2} \right| \frac{\hat{u}_i(r)}{r} \right\rangle_r = 16e^2 \int \hat{u}_i^*(r) \frac{1}{r} \hat{u}_i(r) dr \quad (19)$$

となることから容易に理解することができる。ただし簡単のため、ここでは α 粒子間のクーロンポテンシャルとして $1/r$ の関数形を用いた。(19)式が示すように、 $V_{ii}^{\text{Coul}}(0)$ は、 α_1 - α_2 ペアの状態で $1/r$ の期待値を計算した結果に比例する。従って α_1 - α_2 ペアの波動関数が外側に広がっているほど、クーロン障壁は下がることになる。

図3の結果は、 α_1 - α_2 ペアが非共鳴状態にある場合、 α_3 が容易にこのペアに接近できることを意味している。図2に示すように、このとき、 α_1 と α_2 が近くにいる確率は、共鳴時よりも有意に小さく、その意味では融合確率は抑制される。しかし α_1 - α_2 ペアと α_3 のクーロン障壁が2桁下がることによる影響は、この抑制を上回って余りあるほど、反応を助長する。これが、3.3節で見るように、我々の反応率が既存の結果を劇的に上回る本質的な理由である。

3.3 3α 融合確率と反応率

図4に、 ^{12}C 生成反応の反応率を、温度 T の関数として示す。縦軸は桁数を表し、横軸は対数でプロットしている。実線がチャネル結合を全て取り入れた CDCC による計算結果であり、一点鎖線が広く用いられている NACRE の反応率 [11] である。ただし我々の計算結果は、 10^9 K で NACRE の結果に合うよう、全温度領域で 1.5 倍している。 10^9 K では、ホイール状態を経由する共鳴反応だけで反応率が決まっており、各種実験値を用いて評価された NACRE の結果は極めて高い信頼性を持つと考えられるからである。 10^9 K で規格化した我々の結果は、 $T \geq 2.5 \times 10^8$ K では、NACRE の結果と完全に (誤差 1%以内で)

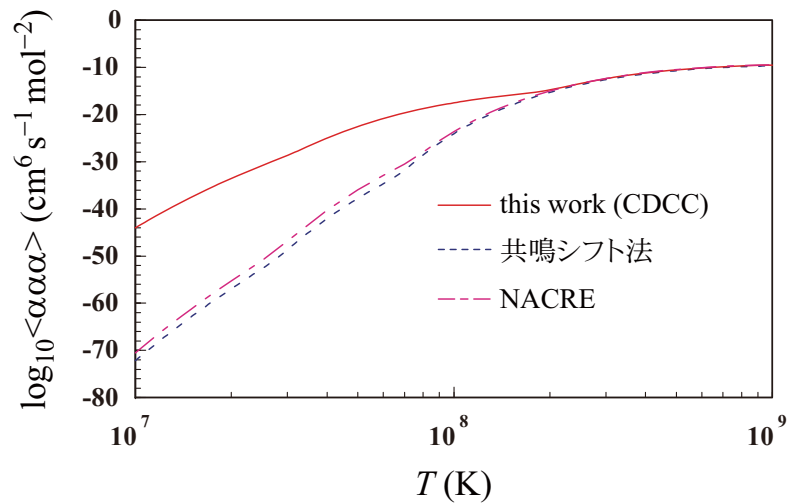


図 4: ^{12}C 生成反応率の温度依存性。実線が本研究の結果、点線が共鳴シフト法 [10] の考えに基づいて算出した結果である。比較のため、NACRE の反応率が一点鎖線で示されている。

一致している。すなわち、規格化因子 1.5 を別とすれば、我々の計算は、共鳴反応を正しく再現していると言える。これは、3 体のシュレディンガー方程式が正確に解けていること、また、3 粒子の連続状態から始まる反応の反応確率に対する定式化が正しいことを明確に示している。我々は、共鳴反応と非共鳴反応を区別せず、同一の枠組みで、同一のハミルトニアンを用いて 3 体計算を行っている。従って $T \lesssim 2.5 \times 10^8$ K においても、我々の計算結果は高い信頼性を持つものと期待される。

図 4 に示す通り、 $T < 2.5 \times 10^8$ K では、我々の反応率は NACRE の値を大幅に上回っている。両者の比は、恒星進化にとって重要な 10^8 K では 6 桁、太陽の中心温度に相当する 1.5×10^7 K では 21 桁にも及ぶ。このような劇的な反応率の変化が生じた理由は、上に述べたように、 $\alpha_1\text{-}\alpha_2$ ペアが非共鳴状態のとき、第 3 の α 粒子が感じるクーロン障壁が大幅に下がるからである。

図 4 の点線は、NACRE の 3α 計算で用いられている近似法 (共鳴シフト法 [10]) を、我々の CDCC 計算に適用して算出した結果である。NACRE の結果と良く一致していることがわかる。詳細は割愛するが、我々は文献 [12] において、この共鳴シフト法が物理的な根拠を持たないことを明らかにした。図 4 の結果は、NACRE の反応率と我々の反応率との違いが、共鳴シフト法に起因することを明確に示している。

3.4 新しい ^{12}C 生成反応率の影響

我々が提示した ^{12}C 生成反応率は、これまで標準とされてきた値と比べて、 10^8 K 以下で劇的に大きい。このことは、宇宙・天体物理の各方面に絶大な影響を及ぼすと考えられる。事実、文献 [13] では、我々の反応率を用いた場合、恒星進化の様子が大きく変化し、赤色巨星のプランチが消失すると報告されている。また文献 [14] では、降着型中性子星

におけるヘリウム燃焼に対する新しい反応率の影響が調べられており、バーストのエネルギーが低くなるために、計算結果が観測と矛盾すると結論づけられている。唯一我々の反応率が肯定的な結果を与えている例が、セファイド型変光星について検証した文献[15]であり、一部のセファイド星については、観測と理論の長年の矛盾を、低温における ^{12}C 生成反応率の劇的な増大によって解決できる可能性が示唆されている。

これらの結果は、いずれも極めて自然であるように思われる。本研究で示した反応率の変化は極めて大きいものであり、既存の研究の枠組みに新しい反応率をそのまま適用すれば、結論が変化する方が自然であろう。上で紹介した“観測との矛盾”は、我々の反応率が誤っていることを必ずしも意味するものではなく、これまでの天体モデルでは考えられていない、全く新しい物理の存在を示唆している可能性も大いにあると思われる。今後、そのような研究が萌芽・発展することを期待したい。

なお本研究の計算は、半径 2,500 fm の球の中に 3 つの α 粒子が存在するという想定の下で行われている。それ以上に α 粒子が存在する場合には、その影響を何らかの形で取り入れる必要がある。従って密度が極めて高い環境 (α 粒子の密度が約 10^6 g/cm 3 以上となる場合) には、我々の反応率を適用することは難しいと思われる。

一方、原子核物理サイドには、我々の 3 体量子力学計算の検証を期待したい。本研究では、 3α 系の連続状態の波動関数を計算した後、 α 粒子間の対称化を行っている。この近似法がもたらす影響は、たかだか factor 3 程度であり、本研究で議論している反応率の桁数には影響しないと期待されるが、厳密な検証を行うことは重要であろう。

4 まとめと今後の展望

本研究では、3 つの α 粒子が融合し ^{12}C 原子核を形成する反応の反応率を、3 体量子力学模型によって記述することに初めて成功した。定式化にあたっては、離散化チャネル結合法の思想を応用した。本研究の重要な特徴は、共鳴過程と非共鳴過程を統一的に取り扱うことができる点である。3 体量子力学計算の帰結として、 α_1 - α_2 ペアが非共鳴にいる場合に、第 3 の α 粒子との間にはたらくクーロン障壁は、 α_1 - α_2 ペアが共鳴状態にあるときと比べて有意に低くなる。従って非共鳴反応では、第 3 の α 粒子が α_1 - α_2 ペアに容易に近づくことができる。このため低温において、我々の反応率は、従来の標準値と比較して劇的に大きな値を示している。

本研究は、3 粒子融合過程 (TFP) という、これまで正しく考慮されてこなかった新しいプロセスの重要性を明確に示したものである。この過程は、 ^{12}C 生成反応だけではなく、 $\alpha + \alpha + n \rightarrow {}^9\text{Be}$ や $p + n + \alpha \rightarrow {}^6\text{Li}$ など、2 体の反応が著しく抑制される過程で、普遍的に重要な役割を果たすと考えられる。また、陽子を 2 つ吸収することで進行する $2p$ 過程についても、これまでは存在しないと考えられてきた新しい反応経路が発見される可能性がある。このように、TFP をキーワードとして、元素生成のシナリオ全体を見直していきたいと考えている。

本稿は、文献 [12] の研究成果を、その後の分析結果も交えて解説したものである。ただし今回、紙面の都合上、やむを得ず研究内容の一部を割愛している。本研究に興味をお持ち

ちの方は、文献 [12] および雑誌『原子核研究』の解説記事 [16] を参考にさせていただきたい。
未筆ながら、共同研究者である理化学研究所の上村正康氏に深く感謝の意を示したい。

参考文献

- [1] M. Kamimura, M. Yahiro, Y. Iseri, Y. Sakuragi, H. Kameyama and M. Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 89 (1986) 1.
N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher and M. Yahiro, Phys. Rep. **154** (1987) 125.
- [2] 河合光路, 吉田思郎, 「原子核反応論」(朝倉物理学大系 19), 朝倉書店 (2002) 第 2 章.
- [3] S. Wüstenbecker, H. W. Becker, H. Ebbing, W. H. Schulte, M. Berheide, M. Buschmann, C. Rolfs, G. E. Mitchell and J. S. Schweitzer, Z. Phys. A **344** (1992) 205.
- [4] E. Hiyama, Y. Kino and M. Kamimura, Prog. Part. Nucl. Phys. **51** (2003) 223.
- [5] A. Hasegawa and S. Nagata, Prog. Theor. Phys. **45** (1971) 1786.
- [6] S. Saito, Prog. Theor. Phys. **41** (1969) 705.
- [7] F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A **506** (1990) 1.
- [8] M. Kamimura and Y. Fukushima, *Proc. INS Int. Symp. on Nuclear Direct Reaction Mechanism*, Fukuoka, Japan, (1978) p. 409.
M. Kamimura, Nucl. Phys. A **351** (1981) 456.
- [9] P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Rev. C **36** (1987) 54.
- [10] K. Nomoto, Astrophys. J. **253** (1982) 798.
K. Nomoto, F.-K. Thielemann and S. Miyaji, Astron. Astrophys. **149** (1985) 239.
- [11] C. Angulo *et al.*, Nucl. Phys. A **656** (1999) 3.
- [12] K. Ogata, M. Kan and M. Kamimura, Prog. Theor. Phys. **122** (2009) 1055.
- [13] A. Dotter and B. Paxton, Astron. Astrophys. **507** (2009) 1617.
- [14] F. Peng and C. D. Ott, Astrophys. J **725** (2010) 309.
- [15] P. Morel, J. Provost, B. Pichon, Y. Lebreton and F. Thévenin, Astron. Astrophys. **520** (2010) A41.
- [16] 緒方一介, 原子核研究 Vol. **55**, No. 2 (2011) 75.

光捕獲反応率に対する虚時間計算法

矢花一浩 A,B、船木靖郎 A,C

A 筑波大学数理物質科学研究科

B 筑波大学計算科学研究センター

C 理化学研究所仁科加速器研究センター

星の進化や構造を理解し、現在の太陽系や他の恒星系における元素組成を理解する上で、高精度な低エネルギー原子核反応断面積が必要とされる。光捕獲反応は、共鳴状態を経由する過程と共鳴状態を経ない直接過程に分類される。電荷を持つ原子核間の反応では、クーロン障壁をはるかに下回るエネルギー領域の反応断面積は指数関数的に小さく、共鳴状態を経ない直接過程に対する直接測定はしばしば困難を伴い、理論的な評価が重要となる。このため、単純なポテンシャル模型や、より精緻な核構造模型による計算がなされてきた。

光捕獲反応は、2つの原子核の反応過程とともに、3体反応過程がある。最近緒方らにより、共鳴を経由しない 3α 融合反応による ^{12}C 核の生成率に対する3体反応理論に基づく計算結果が報告された¹⁾。緒方らが得た反応率は、従来用いられてきたものに比べ、 10^8K 以下の領域で 10^{20} 以上大きいという驚くべきものであった。この結果は宇宙での重元素生成や星の進化に大きく影響するものであることから、複数のアプローチによる検証が重要であると思われる。

クーロン障壁下での 3α 融合反応断面積の理論計算は、いくつかの点で困難を伴う問題である。まず、筆者らの知る限り、3つの電荷を持つ粒子に対する散乱波動関数の解析的な漸近形は知られていない。このため、3体反応の散乱断面積を厳密に定義することができず、何かしらの近似が必要となる。また、緒方らは 50keV 程度までの低い入射エネルギーの衝突が反応率に寄与することを報告している。 α 粒子間のクーロンポテンシャルが 50keV となる α 粒子間の距離はおおよそ 120fm である。このため、クーロン障壁の透過を記述するためには、少なくとも 100fm を越える空間領域で3粒子系の反応過程を計算することが必要となるが、このような広大な空間での3体反応計算は容易ではない。

著者らは、緒方らによるCDCC法とは異なる枠組みで 3α 反応率計算を行うことを目標に、光捕獲反応率に対する新たな計算法を検討した。その結果、通常の方法である、まず与えられたエネルギーにおける反応断面積を求めその後ボルツマン因子で統計平均を行うという枠組みとは異なり、散乱問題を解くことなく温度の逆数 $\beta=1/kT$ を変数とする反応率を直接計算する枠組みが有望であると考えに至った。筆者らの開発した方法の本質的な点は、ハミルトニアンの特異点を避けることにより、初期状態である散乱状態があらわに現れない反応率の表式が得られることにある。このため、 3α 反応の場合の困難の一つである、3つの電荷を持つ粒子の散乱境界条件を扱うことが不要になる。この方

法では、温度の逆数 $\beta=1/kT$ を変数とする波動関数の計算を伴い、それが時間を虚数としたシュレディンガー方程式の形をすることから、筆者らは虚時間法と呼んでいる。

この新たな枠組みの有効性を示すため、簡単なポテンシャル模型による $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ 反応に新たな方法を適用し、従来の散乱断面積を求めた後に統計平均を行う方法と比較した。その結果、十分に広い空間領域で虚時間発展の方程式を解くことにより、我々が提案する新たな枠組みにより、高温領域から 10^7K 程度の低温領域に到るまでの反応率を計算することが可能であることを示した。

なお、本研究の詳細は、近日中に論文として発表予定である。

1) K. Ogata, M. Kan, M. Kamimura, Prog. Theor. Phys. 122, 1055 (2009).

原子核の虹散乱と核構造

高知県立大学(旧高知女子大学)・環境理学科

University of Kochi, Kochi 780-8515, Japan

大久保茂男 (S. Ohkubo)

1. はじめに

原子核の構造理解は適切なハミルトニアンのもとで多体問題を解くことである。最近では第1原理から解く方法も進展しているが、解くべき空間の次元が膨大になり物理的に意味ある結果を得るにはある種の拘束条件による空間の制限が物理的解を得るのには有用である。先行的模型的な研究の成果・知見があることにより有効な拘束条件をかけ模型空間を制限できる。その意味でも原子核の研究において模型的研究は有効であり必須である。模型空間のなかで核内有効相互作用を適切に決めることが必要であるが、これ自身が深遠な課題でもある。模型空間および有効相互作用が適切でない、核構造研究は方向性を見誤る可能性もある。

核力が他の3つの相互作用、電磁気力、重力、弱い相互作用と大きく異なる特徴の一つは飽和性であろう。すなわち、崩壊の閾値が構造理解で重要な意味をもつ。最近では不安定核を中心に殻模型や集団運動模型でも連続状態を取扱う研究が連続殻模型や連続 RPA など大いに進展しているが、その存在様式が閾値に直接的に関係するのが原子核のクラスター構造とクラスター模型である。重い核では平均場が主要な側面であるが、 ^{212}Po 領域では基底状態自身が α 崩壊し殻模型による α 崩壊の説明は困難である。軽い核の基底状態で唯一 α 崩壊するのが ^8Be である。歴史的にも Wefelmeier[1]らの原子核のクラスター模型研究はナイーブな α 粒子模型をもちいて軽い核から始まった。田中・玉垣[2]は Wildermuth[3]らの殻模型とクラスター模型の同一性の立場を発展させ、核力から動的に $\alpha+\alpha$ 模型で RGM を解き ^8Be の構造を理解しようとした。樋浦ら[4]北大グループは当時殻模型構造が支配的と考えられていた sd 殻領域に、果敢に視点をひろげ ^{20}Ne の基底状態を箱型ポテンシャル模型で理解しようとした。その後の研究は α クラスター構造が sd 殻領域においても構造の主要な側面であることが α 粒子移行反応、 α 散乱等の実験的研究および理論的研究により明らかになった。励起エネルギーにともなう飽和性による構造変化を体系化しようとしたのが池田閾値則である。有効2体相互作用をもちいたクラスター模型研究は sd 殻領域において大いなる成功をおさめ、原子核を深部から理解する道を開いた [5, 6]。

だが、重い核で遭遇するであろうクラスター模型研究の困難は fp 領域に展開する段階で現れた。fp 領域はスピン・軌道力が強くなり jj 結合殻模型の領域であることおよび、エネルギー準位密度が大きくなり、閾値近傍に選択的にクラスター状態を実験的にみつけるのは容易ではない。一方、有効相互作用を設定し、クラスター模型で励起構造を研究する方法論は有効相互作用を適切に実験的根拠をもって決められないと、適切な解が得られないだけでなく、誤った結論に導く可能性がある。 ^{40}Ca の $\alpha+^{36}\text{Ar}$ 模型計算や ^{44}Ti のクラスター模型による構造理解も深刻な問題に直面した[7]。 ^{32}S の $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ RGM 計算でも $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 分子的共鳴の理

解で同様な問題に直面し、実験的研究および現象論的研究が進展するほどに、微視的クラスター模型による理解は進化が得られなかった[8].

池田図の思想は平均場が主要な側面である基底状態からエネルギーが高くなる閾値付近へ移るとクラスター構造が出現する可能性が大であるという、低いエネルギーから高いエネルギーをみる、あるいはエネルギー準位図では下から上、地上から天を見上げる見方である。基底状態を含み理解するハミルトニアンを設定し励起構造を理解しようという思想ということもできよう。密度汎関数法は基底状態の密度分布を記述するポテンシャルは一意的に存在し、それを見つければ励起構造も理解できるという、平均場の方法論である。ニュートン力学の発見において、ガリレオによる落体の研究など地上での研究と合わせて天上の研究が重要であったことはよく知られている。ティコブラーエの観測とケプラーによる太陽系の模型の設定が、ニュートン力学の形成において重要であったことも、武谷三男の「弁証法の諸問題」の「ニュートン力学の形成」でよく知られている[9].

閾値付近の連続状態の核構造、クラスター構造研究においてもちいるべき有効2体相互作用が決まらない状況での先駆的・先鞭的研究には別の方法論が有効であろう[7, 8]. 天上から地上を見る方法である。虹散乱からのクラスター構造研究は構造論の複雑性が捨象される高いエネルギー領域で有効相互作用が決定でき、それが低いエネルギーの構造研究に力を発揮できるとの思想であり、いわば天上から地上をみるアプローチである。

2. 虹散乱と原子核のクラスター構造

原子核研究における虹とはそのような位置づけにあり、天上から核構造を理解しようとする方法論である。気象虹（ニュートン虹）の高さや色合いは屈折を引き起す液滴の大きさ・屈折率により変化する。一様な屈折率の物体からの散乱である Mie 散乱方程式を解くことにより虹現象は理解できる。種々の屈折率の物質か

らの Mie 散乱（波長 589.3nm, 散乱体の半径 1.6mm）が図 1 に示されている。屈折率の大きさにより副虹しか見えないものもある。屈折率が非常に大きいダイヤモンドでは主虹は出現しない。土星の衛星であるタイタンでは液体メタンの雨が降っているが、Mie 散乱を解く

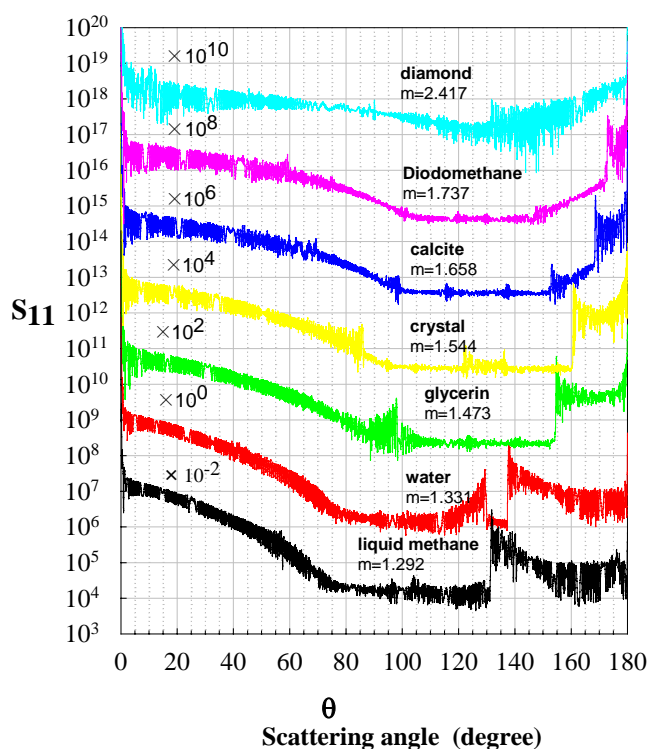


図 1. 種々の物質からの Mie 散乱.

と主虹と副虹が逆転し、アレキサンダーの暗黒帯も消え2個の虹はつながって見え吸収のため赤みのない虹となる。(地球上以外ではじめての虹として観測が期待される。)

原子核は屈折率が連続的に変化しダイヤモンドに匹敵するほど大きくもなるねばねばした量子物質である。原子核の虹は内部反射が起こらないため、屈折のみで起こる「ニュートンのゼロ次虹」である。筆者は核力による「ゼロ次の虹」であることを強調して、ニュートン虹と区別するため「湯川虹」とよぶのがよいのではと考えている。いずれも媒質と入射粒子との間に働く相互作用によりその現象が生じることには変わらない。原子核の虹散乱の場合は、入射粒子が原子核の内部まで入り込むので核間相互作用を知ることができる。畳込みポテンシャル模型が虹散乱の解析に有効であることが知られてきており、これは虹散乱から有効2体相互作用を決めることができることを意味している[10]。虹散乱で基底状態付近あるいは閾値近傍のエネルギー準位等の複雑さが捨象され、より単純化された形で核構造研究に必要な相互作用を知ることができる。それは殻模型の状態、集団運動の状態、クラスターの状態がほぼ同じエネルギー領域で共存・競合する核構造特有の複雑な様相が捨象されるいわば「否定の否定」の論理[9]に基づく低い励起エネルギーおよび閾値付近の核構造研究の方法論である。池田図には散乱が入っていないが、池田図を閾値から上の虹散乱エネルギーまで拡大した視点であり、池田図およびその視点は内包されている。

クラスター構造は非常に強い屈折率となる低いエネルギー領域で入射粒子が“trapされた虹”であると理解できる。閾値以下のクラスター構造は“隠れた虹”ということになる。中間の散乱状態での後方角異常 (Anomalous Large Angle Scattering, ALAS または Backward Angle Anomaly, BAA) は“縮んだ虹”であり、プレ虹[11]は“ベビー虹”である。ニュートン虹では見られない虹の概念を低いエネルギー領域まで“拡張”でき、クラスター構造論として展開できるところが、原子核の虹の研究の面白いところでもある。この方法論の有用性は以下、筆者がかかわってきた研究をとりあげ実証的に示される。

例1 ^{20}Ne のクラスター構造と $\alpha + ^{16}\text{O}$ 散乱の後方角異常

筆者が ^{20}Ne のクラスター構造を散乱の視点から論じようと思った1970年代は α 粒子のような複合粒子については標準的光学ポテンシャル模型が軽い核では当てはまるというのは常識ではなかった。 α 粒子は吸収が強く真黒であると教科書にも書かれていた時代である。大阪大学理学部の中の島のサイクロトロンで行なわれた入射エネルギー20-30 MeV領域の $\alpha + ^{16}\text{O}$ の散乱において後方角の微分断面積が異常に上昇しかつ角分布が特定の角運動量で支配されるように見える振る舞いを考察し、それが ^{20}Ne の $\alpha + ^{16}\text{O}$ クラスター構造の higher nodal 状態の高スピンによることを直交条件付き畳込みポテンシャル模型をもちいて示した[12]。当時クラスター研究の焦点の一つは ^{20}Ne における higher nodal 状態の概念を確立することであり日本で集中的に研究されていた。この視点と結論はベルギーのMichelらの現象論的ポテンシャルをもちいた研究で検証され正しさが確かめられた[13]。さらにベルギー・ルーバン研究所の加速器で $\alpha + ^{16}\text{O}$ 散乱が高いエネルギーまで系統的に測定

され, higher nodal 状態を記述するポテンシャルは入射エネルギー69.5 MeV から見える虹散乱の角分布もよく記述することが明らかになった. ^{20}Ne の基底状態のクラスター構造から高エネルギーの虹散乱までが統一的に理解できることが明らかになった.

例2 ^{44}Ti のクラスター構造の予言と $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ 虹散乱・プレ虹散乱・後方角異常・融合反応

これについては2005年基礎物理学研究所でひらかれたシンポジウム「学問の系譜—湯川・朝永からアインシュタインへ」で「クラスター模型の展開」[7]と題して問題意識を中心にお話したので, そちらを見ていただくと参考になると思われる. ただ, このシンポジウムは原子核以外の理論物理研究者むけの話なので, ここでは原子核プロパーの話を追加しておこう.

$\alpha + ^{40}\text{Ca}$ 散乱は複合系 ^{44}Ti との構造論とは関係なくベルギーのグループによって系統的に高いエネルギーの虹散乱まで測られた. もともと $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ 散乱で後方角が異常増大する現象はドイツのグループにより発見された. 入射エネルギー

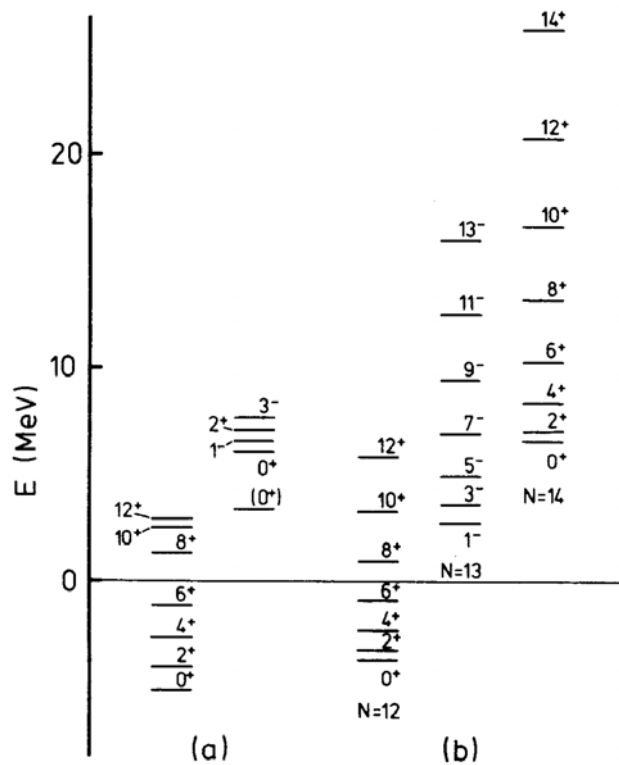


図2. 散乱から決められたポテンシャルから予言される ^{44}Ti における $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ クラスター構造 (b) と実験値 (a) [14].

20-30 MeV の低いエネルギーで後方角への α 粒子散乱が異常に大きく, 標準的なウッズ・サクソン型ポテンシャル模型では到底理解できないので後方角異常と名づけられ, ミュン

ンスター大学のグループが勢力的に研究した. ^{40}Ca の中に α 粒子が存在し, 入射粒子と衝突・反発して出てきているのではないかという描像も出された. 一方, 構造論的視点では ^{44}Ti は ^{20}Ne のアナログ核ということで, 日本を中心に α クラスター構造を理解しようとする研究が進められていた. ただ, 実験で見つかっているクラスター状態の候補と考えられる第1励起状態はプラス・パリティの 0^+ 状態であり, 2番目がマイナス・パリティの 1^- 状態であった. 基底状態を含めて ^{20}Ne の類似核構造として理解するのは困難であった. それはクラスター模型で基底状態を含めて理解するとすれば, 第1励起状態はマイナス・パリティであり, その次はプラス・パリティでなければならないからである. クラスター模型は基底バンドに

限れば強いB(E2)をも含めてうまく理解できることはPal-Lavasらの現象論的研究で知られていた。(1991年ハンガリーのDebrechenを訪ねた折, Palに会ったとき学位論文をみせてくれたが,そこでも議論しているのは基底バンドのみであった。)京都の宇田川さんらのfp-shell構造研究の流れを汲むグループは殻構造とクラスター構造のハイブリッド模型で理解しようところをみた。前節の方法論で筆者も ^{20}Ne との類似でクラスター構造研究を行なったが ^{44}Ti は難問であった。このfp領域ではスピン・軌道が強くなるので, sd殻領域とは異なりクラスター構造研究は容易には進まなかった。1980年までのクラスター構造研究を総まとめたPTP Supplement No. 68[6]にも懐疑的雰囲気がかがわれる。

一方, 図2に示されているように虹散乱をよく記述する α - ^{40}Ca のポテンシャルはALASや ^{44}Ti の基底状態構造をよく説明するので, クラスター状態の第1励起の 0^+ と2番目の 1^- をどう矛盾なく理解していかま

ったくわからなくなる。 α - ^{40}Ca の融合反応励起関数を計算して, それが実験データとよく合いかつ, それが α - ^{40}Ca のhigher nodal状態の共鳴によるとわかってから, ^{44}Ti に関する認識を変えなければならぬことに気づいた[14]。クラスター模型で現れる第1励起がマイナス・パリティになるのは実は模型の欠点ではなく, 実験のほうが正しくないのではないかという事で注意深く分析すると, クラスター状態の候補とされてきた 0^+ や 1^- 状態は再吟味する必要があるとの認識になった。筆者らの理論の予言[14]に基づいて行われた山屋を中心とするRCNPにおける実験で, 図3に示されているように ^{44}Ti は ^{20}Ne と類似のクラスター構造もつことが実証された[15, 16]。 α - ^{40}Ca 系に於ける虹散乱とプレ虹とALASと融合反応と ^{44}Ti のクラスター構造は ^{20}Ne と同様に統一的に理解できることが明らかになった。fp領域のスピン・軌道力が強い核においても広く深くクラスター構造が成立することが明らかになった。理論の予言がfp領域でのクラスター構造研究の道を切り開いたことの意味は大きく, クラスター研究のパラダイムは重い領域まで広げられることとなった[7]。

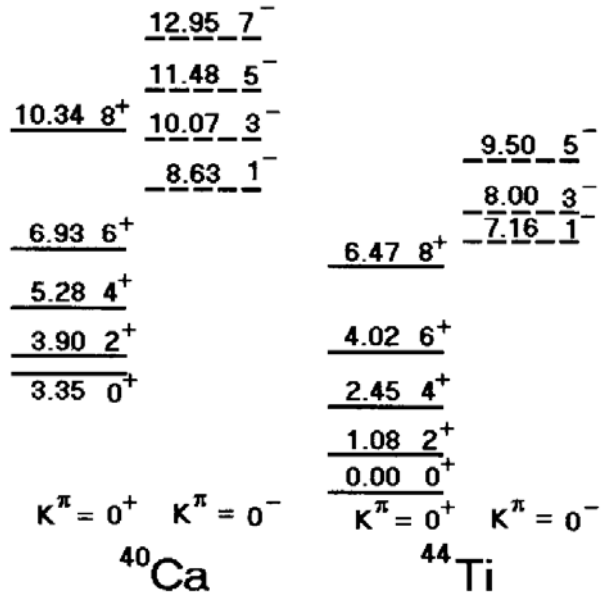


図3. 実験で発見された ^{44}Ti における α - ^{40}Ca クラスター構造. 破線はフラグメントした状態の重心を表す[16].

例3 ^{32}S の $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ クラスター構造と $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 分子的共鳴・プレ虹散乱・虹散乱

α クラスター構造の典型であり出発点となった ^8Be の $\alpha+\alpha$ のクラスター構造は例外的なものか、それとも飽和性による他のクラスター構造のプロトタイプなのか。 $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 等の重イオン散乱・反応で分子的共鳴状態がたくさん見つかる中で、分子的共鳴状態と基底状態など低い励起状態の構造をどう統一的に理解するのかは、クラスター構造研究の基本的課題であった[7, 8]. $\alpha+\alpha$ 系については基底状態自身が共鳴状態にあり、”分子的共鳴構造”そのものであったが $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ は重いクラスターの典型としてGCM, RGMなど微視的クラスターモデルで徹底的

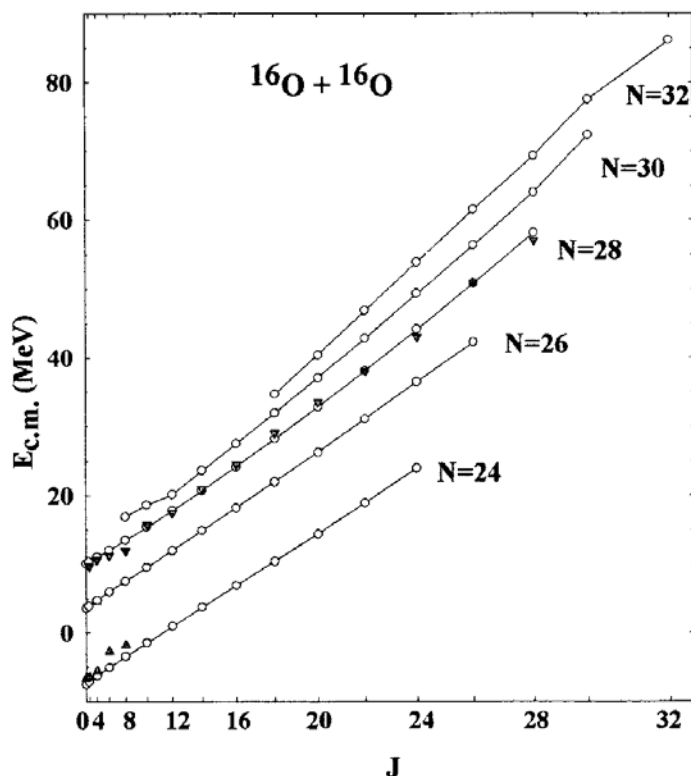


図4. 散乱から決められたポテンシャルから予言される ^3S における $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 構造クラスター構造[18].

に研究が行なわれたが、分子的共鳴と束縛状態の統一的理解を与えるには至らなかった。それは、もちいる有効2体力が一意的に定まらず、励起構造も一意的に決まらないという、方法論に起因する問題と関係している。すなわち分子的共鳴状態 $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ の相対波動関数のノード数が決まらないのである。重イオン散乱の現象論的アプローチでは簡単のためノード数を0とする浅いポテンシャルが通常使われたが、これではそれ以下のエネルギーには $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 構造が存在しないことになり、池田図の閾値付近に $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 構造が現れるかどうかの基本的問題を解くことができない。1989年ベルリンで行われた350 MeVの $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 弾性散乱実験で虹散乱が現れることが発見され、 $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ のポテンシャルは従来広く使われてきた浅いポテンシャルでは虹散乱の強い屈折現象を説明できず、排除されることになった。虹散乱の解析からKondoら[17]は現象論的に深いポテンシャルでエアリー構造が説明されることを示したが、パウリ原理で許される $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ のクラスター構造を実体論的に同定・決定するところには行かなかった。

筆者らは[18]は虹散乱だけでなくプレ虹散乱構造の物理的実体の考察からN=24のパウリ原理で許容される $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ のクラスター構造が励起エネルギー9 MeV 付近の $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ クラスター

一に対応すること, 散乱実験等で見つかっている一連の分子的共鳴状態が相対運動のノードが2つ励起した $N=28$ の $^{16}O+^{16}O$ クラスター構造に対応することを明らかにした. そして未知の $N=26$ のいわゆる higher nodal 状態の $^{16}O+^{16}O$ クラスターバンドの存在を予言した.

(これの探索実験は京都大学の坂口治隆らにより大阪大学核物理研究センターで行なわれている.) 図4に ^{32}S の $^{16}O+^{16}O$ クラスター構造が載せられている. 集団運動分野で研究されていた ^{32}S の超変形状態が $N=24$ の $^{16}O+^{16}O$ クラスター構造をもつものとして理解されることとなった[19]. こうして ^{32}S における $^{16}O+^{16}O$ クラスターが束縛状態の最低エネルギーから分子的共鳴・プレ虹・エアリー構造・虹散乱まで統一的に理解されることができた. これにより RGM や GCM でもちいるべき有効2体相互作用は励起エネルギー約9 MeV 付近に $N=24$ の $^{16}O+^{16}O$ のクラスター構造が出るように決めればよいことがわかり, 微視的計算でも上記の $^{16}O+^{16}O$ のクラスター構造の結論が確かめられた.

例4 ^{212}Po の α 崩壊幅, クラスター構造と虹散乱

より重い ^{208}Pb 領域ではクラスター構造研究は軽い核の領域に比べるとほとんど進んでない. これは重い核では平均場の形成による集団運動と殻模型により核構造の骨格が理解できることによる. しかし, これらのモデルの難点は ^{212}Po などの重い核の基底状態の α 崩壊幅を説明できないことである. 殻模型の大規模配位混合計算は ^{212}Po の α 崩壊幅を実験値の10分の1も出せない[20].

α -核の相互作用は $\alpha-^{40}Ca$, $\alpha-^{90}Zr$ 系のなどの徹底的な研究から, 吸収のため虹散乱が明確に見えない重い系の

ポテンシャルも, 有効2体力の畳込みポテンシャル模型を使用することによりかなりよく求めることが可能となった. $\alpha+^{208}Pb$ 散乱も $\alpha-^{40}Ca$, $\alpha-^{90}Zr$ と同様にポテンシャル模型でよく記述される. 図5にDDM3Y有効2体力による畳込みポテンシャル模型をもちいて計算された $\alpha+^{208}Pb$ 散乱の角分布が示されている. このポテンシャルをもちいたクラスター模型で計算された基底状態の α 幅は大きい実験値をよく再現する. 基底バンド内遷移の大きい $B(E2)$ もよく説明される[21, 22]. 最近, ^{208}Pb の芯励起を取り入れた現象論的 $\alpha+^{208}Pb$ クラスター模型で $B(E2)$ の実験との一致がさらに改善されること, また大きい $B(E1)$ も理解できること

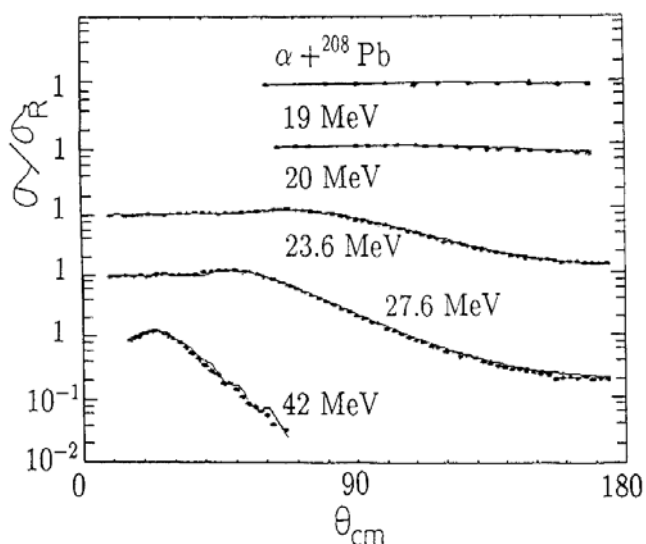


図5. 畳込みポテンシャルによる $\alpha+^{208}Pb$ 散乱の計算値(実線)と実験値(黒点)の比較[21].

が示された[23].

例5 ^{16}O の 4α 構造の超流動・ボーズ凝縮と後方角異常・プレ虹散乱・虹散乱

弾性散乱の虹散乱とクラスター構造が統一的に理解できることが, 前章までの $\alpha + ^{16}\text{O}$, $\alpha + ^{40}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $\alpha + ^{208}\text{Pb}$ 系で示された. 原子核では気象虹と異なり, 非弾性においても虹散乱・プレ虹散乱が見られる. $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ や $^6\text{Li} + ^{12}\text{Ca}$ についてそのメカニズムと物理的意味が論

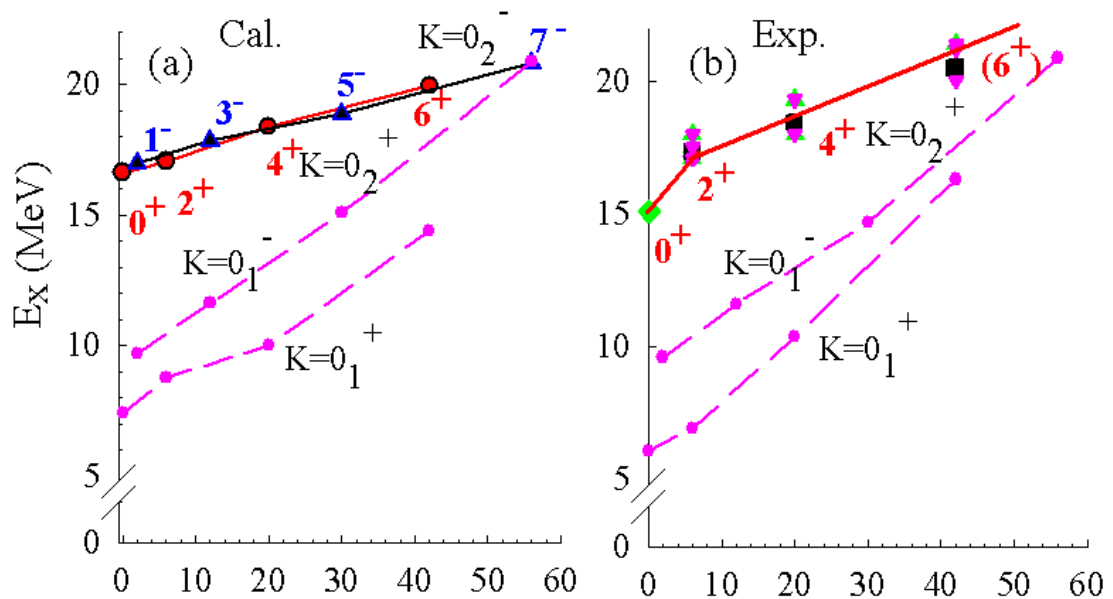


図6. ALAS・虹散乱ポテンシャルから予言される ^{16}O における $\alpha + ^{12}\text{C}$, $\alpha + ^{12}\text{C}(0^+_2)$ 構造(a)と実験値(b)との比較[30].

じられている[24]. このことは非弾性虹散乱が, 励起した原子核との相互作用の研究および芯励起したクラスター構造の研究にも有用であることを示唆している.

実験データが豊富にあり, 物理的にも興味深いのが $\alpha + ^{12}\text{C}$ 系である. ^{12}C の α クラスター構造は上柿らおよび上村らにより徹底的に研究され 30 年以上経た現在においても物理的内容において大変完成度の高い研究である[25, 26]. この研究で ^{12}C の第2励起 0^+ 状態 (ホイール状態) は線形鎖状構造ではなく, ゆるやかに結合した $\alpha + ^8\text{Be}$ 構造をもつことが明らかにされた. すなわち 3 個の α 粒子は剛体ではなくゆるやかな気体状にある. 最近これらの波動関数の分析から, α 粒子がボーズ凝縮していて, その結果大きい半径をもつことになっているのではないかと指摘された[27]. 大久保・平林は $\alpha + ^{12}\text{C}$ 非弾性虹散乱のエアリー構造の分析から, ホイル状態の半径が基底状態に比べると大きいことを示した[28]. ホイル状態の半径が大きいからといってボーズ凝縮状態にあるとは自明ではない. 半径の大きさには閾値効果もあり, 3_1^- 状態の半径もかなり大きい. (抵抗が極めて小さいからといって超伝導とはいえないのを想起する必要がある.) 超流動, マイスナー効果などボーズ凝縮特有の物

理量が確認されることがより説得的である。

4 個の α 粒子系はどうだろう. Schuck らは α 凝縮状態として 14 MeV の 0^+ 状態, RCNP の実験で発見された 13.8 MeV の 0^+ , 15.1 MeV の 0^+ の可能性を論じた [29]. 閾値近傍のゆるやかに結合した状態を調べるには, 散乱状態としてきちんと解く必要がある. 図 6 に $\alpha + {}^{12}\text{C}$ 非弾性虹散乱・プレ虹・ALAS を再現する相互作用をもちいて計算された ${}^{16}\text{O}$ の α クラスタ構造が実験と比較して示されている [30]. 実験で見つかっている $\alpha + {}^{12}\text{C}$ パリティ・ダブレットを含め α クラスタバンドはよく再現されている. 注目すべきは従来 4 α 直線鎖状構造とされていた励起エネルギー 16 MeV あたりの $2^+, 4^+, 6^+$ が $\alpha + {}^{12}\text{C}(0^+)$ 構造として理解されることである. しかも負パリティの状態も予言される. また, 実験で見つかっている α 幅の大きい 15.1 MeV にある 0^+ 状態はこれらの直線延長上にはなく, 著しく慣性能率が小さくなっていることである (約 4 分の 1). このことは 4 α 系の 15.1 MeV 0^+ が回転マイスナー効果を示していることを示唆している. つまり, 15.1 MeV 0^+ 状態の 4 個の α 粒子は超流動状態にあると考えられる. 4 個の系で超流動がおこることは冷却原子系でも見つかっていない. 論理的には 4 個以上の α 系でも超流動が起こると期待される. 高い励起エネルギーの閾値近傍でこのような状態が系統的に存在するか確かめることが重要である. 励起モードとして期待される量子渦状態が存在するかも実験的に調べることが望まれる.

3. まとめ

以上, $\alpha + {}^{16}\text{O} = {}^{20}\text{Ne}$ (higher nodal 状態と ALAS, BAA の統一), $\alpha + {}^{40}\text{Ca} = {}^{44}\text{Ti}$ (重い領域へのクラスタ構造の展開), ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O} = {}^3_2\text{S}$ (分子的共鳴とプレ虹と超変形の統一), $\alpha + {}^{208}\text{Pb} = {}^{212}\text{Po}$ (大きい α 幅とクラスタ構造), $\alpha + {}^{12}\text{C} = {}^{16}\text{O}$ (α 凝縮の超流動と非弾性虹散乱) と典型的 5 例について軽い核から重い核のクラスタ構造研究において, 散乱と構造の統一的記述の視点の有効性をクラスタ研究の歴史的回顧に立脚しながら示した. 虹散乱は弾性散乱, 非弾性散乱を含め今後も原子核のクラスタ構造研究の地平を切り開くのに有用な方法論であろう. 虹は地上と天上をつなぐ架け橋かもしれない.

参考文献

- 1) W. Wefelmeier, Z. Phys. **107**, 332 (1937).
- 2) I. Shimodaya, R. Tamagaki, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **27**, 793 (1962).
- 3) K. Wildermuth and W. McClure, *Cluster representations of nuclei*, Springer-Verlag, (1966).
- 4) J. Hiura, Y. Abe, S. Saito, and O. Endo, Prog. Theor. Phys. **42**, 555 (1969).
- 5) R. Tamagaki *et al.*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **52** (1972).
- 6) K. Ikeda *et al.*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **68** (1980).
- 7) 大久保茂男, 「クラスタモデルの展開」, 京都大学基礎物理学研究所発行 「学問の系譜—アインシュタインから湯川・朝永まで—」 pp. F28-F41; 素粒子論研究 **112** 巻 6 号, F28-F41 (2006 3 月号); 物性研究 **86** 巻 3 号, (2006 年 6 月号).

- 8) 大久保茂男, 原子核研究 **50**, No.5, 35 (2006).
- 9) 武谷三男, 弁証法の諸問題, 勁草書房 (1966).
- 10) D. T. Khoa, W. von Oertzen, H. G. Bohlen, and S. Ohkubo, J. Phys. G **34**, R111 (2007).
- 11) F. Michel, G. Reidemeister, and S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **89**, 1527 (2002).
- 12) S. Ohkubo, Y. Kondo, and S. Nagata, Prog. Theor. Phys. **57**, 82 (1977).
- 13) F. Michel *et al.*, Phys. Rev. C **28**, 1904 (1983).
- 14) F. Michel, G. Reidemeister, and S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **57**, 1215 (1986).
- 15) T. Yamaya, S. Oh-ami, O. Satoh, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, S. Kato, M. Tosaki, S. Hatori, and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **41**, 2421 (1990); T. Yamaya, S. Oh-ami, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, M. Tosaki, S. Kato, S. Hatori, and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **42**, 1935 (1990); T. Yamaya, M. Saito, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, T. Suehiro, S. Kato, S. Hatori, and S. Ohkubo, Phys. Lett. **B306**, 1 (1993).
- 16) T. Yamaya, K. Katori, M. Fujiwara, S. Kato, and S. Ohkubo, Prog. Theor. Phys. Suppl. **132**, 73 (1998), and references therein.
- 17) Y. Kondo *et al.*, Phys. Lett. **B227**, 310 (1989).
- 18) S. Ohkubo and K. Yamashita, Phys. Rev. C **66**, 021301(R) (2002).
- 19) S. Ohkubo, Heavy Ion Physics **18**, No. 2-4, 287 (2003).
- 20) I. Tonzuka and A. Arima, Nucl. Phys. **A323**, 45 (1979).
- 21) S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **74**, 2176 (1995).
- 22) S. Ohkubo, T. Yamaya, and P. E. Hodgson, *Nuclear Clusters*, Oxford Studies in Nuclear Physics No. **22**, edited by H. Ejiri and H. Toki, Nucleon-hadron many body system (1999, Oxford University Press) pp.150-189.
- 23) Y. Suzuki and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **82**, 041303(R) (2010).
- 24) F. Michel and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **70**, 044609 (2004).
- 25) E. Uegaki, S. Okabe, Y. Abe, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **57**, 1262 (1977);
E. Uegaki, Y. Abe, S. Okabe, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **59**, 1031 (1978); 1621 (1979).
- 26) M. Kamimura, Nucl. Phys. **A351**, 456 (1981);
Y. Fukushima and M. Kamimura, *Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure*, Tokyo, 1977, edited by T. Marumori (J. Phys. Soc. Japan Suppl. **44**, 225 (1978)).
- 27) A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, and G. Röpke, Phys. Rev. Lett. **87**, 192501 (2001).
- 28) S. Ohkubo and Y. Hirabayashi, Phys. Rev. C **70**, 041602(R) (2004); S. Ohkubo and Y. Hirabayashi, Phys. Rev. C **75**, 044609 (2007).
- 29) Y. Funaki, T. Yamada, H. Horiuchi, G. Röpke, P. Schuck, and A. Tohsaki, Phys. Rev. Lett. **101**, 082502 (2008) and references therein.
- 30) S. Ohkubo and Y. Hirabayashi, Phys. Lett. **B684**, 127 (2010); S. Ohkubo and Y. Hirabayashi, Int. J. Modern Phys. **E 20**, 880 (2011).

RIA analysis of proton-elastic scattering from He isotopes

Kaori Kaki*

Department of Physics, Shizuoka University
Ohya 836, Suruga-ku, Shizuoka-shi, Shizuoka 422-8529, Japan
Nishina Center RIKEN, Hirosawa, Wako (10.2010-9.2011)

Abstract

Recent relativistic-mean-field (rmf) calculations have provided nuclear distributions of some isotopes whose mass numbers are much larger than atomic numbers. For helium isotopes, the rmf calculation seems to be inappropriate because of the small mass numbers, however, applicable results are obtained for ${}^6,8\text{He}$ nuclei.

The author calculates observables of proton elastic scattering from the helium isotopes, and discusses relations between observables and nuclear distributions of the isotopes by comparison of the calculated results with experimental data. The calculations are based on relativistic impulse approximation (RIA) at incident proton energy: 71 MeV for ${}^4,6,8\text{He}$, 300 and 500 MeV for ${}^4\text{He}$, and 0.7 GeV for ${}^6\text{He}$.

I Formulation

The Dirac equation containing the optical potential is described in momentum space as follows:

$$\{\gamma^0 E - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}' - m\} \Psi(\mathbf{p}') - \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \hat{U}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \Psi(\mathbf{p}) = 0, \quad (1)$$

where $\Psi(\mathbf{p})$ is given by the Fourier transformation of the wave function in coordinate space:

$$\Psi(\mathbf{p}) = \int d^3 r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}), \quad (2)$$

where natural unit ($\hbar = c = 1$) is taken.

In accordance with the prescription of the RIA [1], the Dirac optical potential is given in momentum space by

$$\begin{aligned} \hat{U}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = & -\frac{1}{4} \text{Tr}_2 \left\{ \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^2} \hat{M}_{pp}(\mathbf{p}, \mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rightarrow \mathbf{p}', \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}) \hat{\rho}_p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \right\} \\ & -\frac{1}{4} \text{Tr}_2 \left\{ \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^2} \hat{M}_{pn}(\mathbf{p}, \mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rightarrow \mathbf{p}', \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}) \hat{\rho}_n(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

*e-mail:spkkaki@ipc.shizuoka.ac.jp

where $\hat{\rho}_p$ and $\hat{\rho}_n$ are density matrices for protons and neutrons, respectively. The trace is over the γ matrices with respect to the target nucleons and the subscript 2 in the trace corresponds to the target nucleons.

Taking the optimal factorization into account, the optical potentials are written in the well-known $t\rho$ forms:

$$\begin{aligned} \hat{U}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = & -\frac{1}{4} \text{Tr}_2 \left\{ \hat{M}_{pp}(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{q}}{2} \rightarrow \mathbf{p}', \frac{\mathbf{q}}{2}) \hat{\rho}_p(\mathbf{q}) \right\} \\ & -\frac{1}{4} \text{Tr}_2 \left\{ \hat{M}_{pn}(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{q}}{2} \rightarrow \mathbf{p}', \frac{\mathbf{q}}{2}) \hat{\rho}_n(\mathbf{q}) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

The relativistic density matrix $\hat{\rho}$ depends only on the momentum transfer q , as follows ;

$$\hat{\rho}(\mathbf{q}) = \rho_S(q) + \gamma_2^0 \rho_V(q) - \frac{i\boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{q}}{2m} \rho_T(q), \quad (5)$$

where each term is a Fourier transformation of a coordinate-space density;

$$\rho_S(q) = 4\pi \int_0^\infty j_0(qr) \rho_S(r) r^2 dr, \quad (6)$$

$$\rho_V(q) = 4\pi \int_0^\infty j_0(qr) \rho_V(r) r^2 dr, \quad (7)$$

$$\rho_T(q) = -4\pi m \int_0^\infty \frac{j_1(qr)}{q} \rho_T(r) r^2 dr. \quad (8)$$

Nuclear densities, provided by the relativistic mean-field theory [2], are described in terms of upper and lower components as follows,

$$\rho_S(r) = \sum_\alpha \frac{2j+1}{4\pi} [G_\alpha^2(r) - F_\alpha^2(r)], \quad (9)$$

$$\rho_V(r) = \sum_\alpha \frac{2j+1}{4\pi} [G_\alpha^2(r) + F_\alpha^2(r)], \quad (10)$$

$$\rho_T(r) = \sum_\alpha \frac{2j+1}{4\pi} [4G_\alpha(r) \times F_\alpha(r)], \quad (11)$$

where α represents the quantum numbers of the target nucleus.

In the generalized RIA[1] the Feynman amplitude for NN scattering is expanded in terms of covariant projection operators $\Lambda^\rho(p)$ to separate positive ($\rho = +1$) and negative ($\rho = -1$) energy sectors of the Dirac space. The invariant amplitudes, $M_n^{\rho_1 \rho_2 \rho'_1 \rho'_2}$, and kinetic covariants, κ_n , are given by

$$\begin{aligned} \hat{M}(p_1, p_2 \rightarrow p'_1, p'_2) = & \sum_{\rho_1, \rho_2, \rho'_1, \rho'_2} \Lambda^{\rho'_1}(p'_1) \Lambda^{\rho'_2}(p'_2) \\ & \times \sum_{n=1}^{13} M_n^{\rho_1 \rho_2 \rho'_1 \rho'_2} \kappa_n \Lambda^{\rho_1}(p_1) \Lambda^{\rho_2}(p_2), \end{aligned} \quad (12)$$

where subscripts 1 and 2 correspond to the projectile and target nucleons, respectively. The covariant projection operator $\Lambda^\rho(p)$ is defined by $\Lambda^\rho(p) = \frac{1}{2m}(\rho \gamma^\mu p_\mu + m)$, and kinetic covariants κ_n are constructed from the Dirac matrices. The scalar Feynman amplitude,

$M_n^{\rho_1\rho_2\rho'_1\rho'_2}$, consists of the direct and exchange parts, each of which represents a sum of four Yukawa terms characterized by coupling constants, masses and cutoff masses. In the present calculation, the IA2 parameterization of Ref. [1] is used.

Substituting Eq.(2) in Eq.(1) and replacing the momenta with appropriate operators, the coordinate-space Dirac equation is obtained as follows:

$$\{\gamma^0 E + i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla - m - \tilde{U}(\mathbf{r})\} \tilde{\Psi}(\mathbf{r}) = 0, \quad (13)$$

where $\tilde{U}(\mathbf{r})$ has five potential terms as in Ref.[1] and is described as follows,

$$\tilde{U}(\mathbf{r}) = \tilde{S}(r) + \gamma^0 \tilde{V}(r) - i\boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{r}} \tilde{T}(r) - \{\tilde{S}_{LS}(r) + \gamma^0 \tilde{V}_{LS}(r)\} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}. \quad (14)$$

Equation (13) is written as two coupled equations for the upper ($\tilde{\psi}_U$) and lower ($\tilde{\psi}_L$) components, and solving for $\tilde{\psi}_U$ and using the form $\tilde{\psi}(\mathbf{r})_U = K(r)\phi(\mathbf{r})$ in order to remove the first derivative terms yield the following Schrödinger equation for $\phi(\mathbf{r})$,

$$\{-\nabla^2 + 2E(U_c + U_{ls} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L})\} \phi(\mathbf{r}) = \{(E - V_C)^2 - m^2\} \phi(\mathbf{r}), \quad (15)$$

where Coulomb potential V_C is explicitly written. The Schrödinger equivalent potentials for IA1, for example, are given as follows:

$$U_c = \frac{1}{2E} \left\{ 2EV + 2mS - V^2 + S^2 - 2VV_C + \left(T^2 - \frac{T}{A} \frac{\partial A}{\partial r} + 2\frac{T}{r} + \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \left(-\frac{1}{2r^2 A} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{3}{4A^2} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 \right) \right\}, \quad (16)$$

$$U_{ls} = \frac{1}{2E} \left\{ -\frac{1}{rA} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right) + 2\frac{T}{r} \right\}, \quad (17)$$

$$A = \frac{1}{E + m} (E - V + m + S - V_C). \quad (18)$$

This IA1 corresponds to well-known five-term expansion and is obtained by setting $\rho_i = \rho'_i = 1$ ($i = 1, 2$) and $n_{max} = 5$ in Eq.(12).

II Results

Table 1 shows root-mean-square radius of ${}^4\text{He}$ nucleus. On the table, tma in the first column corresponds to the result for relativistic mean field calculation and provides rather large radii of both proton and neutron. Modified distributions are tmav1 and tmav2 which are obtained by compressing the profiles given by relativistic mean field calculation. For reference, charge means proton nuclear radius calculated with charge radius which is provided in terms of electron scattering.

Figure 1 provides proton and neutron distributions with linear scale in upper, and with logarithm scale in lower ones. Solid, dotted, and dot-dashed lines correspond to results for tma, tmav1, and tmav2, respectively. It is seen that tmav1 has compressed distributions of both proton and neutron, while tmav2 has a more compressed neutron distribution and more expanded proton one than tmav1 has.

Table 1. Root-mean-square radius of proton and neutron distributions for ${}^4\text{He}$.

r_{rms} (fm)	proton	neutron
tma	2.150	2.137
tma1	1.433	1.425
tma2	1.720	1.068
charge	1.496	-

In fig.2 observables of proton-elastic scattering from ${}^4\text{He}$ are shown at 71, 300, and 500 MeV. Results only for tma1 (dotted) and tma2 (dot-dashed) are given. Both distributions reproduce similar profiles of differential cross section at all energies considered here, but analyzing power data at 300 and 500 MeV favor the result for tma1, though both distributions fail in reproducing A_y data at 71 MeV.

Figure 1. Density distributions of proton and neutron for ${}^4\text{He}$.

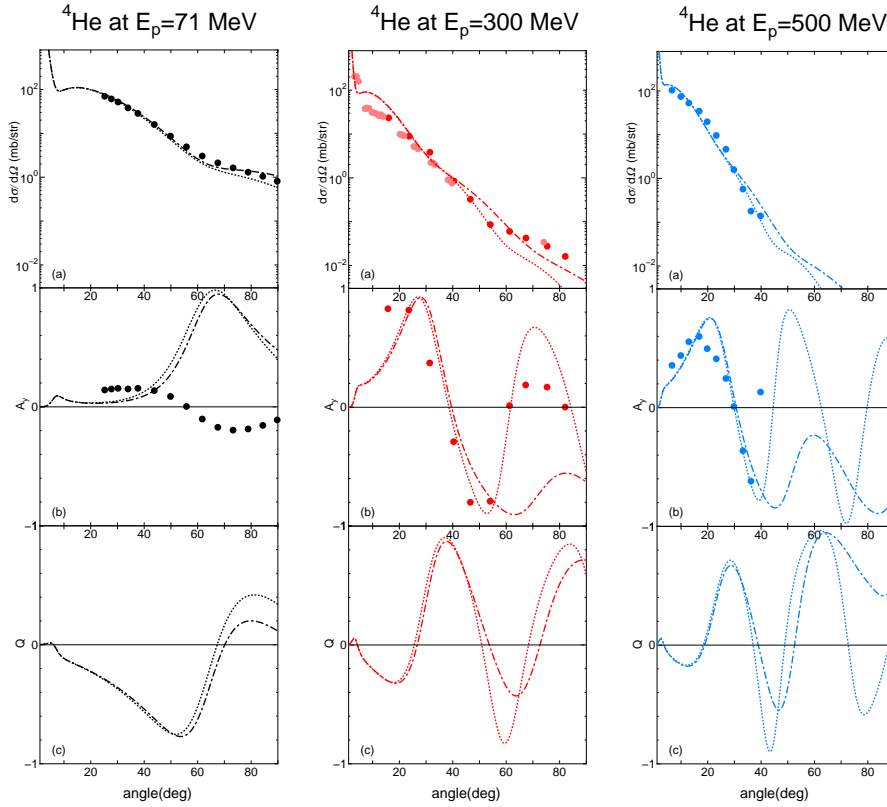
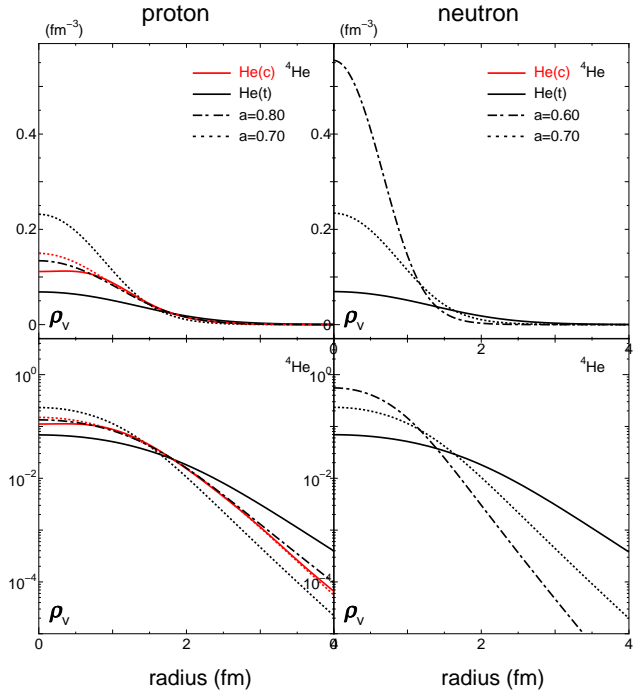


Figure 2. Observables of proton elastic scattering from ${}^4\text{He}$ at 71, 300, and 500 MeV. Each column is composed of (a) differential cross section, (b) analyzing power and (c) spin rotation function. Dots are experimental data [3] for 71 MeV, [4] for 300 MeV, and [5] for 500 MeV. Dotted lines are results tma1, and dot-dashed lines are the results of tma2.

Table 2. Root-mean-square radius of proton and neutron distributions for ${}^6\text{He}$.

r_{rms} (fm)	proton	neutron
tma	2.044	3.054
mc	1.982	2.871
tmav1	1.635	3.352
tmav2	1.720	3.385
charge	1.955	-

Table 2 shows root-mean-square radius of ${}^6\text{He}$ nucleus. On the table, tma and charge in the first column are the same in Tab.1. Modified distributions are tmav1 and tmav2 which are obtained by compressing the proton and expanding neutron profiles in

Figure 3. Density distributions of proton and neutron for ${}^6\text{He}$.

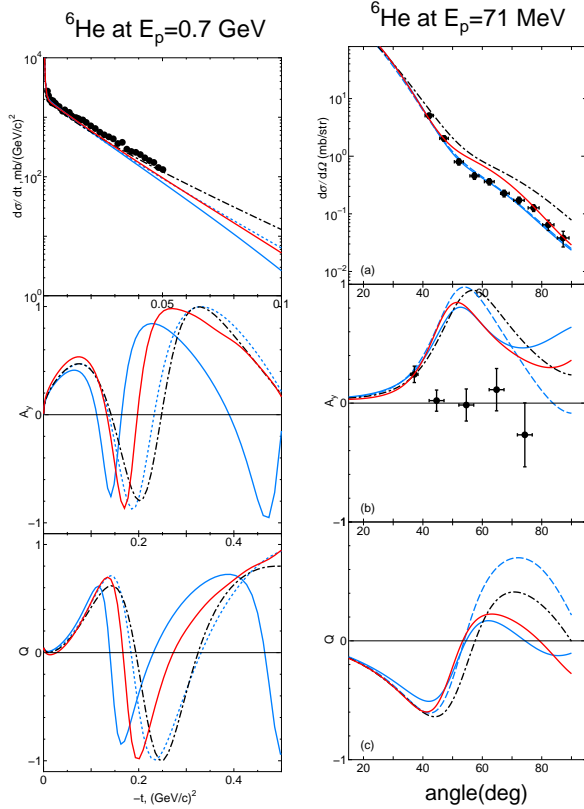
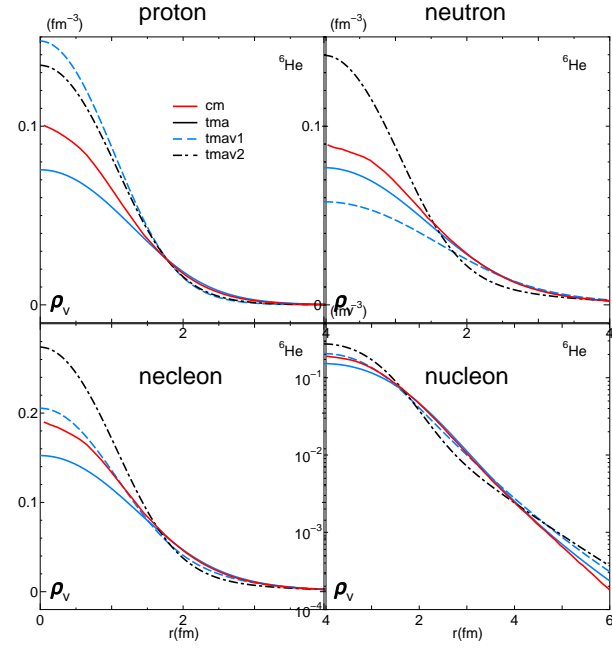


Figure 4. Observables of proton-elastic scattering from ${}^6\text{He}$ at 71 MeV and 0.7 GeV. Dots are experimental data [7] for 71 MeV, and [8] for 0.7 GeV.

different way. For reference, different result is given as indicating mc which is obtained based on a Monte-Carlo calculation [6].

Figure 3 provides proton and neutron distributions with linear scale in upper, and nucleon distributions in lower with linear scale for the left side, and with logarithm scale for the right side. Solid, dashed, and dot-dashed lines correspond to results for tma, tmav1, and tmav2, respectively. In the case of ${}^6\text{He}$, tmav1 has compressed distribution of proton and expanded one of neutron, while tmav2 is given by ${}^4\text{He}$ core + two expanding neutrons.

In Fig.4 observables of proton-elastic scattering from ${}^6\text{He}$ are shown for 0.7 GeV in the left side, and for 71 MeV in the right side. It is seen that tma and tmav1 distributions give good agreement with differential cross section at 71 MeV, while as similar to the case of ${}^4\text{He}$ nucleus they fail in reproducing analyzing power. In the region larger than 40 degree, two distributions give different A_y . For 0.7 GeV, observables are shown with respect to square of transfer momentum in accordance with experimental data.

Maximum value of transfer momentum in the differential cross section is different from those of spin observables. Significant difference among results for different density distributions appear in the region larger than 0.1 (GeV/c)^2 in both cross section and spin observables.

Table 3. Root-mean-square radius of proton and neutron distributions for ${}^8\text{He}$.

r_{rms} (fm)	proton	neutron
tma	1.975	3.193
a=0.85	1.646	-
a=0.90	1.778	2.873
a=0.95	1.876	3.033
a=1.10	-	3.510
a=1.20	-	3.819
charge	1.955	-

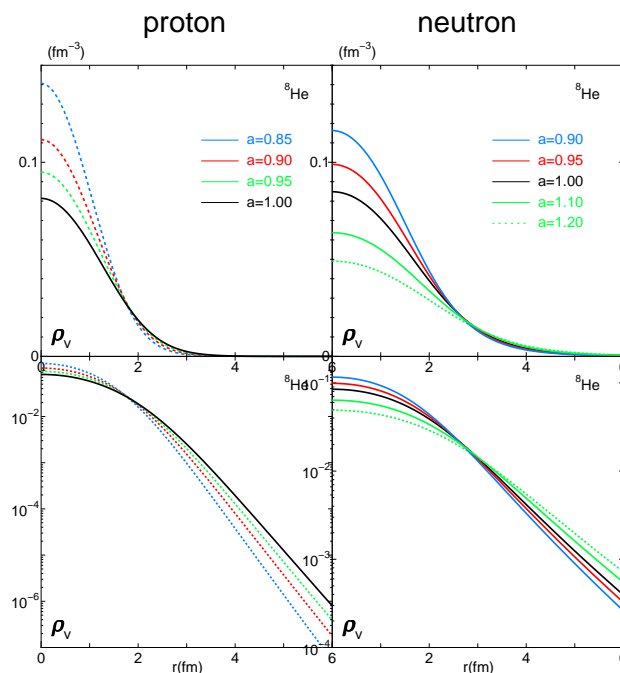
Table 3 shows root-mean-square radius of ${}^8\text{He}$ nucleus. On the table, tma and charge in the first column are the same in Tab.1. In order to show how much the distributions are compressed, one parameter which is described letter **a** is introduced and $a=1$ corresponds to the result for tma. The value of parameter smaller than 1 means compressed distributions compared with the case of tma, while larger than 1 does expanded ones.

Figure 5 shows the density distributions according to the Tab.3, in the same as Tab.1, the left side for proton and the right side for neutron. The upper one is in linear scale and the lower in logarithmic scale. As line indications are given in the figure, the parameter varies from 0.85 to 1.00 for proton distribution, and from 0.90 to 1.20 for neutron one.

Observables of proton-elastic scattering from ${}^8\text{He}$ nucleus are shown in Fig.6. Results given in the left side are calculated with fixed neutron distribution as tma one and varying proton distribution, while in the right side with fixed proton distribution as tma one and varying neutron distribution. Since neutron number of ${}^8\text{He}$ nucleus is two times larger than proton number, varying neutron distributions provide significantly different differential cross section. It is seen in the right side that more compressed distribution provides larger cross section, in reverse more expanded distribution underestimates the cross section. As for analyzing power varying neutron distributions give almost similar values in comparison with the differential cross section. On the other hand, varying proton distributions provide almost similar cross section, while significantly different values of analyzing power in the large angle region, namely larger than 60 degrees for analyzing power, and larger than 50 degrees for spin-rotation function. All distributions for ${}^8\text{He}$ fail in reproducing analyzing power data at 71 MeV in the same as ${}^4\text{He}$ and ${}^6\text{He}$.

In order to find a density distribution for ${}^8\text{He}$, which reproduce at least differential

Figure 5. Density distributions of proton and neutron for ${}^6\text{He}$.



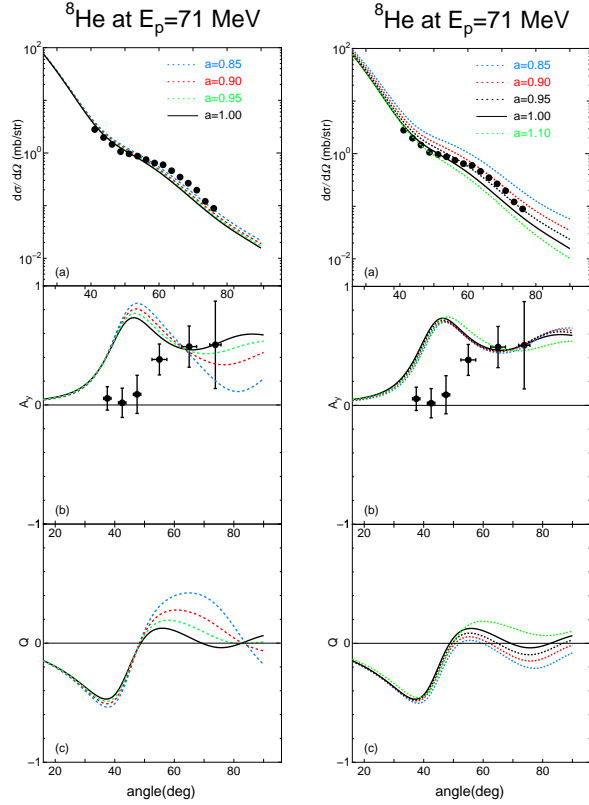


Figure 6. Observables of proton-elastic scattering from ^8He at 71 MeV.

Table 4. Root-mean-square radius of proton and neutron distributions for ^8He .

r_{rms} (fm)	proton	neutron
pa=0.80/12	1.720	3.657
pa=0.85/11	1.792	3.396
pa=0.90/an	1.936	3.422
qa=0.80/11	1.636	3.321
qa=0.80/an	1.635	3.389

proton which is most close to the radius deduced from the charge radius, and reproduces differential cross section well with spreading neutron distribution.

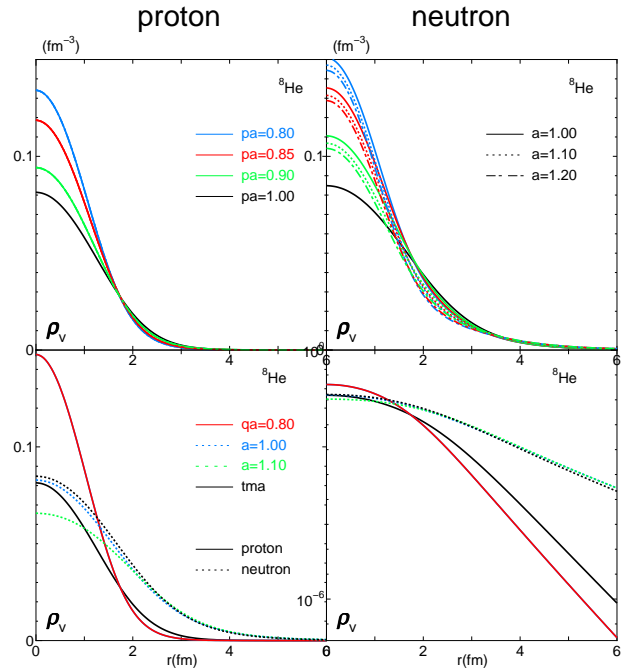
Figure 9 shows observables calculated with the model distributions of both ^6He core + two neutrons and ^4He core + four

cross section well in the similar quality as in the case of ^6He nucleus, model distributions are considered. In the first column of Tab.4, **pa** corresponds to ^4He core + four neutrons. The first number indicates compressed core distribution given by tma, and the second one expanded the rest of neutrons. Another **qa** corresponds to ^6He core + two neutrons, and numbers are the same as the previous case.

Figure 7 shows the model distributions for ^8He nucleus, the upper left corresponds to the proton distributions of ^4He core, and the upper right to those of four neutrons. The lower sheets show the model of ^6He core + two neutrons. Solid lines are proton distributions and dotted lines are neutron ones. The left side is given in linear scale, and the right in logarithmic scale.

Differential cross section and analyzing power for proton-elastic scattering from ^8He at 71 MeV, which are calculated with model distributions of ^4He core + four neutrons are shown in Fig.8. The model distribution of pa=0.85 has the root-mean-square radius of

Figure 7. Density distributions of proton and neutron for ^7He .



neutrons. As compared with model distributions of ${}^4\text{He}$ core, the distributions of ${}^6\text{He}$ core also give similar results for differential cross section though the root-mean-square radius of proton is smaller than the radius determined by charge radius. The contribution of small proton radius appear in the analyzing power in large angle region.

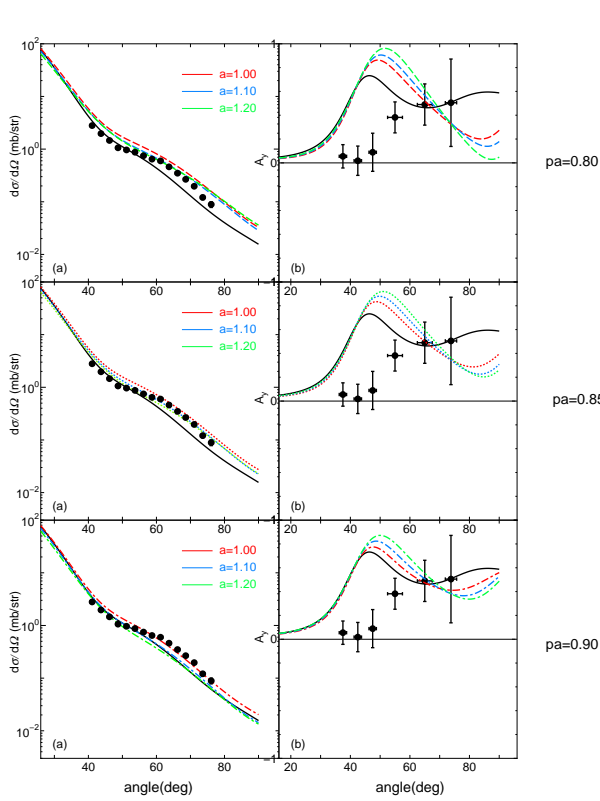


Figure 8 Differential cross section and analyzing power for proton-elastic scattering from ${}^8\text{He}$ at 71 MeV, calculated with model distributions of ${}^4\text{He}$ core + four neutrons.

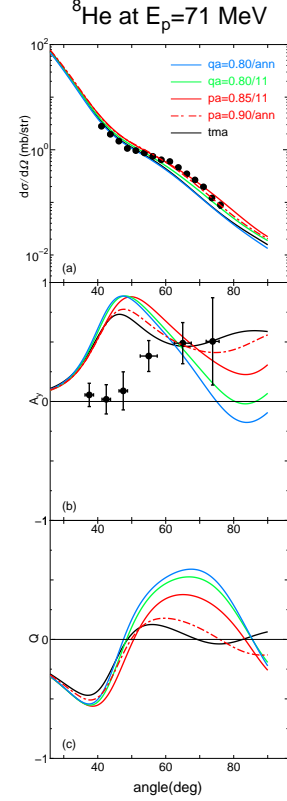


Figure 9 Observables of proton-elastic scattering from ${}^8\text{He}$ at 71 MeV, calculated with model distributions of both ${}^6\text{He}$ core and ${}^4\text{He}$ core.

III Summary and Conclusion

This study presented RIA analyses of proton-elastic scattering from ${}^4\text{He}$ at 71, 300, and 500 MeV, and from ${}^6,8\text{He}$ at 71 MeV, respectively.

As for ${}^4\text{He}$ target, two density distributions are found, which provide good agreement with experimental data of differential cross sections at all energies considered here, however, different profiles of analyzing power at large angles for large energies: 300 and 500 MeV. The experimental data seems to favor the one of density distributions, which has the same proton root-mean-square radius as that deduced from the charge radius which is determined by electron scattering. The situation of differential cross section for ${}^6\text{He}$ target is similar as ${}^4\text{He}$, namely, two different density distributions provide good agreement with experimental data at 71 MeV (also at 0.7 GeV). For analyzing power, however, both distributions fail in reproducing the data at 71 MeV. One of distributions has the similar proton root-mean-square radius determined from the charge radius, and if experimental

data would be taken at energies larger than 300 MeV, it may be shown as well as in the case of ^4He that this distribution would be favored by the data. The isotope ^8He is rather different from the other two isotopes. Some model distributions of ^4He core plus four neutrons provide applicable differential cross sections at 71 MeV, however, there is no simple distribution which provides good agreement with data of differential cross section as in the same as those of ^4He and ^6He . Comparison between analyzing powers calculated with ^8He distributions of varying proton and neutron ones shows that contribution of protons to A_y is much larger than that of neutrons. On the other hand, no distribution of ^8He succeeds to reproduce data of analyzing power at 71 MeV. The result that differential cross sections are reproduced while analyzing powers are not at 71 MeV may show that scattering mechanism other than the impulse approximation would contribute toward the analyzing power. Therefore in order to determine the density distributions, both data of cross section and analyzing power are needed in the region of several hundred MeV.

References

- [1] J.A.Tjon and S.J.Wallace, Phys.Rev.**C35** (1987) 280; Phys.Rev.**C36** (1987) 1085.
- [2] Y.Sugahara and H.Toki, Nucl.Phys.**A579** (1994) 557.
- [3] S.Buzyniski et al., Phys.Rev.**C39** (1989) 56.
- [4] M.Yoshimura et al., Phys.Rev.**C63** (2001) 034618.
- [5] S.M.Sterbenz et al., Phys.Rev.**C45** (1992) 2578.
- [6] K.varge et al., Phys.Rev.**C66** (2002) 034611.
- [7] T.Uesaka et al., Phys.Rev.**C82** (2010) 021602R.
- [8] S.R.Neumaier et al., Nucl.Phys.**A712** (2002) 247.
- [9] S.Sakaguchi, Doctoral Dissertation, Univ. of Tokyo, 2008

グラウバー理論を用いた全反応断面積の 系統解析

堀内渉、稲倉恒法、中務孝、鈴木宜之^{2,1}

理化学研究所仁科加速器研究センター¹、新潟大学理学部²

1 はじめに

近年の実験技術の目覚ましい発展により、安定核だけでなく不安定同位体ビームを用いた原子核の研究が盛んに行われるようになった。中でも高エネルギー重イオン反応を用いた全反応断面積及び相互作用断面積は精度よく測れるようになってきている。理化学研究所のRIビームファクトリーに代表される最新の加速器により、酸素同位体を超え、ネオン、マグネシウムといった領域まで研究は拡大している。これらの物理量は原子核の大きさ、空間的広がり深く関係しており、実験的、理論的にも重要な研究課題となっている。

そのような状況の中で、本研究では理論的手法により全反応断面積の解析を行う。sd殻を超えてpf殻に入る中性子過剰ネオンやマグネシウムの領域では、先行の構造計算から様々なエキゾチックな性質、例えば逆転の島、変形、新たなハロー構造などが示唆されており、精力的に研究が行われている。高エネルギー反応の系統的な解析により、不安定核に普遍的な性質を見出すことを目的としている。

2 グラウバー理論による全反応断面積

グラウバー理論は高エネルギーで良い近似となる微視的反応理論である。有効な近似を行うことにより、原子核の高エネルギー散乱過程を比較的簡単に記述することができ、その簡便性から全反応断面積解析の標準的手法となっている。グラウバーの処方箋によれば、複雑な多体のシュレーディンガー方程式はアイコナール近似と断熱近似によって簡単な形に表現される[1]。質量数 A_P の入射粒子と質量数 A_T の標的粒子の散乱後の波動関数は、入射方向の z 成分 Z に対する平面波と緩やかに変化する波動関数 $\hat{\Phi}$ の積の形に書けると仮定する。

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1^P, \dots, \mathbf{r}_{A_P}^P, \mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_{A_T}^T) = e^{iKZ} \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1^P, \dots, \mathbf{r}_{A_P}^P, \mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_{A_T}^T), \quad (1)$$

ここで、 R は入射、標的粒子間の相対座標、 \mathbf{r}_i^P (\mathbf{r}_i^T) は入射 (標的) 粒子の i 番目粒子の内部座標を表す。 R の x, y 成分の運動及び入射、標的粒子の励起エネルギーを無視 (断熱近似) すると、

$$\left[vP_z + \sum_{i \in P} \sum_{j \in T} V(\mathbf{R} + \mathbf{r}_i^P - \mathbf{r}_j^T) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1^P, \dots, \mathbf{r}_{A_P}^P, \mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_{A_T}^T) = 0, \quad (2)$$

ここで v 、 P_z はそれぞれ進行方向の z 成分の速さ、運動量演算子を表す。最終的に $\hat{\Psi}$ に対する次の表式を得る。

$$\hat{\Psi} = e^{i \sum_{i \in P} \sum_{j \in T} \chi(\mathbf{b} + \mathbf{s}_i^P - \mathbf{s}_j^T)} \Phi_0^P(\mathbf{r}_1^P, \dots, \mathbf{r}_{A_P}^P) \Phi_0^T(\mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_{A_T}^T). \quad (3)$$

ここで \mathbf{s}_i^P (\mathbf{s}_i^T) は入射 (標的) 核内部座標の x, y 成分を表す 2 次元ベクトル。上式は始状態の入射 (標的) 核の基底状態の波動関数 Φ_0^P (Φ_0^T) を単に位相をずらしたものになっていて、複雑な多体の散乱問題を単純なものにする。

全反応断面積は全断面積から弾性散乱断面積を引くことにより、次の式で与えられる。

$$\sigma_R = \int d\mathbf{b} \left(1 - |e^{i\chi(\mathbf{b})}|^2 \right), \quad (4)$$

ここで \mathbf{b} は衝突径数。位相差関数は次のように与えられる。

$$e^{i\chi(\mathbf{b})} = \langle \Phi_0^P \Phi_0^T | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} [1 - \Gamma_{NN}(\mathbf{s}_i^P - \mathbf{s}_j^T + \mathbf{b})] | \Phi_0^P \Phi_0^T \rangle. \quad (5)$$

プロフィール関数

$$\Gamma_{NN}(\mathbf{b}) = \frac{1 - i\alpha}{4\pi\beta} \sigma_{NN}^{\text{tot}} \exp\left(-\frac{\mathbf{b}^2}{2\beta}\right), \quad (6)$$

はいくつかのパラメータを含むが、これらは核子 - 核子散乱断面積を再現するように現象論的に決められた。物理的には α は前方散乱の実部と虚部の比であり、 β は相互作用の「範囲」に対応する。中間子の生成エネルギー (~ 300 AMeV) 以下では次の恒等式

$$\beta = \frac{1 + \alpha^2}{16\pi} \sigma_{NN}^{\text{tot}}, \quad (7)$$

が成り立つため、 α が分かれば β を決めることができる。300 AMeV を超えると、ハドロン生成断面積により、全断面積と弾性散乱断面積が一致しなくなる。このような場合、パラメータは次の式によって決められる。

$$\sigma_{NN}^{\text{el}} = \frac{1 + \alpha^2}{16\pi\beta^2} (\sigma_{NN}^{\text{tot}})^2. \quad (8)$$

最新のパラメータの組は文献 [2, 3] から得ることができる。

式 (5) は多体演算子と多重積分を含むため一般には評価が難しい。モンテカルロ積分を用いた完全な計算は論文 [4] によって成されたが、ここでは有効な近似を用いて計算することにする。以後の為、次の関数を定義する。

$$G(\mathbf{b}, \lambda) = \langle \Phi_0 | \prod_{i=1}^A [1 - \lambda \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)] | \Phi_0 \rangle. \quad (9)$$

この関数に対しキュムラント展開を行うと、

$$\ln G(\mathbf{b}, \lambda) = \lambda \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln G(\mathbf{b}, \lambda) \right]_{\lambda=0} + \frac{1}{2} \lambda^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \ln G(\mathbf{b}, \lambda) \right]_{\lambda=0} + \dots, \quad (10)$$

ここで望む次数までとり、 $\lambda = 1$ とすれば近似的な位相差関数が得られる。第一項のみ取るものは光学極限近似 (OLA: Optical Limit Approximation) と呼ばれ、

$$e^{i\chi_{\text{OLA}}(\mathbf{b})} = \exp \left\{ - \iint d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \rho_P(\mathbf{r}) \rho_T(\mathbf{r}') \Gamma_{NN}(\mathbf{s}^P - \mathbf{s}^T + \mathbf{b}) \right\}, \quad (11)$$

というように入射、(標的)核密度 ρ_P (ρ_T) の2重畳み込みの形に書かれる。上式は核子の多重散乱効果が含まれないため、一般に全反応断面積を過大評価することが知られている。その短所を補うため、論文 [5] では多重散乱効果を有効的に取り入れる方法が提案された。その位相差関数は次のように表現される。

$$e^{i\chi_{\text{NTG}}(\mathbf{b})} = \langle \Phi_0^P | \prod_{i \in P} [1 - \Gamma_{NT}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_i^P)] | \Phi_0^P \rangle. \quad (12)$$

核子 - 標的間プロフィール関数 Γ_{NT} はOLAと同様にキュムラント展開の一次まで取ることで近似することができる。

$$\Gamma_{NT}(\mathbf{b}) = 1 - \langle \Phi_0^T | \prod_{j \in T} [1 - \Gamma_{NN}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j^T)] | \Phi_0^T \rangle, \quad (13)$$

$$\sim 1 - \exp \left\{ - \int d\mathbf{r} \rho_T(\mathbf{r}) \Gamma_{NN}(\mathbf{b} - \mathbf{s}^T) \right\}. \quad (14)$$

さらに入射、標的核について対称化すると、

$$e^{i\chi_{\text{NTG}}(\mathbf{b})} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \rho_P(\mathbf{r}) \exp \left[1 - \exp \left(- \int d\mathbf{r}' \rho_T(\mathbf{r}') \Gamma_{NN}(\mathbf{s}^P - \mathbf{s}^T + \mathbf{b}) \right) \right] \right\} \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \rho_T(\mathbf{r}) \exp \left[1 - \exp \left(- \int d\mathbf{r}' \rho_P(\mathbf{r}') \Gamma_{NN}(\mathbf{s}^T - \mathbf{s}^P + \mathbf{b}) \right) \right] \right\}. \quad (15)$$

これをNTG(Nucleon-Target formalism in Glauber model) 近似と呼び、OLAと全く同じ入力で有効的に多重散乱効果を取り入れることができる。

3 結果と議論

3.1 標的密度、反応模型の妥当性

図1は炭素-炭素 ($^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$) と炭素-陽子 ($^{12}\text{C}-p$) 全反応断面積の実験との比較である。炭素の密度は文献 [2] の手法によって得られた。一核子分離エネルギーを再現する現象論的平均場からスレーター行列式を構成し、重心運動の効果を除いて密度を求める。得られた密度は電子散乱で決められた荷電半径を良く再現する。図から分かるようにグラウバー理論によって得られた全反応断面積は実験の断面積を広いエネルギー領域で再現し、密度、反応理論の妥当性が示された。炭素-炭素散乱ではOLAとNTG近似両方の結果も載せてある。OLAは全体的に実験を過大評価し、NTG近似の方がより実験を良く再現していることが分かる。このように炭素標的では多重散乱の効果が重要となるが、陽子標的の場合は内部構造を持たないため、その効果は小さいと考えられる。軽い核ではあるが、モンテカルロ積分を用いた位相差関数の評価によって、OLAは陽子標的においては良い近似となっていることは確かめられている [4]。以後はここで得られた炭素密度を標的として用い、炭素標的ではNTG近似を用いることとする。

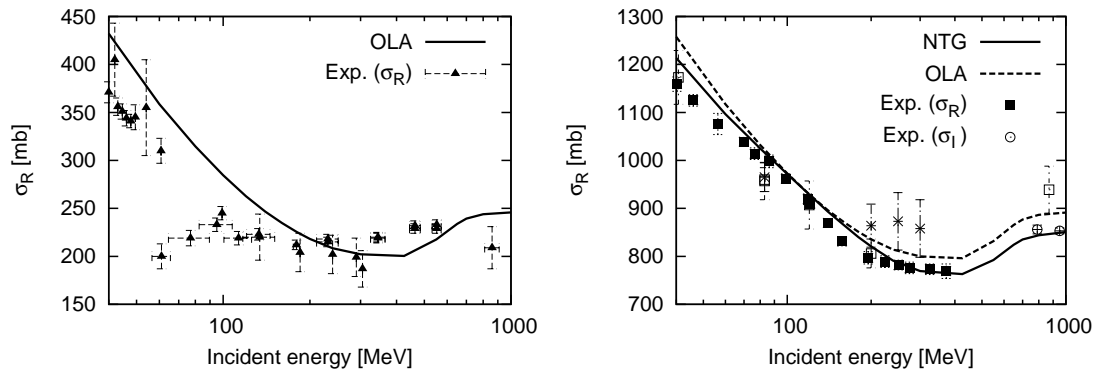


図1: 陽子標的 (左図) 及び炭素標的 (右図) の ^{12}C 散乱全反応断面積のエネルギー依存性。陽子標的の全反応断面積測定値は論文 [6, 7]、炭素標的は論文 [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]、炭素標的相互作用断面積は論文 [16] から引用した。

3.2 三次元座標 Skyrme-Hartree-Fock 理論による密度

反応解析の入力である入射核密度は三次元座標 Skyrme-Hartree-Fock 計算によって得られた。ネオン、マグネシウム領域では内部密度の大きな変形が示唆されているが、空間対称性を仮定しない完全な三次元座標格子点での計算により、非軸対称変形等のエキゾチック変形も偏見なしに記述することができる。有効相互作用

用として SkM* [17] を採用し、陽子数 8、10、12、14 の同位体に対し自己無撞着に平均場を求めた。奇核に対しては半占有近似を用いた。反応計算にはガリレイ変換に対し不変な密度が必要となるが、波動関数の重心効果は次の拘束条件により取り除かれた。

$$\langle \Phi_{\text{int}} | R_{\text{cm}} | \Phi_{\text{int}} \rangle = 0, \quad (16)$$

ここで R_{cm} は重心座標。変形した内部密度 Φ_{int} は簡単のため角度平均を取り、得られた密度の球形成分を反応計算に用いる。高エネルギーの散乱過程では入射粒子の運動速度より、変形密度の回転速度が非常に遅いということが起こり得る。そのような場合は変形した密度のまま断面積を求め、最後に角度平均する方が自然であるが、それは今後の課題とする。

3.3 全反応断面積の系統計算

実験との比較の前に全反応断面積と相互作用断面積の定義について確認しておく。全反応断面積は全断面積から弾性散乱断面積を引いたもので、入射粒子がエネルギーを失う過程の全てが断面積に考慮される。

$$\sigma_R = \sum_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} - \sigma_{00}. \quad (17)$$

一方相互作用断面積は終状態の質量数が変わっていればよく、例えば入射粒子が束縛された励起状態に行った場合や、入射粒子は基底状態のまま標的粒子を励起した場合なども全断面積から引かれることとなる。

$$\sigma_I = \sum_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} - \sum_{\alpha \in PB, \beta} \sigma_{\alpha\beta}. \quad (18)$$

理論的には全反応断面積、実験的には相互作用断面積の方が得ることが容易である。これら 2 つの断面積には常に $\sigma_R > \sigma_I$ の関係があり、非弾性散乱の寄与の分だけ全反応断面積の方が大きい。比較の際には注意が必要である。

図 2 は高エネルギー (~ 1000 AMeV) の酸素、ネオン、マグネシウム同位体の全反応断面積を示したものである。理論計算は全反応断面積、実験値は相互作用断面積であることに注意する。理論は実験値より少し大きく出るが、全体的に実験の傾向は再現していると言えよう。酸素標的に関しては核子分離エネルギーを再現する現象論的平均場による研究と同じような傾向が出ている [18]。

図 3 には陽子標的マグネシウム同位体の結果を最新のマグネシウム 32 35 のデータ [19] と共に載せた。理論値は実験を誤差棒の範囲内で再現した。しかし観測された陽子標的の断面積は炭素標的ほど中性子数変化による断面積の違いは小さく、さらには誤差棒が大きいためにマグネシウムの構造の情報を得ることは難しい。原子核反応はその標的によって入射核密度に対する感度が変わる。陽子標

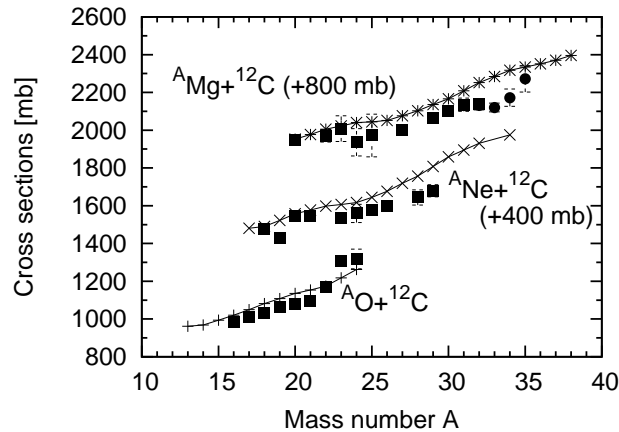


図 2: 入射エネルギーおよそ 1000A MeV での炭素標的での酸素、ネオン、マグネシウム同位体の全反応断面積。相互作用断面積の測定値は論文 [16, 19]。

的は点粒子として扱われるため、内部の密度に感度がある。一方炭素標的は 3 fm 程度の大きさを持ち、陽子標的より密度の表面付近で感度があるため、半径の分析に適している。

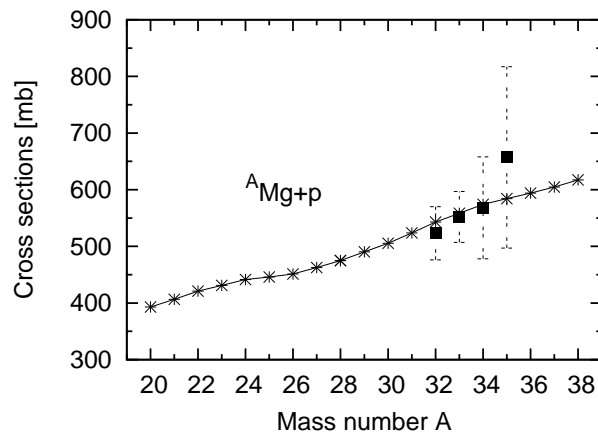


図 3: 入射エネルギー 900A MeV での炭素標的でのマグネシウム同位体の全反応断面積。相互作用断面積の測定値は論文 [19]。

図 4 は入射エネルギー 240A MeV のネオン同位体の炭素標的に対する全反応断面積である。得られた計算結果は最新の実験結果 [20] を良く再現する。偶核はよく再現するが、奇核特にネオン 29、31 の再現性が良くない。ネオン 31 は 1 中性子分離エネルギーが 0.3 MeV 程度と非常に小さく、 $1p_{3/2}$ 軌道優勢のハロー核であると言われている [21, 22]。本モデルではこのように小さな 1 中性子分離エネルギーを再現することは難しく、その結果半径が小さく出てしまっている。ネオン 20 ~

24 領域での実験との際は反応断面積と相互作用断面積の差で説明できると予想され、正しい比較の為には非弾性散乱断面積の見積もりが必要となる。

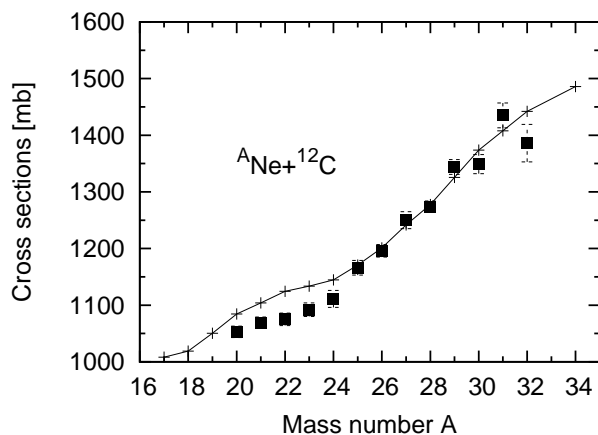


図 4: 炭素標的でのネオン同位体の全反応断面積。入射エネルギーは $240A$ MeV。相互作用断面積の測定値は文献 [20]。

図 5 は酸素、ネオン、マグネシウム、珪素同位体の炭素標的の反応断面積（左上図）、平均二乗根半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ （右上図）、四重極変形パラメータ $|\beta|$ （左下図）、スキン厚 $\sqrt{\langle r_n^2 \rangle} - \sqrt{\langle r_p^2 \rangle}$ （右下図）を描いたものである。炭素標的の全反応断面積は平均二乗半径の系統性と良く対応していることが見て取れる。全反応断面積の方が半径の増加よりも緩やかであることは、断面積が入射、標的粒子の半径を用いて $\sigma_R \sim \pi(R_P^2 + R_T^2)$ のように近似されるということから理解できる。

全反応断面積の系統性を見ると、中性子数 14、20 付近を境界として断面積増加の傾きが変わっていることに気づく。一つは中性子数 14 を超えると $1s_{1/2}$ 軌道の混合が起こり、半径が大きくなるということから説明できる。もう一つは変形の効果を考えることができる。中性子数が 20 を超えるとネオン、マグネシウム、珪素同位体の四重極変形度が急激に増加する。中性子数が 8 から 12 の領域でも見られるように、四重極変形度が大きくなると中性子添加による半径増加の割合が小さくなる傾向にある。このように半径の系統的变化は低い角運動量を持つ軌道や原子核の変形という効果が絡む。ネオンとマグネシウム同位体では四重極変形度の中性子数依存性がほとんど同じで、半径も同様の系統性を示している。今後マグネシウム同位体でも相互作用断面積の測定が行われると期待されるが、ネオン同位体との類似性を調べるのは面白い。

図 5 右下図から、陽子数が少なくなるほど、中性子添加に対しスキンが発達しやすいということが見て取れる。しかしながら、この図から得られるのはそれだけの情報であって、スキン厚と炭素標的の全反応断面積との関係をつけるのは難しい。陽子標的等、他の標的核やエネルギー依存性の細かい分析、比較を行い、スキン厚を反映している物理量を調べることは興味深い。

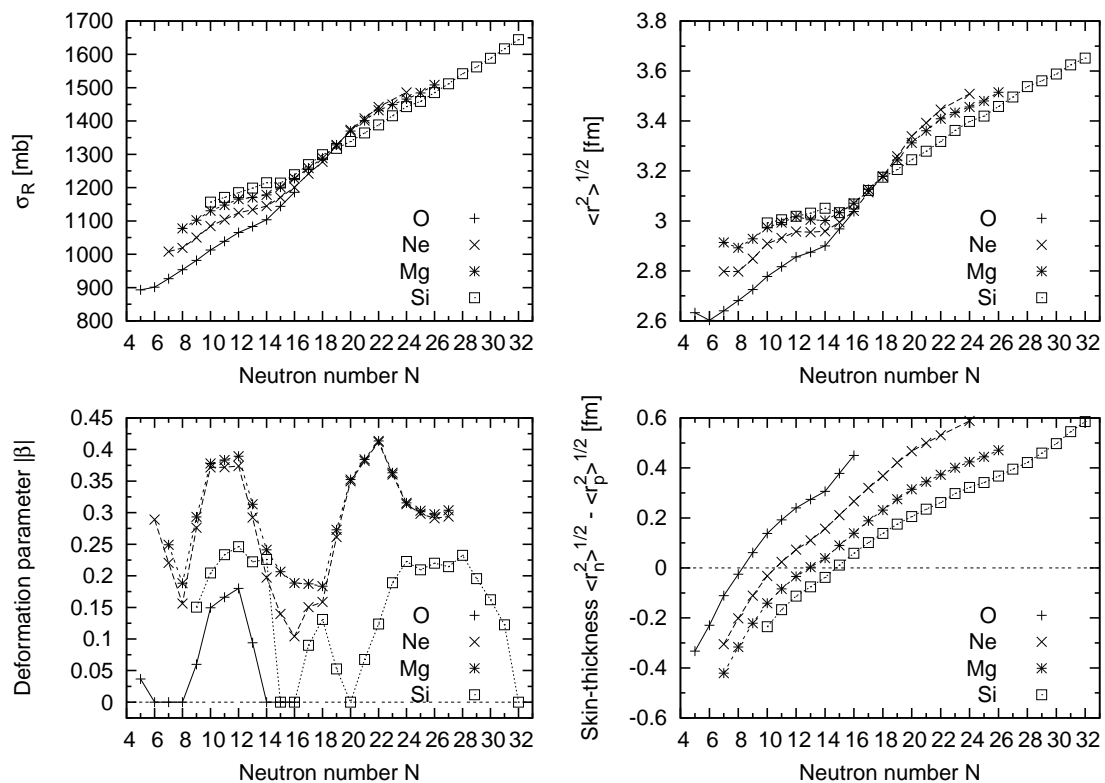


図 5: 入射エネルギー 240AMeV での炭素標的での酸素、ネオン、マグネシウム、珪素同位体の全反応断面積（左上図）、半径（右上図）、四重極変形パラメータ（左下図）、スキン厚（右下図）。

4 まとめと今後

本研究では酸素、ネオン、マグネシウム、珪素同位体の全反応断面積の系統的解析を行った。反応理論としてグラウバー理論を採用し、入力となる密度は Skyrme-Hartree-Fock 法により求められた。非経験的に変形効果を扱えるよう、計算は 3 次元座標格子で行われた。

最新の実験を含め、得られた全反応断面積は既存の実験の傾向を再現した。計算された全ての核種、同位体を系統的に調べ、炭素標的の全反応断面積は入射核の大きさの情報を良く反映することを確認した。そして変形の効果と低角運動量軌道の重要性を示唆する結果が得られた。今後さらに他の同位体に対する計算を行い、波動関数の成分、エネルギー依存性、標的依存性などを細かく分析する（投稿準備中 [23]）。

更なる理論的發展として、相互作用断面積の理論解析を行う。これにより実験との直接比較を行うことができる。そのためには原子核の 2 体密度及び遷移密度が必要となるが、それらは現在準備中である。密度の角度平均をとらず、変形のあ

らわな取り扱いが出来るようグラウバー模型を拡張するののも一つの方向性であり興味深い。また対相互作用を考えることで、密度の改善を行うことも考えている。

参考文献

- [1] R. J. Glauber, *Lecture in Theoretical Physics*, edited by W. E. Brittin and L. G. Dunham (Interscience, New York, 1959), Vol. 1, p.315.
- [2] W. Horiuchi, Y. Suzuki, B. Abu-Ibrahim, and A. Kohama, *Phys. Rev. C* **75**, 044607 (2007).
- [3] B. Abu-Ibrahim, W. Horiuchi, A. Kohama, and Y. Suzuki, *Phys. Rev. C* **77**, 034607 (2008).
- [4] K. Varga, Steven C. Pieper, Y. Suzuki, R. B. Wiringa, *Phys. Rev. C* **66**, 034611 (2002).
- [5] B. Abu-Ibrahim and Y. Suzuki, *Phys. Rev. C* **62**, 034608 (2000).
- [6] R. R. Carlson, *At. Data Nucl. Data Tables* **63**, 93 (1996).
- [7] A. Auce *et al.*, *Phys. Rev. C* **71**, 064606 (2005).
- [8] M. Takechi *et al.*, *Eur. Phys. J. A* 25, s01, 217 (2005); private communication.
- [9] C. Perrin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1905 (1982).
- [10] H.Y. Zhang *et al.*, *Nucl. Phys. A* **707**, 303 (2002).
- [11] D.Q. Fang *et al.*, *Phys. Rev. C* **61**, 064311 (2000).
- [12] S. Kox *et al.*, *Phys. Rev. C* **35**, 1678 (1987).
- [13] T. Zheng *et al.*, *Nucl. Phys. A* **709**, 103 (2002).
- [14] J. Y. Hostachy *et al.*, *Nucl. Phys. A* **490**, 441 (1988).
- [15] J. Jaros *et al.*, *Phys. Rev. C* **18**, 2273 (1978).
- [16] A. Ozawa *et al.*, *Nucl. Phys. A* **693**, 32 (2001).
- [17] J. Bartel *et al.*, *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
- [18] B. Abu-Ibrahim, S. Iwasaki, W. Horiuchi, A. Kohama, and Y. Suzuki, *J. Phys. Soc. Jap.*, Vol. 78, 044201 (2009).

- [19] R. Kanungo *et al.*, Phys. Rev. C **83**, 021302 (R) (2011).
- [20] M. Takechi *et al.*, Mod. Phys. Lett. A **25**, 1878 (2010).
- [21] T. Nakamura *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 262501 (2009).
- [22] W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, D. Baye, Phys. Rev. C **81**, 024606 (2010).
- [23] W. Horiuchi, T. Inakura, T. Nakatsukasa, and Y. Suzuki, in preparation.

微視的反応理論に基づく

“Island of Inversion”核入射反応の系統的解析

蓑茂 工将¹, 角 剛典, 木村 真明^A, 緒方 一介^B, 清水 良文, 八尋 正信
九大院理, 北大創成^A, 阪大 RCNP^B

近年, “Island of Inversion”領域の不安定核, 特に ^{31}Ne の特異な性質が注目されている. その性質の解明を目的として, 最近, ^{31}Ne の 1 中性子分離反応断面積や中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積が測定された. 本稿では, 1 中性子分離反応断面積を計算する新しい手法 (eikonal reaction theory) の紹介とその手法を用いた反応解析の結果, および反対称化分子動力学と二重畳み込み模型を組み合わせた微視的枠組みを用いて全反応断面積を解析した結果について報告する.

1 Introduction

近年の実験技術の大きな進歩により, 不安定核の性質の解明は着実に進展し, その研究対象は比較的軽い中重核のドリップラインにまで迫っている. その代表例が ^{31}Ne や ^{33}Mg などの中性子過剰核であり, このような中性子ドリップライン近傍の中性子数が 20 の周辺領域は “Island of Inversion” と呼ばれ, 現在注目を集めている. 不安定核の性質を調べる上で, 1 中性子分離反応断面積や全反応断面積は極めて有用な道具である. 最近, 入射エネルギー 240MeV 付近において, ^{31}Ne の 1 中性子分離反応断面積や中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積が測定された [1, 2]. これらの実験解析の結果, “Island of Inversion”核は, 大きな変形や殻進化の構造, ハローなどの性質を持つと予測されている.

これまで不安定核反応解析に用いられてきた理論として, Glauber 模型や連続離散化チャネル結合 (Continuum Discretized Coupled Channels, CDCC) 法が挙げられる. Glauber 模型はアイコナル近似と断熱近似から構成される. しかし, Coulomb 相互作用を無視できない条件下では, 断熱近似は断面積の発散という問題を引き起こす. CDCC 法は分解反応を精度良く記述する理論であるが, 包括的断面積を計算できないという問題がある. そこで我々は, Coulomb 相互作用を正確に取り扱った上で, 1 中性子分離反応の包括的断面積を計算するための新たな手法 (Eikonal Reaction Theory, ERT) を提案した [3]. この ERT を用い, 我々は ^{31}Ne の 1 中性子分離反応 [1] の解析を行った.

また一方で, 我々は反対称化分子動力学 (antisymmetrized molecular dynamics, AMD) と二重畳み込み模型を組み合わせた微視的な構造・反応計算の枠組みを用いて, 全反応断面積の解析を行った [4]. 中性子過剰な Ne 同位体は大きく変形していると予測されているが, 大雑把に言えば, 大きな変形は核半径の増大に対応する. 全反応断面積は入射核と標的核の核半径を強く反映する物理量であるため, この解析を行う上では, 変形の影響を考慮することが重要となる可能性がある. そこで, 変形の影響を自然に取り入れることのできる AMD を採用した.

本稿では, “Island of Inversion”領域の不安定核, 特に ^{31}Ne の構造・反応の性質を解明するため, ^{31}Ne の 1 中性子分離反応断面積 [1] の解析と中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積 [2] の解析について議論する. なお, 本稿の内容は文献 [3, 4] に基づく.

¹e-mail address: minomo@phys.kyushu-u.ac.jp

2 Analysis of σ_{-n} with ERT

まず最初に, ERT の本質的な部分のみを説明する. 入射核 (^{31}Ne) として, コア核 (^{30}Ne) に中性子が弱く束縛されている場合を考える. 出発点は, 入射核 (コア核+中性子) と標的核からなる 3 体模型に基づく Schrödinger 方程式

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_R^2 + h_P + U_c^{(\text{Nucl})}(r_c) + U_c^{(\text{Coul})}(r_c) + U_n^{(\text{Nucl})}(r_n) - E \right] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

である. ここで, U_c はコア核-標的核間の相互作用, U_n は中性子-標的核間の相互作用, h_P は入射核の相対運動に対する内部ハミルトニアンである. \mathbf{R} は入射核-標的核の相対座標, \mathbf{r} は入射核の内部座標を表し, $\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ は, 入射核-標的核間の相対運動の波動関数と, 入射核の内部波動関数をまとめて書いたものである. 最初に, 波動関数 $\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ を以下のような積の形で書く.

$$\Psi = \hat{O}\psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad \hat{O} \equiv \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}\cdot Z}, \quad \hat{K} \equiv \frac{\sqrt{2\mu(E - h_P)}}{\hbar}, \quad \hat{v} \equiv \frac{\hbar\hat{K}}{\mu} \quad (2)$$

アイコンナル近似を用いると, 式 (1) において $\nabla_R^2\psi$ の項は無視され, 結果的に散乱行列 S は次式で表される.

$$S = \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dZ \hat{O}^\dagger (U_c^{(\text{Nucl})} + U_c^{(\text{Coul})} + U_n^{(\text{Nucl})}) \hat{O} \right] \quad (3)$$

ここで, \mathcal{P} は “時間” 順序積を表す演算子である. こうして S を形式的に書き下し, $U_n^{(\text{Nucl})}$ を含む項にのみ断熱近似を用いれば, S は以下のように分離される.

$$\begin{aligned} S &\approx \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dZ \hat{O}^\dagger (U_c^{(\text{Nucl})} + U_c^{(\text{Coul})}) \hat{O} \right] \exp \left[-\frac{i}{\hbar v_0} \int_{-\infty}^{\infty} dZ U_n^{(\text{Nucl})} \right] \\ &= S_c S_n \end{aligned} \quad (4)$$

仮に, $U_c^{(\text{Coul})}$ を含む項に対して断熱近似を用いてしまうと, Glauber 模型と同様に分解断面積の発散の問題が起こる. ERT では形式的な表示を用いることで, その問題を回避している. S_c は, ポテンシャルとして U_c のみを含む方程式

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_R^2 + h_P + U_c^{(\text{Nucl})}(r_c) + U_c^{(\text{Coul})}(r_c) - E \right] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0 \quad (5)$$

の形式解となっており, CDCC を用いれば容易に解くことができる. 以上のように S を分離することで, 1 中性子分離反応断面積 σ_{-n} は以下の式から計算される.

$$\sigma_{-n} = \sigma_{\text{str}} + \sigma_{\text{bu}} \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{str}} = \int d^2\mathbf{b} \langle \varphi_0 | |S_c|^2 (1 - |S_n|^2) | \varphi_0 \rangle \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{bu}} = \int d^2\mathbf{b} \left[\langle \varphi_0 | |S_c S_n|^2 | \varphi_0 \rangle - \left| \langle \varphi_0 | S_c S_n | \varphi_0 \rangle \right|^2 \right] \quad (8)$$

文献 [1] で測定された ^{31}Ne の 1 中性子分離反応は, ^{12}C を標的とした入射エネルギー 230MeV/A の場合と ^{208}Pb を標的とした入射エネルギー 234MeV/A の場合の 2 つの系である. 今回の解

析において、入射核と標的核の波動関数および2核子間相互作用は文献 [5] と同一のものを採用し、 ^{31}Ne の基底状態として、中性子が $1p_{3/2}$ を占める場合と $0f_{7/2}$ を占める場合を考えた。表 1 は、 ^{31}Ne の中性子分離エネルギー S_{-n} を 330 keV としたときの 1 中性子分離反応断面積 σ_{-n} と、実験値との比較により求めた分光学的因子 S である。 $1p_{3/2}$ の場合には S の標的核依存性は小さく、 $S \sim 0.7$ となっているのに対し、 $0f_{7/2}$ の場合では S の値は 2 つの標的核で大きく異なり、かつ $S > 1$ となっている。これは、 $0f_{7/2}$ の寄与が極めて小さいことを意味する。したがって、 ^{31}Ne の基底状態の主成分は $^{30}\text{Ne} \otimes 1p_{3/2}$ であり、そのスピン・パリティは $3/2^-$ となる。この結果は先行研究 [5] と一致するが、異なる標的を同一の枠組みで解析したことによって、より明確な結論が得られた。

表 1: ^{31}Ne の 1 中性子分離反応断面積 σ_{-n} (mb) と分光学的因子 S . 実験値は [1].

	^{12}C target			^{208}Pb target		
	$1p_{3/2}$	$0f_{7/2}$	exp	$1p_{3/2}$	$0f_{7/2}$	exp
σ_{-n}	114	32	79	1044	126	712
S	0.693	2.47		0.682	5.65	

古典的な描像で反応を考えたとき、impact parameter が小さい場合には、標的核によるコア核の吸収が強く起こり、1 中性子分離反応はほとんど起こらない。コア核と標的核が接し、中性子と標的核だけが反応するような特定の impact parameter の場合に 1 中性子分離反応は強く起こる。すなわち、この反応は peripheral な (核表面付近で強く起こるような) 反応である。このような場合には、漸近係数 (asymptotic normalization coefficient, ANC) 法が適用できる。図 1 は、 ^{30}Ne と中性子間のポテンシャルを調節し、 ^{31}Ne の中性子分離エネルギー S_{-n} を変化させたときの分光学的因子と ANC である。誤差棒は、 ^{30}Ne と中性子間のポテンシャルの半径と diffuseness の不定性により生じる理論誤差と実験誤差を考慮した不定性を表している。分

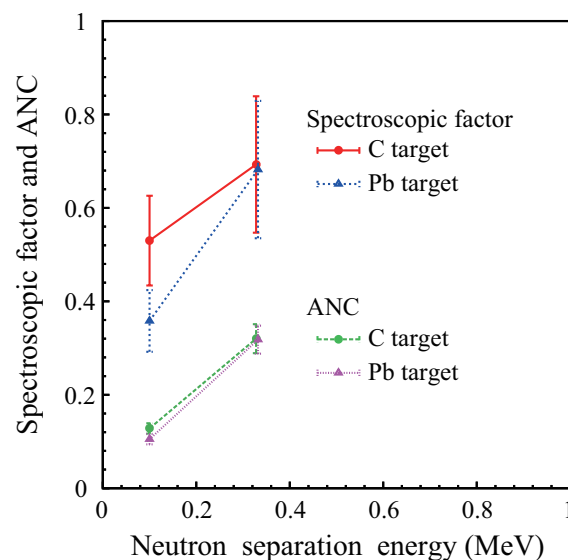


図 1: ^{31}Ne の中性子分離エネルギーを変化させたときの分光学的因子と ANC.

光学的因子は強い標的核依存性を持つのに対し、ANCの標的核依存性は非常に小さい。また、分光学的因子の不定性は大きい($\sim 20\%$)が、ANCの不定性は極めて小さい($\sim 3\%$)。これらはまさに、 ^{31}Ne の1中性子分離反応が peripheral な反応であることを意味している。1中性子分離反応の解析から分光学的因子あるいはANCを引き出す場合には、このような理論誤差に注意する必要がある。

3 Analysis of σ_R for neutron-rich Ne-isotopes

二重畳み込み模型とAMDを組み合わせた微視的枠組みを用いて、入射エネルギー 240MeV/A における ^{12}C を標的とした中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積 σ_R を解析した。二重畳み込み模型は、分解効果が小さいときに良い模型である。ERTを用いて見積もった ^{31}Ne の分解断面積は 20mb 程度であり、この値は 240MeV での実験値 $\sigma_R \sim 1430$ (mb) に比べて小さい。したがって、二重畳み込み模型による解析は有効である。二重畳み込み模型によると、入射核 P と標的核 T の間のポテンシャルの直接項と交換項は以下の形で与えられる。

$$U_{\text{DR}}(\mathbf{R}) = \int \rho_P(\mathbf{r}_P)\rho_T(\mathbf{r}_T)v_{\text{DR}}(\rho, \mathbf{s})d\mathbf{r}_P d\mathbf{r}_T \quad (9)$$

$$U_{\text{EX}}(\mathbf{R}) = \int \rho_P(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_P + \mathbf{s})\rho_T(\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_T - \mathbf{s}) \\ \times v_{\text{EX}}(\rho, \mathbf{s}) \exp[i\mathbf{K}(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{s}/M]d\mathbf{r}_P d\mathbf{r}_T \quad (10)$$

これらの計算には、入射核・標的核の核密度 ρ_P, ρ_T と核子間相互作用 $v_{\text{DR}}, v_{\text{EX}}$ が必要である。

入射核密度 ρ_P は AMD 計算により求める。この計算に用いる 2 核子間相互作用としては、有限レンジの Gogny 力、特に D1S 型のパラメータセットを採用する。この計算の詳細については文献 [6] を参照してほしい。“Island of Inversion”核の中でも、 ^{31}Ne は中性子ハローの強い候補である。実際、AMD 計算の結果では、 ^{31}Ne の中性子分離エネルギーは 0.25MeV と非常に小さい。しかしながら、AMD では 1 核子波束を表現する際に Gauss 基底を用いているため、波動関数の遠方部分が正しく記述されない可能性がある。そこで、ハローの性質を調べるため、AMD に加えて共鳴群の方法 (resonating group method, RGM) を用いる。RGM を用いることにより、コア核 (^{30}Ne) の励起状態を取り入れた上で、コア核 (^{30}Ne) と中性子の間の相対波動関数 χ が正しく記述される。

$$\Psi(^{31}\text{Ne}; 3/2_1^-) = \sum_{nJ\pi} \mathcal{A} \left\{ \chi_{nl}(r) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \Psi(^{30}\text{Ne}; J_n^\pi) \phi_n \right\}, \quad (11)$$

^{30}Ne の基底状態および励起状態の波動関数は、AMD 計算により得られたものを用いる。以後、この計算を AMD-RGM と呼ぶ。標的核密度 ρ_T は、電子散乱実験から現象論的に決められた荷電分布を陽子分布へ変換したものを用いる。核子間相互作用 $v_{\text{DR}}, v_{\text{EX}}$ としては、Melbourne グループによって提案された g 行列相互作用 [7] を採用する。

図 2(左) に ^{31}Ne の中性子密度を示した。実線が AMD-RGM、破線が AMD のみの結果を表しており、RGM を用いることで波動関数の遠方部分が正しく記述されていることが分かる。これらを用いて、中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積を計算した結果が図 2(右) である。ただし、この結果は元の計算値を 1.8% だけ小さくするようにスケールされている。このファクターは、入射エネルギー 250MeV/A での ^{12}C - ^{12}C 安定核散乱の全反応断面積を合わせ

るように決められた。実線が本研究の最終的な結果で、実験を極めて良く再現していることが分かる。 ^{31}Ne での三角の点は AMD のみの結果を示しており、図 2(左) の中性子密度の違いが断面積に明確に現れている。

AMD による結果では、 $^{28-32}\text{Ne}$ は変形パラメータ $\beta \sim 0.4$ という大きな変形を示唆している。この変形の効果を見るため、Gogny D1S 力を用いた球形 Hartree-Fock(HF) 計算の結果を点線で示した。AMD と HF の結果を比較すると、 $^{28-30}\text{Ne}$ では変形による核半径の増大の効果が見て取れる。また、 $^{30,31}\text{Ne}$ に関しては、HF 計算では束縛解が得られなかった。このことから、中性子過剰な Ne 同位体の記述において、変形の効果は極めて重要であることが分かった。以上のように、AMD 計算の高い信頼性が確かめられた。AMD によると、 ^{31}Ne の基底状態の

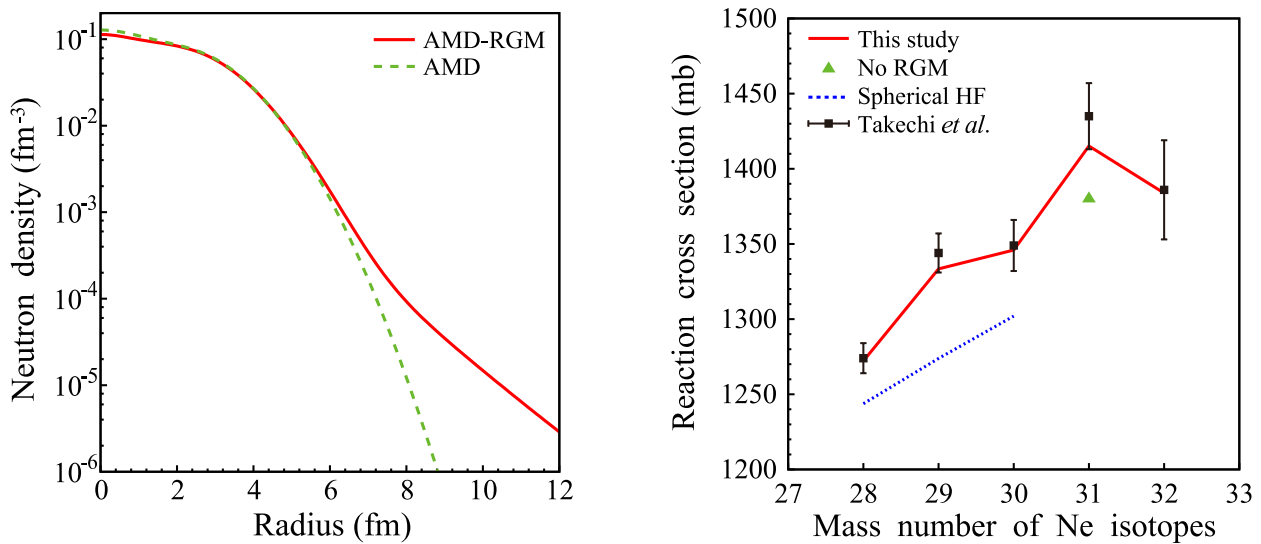


図 2: ^{31}Ne の中性子密度 (左) と中性子過剰な Ne 同位体の全反応断面積 (右). 実験値は [2].

スピン・パリティは $3/2^-$ である。これもやはり、先行研究の結果や ERT を用いた 1 中性子分離反応の解析の結果と合致している。

4 Summary

近年注目されている “Island of Inversion” 領域の核に対して、その 1 中性子分離反応断面積と全反応断面積を解析した。Coulomb 分解まで含めた 1 中性子分離反応を精確に解析できる新たな手法 eikonal reaction theory (ERT) を提案し、実際に ^{31}Ne の反応へ適用した。 ^{12}C 標的の反応と ^{208}Pb 標的の反応を同時に解析することで、 ^{31}Ne の基底状態として、 $^{31}\text{Ne} \otimes 1p_{3/2}$ が主成分であることを明らかにした。これは、先行研究の結果と一致する。また、ANC 法の適用可能性を示し、分光学的因子と ANC を決定する際にポテンシャルの不定性による理論誤差を考慮する必要があることを指摘した。

全反応断面積の解析では、二重畳み込み模型と AMD を組み合わせた微視的計算の枠組みを用いて実験を非常に良く再現した。また、AMD と球形 HF の結果を比較することによって、変形の効果が極めて重要な役割を果たすことを示した。さらに ^{31}Ne に関しては、RGM を用

いて波動関数の遠方部分を正しく記述する必要があることを明らかにした。AMD-RGMを用いた解析の結果は、 ^{31}Ne が中性子八ロー核であることを強く示唆する。 ^{31}Ne は巨大変形と八ローの性質が共存する稀な系である。

以上の理論的枠組みは、他の反応系に対しても有用であると期待される。Mg 同位体などを含めた系統的解析を行うことで、“Island of Inversion”核の性質を解明したい。

References

- [1]T. Nakamura, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 262501 (2009).
- [2]M. Takechi, *et al.*, Nucl. Phys. A**834**, 412c (2010).
- [3]M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo, Prog. Theor. Phys. **126**, 167 (2011).
- [4]K. Minomo, T. Sumi, M. Kimura, K. Ogata, Y. R. Shimizu, and M. Yahiro, arXiv:1110.3867.
- [5]W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, and D. Baye, Phys. Rev. C**81**, 024606 (2010).
- [6]M. Kimura and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **111**, 841 (2004); M. Kimura, Phys. Rev. C**75**, 041302 (2007); M. Kimura, arXiv:1105.3281 (2011).
- [7]K. Amos, P. J. Dortmans, H. V. von Geramb, S. Karataglidis, and J. Raynal, Adv. Nucl. Phys. **25**, 275 (2000).

Probing Nucleon Correlations Using Direct Reactions (Part I: Correlation Effects on a Single-Nucleon)

Jenny Lee

RIKEN Nishina Center for Accelerator-Based Science Wako, Saitama 351-0198, Japan

Abstract

Nucleon correlations cause the spectroscopic strength of single-particle levels to be reduced relative to the independent-particle-model values. The spectroscopic strengths can be studied from the measured cross sections by comparison with the reaction theory. The reduction of the experimentally deduced spectroscopic strengths, relative to the predictions of shell-model calculations, quantifies the insufficiency of correlation treatments in the structure theory. Different conclusions on the isospin dependence of nucleon correlations are reported from the light-nucleus induced knockout and transfer reaction measurements respectively. Further experimental efforts are essential to verify the reaction models for reliable extraction of structure information.

(This report discusses only the first part of the talk for the correlation effects on a single-nucleon. The second part related to the two-nucleon correlations is not covered.)

I. Spectroscopic Strengths

A full understanding of nuclear properties requires complete knowledge of correlations between the nucleons. Correlations arise from short-range and tensor nucleon-nucleon (NN) interactions and from long-range couplings to the low-lying and giant resonance collective excitations [1-3]. These correlations spread the contributions from single-particle orbits over a large range in excitation energy, resulting in the reduction of the physical nucleon occupancies of states near the Fermi surface relative to the independent-particle-model values [1,4]. Absolute measurement of nucleon occupancies would therefore provide clear information to quantify the correlation effects. The total occupancy of a single-particle state is not directly observable, but it can be quantified by the spectroscopic factor (SF). The SF probes the overlap between many-body wave functions of the initial and final states and measures the degree of single-nucleon overlap for a state in the specific transition [5,6].

In direct reactions, such as single-nucleon transfer or knockout reactions, cross sections are sensitive to the single-particle overlap for the measured transition and thus can be used to infer spectroscopic factors based on the associated reaction models [5,6]. The correlation effects can be therefore observed through the reduction factor, $R_s = \text{SF}(\text{experiment})/\text{SF}(\text{theory})$, defined as the ratio of the SF deduced from experiment (with the aid of an appropriate reaction model) to the SF calculated from a structure theory, such as effective interaction theories in large-based shell model (LB-SM) [7]. Substantial deviations from unity indicate the presence of significant correlation strength missing in the structure theories.

II. Spectroscopic Strength deduced from Different Reactions.

Constant quenching (30-40%) of the valence proton spectroscopic strengths is observed in the studies of $(e, e'p)$ reactions for nuclei near a closed shell compared to IPM values [8]. Such suppression of the SFs clearly indicates the insufficient treatment of nucleon-nucleon correlations in the current shell models for nuclei near the stability [1,4,8].

It is imperative to understand how these correlations are modified in nuclei away from the stability and to what extent the theories have predictive power. One-nucleon knockout reactions with fast radioactive beams on light targets, usually ${}^9\text{Be}$ and ${}^{12}\text{C}$, have been shown to be an outstanding tool for studying the correlation effects in nuclear wave function for exotic nuclei [9,10]. Such technique extends the reach of the $(e, e'p)$ knockout process to cover both proton and neutron states, and even more importantly, to span the isospin dimension by measuring SFs in nuclei near the driplines [9,10]. A large reduction in measured SFs relative to shell model predictions (up to 75%) is observed for the strongly-bound nucleon [11] as shown in Fig. 1. The results indicate strong dependence of the reduction factor $R_s = \text{SF}(\text{experiment})/\text{SF}(\text{LB-SM})$ on the asymmetry of the Fermi surfaces in each nucleus, which is characterized by ΔS , the difference of the neutron and proton separation energy ($\Delta S = S_n - S_p$ for neutron SF and $\Delta S = S_p - S_n$ for proton SF). Such established systematics suggests that deeply bound nucleons experience additional correlations which are not taken into account in effective interaction theories [11].

Until now, such large reductions in SF of the strongly bound nucleon have not

been quantitatively explained. Modern self-consistent Green's function methods predict a significantly smaller increase of nucleon correlation effects for deeply bound states [12]. Recent dispersive optical model (DOM) analyses of elastic scattering and bound-level data for $^{40-48}\text{Ca}$ isotopes suggests that the correlation effects on the deeply-bound valence proton is only $\sim 10\%$ stronger [13,14].

The discrepancy in the strength of correlations between the theory and experiment for deeply-bound nucleons has been recently investigated using one-neutron transfer reactions on argon isotopes with a large span of asymmetry [15,16]. The results suggest a weak dependence of correlations on neutron-proton asymmetry. This conclusion is consistent with the results from systematic studies of transfer reactions [17-20] and is supported by the DOM studies of neutron spectroscopic strength [14], but it clearly contradicts to the strong trends observed in knockout reaction measurements [11] as shown in Fig 1.

The origin of such a discrepancy between the spectroscopic factors extracted from transfer and knockout reactions is not clear. Such an intriguing puzzle must be solved in order to achieve a unified description of the nature of correlations and the underlying physics in nuclei with extreme isospin asymmetry. The incompatibility of different reaction techniques tends to suggest that our understanding of the underlying reaction mechanism is incomplete. Further theoretical studies or new reaction models validated by an appropriate set of experimental data would be the next essential steps.

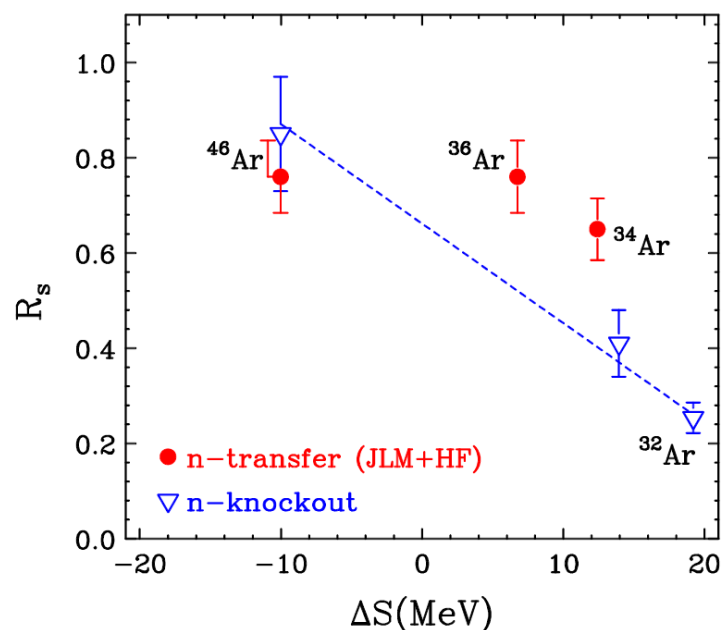


Figure 1: Reduction factors $R_s = SF(\text{expt})/SF(\text{LB-SM})$ as a function of the difference between neutron and proton separation energies, ΔS . The solid circles represent R_s deduced in JLM +HF approach using the present transfer reaction data [15]. The open triangles denote the R_s from knockout reactions [11]. The dashed line is the best fit of R_s of $^{32,34,46}\text{Ar}$ from knockout reactions. The use of different ΔS values from the transfer reactions [15] and knockout reactions [11] is explained in Ref. [18].

For knockout reactions of deeply-bound nucleons on composite targets, such as ^9Be or ^{12}C , strong disagreement is found between the measured cross sections and the predictions based on shell-model calculations and single-particle cross section reaction models. Being rooted in the eikonal and the sudden approximations, the nucleon knockout model is formulated for reactions at energy of about 80 A MeV or higher [9,10]. At such high energy, the nucleon-removal mechanism is expected to be surface dominant, which allows the survival of the core nucleus (heavy residue) and eliminates the need to specify the motion of fast nucleons in the nuclear interior [9,10]. This simple picture of a reaction mechanism with a nucleon being removed from a frozen nucleus, however, has long been questioned.

Recently, new calculations of these one-nucleon removal cross sections have been performed based on an intranuclear cascade model (INC) with Pauli blocking taken into account [21]. The formalism describes three reaction mechanisms including direct knockout, multiple scattering and nucleon evaporation, while the latter two are beyond the eikonal reaction descriptions. This formalism is applied to a set of very asymmetric nuclei with $\Delta S \sim 20$ MeV and no bound excited states. The predictions are in reasonable agreement with experimental cross sections. In particular, the cross sections for deeply bound nucleon removal are fairly well-reproduced [21]. This work might suggest that the significant overestimation of cross sections by eikonal model is attributed to the neglect of indirect processes as well as core excitation above the binding threshold [21].

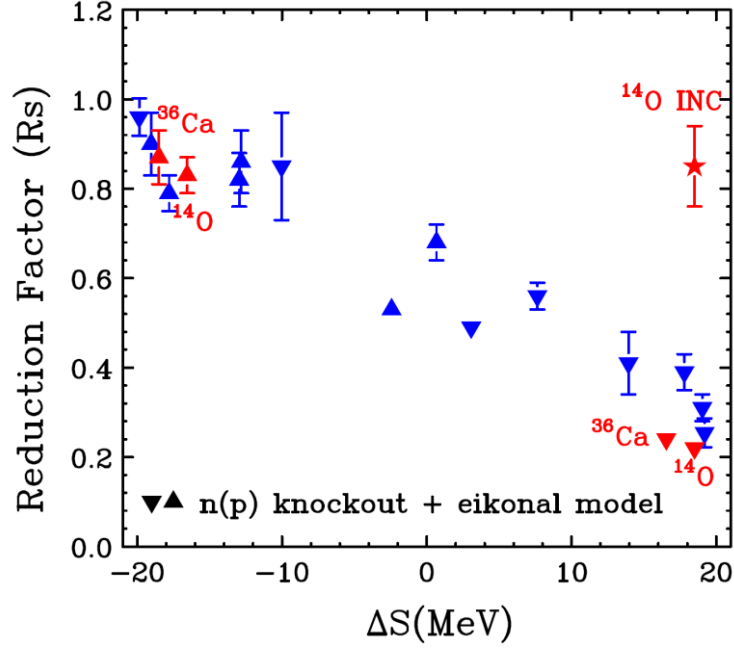


Figure 2: Reduction factors $R_s = \text{SF}(\text{expt}) / \text{SF}(\text{LB-SM})$ as a function of the difference between neutron and proton separation energies, ΔS . The triangles denote the R_s deduced from knockout reaction data based on eikonal theories [11]. The red triangles are R_s deduced from data in Ref. [22] and Ref [23]. The red star represents the R_s deduced from the one-neutron removal of ^{14}O based on INC model [21].

III. Proposed Experiments

The goals of the proposed experiments are to obtain a set of appropriate data for establishing correct modeling for direct reactions at very asymmetric nuclei and consequently clarify the isospin dependence of nucleon correlations. We therefore proposed experiments with transfer and knockout reactions. For the proposed knockout reaction measurement, the data would serve as the timely benchmark to establish proton-induced knockout reaction framework for reliable extraction of structure information. The proposed measurements of light-nucleus-induced & proton-induced knockout reactions on the same nucleus may therefore result in new direction of knockout reaction experiments for correlation studies.

A. Transfer Reactions (approved at NSCL/MSU):

We propose to extract neutron spectroscopic factors of proton-rich ^{34}Ar and neutron-rich

^{46}Ar isotopes via (p,d) neutron transfer reaction in inverse kinematics at $E = 70$ A MeV. The neutron ground-state spectroscopic factor of ^{34}Ar obtained in a recent NSCL transfer reaction of $p(^{34}\text{Ar},d)^{33}\text{Ar}$ at $E=33$ MeV/A [15] is approximately a factor of two larger than that obtained in knockout reaction at $E=70$ A MeV while the neutron ground-state spectroscopic factors of ^{46}Ar are similar as shown in Fig. 1. The spectroscopic factors of strongly bound particles obtained from these two probes suggest a different asymmetry dependence of neutron correlations towards the drip lines. The results raise the questions about the reaction theories used to extract spectroscopic factors with these two experimental probes. This proposed measurement extends the (p,d) transfer reaction to extract the spectroscopic factors to $E=70$ A MeV, a region very few reliable measurements exist. The experimental results would greatly assist in understanding the theoretical descriptions of reaction mechanism in transfer and knockout reactions.

B. ^{12}C -induced Knockout Reactions (Proposals to RIKEN and GANIL submitted):

The first study based on the INC approach has shed some light on the origin of the disagreement between eikonal calculations and data for the deeply bound nucleon removal. To draw any firm conclusion, it is essential to examine the reaction mechanism and thoroughly verify the reliability and applications of both INC and eikonal models. Measurements with appropriate nuclear systems dedicated to these purposes are the crucial steps and are the goals of these proposals.

The first, and usually most direct step, is to test the energy dependence of the reaction mechanism and modeling. Existing published data of one-nucleon knockout reactions are obtained at energies below 100 A MeV. It is always a concern that the beam energies may not be high enough for approximations employed in the eikonal theories to be valid. Measurements at about 300 A MeV, including the deeply bound nucleon removal, are missing and therefore desired to be performed for studying the energy dependence of reaction mechanisms.

The next step is to confirm the effect of core excitation. In the very asymmetric nucleus, the excitation energy gained from knocking out a deeply-bound nucleon may result in evaporation of a weakly-bound nucleon due to the low separation energy. Measuring the cross sections in this corresponding evaporation channel would quantify the role of a core-excitation mechanism and may explain the overestimation from the

eikonal calculations which employ inert-core approximation.

^{14}O and ^{36}Ca are appropriate nuclei for these studies. With proton numbers of $Z=8$ and 20 , the structure of these spherical p -shell and sd -shell nuclei is relatively well understood, offering a reliable structure foundation to examine different reaction models. One-proton and one-neutron knockout reactions of ^{14}O and ^{36}Ca have been performed at low energies of 57 A MeV [22] and 70 A MeV [23] respectively. The deduced reduction factors using eikonal theory follow the established knockout systematics as indicated by red triangles in Fig 2. Knockout measurements at higher energies on the same nuclei are essential for studying the energy dependence of reaction mechanisms.

In addition, the one-nucleon removal from these very asymmetric nuclei ($\Delta S=|\text{Sn-Sp}| >16$) results in reaction residues with no bound excited states as indicated in the gamma-ray spectra from the previous measurements [22,23], giving appropriate nuclear systems to verify the formalism of the INC model which has not been extended to nuclei with bound excited states.

The reduction factor deduced from INC model for neutron-removal of ^{14}O [21] is plotted as solid star in Fig 2, and is significantly different from the eikonal predictions. Furthermore, the proton- and neutron-transfer measurements of $^{14}\text{O}(d,^3\text{He})$ and $^{14}\text{O}(d,t)$ have been performed at GANIL [24]. Data, which are in analysis, will provide a direct comparison to the knockout reactions (both carbon-induced and proton-induced removal) studied on the same nucleus.

Moreover, INC calculations on the cross sections of $^{14}\text{O} + ^9\text{Be}$ reaction at 300 A MeV are 36 mb ($1p$ knockout to ^{13}N), 18 mb ($1n$ knockout to ^{13}O), 32 mb ($1n$ knockout followed by $1p$ evaporation to ^{12}N) and 52 mb ($1n$ knockout followed by $2p$ evaporation to ^{11}C) [25]. It is clear that the cross sections of all these channels are predicted to be of the same order of magnitude, suggesting that any feeding from one channel to another is experimentally sizeable. The results reflect a significant contribution from core excitations within this formalism. Measurements of all the relevant channels at about 300 A MeV could therefore provide important constraints to reaction models with the consideration of core-excitation effects. It is fair to mention that the present INC calculation reproduces well the experimental cross section of one-proton knockout of ^{36}Ca , but overestimates the one-neutron channel with a result close to the eikonal prediction. Further studies are being done [25].

We therefore proposed one-proton and one-neutron knockout reaction measurements on ^{12}C target: $^{12}\text{C}(^{14}\text{O}, ^{13}\text{N})$, $^{12}\text{C}(^{14}\text{O}, ^{13}\text{O})$, $^{12}\text{C}(^{36}\text{Ca}, ^{35}\text{Ca})$ and $^{12}\text{C}(^{36}\text{Ca}, ^{35}\text{K})$ as well as the corresponding evaporating channels $^{12}\text{C}(^{14}\text{O}, ^{12}\text{N})$, $^{12}\text{C}(^{14}\text{O}, ^{11}\text{C})$ and $^{12}\text{C}(^{36}\text{Ca}, ^{33}\text{Ar})$ at about 250 A MeV at RIKEN. In addition, the same reaction 4 channels for ^{14}O have also been proposal to GANIL, but at lower energy of 65 A MeV. In previous measurement at 57 MeV/A at MSU [26], only the cross section populating to the ground state of one-nucleon knocked-out residues was measured.

C. *p*-induced Knockout Reactions (Proposals to RIKEN and GANIL submitted):

Instead of ^9Be or ^{12}C , using hydrogen target (structureless probe) for one-nucleon removal leads to a simpler reaction mechanism which can be more accurately described by the three-body breakup reaction dynamics. Such an experimental technique, equivalent to inverse kinematics of quasi-free proton-induced removal (p,pN), is sensitive to a larger part of nuclear wave function than that of light-nucleus induced knockout reactions [27].

We therefore proposed $^1\text{H}(^{14}\text{O}, ^{13}\text{N})$, $^1\text{H}(^{14}\text{O}, ^{13}\text{O})$, $^1\text{H}(^{36}\text{Ca}, ^{35}\text{Ca})$, $^1\text{H}(^{36}\text{Ca}, ^{35}\text{K})$, $^1\text{H}(^{14}\text{O}, ^{12}\text{N})$, $^1\text{H}(^{14}\text{O}, ^{11}\text{C})$ and $^1\text{H}(^{36}\text{Ca}, ^{33}\text{Ar})$ at 250 A MeV at RIKEN and the same reactions channels for ^{14}O at 65 A MeV at GANIL. The latter one is fully-exclusive measurements with the knocked-out protons and neutrons detected.

To determine the dynamics and quantify the indirect mechanism, these proton-induced knockout reactions will be analyzed by DWIA framework [28] and CDCC approach as well as the recent state-of-the-art few-body multiple scattering AGS/Faddeev reaction approach [29].

In addition, the comparison of the underlying physics (spectroscopic strengths) manifested by these two different reaction mechanisms, carbon-induced and proton-induced removal, is essential to deepen the understanding of the reaction mechanisms and associated theories. A comparison between these two reaction mechanisms is crucial in the development of direct reaction models, but has not been done before.

References:

- [1] W. H. Dickhoff and D. V. Neck, *Many-body theory exposed*, World Scientific, Singapore (2008).
- [2] A. Akmal et al., Phys. Rev. C58, 1804 (1998).
- [3] G. Golò, P.F. Bortignon, and R.A. Broglia, Nucl. Phys. A649, 335 (1999).
- [4] W.H. Dickhoff and C. Barbieri, Prog. Part. Nucl. Phys. 52, 377 (2004).
- [5] N. Austern, *Direct Nuclear Reaction Theories*, John Wiley & Sons, New York, 1970.
- [6] Norman K Glendenning, *Direct Nuclear Reactions*, World Scientific Publishing, 2004.
- [7] B.A. Brown, Progress in Particle and Nuclear Physics, 47, 517 (2001).
- [8] V. R. Pandharipande et al., Rev. Mod. Phys. 69, 981 (1997).
- [9] J.A. Tostevin et al., J. Phys. G, Nucl. Part. Phys. 25, 735 (1999).
- [10] P. G. Hansen and J. A. Tostevin, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 53, 221 (2003).
- [11] A. Gade et al., Phys. Rev. C77, 044306 (2008) and reference therein.
- [12] C. Barbieri., Phys. Rev. Lett 103, 202502 (2009).
- [13] R.J. Charity et al., Phys. Rev. Lett. 97, 162503 (2006).
- [14] R.J. Charity et al., Phys. Rev. C76, 044314 (2007).
- [15] J. Lee et al., Phys. Rev. Lett. 104, 112701 (2010).
- [16] J. Lee et al., Phys. Rev. C 83, 014606 (2011).
- [17] M. B. Tsang et al., Phys. Rev. Lett. 95, 222501(2005).
- [18] J. Lee et al., Phys. Rev. C 73, 044608 (2006).
- [19] J. Lee et al., Phys. Rev. C 75, 064320 (2007).
- [20] M.B. Tsang et al., Phys. Rev. Lett. 102, 062501 (2009).
- [21] C. Louchart et al., Phys. Rev. C 83, 011601 (R) (2011).
- [22] F. Flavigny et al., to be published.
- [23] R. Shane et al., to be published.
- [24] F. Flavigny et al., private communication.
- [25] C. Louchart et al., private communication.
- [26] F. Flavigny et al., private communication.
- [27] G.J. Kramer et al., Nucl. Phys. A. 679, 267 (2001).
- [28] K. Ogata et al., PRC60, 054605 (1999) and reference therein.
- [29] R. Crespo et al., PRC 77, 024601 (2008).

Determination of ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ Reactionrate from ${}^9\text{C}$ Breakup

福井徳朗^{A, 1}, 緒方一介^B, 八尋正信^A

^A 九州大学理論核物理研究室

^B 大阪大学核物理研究センター

Abstract

入射エネルギー 65 MeV/A における ${}^{12}\text{C}({}^9\text{C}, p){}^8\text{B}$ を連続状態離散化チャネル結合法 (CDCC) を用いて解析し、 ${}^9\text{C}$ の漸近規格化係数 (ANC) 及び ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ の反応率を本質的に決定する天体核物理因子 S_{18} を算出した。また、 ${}^9\text{C}$ の p - ${}^8\text{B}$ 間のチャネルスピン S が反応の間変化しないという仮定に基づき、共鳴 ($\frac{1}{2}^+$) が関与するチャネルスピン成分 ($S = 3/2$) とそうでない成分 ($S = 5/2$) についてそれぞれ個別に ANC を決定した。

1 Introduction

${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ という反応は天体核物理学の観点から注目されている。温度が $T_9 = 0.1$ (T_9 は 10^9 K を表す) 程度、密度が 10^5 gcm^{-3} よりも小さい星では、 ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ は ${}^8\text{B}$ の β 崩壊に打ち勝って、CNO 元素合成のための新たな経路 (hot pp chain) となることが示唆されている [1]。

${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ の反応率を本質的に決定する天体核物理因子 S_{18} はこれまで多くの先行研究によって見積もられてきた。Table 1 にこれまでの先行研究で見積もられた S_{18} の値とその研究手法をまとめた。Ref. [2] で見積もられた S_{18} はそれよりも以前に求められた値 (Ref. [1]) と比べて3倍程度小さい。これは Ref. [5] で ${}^9\text{C}$ の Coulomb dissociation 実験から求められた S_{18} と整合している。しかし、ANC 法を用いて導出された値はこれらに比べ70%ほど小さな値である (Ref. [3, 4])。

Table 1: 先行研究で見積もられた ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ の天体核物理因子 S_{18} 。

	S_{18} [eV-b]	method
Wiescher <i>et al.</i> [1]	210	shell model
Descouvemont[2]	72, 80	cluster model
Beaumel <i>et al.</i> [3]	44 ± 13	ANC
Trache <i>et al.</i> [4]	46 ± 6	ANC
Motobayashi[5]	77 ± 15	Coulomb dissociation

本研究では、 ${}^9\text{C}$ 分解反応 ${}^{12}\text{C}({}^9\text{C}, p){}^8\text{B}$ を解析し、 ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ の反応率を本質的に決定する ${}^9\text{C}$ の p - ${}^8\text{B}$ 配位における漸近規格化係数 (ANC)、および天体核物理因子 S_{18} を決定することを目的とする。

¹e-mail address: fukui@phys.kyushu-u.ac.jp

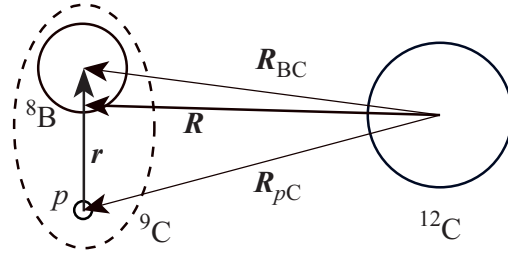


Fig. 1: 3体系の様子

2 Formulation

2.1 Continuum-Discretized Coupled-Channels method (CDCC)

本研究では、Fig. 1 に示したように ${}^9\text{C}$ を p - ${}^8\text{B}$ の 2 体系とみなし、3 体模型に基づいて連続状態離散化チャンネル結合法 (Continuum-Discretized Coupled-Channels; CDCC)[6, 7, 8, 9, 10] を用いて散乱問題を解いた。3 体の波動関数は Schrödinger 方程式

$$(H - E)\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \quad (1)$$

を満たす。ここで E は重心系での全 energy であり、 \mathbf{r} (\mathbf{R}) は p (${}^9\text{C}$) と ${}^8\text{B}$ (${}^{12}\text{C}$) の相対座標である。ハミルトニアン H は

$$H = T_{\mathbf{R}} + U_{pC}(\mathbf{R}_{pC}) + U_{BC}(\mathbf{R}_{BC}) + h \quad (2)$$

与えられ、 $T_{\mathbf{R}}$ は \mathbf{R} に関する運動エネルギー演算子、 h は ${}^9\text{C}$ の内部ハミルトニアンである。また、粒子 X-Y 間の光学ポテンシャルを U_{XY} で表し、同様に \mathbf{R}_{XY} は X と Y の相対座標である。

CDCC では $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ を ${}^9\text{C}$ の内部波動関数を用いて展開し、

$$\Psi_{JM}^{\text{CDCC}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \sum_{j=0}^{j_{\max}} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} \sum_{L=|J-\ell|}^{J+\ell} \frac{\hat{\phi}_{j,\ell}(r)}{r} \frac{\hat{\chi}_{j,\ell,L}^J(R)}{R} \left[i^\ell Y_\ell(\hat{\mathbf{r}}) \otimes i^L Y_L(\hat{\mathbf{R}}) \right]_{JM} \quad (3)$$

と近似する。ここで J と M はそれぞれ全角運動量とその z 成分であり、 ℓ (L) は p と ${}^8\text{B}$ (${}^9\text{C}$ と ${}^{12}\text{C}$) の軌道角運動量である。簡単のためそれぞれの粒子のスピンは無視した表式をとっている。 ${}^9\text{C}$ の波動関数の動径成分は $\hat{\phi}_{j,\ell}(r)/r$ であり、ここに現れる j については、 $j = 0$ のとき基底状態、 $j \neq 0$ のとき離散化した連続状態を表している。また、 ${}^9\text{C}$ の内部波動関数 $\hat{\Phi}_{j,\ell,m}(\mathbf{r})$

$$\hat{\Phi}_{j,\ell,m}(\mathbf{r}) = \frac{\hat{\phi}_{j,\ell}(r)}{r} i^\ell Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (4)$$

は以下を満たす完全系である。

$$\left\langle \hat{\Phi}_{j',\ell',m'}(\mathbf{r}) | h | \hat{\Phi}_{j,\ell,m}(\mathbf{r}) \right\rangle = \epsilon_{j,\ell} \delta_{j'j} \delta_{\ell'\ell} \delta_{m'm}. \quad (5)$$

$\epsilon_{j,\ell}$ は ${}^9\text{C}$ の内部エネルギーを表している。(3) 式を (1) 式の $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ に代入し、 $\hat{\Phi}_{j,\ell,m}(\mathbf{r})$ とのオーバーラップをとることによって以下の CDCC 方程式を得る。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dR^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{L(L+1)}{R^2} - E_{j,\ell} \right] \hat{\chi}_c^J(R) = - \sum_{cc'} F_{cc'}(R) \hat{\chi}_{c'}^J(R). \quad (6)$$

ここで μ は ${}^9\text{C}$ - ${}^{12}\text{C}$ の換算質量である。また、 $E_{j,\ell} = E - \epsilon_{j,\ell}$ であり、

$$F_{cc'}(R) = \left\langle \frac{\hat{\phi}_{j,\ell}(r)}{r} \left[i^\ell Y_\ell \otimes i^L Y_L \right]_{JM} | U_{pC} + U_{BC} | \frac{\hat{\phi}_{j',\ell'}(r)}{r} \left[i^{\ell'} Y_{\ell'} \otimes i^{L'} Y_{L'} \right]_{JM} \right\rangle_{r, \hat{R}} \quad (7)$$

である。簡単のため、 $\{j, \ell, L\}$ を c で表した。この CDCC 方程式を数値的に解き、 $\hat{\chi}_c^J(R)$ を境界条件の下で Coulomb 波動関数に接続することによって散乱行列が求まり、断面積を計算することができる。

2.2 Channel spin decomposition

${}^9\text{C}$ の基底状態 $3/2^-$ は p - ${}^8\text{B}$ の閾値から 1.3 MeV 下にあり、閾値のおよそ 900 keV 上に $1/2^-$ の共鳴状態が存在する。いま、陽子と ${}^8\text{B}$ の基底状態 (2^+) に分解する反応を解析の対象とする。したがって ${}^8\text{B}$ の励起を無視すると、反応に関与する ${}^9\text{C}$ の基底状態の波動関数は

$$\Phi^{\text{g.s.}}(r) = \sum_{S=3/2, 5/2} \frac{\phi_S^{\text{g.s.}}(r)}{r} \left[[\eta_{1/2} \otimes \psi_2]_S \otimes iY_1(\hat{r}) \right]_{3/2, J_z} \quad (8)$$

と表すことができる。ただし、 $\phi_S^{\text{g.s.}}(r)/r$ は p - ${}^8\text{B}$ 間の相対波動関数の動径成分 (軌道角運動量 ℓ は 1) であり、 S はチャンネルスピンを表す。 $\eta_{1/2}$ は陽子のスピン関数、 ψ_2 は ${}^8\text{B}$ の基底状態の波動関数である。ここで、 S が反応を通じて変化しないと仮定すると、 $S = 3/2$ と $S = 5/2$ それぞれの成分から始まる反応を個別に計算し、後でそれぞれの分解断面積を足し合わせる事が可能になる。このとき、 $S = 5/2$ と $\ell = 1$ の結合では共鳴状態のスピン $1/2^-$ を作る事ができないため、 ${}^9\text{C}$ の基底状態のうち $S = 5/2$ の状態から反応が始まる成分は共鳴状態を経由することなく分解する。 $S = 3/2$ の状態の場合、 $\ell = 1$ との結合で $3/2^-$ に組むことが可能であるので、分解反応の記述には共鳴状態を取り入れる必要がある。

このように二つのチャンネルスピンのそれぞれについての分解断面積 $\sigma_{\text{BU}}^{(3/2)}$, $\sigma_{\text{BU}}^{(5/2)}$ を CDCC によって計算し、

$$\sigma_{\text{BU}} = S_{\text{exp}}^{(3/2)} \sigma_{\text{BU}}^{(3/2)} + S_{\text{exp}}^{(5/2)} \sigma_{\text{BU}}^{(5/2)} \quad (9)$$

を全分解断面積とする。これから分光学的因子 $S_{\text{exp}}^{(S)}$ 及び ANC をチャンネルスピンのごとに決定する。

3 Result and Summary

3.1 Numerical input

${}^9\text{C}$ のモデルスペースは、 $\ell = 0$ から 3 までをとり、 p - ${}^8\text{B}$ 間の相対エネルギーは $\epsilon \approx 7.7$ MeV までを採用した。 p - ${}^8\text{B}$ 間の相互作用は束縛エネルギー 1.3 MeV を再現するよう調節した Woods-Saxon ポテンシャルを使った。ただし、 $S = 3/2$ から始まる反応の場合のみ、共鳴状態 ($1/2^-$) のエネルギーと幅を再現するようなスピン軌道力も加えている。

陽子-標的、 ${}^8\text{B}$ -標的の光学ポテンシャルは Melbourne の有効相互作用 [11] を核の密度で畳み込んだ微視的光学ポテンシャルを用いた。密度は Gogny D1S を用いた球形の Hartree-Fock 計算から得られたものを採用した。

3.2 ANC and S_{18}

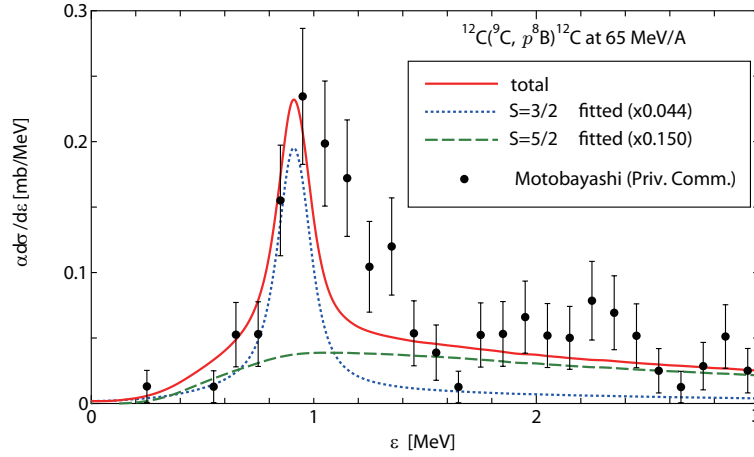


Fig. 2: 入射エネルギー 65 MeV/A における $^{12}\text{C}(^9\text{C}, p^8\text{B})^{12}\text{C}$ の分解断面積。全断面積 (実線) が実験データに合うように、点線 ($S = 3/2$) および破線 ($S = 5/2$) の計算結果を χ^2 フィットしている。

Fig.2に入射エネルギー 65 MeV/A における $^{12}\text{C}(^9\text{C}, p^8\text{B})^{12}\text{C}$ の分解断面積を示している。横軸は分解後の p - ^8B 間の相対エネルギーである。点線がチャンネルスピン $S = 3/2$ の計算結果で破線が $S = 5/2$ の計算結果である。この二つの断面積の和が実験データを再現するように χ^2 フィットして、全分解断面積を実線で示した。データには、実験の検出効率 α をかけてある。 $S = 3/2, 5/2$ に対するそれぞれの規格化因子は $S_{\text{exp}}^{(3/2)} = 0.044$, $S_{\text{exp}}^{(5/2)} = 0.150$ である。ただし、 $S_{\text{exp}}^{(S)}$ は ^9C の束縛状態の 1 粒子波動関数の漸近領域のみから決定した値であり、真の分光因子とはみなせない。 $S_{\text{exp}}^{(S)}$ に 1 粒子 ANC の 2 乗の値をかけ、以下に示すように ANC, $C^{(S)}$ をチャンネルスピンごとに求めた。

$$(C^{(3/2)})^2 = 0.072, \quad (C^{(5/2)})^2 = 0.242 \text{ fm}^{-1}. \quad (10)$$

これから天体核物理因子を $S_{18} = 11 \pm 1 \text{ eV}\cdot\text{b}$ と算出した。

本研究で算出した S_{18} は Table 1 にまとめた、どの先行研究の値よりも小さい。同じ ANC 法を用いた Ref. [3] や Ref. [4] の値と比べると、4 倍程度小さな値である。この不一致の原因の一つに、我々の反応モデルが簡素すぎることが考えられる。 $^{12}\text{C}(^9\text{C}, p^8\text{B})^{12}\text{C}$ という反応は主に核力による分解反応である。一般に核力分解反応では、複雑な中間状態を経て終状態の分解状態へ遷移する過程が重要な寄与を果たす。したがって、わずか 0.1375 MeV で束縛している ^8B は中間状態で $p+^7\text{Be}$ に分解しうるため、そのような多段階過程を考慮する必要があるのかもしれない。また、光学ポテンシャルの不定性も結果に影響を与えるだろう。

今後の方針として、入射エネルギーは 65 MeV のままで、標的核を ^{208}Pb にした ^9C の分解反応の解析 (これは Ref. [5] で扱われたものと同一)、Ref. [4] で実験・解析された ^9C の 1 陽子除去反応の CDCC 解析を行うつもりである。

Acknowledgements

実験データと実験の検出効率及び、議論を通じての貴重な意見を提供して下さった理化学研究所の本林透氏と GSI の梅野泰宏氏に感謝いたします。

References

- [1] M. Wiescher, J. Görres, S. Graff, L. Buchman, and F.-K. Thieleman, *Astrophys. J.* **343** (1989), 352.
- [2] P. Descouvemont, *Nucl. Phys.* **A646** (1999), 261.
- [3] D. Beaumel *et al.*, *Phys. Lett.* **B514** (2001), 226.
- [4] L. Trache, F. Carstoiu, A. M. Mukhamedzhanov, and R. E. Tribble, *Phys. Rev. C* **66** (2002), 035801.
- [5] T. Motobayashi, *Nucl. Phys.* **A718** (2003), 101c-108c.
- [6] M. Kamimura, M. Yahiro, Y. Iseri, Y. Sakuragi, H. Kameyama, and M. Kawai, *Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 89* (1986), 1.
- [7] N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher and M. Yahiro, *Phys. Rrp.***154**(1987), 125.
- [8] N. Austern, M. Yahiro and M. Kawai, *Phys. Rev. Lett.* **63**(1989), 2649.
- [9] N. Austern, M. Kawai and M. Yahiro, *Phys. Rev. C* **53**(1996), 314.
- [10] R. A. D. Piyadasa, M. Yahiro, M. Kamimura and M. Kawai, *Prog. Theor. Phys. No. 81* (1989), 910.
- [11] K. Amos, P. J. Dortmans, S. Karataglidis, H. V. von Geramb and J. Raynal, *Adv. Nucl. Phys.* **25**, (2000), 275.

Time-dependent Hartree-Fock Theory for Multi-nucleon Transfer Reactions

関澤 一之^{*A} 矢花 一浩^{A,B}

筑波大学大学院 数理物質科学研究科^A 筑波大学 計算科学研究センター^B

要旨

時間依存 Hartree-Fock 法 (TDHF) を用いて、核子移行反応の断面積を調べる方法について考察を行う。このためには、ある入射パラメータの衝突に対し、移行核子数毎の反応確率を求めることが必要となる。従来、多価イオン衝突で起こる電子移行反応に対し、反応確率を計算する方法が知られている。一方、昨年、Simenel により粒子数射影演算子を用いた方法が提案された。両者が等価であることは、解析的に示すことができる。本稿では、Skyrme 相互作用 SLy5 を用いた $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$ 原子核衝突の TDHF 計算によって得られた核子移行反応確率及び核子移行反応断面積の計算結果を示し、実験値との比較を行うことにより、TDHF の多核子移行反応への適用可能性について述べる。

1 はじめに

TDHF は、低エネルギー原子核衝突を微視的に記述する方法として発展してきた。我々は、TDHF を多核子移行反応の記述に用いることに興味を持っている。従来の TDHF による計算では、核融合反応や深部非弾性散乱など、終状態を特定せず平均化された量の計算がなされてきた。しかし、多核子移行反応を記述するためには、ある入射エネルギー・入射パラメータにおける移行核子数毎の反応確率を求める必要がある。

そのような移行核子数毎の反応確率を計算する方法は、多価イオン衝突で起こる電子移行反応の分野では古くから確立されている [1], [2]。又、昨年になって、原子核の核子移行反応に対し、粒子数射影演算子を用いて記述する方法が提案された [3]。これは終状態の波動関数から粒子数射影演算子を用いて移行核子数毎の反応確率を求めるものであり、計算コストを大幅に削減することが可能であるが、上記の多価イオン衝突において知られている方法と等価であることを、解析的に示すことができる。

本稿では、終状態の波動関数から核子移行反応確率を計算する方法を示すとともに、 $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$ 原子核衝突に対する TDHF 計算の結果を示し、実験値との比較を行うことで、TDHF の多核子移行反応への適用可能性について検討する。

2 核子移行反応確率の計算方法

この節では、反応後の多体の波動関数から核子移行反応確率を求める方法を示す。まず、第 2.1 節において、核子移行反応確率の一般的な導出を行い、第 2.2 節で多体の波動関数が単一

* e-mail address: sekizawa@nucl.ph.tsukuba.ac.jp

の Slater 行列式で表わされた場合の定式化を行う。その後で、第 2.3 節において、昨年提案された粒子数射影の方法について説明する。

2.1 核子移行反応確率の一般的な導出

核子移行反応確率を計算するに当たり、先ず、衝突の後で 2 つの原子核が空間的に十分離れている状態を終状態とし、その状態において空間領域を V_A, V_B の 2 つの領域に分割する (図 1 参照)。 V_A は軽い放出核を含む空間領域であり、 V_B は重い放出核を含む空間領域である。ここで、この終状態の波動関数から核子移行反応確率を求めるために、次の空間分割関数を導入する：

$$\Theta_\tau(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \vec{r} \in \tau \\ 0 & \vec{r} \notin \tau \end{cases} \quad (\tau = V_A \text{ or } V_B) \quad (2.1)$$

つまり、空間分割関数 Θ_τ は空間領域 τ ($= V_A$ or V_B) 内においてのみ値 1 を持つ、階段関数的性質を持つ。この空間分割関数 $\Theta_\tau(\vec{r})$ を用いると、全空間に亘る積分を

$$\int d^3r = \int d^3r (\Theta_{V_A}(\vec{r}) + \Theta_{V_B}(\vec{r})) \quad (2.2)$$

と表わすことができ、この空間分割関数を用いて表わされた全空間に渡る積分を用いることで、多体の波動関数の規格化条件を

$$\int d^3r_1 \cdots \int d^3r_N \sum_{\tau_1, \dots, \tau_N = V_A \text{ or } V_B} \Theta_{\tau_1}(\vec{r}_1) \cdots \Theta_{\tau_N}(\vec{r}_N) |\Phi_f(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)|^2 = 1 \quad (2.3)$$

と書き換えることができる。ここで、 $\tau_i = V_A$ or V_B は二つの領域を表わし、空間領域 τ_i についての和は、各 τ_i ($i = 1, \dots, N$) が V_A もしくは V_B をとる、 2^N 通りの全ての場合について実行される。

さて、核子移行反応確率を計算するためには、移行した核子数毎の反応確率、即ち、衝突後の 2 つの原子核中に存在する核子数毎の反応確率を求める必要がある。このような確率は、上記の空間分割関数を用いて書き換えられた多体の波動関数の規格化条件 (2.3) 式において、空間領域 τ_i ($= V_A$ or V_B) についての和を制限することによって導くことが可能である。例えば、領域 V_A に n 個の核子が存在し、領域 V_B に $N - n$ 個の核子が存在する確率は、空間領域 τ_i についての和を、 τ_1, \dots, τ_N の中に領域 V_A が n 回、領域 V_B が $N - n$ 回現れる場合だけに制限することにより計算することができる。つまり、

$$P_n = \int d^3r_1 \cdots \int d^3r_N \sum_{\{\tau_1, \dots, \tau_N: V_A \times n\}} \Theta_{\tau_1}(\vec{r}_1) \cdots \Theta_{\tau_N}(\vec{r}_N) |\Phi_f(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)|^2 \quad (2.4)$$

という表式により、領域 V_A に n 個、領域 V_B に $N - n$ 個の核子が存在する確率が求められる。ここで、空間領域 τ_i についての和 $\{\tau_1, \dots, \tau_N: V_A \times n\}$ は、 τ_i ($i = 1, \dots, N$) の内、領域 V_A が n 個、領域 V_B が $N - n$ 個、現れる ${}_N C_n$ 通りの全ての組み合わせについてとられる。この定義に従えば、多体の波動関数の規格化条件 (2.3) 式より、

$$\sum_{i=0}^N P_n = 1 \quad (2.5)$$

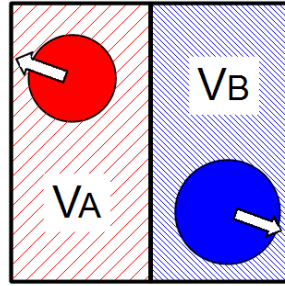


図1 我々が対象とする衝突後の波動関数の模式図。2つの原子核が衝突し、核子をやり取りした後で、再び独立な原子核として空間的に分離した場合を想定している。領域 V_A が軽い放出核を含む領域を、領域 V_B が重い放出核を含む領域を、それぞれ表わす。又、図中の矢印は速度ベクトルを表わす。

が成り立つことが分かる。このように核子移行反応確率 P_n を多体の波動関数の規格化条件から導くことができる。

2.2 多体の波動関数が単一の Slater 行列式で表わされている場合

次に、多体の波動関数 $\Phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$ が、TDHF の波動関数のように、単一の Slater 行列式で表わされている場合について考える：

$$\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \det\{\phi_i(\vec{r}_j)\} \quad (2.6)$$

ここで、 ϕ_i ($i = 1, \dots, N = N_A + N_B$) は核子の一粒子波動関数を表わす*。衝突前には1番目から N_A 番目の軌道は入射核の軌道であり、 $N_A + 1$ 番目から $N = N_A + N_B$ 番目の軌道は標的核の軌道である。入射エネルギーが Coulomb 障壁より高いエネルギーの場合、入射パラメータが小さい衝突では核融合反応が起こるが、ある程度以上の入射パラメータの衝突では、途中で2つの原子核が相互作用をし、核子のやり取りをした後、再度密度の重なりのない2つの原子核へと分離する。この終状態では一般に、各々の軌道関数は2つの原子核の両方に跨って分布する。即ち、始め入射核にいた1番目から N_A 番目の軌道は入射核の領域だけではなく標的核の領域にも分布し、始め標的核にいた $N_A + 1$ 番目から $N = N_A + N_B$ 番目の軌道も標的核だけではなく入射核の領域にも分布する：

$$\phi_i(\vec{r}) = \phi_i^{V_A}(\vec{r}) + \phi_i^{V_B}(\vec{r}) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.7)$$

$$\phi_i^{\tau}(\vec{r}) = \phi_i(\vec{r})\Theta_{\tau}(\vec{r}) \quad (\tau = V_A \text{ or } V_B) \quad (2.8)$$

* 本稿では簡単のため、核子の一粒子波動関数のスピン及びアイソスピンは省略して表わす。

このように軌道関数が2つの空間に跨って分布することによって、核子の移行が行われた後の状態が単一の Slater 行列式によって表現される。又、これらの一粒子波動関数は全空間で互いに規格直交性を満足する：

$$\langle \phi_i | \phi_j \rangle = \langle \phi_i | \phi_j \rangle_{V_A} + \langle \phi_i | \phi_j \rangle_{V_B} = \delta_{ij} \quad (2.9)$$

$$\langle \phi_i | \phi_j \rangle_{\tau} \equiv \int_{\tau} d^3 r \phi_i^*(\vec{r}) \phi_j(\vec{r}) \quad (2.10)$$

このとき、全空間では互いに規格直交であるが、 V_A , V_B 各々の空間では規格直交ではないことに注意する。

さて、単一の Slater 行列式で表わされた多体の波動関数を核子移行反応確率の定義式 (2.4) 式に代入することにより、

$$P_n = \sum_{\{\tau_1, \dots, \tau_N: V_A \times n\}} \begin{vmatrix} \langle \phi_1 | \phi_1 \rangle_{\tau_1} & \cdots & \langle \phi_N | \phi_1 \rangle_{\tau_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \langle \phi_1 | \phi_N \rangle_{\tau_1} & \cdots & \langle \phi_N | \phi_N \rangle_{\tau_N} \end{vmatrix} \quad (2.11)$$

という、核子移行反応確率の一粒子軌道関数を用いた表現を得ることができる。この方法は多価イオン衝突に伴う電子移行反応を記述する方法として、古くから確立されている [1], [2]。しかしこの方法を用いると、ある n 核子の移行反応確率を求めるためには ${}_N C_n$ 通りの (2.11) 式右辺の行列式を計算する必要があり、起こり得る全ての核子移行反応確率 ($n = 0, 1, \dots, N$) を得るためには $\sum_{n=0}^N {}_N C_n = 2^N$ 回の行列式の演算が必要となるため、全系の核子数が増すにつれ計算コストが増大してしまう。このため、この方法は核子数が 100 個を超えるような重イオン衝突に適用することは困難であり、代わりとなる方法が必要となる。

2.3 粒子数射影の方法

核子移行反応確率を計算するもう一つの手法が、昨年 Simenel によって提案された。これは、粒子数射影演算子を用いた方法である [3]。この場合、軽い放出核の存在する領域の粒子数射影演算子

$$\delta(n - \hat{N}_{V_A}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{i(n - \hat{N}_{V_A})\theta} \quad (2.12)$$

を用い、その期待値として核子移行反応確率を計算する。ここで、

$$\hat{N}_{V_A} = \int_{V_A} d^3 r \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) = \sum_{i=1}^N \Theta_{V_A}(\vec{r}_i) \quad (2.13)$$

は領域 V_A 内で定義される粒子数演算子であり、粒子数射影演算子 $\delta(n - \hat{N}_{V_A})$ は \hat{N}_{V_A} の期待値が n に等しいときだけ値 1 を持つ。従って、この粒子数射影演算子の期待値をとることにより、領域 V_A に n 個の核子が存在する確率を計算することができる。単一の Slater 行列式で表わされた多体の波動関数によってこの粒子数射影演算子の期待値を計算すると、

$$\begin{aligned} P_n &= \langle \Phi | \delta(n - \hat{N}_{V_A}) | \Phi \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{in\theta} \det \left\{ \langle \phi_i | \phi_j \rangle_{V_B} + e^{-i\theta} \langle \phi_i | \phi_j \rangle_{V_A} \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

という表式が得られる。この式は、先に多体の波動関数の規格化条件から導出した (2.11) 式と等価であることを、解析的に示すことができる。しかし、この場合、必要な行列式の計算は積分変数である θ を離散化する分点の数となるが、これは典型的に 100 点程度であり、核子数が増加しても核子数とは独立に決めることが出来るので (2.11) 式の方法に比べ容易に計算を実行することが可能であり、重イオン衝突に伴う核子移行反応確率を現実的計算コストで計算することが可能となる。我々はこの粒子数射影の方法 (2.14) 式を TDHF 計算により求められた終状態の波動関数に適用し、核子移行反応確率を求め、核子移行反応断面積を計算し、実験値との比較を行った。

3 計算結果： $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170$ [MeV]

この節では、実験的に多核子移行反応断面積が測定されている $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170$ [MeV] の原子核衝突に対する TDHF 計算を実行し、得られた終状態の多体の波動関数に粒子数射影の方法 (2.14) 式を適用した結果を示し、実験値との比較を行う。計算は $48[\text{fm}] \times 48[\text{fm}] \times 20.8[\text{fm}]$ 三次元のデカルト座標を 0.8 [fm] 間隔の格子状に離散化した空間で実行した。Hartree-Fock 基底状態は虚時間法によって求め、相互作用は Skyrme 相互作用の SLy5 [5] を用い、微分については高次差分の 11 点公式を用いた。時間発展は時間発展演算子の Taylor 展開の 4 次までの展開に予測子修正子法を用い、 $\Delta t = 0.2$ [fm/c] の時間刻みで実時間発展を行った。また、2つの原子核の水平方向の間隔が 16 [fm] のところから TDHF 計算を実行し、その初期位置までは Coulomb 力のみが働くものと仮定して、初期状態を準備した。

まず、TDHF 計算によって得られた原子核の密度分布の時間発展の様子を図 2 に示す。この反応における実験系での入射エネルギー $E_{\text{lab}} = 170$ [MeV] は Coulomb 障壁より約 5% 高いエネルギーであり、この入射エネルギーの場合には、衝突径数 $b = 0.00 - 3.69$ [fm] において核融合反応が起こることを確認した。従って、図 2 に示されている衝突径数 $b = 3.70$ [fm] は核融合反応が起こる場合より僅かに大きい衝突径数となっている。この場合、図 2 に示したように、衝突したところで2つの原子核の密度分布はネックを形成し、互いに核子をやり取りした後で、再び独立な2つの原子核に分離する。我々は、分離した2つの原子核の密度の重心が 26 [fm] 離れたところで計算を止め、それを終状態の波動関数とした。又、実験で

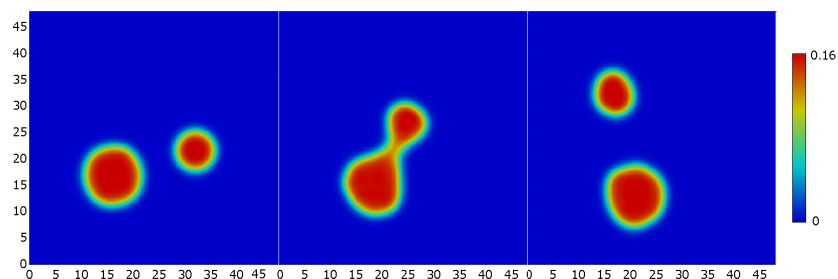


図 2 $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170$ [MeV], $b = 3.70$ [fm] 原子核衝突における、衝突する 2 つの原子核の密度分布の時間発展の様子。密度分布は衝突平面上における等値面を表わし、又、左から初期状態、最近接、終状態の密度分布を表わす。

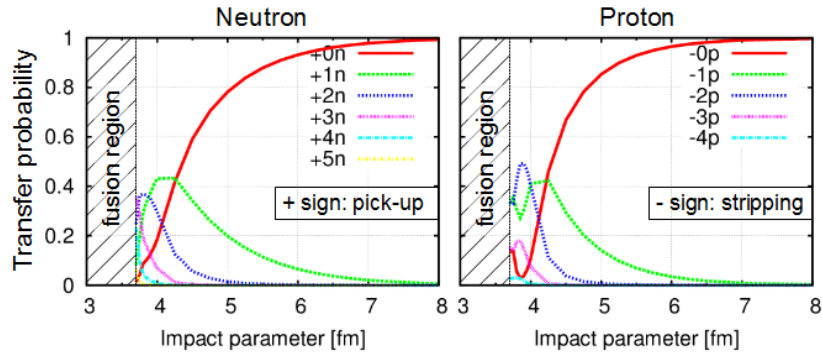


図3 $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170$ [MeV] 原子核衝突における核子移行反応確率を衝突径数の関数として表わしたもの。左図が中性子移行確率、右図が陽子移行確率を表わす。また、中性子移行確率の凡例に付された + 符号は標的核 ^{124}Sn から入射核 ^{40}Ca への移行を、陽子移行確率の凡例に付された - 符号は入射核 ^{40}Ca から標的核 ^{124}Sn への移行を、それぞれ表わす。

は軽い放出核を検出しているということを考慮し、我々は終状態において軽い放出核の重心から半径 10 [fm] の球を描き、その内側と外側とで領域を二分して粒子数射影の方法を適用し、軽い放出核の粒子数分布に対する反応確率を計算した。このような TDHF 計算を衝突径数 $b = 3.70, 3.75, \dots, 4.00, 4.25, \dots, 7.00, 7.50, 8.00, 9.00, 10.00$ [fm] の 23 通りに対して実行し、それぞれの場合について終状態の波動関数を求めた。

次に、TDHF 計算によって求められた終状態の波動関数に対し粒子数射影の方法 (2.14) 式を適用することによって求められた核子移行反応確率を図 3 に示す。図 3 を見ると、中性子は ^{124}Sn から ^{40}Ca に、陽子は ^{40}Ca から ^{124}Sn に移行していることが分かる。これは 2 つの原子核が衝突し、ネックを形成している間に、それぞれの原子核の N/Z 比を等しくする方向へ核子の移行が起こったものとして、理解することができる。又、多核子移行反応は衝突径数が小さく核融合反応が起こる衝突径数よりも僅かに大きな衝突径数の場合に起こることが分かる。

そして、このようにして求められた核子移行反応確率を用い、次の関係式により核子移行反応断面積を求めた：

$$\sigma_{\text{tr}}(n) \approx \int_{b_{\text{min}}}^{b_{\text{cut}}} 2\pi b P_n(b) db \quad (3.1)$$

ここで、 b_{cut} は積分を打ち切る衝突径数の上限を表わし、今回の計算では $b_{\text{cut}} = 10.00$ [fm] と定め、断面積を計算した。こうして得られた断面積を図 4 に示す。図中の $(-1p)$, $(-2p)$, \dots は陽子が入射核 ^{40}Ca から標的核 ^{124}Sn に移行したということを表わす。又、横軸は反応前に入射核 ^{40}Ca だった原子核に幾つかの核子が移行した、軽い放出核の中性子数を表わす。点が実験値 [4]、実線が TDHF 計算による計算値で、破線 (a), (b) は GRAZING という計算コード [6] による計算値である。GRAZING (b) については衝突後の中性子の放出による脱励起の影響が考慮されている。GRAZING は多核子移行反応を記述する現象論の一つであり、核子の一粒子運動と低励起の 2^+ 、及び 3^- の表面振動を考慮して定式化された理論である。移行した陽子数が少ないときには、TDHF 計算によって実験値の全体の傾向は良く再現されて

いる。しかし、移行した陽子数が多くなるにつれ、TDHF 計算によって求められた値と実験値との間にずれが生ずる。この相違の一つの理由としては、反応後の中性子の放出による脱励起の効果と考えられる。というのも、多数個の陽子が移行した場合2つの原子核は高い励起状態にあると考えるため、実際の実験では放出核が検出器に到達するまでの間に中性子を放出することによって脱励起してしまうことが考えられ、これにより図4に示した核子移行反応断面積のピークは中性子の少ない側（左側）へシフトすることになる。そして、このような核子の放出による影響は、我々の今回のTDHF計算では十分に記述できていないと考えられ、この効果の見積もりは今後取り組むべき課題の一つである。

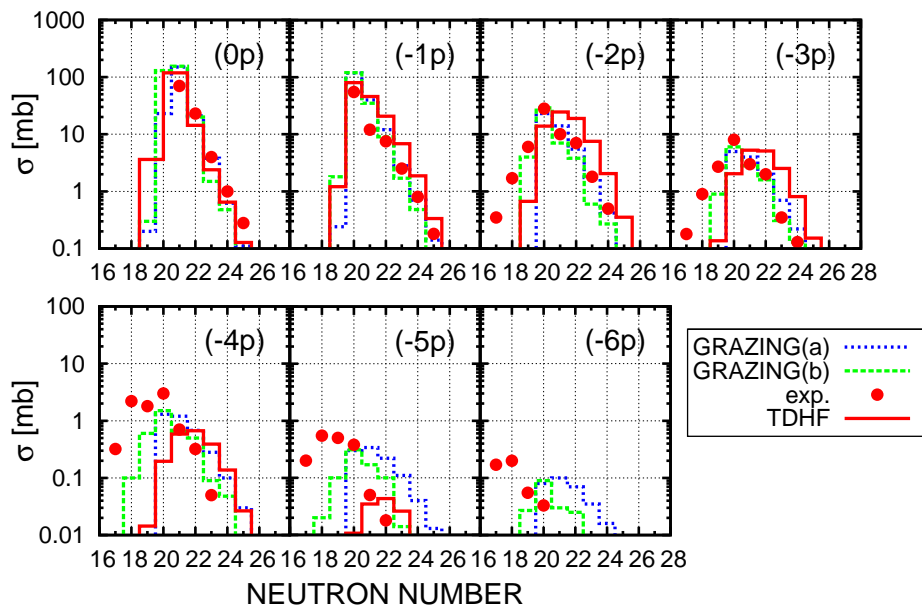


図4 $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170[\text{MeV}]$ 原子核衝突における核子移行反応断面積。点が実験値、実線がTDHF計算による計算値で、破線(a), (b)はGRAZINGという計算コード[6]による計算値である。(b)については衝突後の中性子の放出による脱励起の影響が考慮されている。又、図中の(-1p), (-2p), ... は陽子が入射核 ^{40}Ca から標的核 ^{124}Sn に移行したということを表わす。横軸は軽い放出核の中性子数を表わす。

4 まとめと今後の課題

本研究では $^{40}\text{Ca} + ^{124}\text{Sn}$, $E_{\text{lab}} = 170 [\text{MeV}]$ 原子核衝突に対するTDHF計算を行い、得られた終状態の波動関数から核子移行反応確率を求め、実験値[4]との比較を行った。この場合の核子移行反応は、中性子過剰な原子核から陽子数と中性子数が等しい原子核へ中性子が移行し易く、陽子はその反対の方向に移行し易いという傾向が現われた。これは2つの原子核の

N/Z 比を等しくしようとする荷電平衡化現象の効果が表れたものと考えられる。又、移行陽子数が少ない反応の断面積については TDHF 計算によって実験値が定量的にもよく再現されることを確認した。そして、これまでに得られた結果から、TDHF は核反応の記述に対するパラメータを一切含まないが、ある程度の定量性を持った結果を導けるということが分かった。今後は、様々な入射核、標的核の原子核衝突に対し入射エネルギー・入射パラメータを変えた系統的計算を実行し、核子移行反応確率を求め、多核子移行反応の反応機構の解明を目指す。又、対相関の効果や、陽子-中性子間の相関等、平均場を越えた相関を取り入れた理論計算への拡張も視野に入れ、研究を進めていく。

参考文献

- [1] R. Nagano, K. Yabana, T. Tazawa and Y. Abe, Phys. Rev. A **62**, 062721 (2000).
- [2] H J Lüdde, R M Dreizler, J. Phys. B : At. Mol. Phys. **16**, 3973 (1983).
- [3] C. Simenel, Phys. Rev. Lett. **105**, 192701 (2010).
- [4] L. Corradi *et al.*, Phys. Rev. C **56**, 938 (1997).
- [5] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer and R. Schaeffer, Nucl. Phys. A635, 231 (1998); A643, 441 (1998).
- [6] A. Winther, Nucl. Phys. A572, 191 (1994); A594, 203 (1995).

天体核反応における直接核反応過程からの寄与

勝間正彦¹

大阪市立大学理学研究科数学研究所

概要

本研究会では、比較的軽い原子核が関与する天体核反応の研究うち、ビッグバン元素合成反応と天体内部で起こる核反応の数例を報告し、直接反応過程からの寄与を検討する。直接反応過程を記述するモデルとして、最も単純な歪曲波ボルン近似 (DWBA) を用いる。具体的には、 ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{t},\text{d}){}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}(\text{p},\alpha){}^4\text{He}$, ${}^{19}\text{F}(\text{p},\alpha){}^{16}\text{O}$ 反応の結果を示す。一般的に複合核モデルが適用されることが多い極低エネルギー領域だが、非共鳴成分やいくつかの共鳴に関しては、比較的簡単な反応メカニズムが成立する直接核反応モデルでの解析が可能かもしれないことが例示される。

1 導入部

天体核反応は、極めて低いエネルギーでの原子核反応のため、断面積が非常に小さく、実験で観測できないことが多い。[1] また、このような低いエネルギーでは電子遮蔽のような現象も起こる。したがって、天体核反応は、理論と実験の両方の研究を同時並行的に進めていかなければならない研究テーマである。モデル計算として、 R 行列の方法がよく用いられるが、ここでは、核反応のもっとも単純な反応機構を記述する歪曲波ボルン近似 (DWBA)[2, 3] を用いる。

直接核反応は、入射原子核が標的核を通過する程度の時間 (約 10^{-22} 秒) で起こる反応機構である。[3] この反応機構は、一般に入射エネルギーが 10 MeV 以上の核反応に適応され、極低エネルギー天体核反応へ適応できないように見える。例えば、100 keV の核子が 10 fm を飛行する場合、 10^{-21} 秒程度の時間を要する。幅 60 keV の共鳴が観測されている場合、その寿命は 10^{-20} 秒程度である。これらの時間は、通常考えられている直接核反応の所要時間からみれば、長時間であり、戸口状態に相当する時間である。[3] しかし、複合核を形成する場合 (10^{-15} – 10^{-12} 秒) に比べてまだ十分短い。幅が数十 keV 以上の状態や非共鳴状態は、低エネルギーでの核子の通過時間を基準に考えれば直接核反応機構が成立しえるかもしれない。

天体核反応を DWBA で記述する試みは、1990 年代初期にウィーンのグループによってなされた。[4] 彼らは、一連の研究を通して、天体核反応での直接核反応機構からの重要性を訴え、ビッグバン元素合成や天体内部での燃焼過程の一部で、むしろ支配的反応機構でありうると主張していた。大阪市立大学の工藤善輝 (元) 教授のグループでも、90 年代中期ごろまで、直接核反応計算を天体核反応に適用する試みがなされていた。[5]

本研究会では、 ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}(\text{p},\alpha){}^4\text{He}$, ${}^{19}\text{F}(\text{p},\alpha){}^{16}\text{O}$ 反応を DWBA で評価し、その結果を報告する。また、多段階遷移の効果を議論し、今後の研究課題を策定した。

2 DWBA

計算する天体物理学 S 因子 (Astrophysical S -factor) について簡単に記す。DWBA の詳細は一般的な教科書 [2, 3] に譲る。

¹mkatsuma@gmail.com

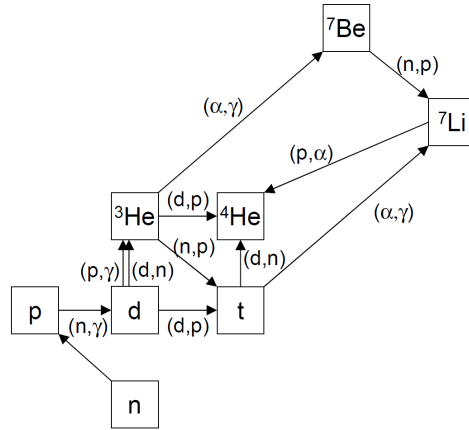


図 1: 標準的なビッグバン元素合成の反応ネットワーク

断面積は次式で与えられる。

$$\sigma_{fi}(E_i) = \frac{1}{(2I_A + 1)(2I_a + 1)} \frac{\mu_f \mu_i}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{m_A m_B m_a m_b} \int |T_{fi}(\theta, E_i)|^2 d\Omega. \quad (1)$$

散乱振幅 T_{fi} は、

$$T_{fi}(\theta, E_i) = J_{fi} \sum_{m'_a m'_b} \langle \xi_{m'_b m_b}^{(-)}(k_f, r_f) | F_{fi}(r_f, r_i) | \chi_{m'_a m_a}^{(+)}(k_i, r_i) \rangle_{r_f r_i}, \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $\xi^{(-)}$ と $\chi^{(+)}$ は歪曲波を表す。歪曲ポテンシャルとして、広域光学ポテンシャルの外挿値、または、問題としているチャンネルの弾性散乱の位相のずれを再現するポテンシャルを利用する。広域光学ポテンシャルを利用する場合、ポテンシャルの強さパラメータは断面積の実験データを再現するように調節した。 F_{fi} は形状因子と呼ばれ、

$$F_{fi}(r_f, r_i) = \langle \phi_{I_b m'_b} \phi_{I_B m_B} | \hat{V} | \phi_{I_a m'_a} \phi_{I_A m_A} \rangle, \quad (3)$$

で定義される。 ϕ は A(a,b)B 反応の個々の原子核内部波動関数で、 \hat{V} は反応を引き起こす残留相互作用である。

低エネルギー天体核反応の断面積は非常に小さいので、実験データとの比較のため、天体物理学 S 因子が断面積の代わりに使われる。[1, 3, 6] S 因子は、

$$S(E_i) = E_i \exp(2\pi\eta) \sigma_{fi}(E_i). \quad (4)$$

で定義される。ここで、 $\eta = Z_a Z_A e^2 / (\hbar v)$ 。

3 結果 (1) ビックバン元素合成

天体核反応への適用例として、まず、図 1 に示すビッグバン元素合成反応ネットワークのうち、 ${}^4\text{He}$ 生成反応 ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}(p,\alpha){}^4\text{He}$ 反応の結果を示す。考察として、ビッグバン元素合成反応として、主要な役割をしないと考えられている ${}^3\text{He}(t,d){}^4\text{He}$ 反応を見積もった。

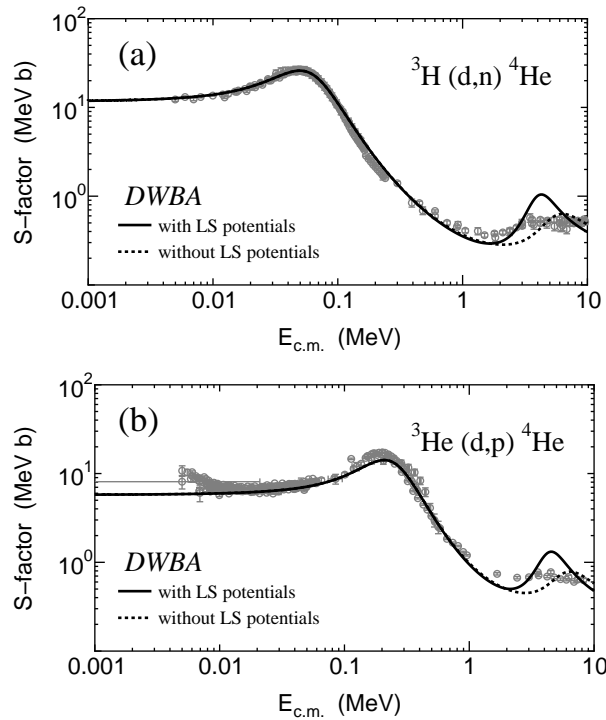


図 2: ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ 反応の天体物理学 S 因子。実験データは、参考論文 [6] から採る。

3.1 ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ と ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ 反応

図 2(a) に ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ (b) に ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ の天体物理学 S 因子の結果を示す。実線は DWBA 計算による理論値を表す。入射エネルギー $E_{c.m.} \approx 2$ MeV 以下で、非常によく実験データを再現している。歪曲ポテンシャルに広域光学ポテンシャル [7, 8] を利用した。ただし、deuteron チャンネルでは、ポテンシャルの深さを少し浅くした。破線は、歪曲ポテンシャルとして中心力部のみを利用した場合の結果である。つまり、スピン軌道力は無視した計算結果である。スピン軌道力の効果は、2 MeV 以下で見えない。これは、1 MeV 以下にある山が s 波の共鳴になっていることに起因する。

図 3 は、光学ポテンシャルの実部の体積積分値を相互作用する核子ペア数で割った値を示す。[9] 横軸に相対エネルギーを換算質量で割った値をとった。高エネルギー側は、弾性散乱を再現するように決められた広域ポテンシャルからの値である。低エネルギー側は、ポテンシャルとして確立しているわけではないが、高エネルギーからのポテンシャルの強さのエネルギー依存性を信じて外挿した参考値である。丸記号が、実際に利用したポテンシャルからの値である。deuteron チャンネルのポテンシャルを弱くしたが、この変更は、核子-核間ポテンシャルの強さに矛盾しない。

${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ は、調和振動子模型で $(0s)^3$, $(0s)^3$, $(0s)^4$ を仮定する。調和振動子のレンジパラメータは、荷電分布の平均二乗半径を再現するように決めた。

3.2 ${}^7\text{Li}(p,\alpha){}^4\text{He}$ 反応

図 4(a) に、 ${}^7\text{Li}(p,\alpha){}^4\text{He}$ 反応の天体物理学 S 因子を示す。S 因子が 1 MeV 以下で一定になる性質は再現されている。 $E_{c.m.} = 2.5$ MeV と 5 MeV にみられる共鳴は、Q 値が 17.255 MeV であるから、 ${}^8\text{Be}$ の約 20MeV と 22MeV の励起状態に相当する。図 4(b) に、 $E_p = 561, 416, 271, 130$

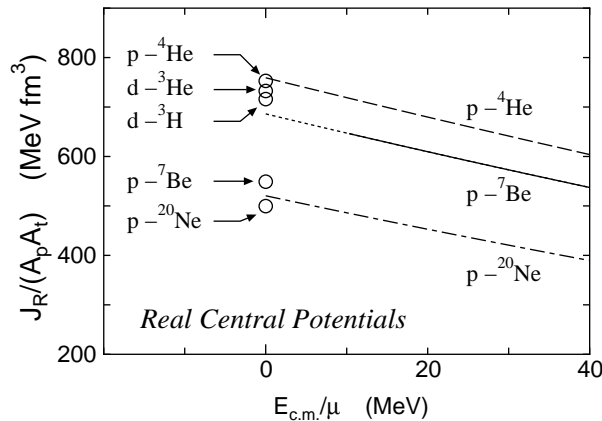


図 3: 光学ポテンシャルの実部の核子ペアあたりの体積積分値。図は [9] から採った。

MeV での角度分布を示す。90° の最小値が浅いので、DWBA 計算では $l = 4$ の成分が少し弱くなっているかもしれない。入射チャンネルの歪曲ポテンシャルに広域光学ポテンシャル [7] を使う。 α 粒子間のポテンシャルは、 $l = 0, 2, 4$ 位相のずれを再現するポテンシャルを使う。[11] ^7Li に $t-\alpha$ クラスタ構造を仮定し、その間のポテンシャルは、束縛エネルギーを再現するように決められる。[12] スピン軌道ポテンシャル (LS) を無視したので、強さのパラメータを少し [12] から変更した。出口のチャンネルが同種粒子系になるので、理論計算で散乱振幅を対称化し 1/2 倍した。 α 粒子を検出する実験の場合、反応数はカウント数 (断面積) の半分になる。[6]

3.3 $^3\text{He}(t,d)^4\text{He}$ 反応

$^3\text{He}(t,d)^4\text{He}$ 反応は、一般的なビッグバン元素合成の反応ネットワークのなかに現れないが、どのくらいの低エネルギー断面積が予測できるのかを調べた。

図 5 に、 $^3\text{He}(t,d)^4\text{He}$ 反応の天体物理学 S 因子を示す。DWBA 計算において、入射チャンネルの歪曲ポテンシャルに [14] の外挿値を使う。d- ^4He チャンネルの歪曲ポテンシャルとして、位相のずれを再現するポテンシャルを利用した。[12] 実験値は少ないが、極低エネルギーで $S_0 \approx 0.6 \text{ MeVb}$ 程度であることが予想される。この値は、 $^3\text{H}(d,n)^4\text{He}$, $^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$ 反応の低エネルギー値 ($S_0 = 11 \text{ MeVb}$, 7.2 MeVb) と比べると 1 桁程度小さい。したがって、反応率もおおよそ 1 桁程度小さいと予想できる。

4 結果 (2) CNO-IV 燃焼サイクル: $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$ 反応

天体核反応への適用例として、図 6 に示す天体内部の水素燃焼過程における CNO 燃焼サイクルの反応のうち、 $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$ 反応の結果を示す。この反応は、より重い原子核生成 (Ne-Mg 燃焼サイクル) に進むか CNO 燃焼サイクルに戻るかを決定する反応である。

図 7 に、 $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$ 反応の天体物理学 S 因子の結果を示す。(実線) 入射チャンネルの歪曲ポテンシャルとして、広域光学ポテンシャル [7] を利用する。 $\alpha+^{16}\text{O}$ チャンネルは、高エネルギー領域で原子核虹現象や ALAS と呼ばれる後方角の断面積の増加現象が見られる系である。[15, 16] それらの研究から得られた不定性の少ないポテンシャルを利用する。 ^{19}F は、 $t+^{16}\text{O}$ クラスタ構造を仮定した。 $t+^{16}\text{O}$ 間のポテンシャルは、 ^3He 広域ポテンシャル [14] から外挿した値を利用する。

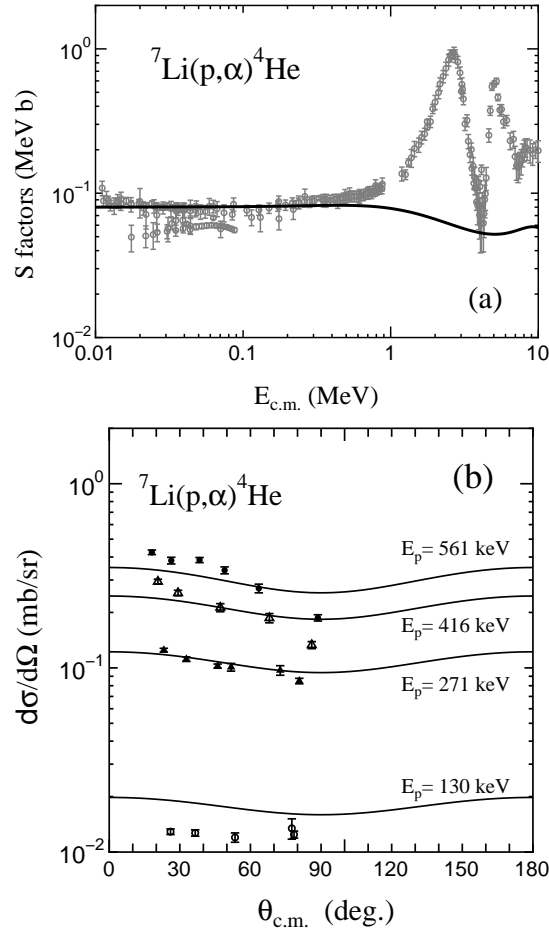


図 4: ${}^7\text{Li}(p,\alpha){}^4\text{He}$ 反応の (a) 天体物理学 S 因子と (b) 微分断面積。実験データは、参考論文 [6, 10] から採る。

ただし、分離エネルギーを再現するように強さのパラメータは調整した。DWBA 計算は、S 因子の非共鳴部分のおおよその傾向を示すように見える。

5 議論

5.1 チャンネル結合の効果

本章では、散乱振幅（断面積）と歪曲ポテンシャルの関係を記述し、チャンネル結合の効果を議論する。そのために、いわゆる Bare ポテンシャル DWBA (BPDWBA) [17] を紹介したい。

入射チャンネルと放出チャンネルの 2 チャンネル問題を考える。他に強く結合するチャンネルが存在しないと仮定する。チャンネル結合方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{cases} (E_1 - H_1)\chi_1 = V_{12}\chi_2 \\ (E_2 - H_2)\chi_2 = V_{21}\chi_1 \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $H_c = T_c + U_c$, T_c : 運動エネルギー, U_c : ポテンシャルを表す。入射チャンネルの形式解は、

$$\chi_1 = \frac{1}{\epsilon_1} V_{12}\chi_2 \quad (6)$$

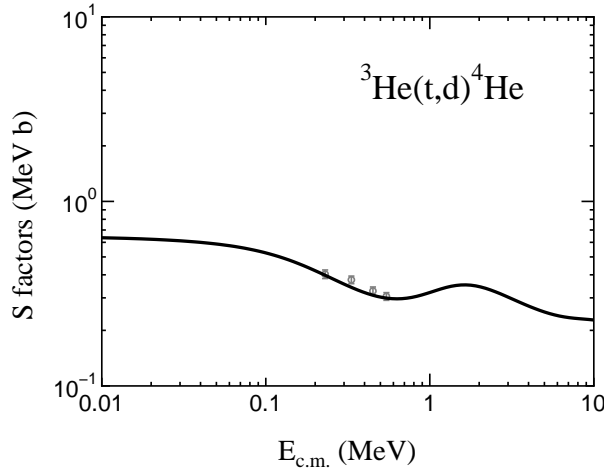


図 5: ${}^3\text{He}(t,d){}^4\text{He}$ 反応の天体物理学 S 因子。実験データは、参考論文 [13] から採る。

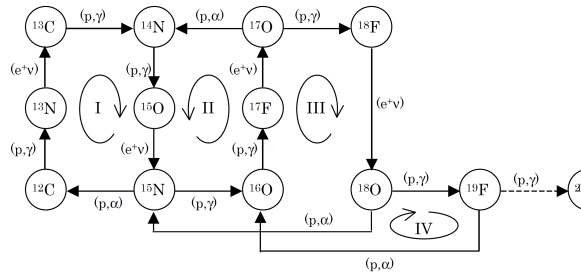


図 6: 水素燃焼過程における CNO 燃焼サイクル

放出チャネルの形式解は、

$$\chi_2 = \frac{1}{\epsilon_2} V_{21} \chi_1 \quad (7)$$

ここで、 $\epsilon_c = E_c - H_{c0}$ 。式 (6) と (7) より

$$\chi_1^{(+)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{e_1} V_{12} \frac{1}{e_2} V_{21} \right)^n \xi_1^{(+)} \quad (8)$$

$$\chi_2^{(+)} = \frac{1}{e_2} V_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{e_1} V_{12} \frac{1}{e_2} V_{21} \right)^n \xi_1^{(+)} \quad (9)$$

ここで、 ξ_1 は、残留相互作用による遷移の効果を含まない 0 次のオーダーでの波動関数で、 $(E_1 - T_1 - U_1^{Bare})\xi_1 = 0$ を満たす。 U_1^{Bare} は Bare ポテンシャルと呼ばれる。

散乱振幅 ($1 \rightarrow 2$) は、次式のように与えられる。

$$T_{12} = \langle \xi_2^{(-)} | V_{21} | \chi_1^{(+)} \rangle \quad (10)$$

放出チャネルで Bare ポテンシャルによる波動関数を使用されていることは注意すべきである。 $(E_2 - T_2 - U_2^{Bare})\xi_2 = 0$ 。入射チャネルの歪曲波は、光学ポテンシャルを用いて生成される。 $(E_1 - T_1 - U_1^{opt})\chi_1^{(+)} = 0$ 。光学ポテンシャルの虚部が弾性チャネルからの吸収を表すので、他に結合するチャネルがないとする問題設定の中では、実部のみのポテンシャルを利用すればよい。入

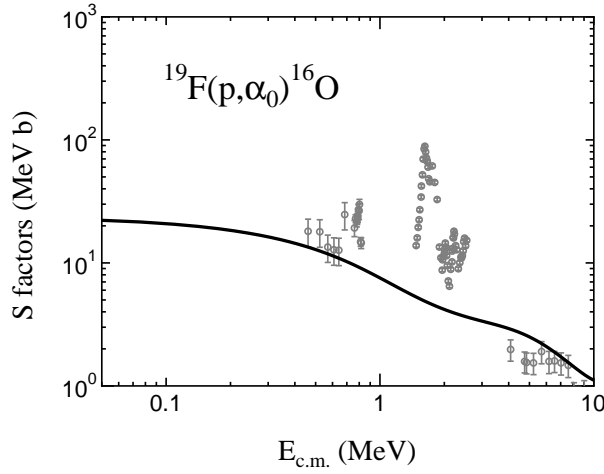


図 7: $^{19}\text{F}(p,\alpha)^{16}\text{O}$ 反応の天体物理学 S 因子。実験データは、参考論文 [6] から採る。

射チャンネルの歪曲波の中に、残留相互作用による放出チャンネルとの多段階遷移が含まれることは注意すべきである。(図 8)

入射チャンネルに、Bare ポテンシャルによる波動関数を用いることもできる。この場合、放出チャンネルで光学ポテンシャルから生成される歪曲波を用いる。

$$\begin{aligned}
 T_{12} &= \langle \xi_2^{(-)} | V_{21} | \chi_1^{(+)} \rangle \\
 &= \langle \xi_2^{(-)} | V_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{e_1} V_{12} \frac{1}{e_2} V_{21} \right)^n | \xi_1^{(+)} \rangle \\
 &= \langle \xi_2^{(-)} | \sum_{n=0}^{\infty} \left(V_{21} \frac{1}{e_1} V_{12} \frac{1}{e_2} \right)^n V_{21} | \xi_1^{(+)} \rangle \\
 &= \langle \chi_2^{(-)} | V_{21} | \xi_1^{(+)} \rangle
 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで、式 (8) を利用する。

本研究において、歪曲ポテンシャルやクラスター間のポテンシャルの選び方が重要な作業になる。特に、Bare ポテンシャルをどのようにして求めるかは問題である。チャンネル結合が非常に強い場合、光学ポテンシャルと Bare ポテンシャルは、まったく異なる。入射チャンネルと放出チャンネルの結合が弱い場合、入射チャンネルのポテンシャルは、放出チャンネルからの影響をほとんど受けず、Bare ポテンシャルと似た光学ポテンシャルになると予想できる。上記に示した結果は、基本的に広域光学ポテンシャルの外挿値を用い、強さのパラメータのみを少し変更して、天体物理学 S 因子 (断面積) を計算してる。このことは、2 チャンネル間の結合が、強くないことを意味する。これは、低エネルギー反応が非常に複雑な状態を経由して進行するとする複合核反応とはまったく違う直接核反応機構を示しているように見える。吸収が弱いことから、入射、放出チャンネル以外のチャンネルとの結合も強くはない。

5.2 課題

今後の検討課題として、以下の 3 点が思いつく。

- 2 チャンネルの組み換えチャンネル結合法 (CRC) と DWBA 計算を比較し、BPDWBA の理論が数値計算レベル成立していることを確認する。

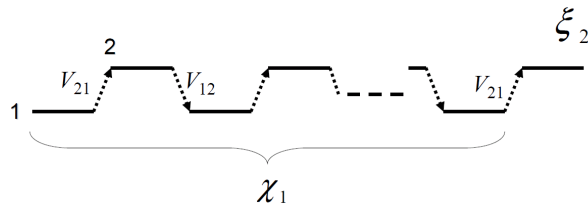


図 8: 入射チャンネルから放出チャンネルへの遷移の概念図

- 移行核子、クラスターが自由に運動するチャンネルを導入し、その効果がどのように現れるかを調べる。このチャンネルは、入射エネルギーが非常に低い天体核反応で閉じているので、3体の束縛状態になる。
- 微視的核構造から計算される形状因子を使い、計算をより精密にする。

5.3 質疑応答

Q. 結果はどのくらいパラメータに依存しますか？

A. 共鳴状態は、ポテンシャルの一つパラメータに敏感に変化する。吸収が少なく相互作用領域で波動関数の成分がかなりあるため。しかし、実験データを再現する条件を課し、複数のパラメータ変化させるなら、ある程度の範囲内で結果はあまり変わらない。(強さと広がりパラメータなど)

Q. 反応は表面反応ですか？

A. 非共鳴成分は、入射、放出チャンネルの波動関数の重なりが小さいので、表面反応であると思う。

Q. 低エネルギー反応で直接核反応過程が成立すると考えるのか？

A. 非共鳴成分や幅の広い状態は、計算結果から直接核反応が成り立っているように見える。しかし、 R 行列の方法でも同様な結果が得られている。しきい値近傍で、どの程度、構成クラスターが形を崩さず存在できるかも関係すると思う。異なる配位間の遷移が弱いなら DWBA のような摂動でも現象解析が可能なのかもしれない。

6 まとめ

ビッグバン元素合成反応と天体内部での燃焼反応のうち、 ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{t},\text{d}){}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}(\text{p},\alpha){}^4\text{He}$, ${}^{19}\text{F}(\text{p},\alpha){}^{16}\text{O}$ 反応を直接核反応模型である DWBA を用いて解析した。一般的に複合核模型が適用されることが多い極低エネルギー領域だが、非共鳴成分およびいくつかの共鳴は DWBA のような比較的簡単な反応メカニズムで解析が可能かもしれないことが、本研究会にて報告された。 ${}^3\text{He}(\text{t},\text{d}){}^4\text{He}$ 反応は、一般的なビッグバン元素合成の反応ネットワークのなかに現れないが、その反応率は、 ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ 反応に比べておおよそ 1 桁程度小さいと予想できた。

今回用いた入射または放出チャンネルポテンシャルが、いわゆる Bare ポテンシャルであるとするならば、Bare ポテンシャルは光学ポテンシャルから大きく異なることはなかった。入射、放出チャンネルの 2 チャンネル間の多段階遷移は BPDWBA において含まれているが、その結合は強くないように見える。吸収ポテンシャルが弱いことから、他のチャンネルとの結合効果も強くないように

見える。今後は、移行クラスターが自由に運動するチャンネルとの多段階遷移を考慮した模型計算への拡張を目指したい。

謝辞

本研究会において、河合光路教授、八尋正信教授、緒方一介准教授より有意義なコメントを頂きました。この場をお借りしてお礼申し上げます。本研究会報告書の内容は、そのコメントを反映させ及ばずながら加筆したつもりです。研究会世話人の皆様には、会場や事前事後連絡等でいろいろとお世話になりました。ありがとうございます。大阪市立大学数学研究所の河内明夫教授、原子核理論研究室の桜木千典教授のご厚遇に感謝致します。

参考文献

- [1] C.E. Rolfs and W.S. Rodney, *Cauldrons in the Cosmos* (The University of Chicago Press, Chicago, 1988).
- [2] G.R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions* (Oxford University Press, 1983).
- [3] 河合光路, 吉田思郎, 原子核反応論 (朝倉物理学大系 19 朝倉書店 2002).
- [4] H. Oberhummer, G. Staudt, *Nuclei in the Cosmos* Graduate Texts in Contemporary Physics, p.29; H. Herndl, H. Abele, G. Staudt, *et al.*, Phys. Rev. C **44**, R952 (1991); G. Raimann, B. Bach, K.Grün, *et al.*, Phys. Lett. B **249** 191 (1990).
- [5] Y. Yamashita, Nucl. Phys. **A582**, 270 (1995); Y. Yamashita, Y. Kudo, Nucl. Phys. **A589**, 460 (1995); Y. Yamashita, Y. Kudo, Prog. Theor. Phys. **90**, 1303 (1993).
- [6] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, *et al.*, Nucl. Phys. **A656**, 3 (1999).
- [7] B.A. Watson, P.P. Singh, and R.E. Segel, Phys. Rev. **182**, 977 (1969).
- [8] W.W. Daehnick, J.D. Childs, and Z. Vrcelj, Phys. Rev. C **21**, 2253 (1980).
- [9] M. Katsuma, AIP Conf. Proc. **891**, 355 (2007).
- [10] H. Spinka, T. Tombrello and H. Winkler, Nucl. Phys. **A164**, 1 (1971).
- [11] G.R. Satchler and W.G. Love, Phys. Rep. **55**, 183 (1979).
- [12] Y. Sakuragi, M. Yahiro and M. Kamimura, Prog. Theor. Phys. Sup. **89**, 136 (1986).
- [13] B. Kühn and B. Schlenk, Nucl. Phys. **48**, 353 (1963); International Network of Nuclear Reaction Data Centres, Experimental Nuclear Reaction Data (EXFOR) No. A1116005.
- [14] H.-J. Trost, A. Schwarz, U. Feindt, *et al.*, Nucl. Phys. **A337**, 377 (1980).
- [15] F. Michel, J. Albinski, P. Belery, *et al.*, Phys. Rev. C **28**, 1904 (1983).
- [16] F. Michel, G. Reidemeister and Y. Kondō, Phys. Rev. C **51**, 3290 (1995).
- [17] M. Ichimura and M. Kawai, Prog. Theor. Phys. **69**, 128 (1983).

Microscopic reaction theory on reactions of unstable nuclei

M. Yahiro*

Department of Physics, Kyushu University, Fukuoka 812-8581, Japan

Two topics are reported. One is the improvement of the Glauber model and another is the extension of CDCC. In the first topic, the Glauber theory for nucleus-nucleus scattering at high incident energies is reformulated so as to become applicable to scattering at intermediate energies where nuclear medium effects are significant. In the second topic, CDCC for treating the elastic breakup reaction is extended to inclusive reactions.

I. INTRODUCTION

This report consists of two subjects: the improvement of the Glauber model and the extension of CDCC. The first topic is based on Ref. [1], while the second one is on Ref. [2]. This report is focused on the explanation of the new theories, so see Refs. [1, 2] for the results.

II. IMPROVEMENT OF GLAUBER MODEL

Experiments with radioactive beams of unstable nuclei have opened a new frontier of nuclear physics. New features of unstable nuclei such as halo structure have been revealed; for example, see [3]. The Glauber theory [4] has widely been used as a powerful tool of studies of reactions with unstable nuclei observed at intermediate energies such as 50 ~ 800 MeV/nucleon [5, 6]. It was reported, however, that in actual applications of the theory, some modifications, in particular of the nucleon-nucleon (NN) interaction potential, was necessary in order to reproduce the data at energies less than 500 MeV/nucleon [7, 8]. Such phenomenological modifications obviously requires theoretical foundations.

The Glauber theory describes scattering of two nuclei P and A as collisions of all pairs of nucleons i in P and j in A interacting with each other via potential v_{ij} . Based on the adiabatic approximation of the internal motion of P and A and the eikonal approximation, the theory gives the scattering amplitude at high energies and small scattering angles by

$$f_{\beta\alpha} = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \Phi_{\beta} | \Gamma_{\text{GI}} | \Phi_{\alpha} \rangle, \quad (1)$$

*Electronic address: yahiro@phys.kyushu-u.ac.jp

where $\Gamma_{GI} = 1 - \prod_{i,j}(1 - \Gamma_{NN}(\mathbf{b}_{ij}))$ and $\hbar\mathbf{k}$ ($\hbar\mathbf{q}$) is the initial (transferred) momentum, Φ_α (Φ_β) is the antisymmetrized internal wave function of the initial (final) channel, and Γ_{NN} is the NN profile function given by

$$\Gamma_{NN}(\mathbf{b}_{ij}) = 1 - \exp\left[-\frac{i}{\hbar v_\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} dz_{ij} v_{ij}(\mathbf{r}_{ij})\right], \quad (2)$$

where v_α is the relative velocity and $\mathbf{r}_{ij} = (\mathbf{b}_{ij}, z_{ij})$ is the displacement of j from i with z_{ij} its component parallel to \mathbf{k} and \mathbf{b}_{ij} the one perpendicular to it. The condition of the validity of (2) is that

$$|v_{ij}/E_{ij}| \ll 1, \quad ka \gg 1, \quad (3)$$

where E_{ij} and k_{ij} are the kinetic energy and wave number, respectively, of relative motion of i and j , and a is the width of the region(s) in which v_{ij} changes rapidly. Since, however, the NN potential v_{ij} has a strong short-ranged repulsive core, for example $v_{ij} \sim 2000$ MeV at $r_{ij} = 0$ in the case of the realistic NN potential AV18 [10], it is obvious that the first condition of (3) is not satisfied. To avoid this problem, it was proposed in [9] to use the empirical NN profile function that reproduces the data on NN scattering. However, this prescription does not solve the problem, since the relation (2) between Γ_{NN} and v has already been used in the derivation of (1). Hence, (1) is still inaccurate.

In order to examine the validity of the eikonal approximation that leads to (2), we calculated the NN scattering at the laboratory energy $E_{NN} = 300$ MeV with the eikonal approximation and compared the result with the exact one. The eikonal amplitude deviates much from the exact one, even at small \mathbf{q} , for both the real and the imaginary parts. This clearly shows that not only the use of (2) is not justified, but also the entire procedure of the Glauber theory sketched above is questionable.

A systematic way of making noneikonal corrections was proposed in [11] for the high energy potential scattering. In the method, the T-matrix is expanded into a series of $\delta = |v_0|/(k\hbar v_\alpha)$, where v_0 is a typical potential strength. However, the method has not been applied to the intermediate energy NN scattering because $\delta > 1$ in that case.

As for the nucleon-nucleus scattering mainly at high incident energies, some methods for treating noneikonal effects were proposed [12, 13], but these require much more difficult and/or complicated calculations than the Glauber approximation. For example, Wong and Young introduced the pseudopotential v'_{ij} that reproduces the empirical NN scattering amplitude in the eikonal approximation and estimated corrections to the Glauber amplitude in which v'_{ij} is used instead of v_{ij} [12]. How-

ever, it is not easy to evaluate corrections induced by the difference $v_{ij} - v'_{ij}$, since $|v'_{ij}| \ll |v_{ij}|$ and, therefore, $v_{ij} - v'_{ij}$ is much larger than v'_{ij} .

As already mentioned, the Glauber theory had to be modified to reproduce the PA scattering data at intermediate energies; for example, see [8]. For that purpose, it was proposed [7] that $f_{\text{NN}}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ is modified from the empirical NN scattering amplitude in free space to that calculated with the Brueckner g-matrix. It is obvious that theoretical foundations of such phenomenological procedure need be examined.

We then propose a practical and accurate method for treating the intermediate energy PA scattering. For this purpose, we use the effective NN interaction τ that describes the NN collisions in the process of PA scattering in place of the bare potential v_{ij} . We introduce such effective NN interaction to the Glauber theory on the basis of the multiple scattering theory (MST) of Watson [14] using the formalism of Kerman, McManus, and Thaler (KMT) [15]. It turns out that the τ satisfies the condition (3) better than v_{ij} and can even take account of the modification of the NN interaction in the nuclear medium that has long been thought to be necessary for reactions at the lower energies [7].

As for the high energy nucleon-nucleus scattering in which the Glauber approximation is good and, therefore, (2) is accurate, the relationship between the Glauber theory and MST were investigated in detail [13, 16]. They are, however, mostly concerned with the cancellation in Watson expansion between reflection terms and the off-pole contribution of non-reflective ones [16]. This is not what is addressed here.

The original KMT formalism [15] is for nucleon-nucleus scattering. We first extend it to the case of nucleus-nucleus scattering between P and A. The transition matrix of the scattering is given by $T = V(1 + G_0T)$ with

$$G_0 = \frac{\mathcal{P}}{E - K - h_{\text{P}} - h_{\text{A}} + i\epsilon}, \quad (4)$$

where E is the energy of the total system, K is the kinetic energy of relative motion between P and A, and h_{P} (h_{A}) is the internal Hamiltonian of P (A). The operator \mathcal{P} is defined as $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{\text{P}}\mathcal{P}_{\text{A}}$, where \mathcal{P}_{P} (\mathcal{P}_{A}) is the projection operator onto the space of antisymmetrized wave functions of P (A).

The transition matrix T is given by

$$T = \sum_{i \in \text{P}, j \in \text{A}} T_{ij}, \quad (5)$$

where the T_{ij} satisfy a set of coupled equations

$$T_{ij} = \tau_{ij} + \tau_{ij} G_0 \left\{ \sum_{m \in P, n \in A} T_{mn} - T_{ij} \right\}, \quad (6)$$

where

$$\tau_{ij} = v_{ij}(1 + G_0 \tau_{ij}) \quad (7)$$

is the operator that describes the scattering of the nucleons i in P and j in A. The potential v_{ij} , in general, contains operators acting on the spins and isospins of i and j which we suppress for the simplicity of notations

Because of the antisymmetry of the nuclear wave functions, which is maintained by \mathcal{P} , the matrix elements of the operators T_{ij} and τ_{ij} are independent of the labels i and j , so that Eq. (6) can be written into

$$\theta = \tau + (Y - 1)\tau G_0 \theta, \quad (8)$$

where $Y = N_P \times N_A$ with N_P (N_A) the nucleon number of P (A). Multiplying (8) by $Y - 1$, one obtains

$$T' = U(1 + G_0 T'), \quad (9)$$

where $T' = (Y - 1)\theta$ and $U = (Y - 1)\tau$. Then, T is obtained from T' as

$$T = \frac{Y}{Y - 1} T'. \quad (10)$$

Equations (9) and (10) constitute the results of the extended KMT. The antisymmetrization between the incident nucleons in P and target nucleons in A has been neglected so far. It was shown [17, 18], however, that it can be taken care of by using τ which is properly symmetrical with respect to the exchange of the colliding nucleons.

We now proceed to derive T' using the Glauber approximation. We define the wave operator $\Omega_\alpha^{(+)}$ by $T' = U\Omega_\alpha^{(+)}$ and the wave function by $\hat{\Psi}_\alpha^{(+)} = \Omega_\alpha^{(+)}\Phi_\alpha$. Then, one can get from (9)

$$(K + h_P + h_A + U - E)\hat{\Psi}_\alpha^{(+)} = 0, \quad (11)$$

The matrix elements of T' for transition $\alpha \rightarrow \beta$ is then given by $T'_{\beta\alpha} = \langle \Phi_\beta | U | \hat{\Psi}_\alpha^{(+)} \rangle$.

Equation (11) has the same form as the original Schrödinger equation for the wave function of the total system except that V is replaced by U . Glauber approximation can, therefore, be applied to Eq. (11) if the same conditions are satisfied, i.e. the adiabatic approximation to the internal

motion of P and A to approximate h_P and h_A by their ground state energies, and the conditions for the eikonal approximation

$$|(N-1)\tau/E| \ll 1, \quad ka_\tau \gg 1, \quad (12)$$

where a_τ is the range of the region in which τ changes rapidly. Since τ_{ij} has much milder dependence on \mathbf{r}_{ij} than v_{ij} , it satisfies the conditions (12) better than v_{ij} of the original Glauber theory.

In the Glauber approximation, $T'_{\beta\alpha}$ is given by

$$T'_{\beta\alpha} = C \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \Phi_\beta | \Gamma_U(\mathbf{b}) | \Phi_\alpha \rangle, \quad (13)$$

where $C = -i\hbar^2 k / ((2\pi)^3 \mu_\alpha)$ with μ_α the reduced mass in the initial channel α , and the profile function of PA scattering is given by

$$\Gamma_U(\mathbf{b}) = 1 - \exp[i\chi_U(\mathbf{b})], \quad (14)$$

$$\chi_U(\mathbf{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz U(z, \mathbf{b}), \quad (15)$$

where the components of \mathbf{r}_i and \mathbf{r}_j are suppressed in Γ_U , χ_U and U . Since each of the wave functions of P and A is totally anti-symmetric, one can write $U = (Y-1)\tau_{ij}$ by

$$U = \frac{Y-1}{Y} \sum_{i \in P, j \in A} \tau_{ij} \quad (16)$$

and the phase shift function $\chi_U(\mathbf{b})$ by

$$\chi_U(\mathbf{b}) = \frac{Y-1}{Y} \sum_{i \in P, j \in A} \chi_{NN}^{(\text{eff})}(\mathbf{b}_{ij}), \quad (17)$$

where

$$\chi_{NN}^{(\text{eff})}(\mathbf{b}_{ij}) = -\frac{1}{\hbar v_\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} dz_{ij} \tau(z_{ij}, \mathbf{b}_{ij}) \quad (18)$$

is the phase shift function of NN scattering by effective interaction τ . The T matrix element is then given by

$$T_{\beta\alpha} = \frac{Y}{Y-1} C \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \Phi_\beta | \Gamma_U(\mathbf{b}) | \Phi_\alpha \rangle, \quad (19)$$

$$\Gamma_U(\mathbf{b}) = 1 - \prod_{i=1}^P \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_{NN}^{(\text{eff})}(\mathbf{b}_{ij})), \quad (20)$$

$$\Gamma_{NN}^{(\text{eff})}(\mathbf{b}_{ij}) = 1 - \exp\left[\frac{Y-1}{Y} i\chi_{NN}^{(\text{eff})}(\mathbf{b}_{ij})\right]. \quad (21)$$

The scattering amplitude $f_{\beta\alpha}$ and the cross section $\sigma_{\beta\alpha}$ are given by

$$f_{\beta\alpha} = -\frac{(2\pi)^2 \mu_\beta}{\hbar^2} T_{\beta\alpha} \quad \text{and} \quad \frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega_\beta} = |f_{\beta\alpha}|^2, \quad (22)$$

respectively. Equations (19) - (21) with (18) are a principal result of this paper where the Glauber theory is reformulated with the effective interaction τ .

Most PA collisions satisfy $Y \gg 1$. The factors $(Y - 1)/Y$ and $Y/(Y - 1)$ in T have appreciable effects only for collisions between very light nuclei. Otherwise, the resulting scattering amplitude has a form of the original Glauber theory except that the bare NN interaction v is replaced by τ .

The effective interaction potential τ has been the key to various theories of direct reactions at intermediate energies based on MST. Since τ is a many-body operator, depending on all the internal coordinates of P and A, various approximations have been developed for it. In all those works, τ is approximated by a two-body operator acting only on the colliding two nucleons.

The simplest one among them is that τ is approximated by t , the T matrix of NN scattering in free space [15, 19]. The condition of validity (3) of the Glauber theory is much better satisfied by t than v , since t has much milder r -dependence than v . Hence, (21) is much more accurate than (2). The profile function of the PA scattering is

$$\Gamma_U = 1 - \prod_{i,j} \exp(-i\tilde{t}_{ij}/\hbar v_\alpha) \quad (23)$$

in the limit of $Y \gg 1$, where \tilde{t}_{ij} stands for the integration of t over z_{ij} . In the Glauber theory, the corresponding profile function is

$$\Gamma_{\text{Gl}} = 1 - \prod_{i,j} (1 - i\tilde{t}_{ij}^{\text{Gl}}/\hbar v_\alpha), \quad (24)$$

where $\tilde{t}_{ij}^{\text{Gl}} = -i\hbar v_\alpha \Gamma_{\text{NN}}$. The t matrix $\tilde{t}_{ij}^{\text{Gl}}$ is fitted to reproduce the data on NN scattering [9]. This essentially corresponds to replacing $\tilde{t}_{ij}^{\text{Gl}}$ by \tilde{t}_{ij} . After the replacement, both Γ_{Gl} and Γ_U agree with each other in the lowest (first) order of $t/\hbar v_\alpha$, but different in the higher orders. The deviation comes from the fact that (2) is inaccurate. In the impulse approximation in which the higher orders are neglected, the present theory thus gives the same T matrix of PA scattering as the Glauber theory, when $Y \gg 1$. In general, the higher order terms are negligible at high incident energies, but not at intermediate energies.

In the approximation mentioned above, the nuclear medium effect included in τ is neglected. For NA scattering, however, the effect is not negligible at incident energies smaller than 300 MeV [21]. The nuclear medium effect is estimated in the nuclear matter and translated to that in finite nuclei with the local density approximation [19]. The Brueckner g matrix has often been used as such τ in DWIA analyses and folding model calculations of the optical potential [22-28]. One can see the r dependence of the g matrix, explicitly in, for example, that of [23] since it has no noncentral force. The JLM g matrix [23] has much milder r dependence than the bare NN force

potential v for both cases of zero and finite densities, as expected. Thus, the condition of validity (3) of the Glauber theory is much better satisfied by this g than v even in the case of zero density. It is reasonable to assume that the same is true in other g matrices, although they have noncentral and exchange terms and one can not see the r dependence of individual terms separately.

We numerically tested the accuracy of eikonal approximation for NN scattering with the JLM g matrix as interaction potential. Figure 1 shows the NN scattering amplitude at the energy that corresponds to a PA collision at the energy 300 MeV per nucleon in laboratory frame. Here, we take zero density in the JLM g matrix, that is, we consider the t matrix. The agreement between the result calculated by the eikonal approximation and the exact one is seen to be excellent. The agreement is also good for the case of finite density.

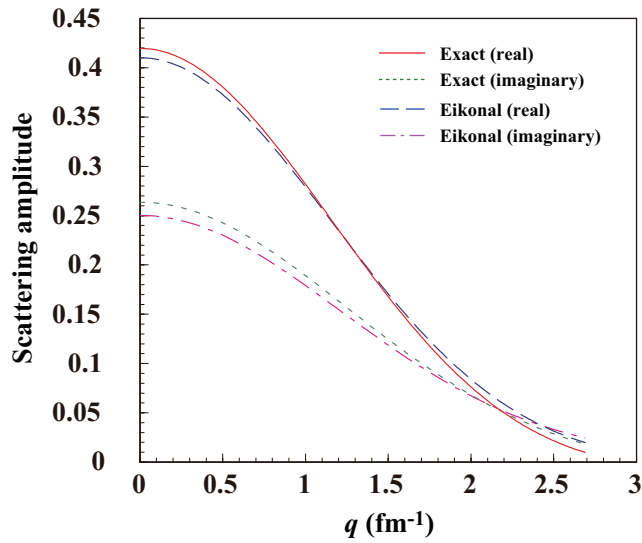


FIG. 1: The on-shell scattering amplitude $f_{\text{NN}}(\mathbf{q})$ at $E_{\text{NN}} = 300$ MeV. The JLM g matrix [23] is used. The solid (dashed) and dotted (dash-dotted) lines show, respectively, the real and imaginary parts of $f_{\text{NN}}(\mathbf{q})$ of the exact (eikonal) calculation.

In summary, we present in this paper a new version of the Glauber theory for nucleus-nucleus collisions. The input of the theory is the effective NN interaction that has a milder short-range repulsion than the bare NN nuclear force potential, which makes the eikonal approximation much more reliable. The effective NN interaction also includes the nuclear medium effects on the NN interaction. It is, therefore, applicable to reactions at intermediate energies. At high energies at which the impulse approximation is valid for the effective interaction, the present theory gives the same T matrix of PA scattering as the Glauber theory in which the NN profile function is adjusted so as to reproduce the data on NN scattering. At intermediate energies, the present

theory with g matrix as the effective interaction potential allows for the nuclear medium effects on NN interaction, and provides a theoretical foundation to the heuristic Glauber calculations [7] with phenomenological adjustment of the profile function to include it. For the calculation of the optical potential, the present formalism reduces in the optical limit to the folding model with g which has been successful in reproducing nucleon-nucleus scattering data [27, 28].

III. EXTENSION OF CDCC

The theoretical tools of analyzing these reactions are the Glauber model [4] and the method of continuum discretized coupled channels (CDCC) [29–31]. However, the Glauber model is based on the eikonal and the adiabatic approximation. Particularly, the adiabatic approximation makes the cross sections of these reactions diverge because of the presence of the Coulomb interaction [31, 32]. The Glauber model has then been applied only for lighter targets in which the Coulomb interaction is not essential [33, 34, 36]. CDCC is an accurate method of treating exclusive reactions such as the elastic scattering and the elastic breakup reaction in which the residual nucleus is identified. CDCC is not applicable for inclusive reactions such as the one-neutron removal reaction.

We then construct a method of treating the one-neutron removal reaction accurately even in the presence of the Coulomb interaction. This new method is an essential extension of the Glauber model and CDCC, and it will change the future strategy of exploring halo nuclei and resolving the nature of “Island of inversion”.

We consider the one-neutron halo nucleus as a projectile (P) and take a single-particle model for the nucleus; namely, the projectile consists of the core (c) and the neutron (n). The scattering of P on a target (T) is then described by the three-body (c+n+T) Schrödinger equation

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_R^2 + U(r_c, r_n) - E\right]\Psi = 0 \quad (25)$$

with the interaction

$$U = U_n^{(N)}(r_n) + U_c^{(N)}(r_c) + U_c^{(C)}(r_c), \quad (26)$$

and the reduced mass μ between P and T. The operator $h = T_r + V(\mathbf{r})$ is the projectile Hamiltonian composed of the kinetic-energy operator T_r and the interaction V . The three-dimensional vector $\mathbf{R} = (\mathbf{b}, Z)$ stands for the coordinate between P and T, while \mathbf{r} is the coordinate between c and n. The vector $\mathbf{r}_x = (\mathbf{b}_x, z_x)$ for $x=c, n$ is the coordinate between x and T. The potential $U_x^{(N)}$ is the nuclear part of the optical potential between x and T, while $U_c^{(C)}$ is the Coulomb part of the optical

potential between c and T. Here, we solve the three-body problem In the eikonal approximation, the three-body wave function Ψ is assumed to be

$$\Psi = \hat{O}\psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (27)$$

where the operator \hat{O} is defined by

$$\hat{O} = \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}\cdot Z} \quad (28)$$

with the wave-number operator $\hat{K} = \sqrt{2\mu(E - h)}/\hbar$ and the velocity operator $\hat{v} = \hbar\hat{K}/\mu$ of the relative motion between P and T. When (27) is inserted into (25), we have the terms $\nabla_R^2\psi$ and $\nabla_R^2\hat{O}$. The former is much smaller than the latter, since ψ is slowly varying with \mathbf{R} compared with \hat{O} at higher incident enegies of our interest. Neglecting the former leads to

$$i\frac{d\psi}{dZ} = \hat{O}^\dagger U \hat{O}\psi. \quad (29)$$

Regarding Z as “time” virtually and solving (29) iteratively, we obtain the formal solution

$$\psi = \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^Z dZ' \hat{O}^\dagger U \hat{O} \right], \quad (30)$$

where \mathcal{P} is the “time” ordering operator. Taking Z to ∞ in (30), we finally get the S -matrix operator

$$S = \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dZ \hat{O}^\dagger U \hat{O} \right]. \quad (31)$$

In the Glauber model, the adiabatic approximation is made as the secondary approximation. In the approximation, h is replaced by the ground-state energy ϵ_0 , and hence $\hat{O}^\dagger U \hat{O}$ and \mathcal{P} are reduced to $U/(\hbar v_0)$ and 1, respectively, in (31), where v_0 is the velocity of P in the ground state relative to T. This is nothing but the S -matrix in the Glauber model.

At higher incident energies such as the RIBF beam energy, the adiabatic approximatin is good for the nuclear interactions, $U_n^{(N)}$ and $U_c^{(N)}$, but not for the Coulomb interaction $U_c^{(C)}$. This can be understood by taking the matrix element

$$\int_{-\infty}^{\infty} dZ \langle \phi_{\mathbf{k}} | \hat{O}^\dagger U \hat{O} | \phi_0 \rangle \approx \frac{e^{i(K_0 - K)R_U}}{\hbar v_0} \int_{-\infty}^{\infty} dZ \langle \phi_{\mathbf{k}} | U | \phi_0 \rangle \quad (32)$$

between the ground state ϕ_0 of P with the intrinsic energy ϵ_0 and the continuum state $\phi_{\mathbf{k}}$ of P with the intrinsic momentum and energy, $\hbar\mathbf{k}$ and $\epsilon(k)$, where $\hbar K_0$ ($\hbar K$) are the momentum of P in the ground (continuum) state relative to T, and R_U is the range of the interaction considered. For the nuclear interactions, R_U is finite and hence $\Delta = (K_0 - K)R_U \ll 1$ at incident energies

much higher than the breakup energy $\epsilon(k)$. For the Coulomb interaction, meanwhile, the matrix elements (32) diverges in the adiabatic limit of $K = K_0$ [32], because of $R_U = \infty$.

Therefore, we can take the replacement

$$\hat{O}^\dagger U_n^{(N)} \hat{O} \rightarrow U_n^{(N)} / (\hbar v_0). \quad (33)$$

The accuracy of (33) is confirmed in Ref. [2]. This replacement leads to the important result

$$S = S_n S_c \quad (34)$$

with

$$S_n = \exp \left[-i \int_{-\infty}^{\infty} dZ U_n^{(N)} \right], \quad (35)$$

$$S_c = \exp \left[-i \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dZ \hat{O}^\dagger (U_c^{(N)} + U_c^{(C)}) \hat{O} \right]. \quad (36)$$

Thus, S can be separated into the neutron part S_n and the core part S_c . We can not calculate S_c directly, because it includes the operators \hat{O} and \mathcal{P} . Since S_c is the solution of the Schrödinger equation (25) with U replaced by $U_c^{(N)} + U_c^{(C)}$, we can get the matrix elements $\langle \phi_0 | S_c | \phi_0 \rangle$ and $\langle \phi_{\mathbf{k}} | S_c | \phi_0 \rangle$ by solving the equation with CDCC.

The reaction theory constructed above is called the eikonal reaction theory (ERT). We can derive several kinds of cross sections with the product form (34), following the formulation on the cross sections in the Glauber model [33]. The one-neutron removal cross section σ_{-n} is the sum of the total elastic breakup (diffractive) cross section σ_{bu} and the total neutron-stripping cross section σ_{str} in which n is absorbed by T:

$$\sigma_{-n} = \sigma_{\text{bu}} + \sigma_{\text{str}} \quad (37)$$

with

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{str}} &= \int d^2 \mathbf{b} \langle \phi_0 | |S_c|^2 (1 - |S_n|^2) | \phi_0 \rangle \\ &= \int d^2 \mathbf{b} \langle \phi_0 | [(1 - |S_c S_n|^2) - (1 - |S_c|^2)] | \phi_0 \rangle \\ &= [\sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{bu}}] - [\sigma_{\text{R}}(-n) - \sigma_{\text{bu}}(-n)], \end{aligned} \quad (38)$$

where σ_{R} and σ_{bu} are the total reaction and elastic-breakup cross sections, respectively, defined by

$$\sigma_{\text{R}} = \int d^2 \mathbf{b} [1 - |\langle \phi_0 | S_c S_n | \phi_0 \rangle|^2], \quad (39)$$

$$\sigma_{\text{bu}} = \int d^2 \mathbf{b} [\langle \phi_0 | |S_c S_n|^2 | \phi_0 \rangle - |\langle \phi_0 | S_c S_n | \phi_0 \rangle|^2], \quad (40)$$

and $\sigma_R(-n)$ and $\sigma_{bu}(-n)$ correspond to the total reaction and elastic-breakup cross sections in which $S_c S_n$ is replaced by S_c . The last form of (38) means that σ_{-n} can be obtained from σ_R , σ_{bu} , $\sigma_R(-n)$ and $\sigma_{bu}(-n)$ calculated by CDCC; note that $\sigma_R(-n)$ and $\sigma_{bu}(-n)$ are obtained by solving the Schrödinger equation (25) with U replaced by $U_c^{(N)} + U_c^{(C)}$.

The new method (ERT) is applied to scattering of ^{31}Ne [2] and of deuteron [37].

-
- [1] M. Yahiro, K. Minomo, K. Ogata, and M. Kawai, *Prog. Theor. Phys.* **120**, 767(2008).
- [2] M. Yahiro, K. Ogata, and K. Minomo, *Prog. Theor. Phys.* **126**, 167(2011).
- [3] I. Tanihata *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2676(1985); *Phys. Lett. B* **287**, 307(1992).
- [4] R.J. Glauber, in *Lectures in Theoretical Physics* (Interscience, New York, 1959), Vol. 1, p.315;
- [5] J. S. Al-Khalili and J. A. Tostevin, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3903 (1996); J. A. Tostevin and B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **74**, 064604 (2006), and references cited therein.
- [6] Y. Ogawa, T. Kido, K. Yabana, and Y. Suzuki, *Prog. Theor. Phys. Supplement* **142**, 157 (2001), and references cited therein.
- [7] C. Xiangzhou, F. Jun, S. Wenqing, M. Yugang, W. Jiansong, and Ye Wei, *Phys. Rev.* **58**, 572 (1998); A. de Vismes, P. Roussel-Chomaz, and F. Carstoiu, *Phys. Rev. C* **62**, 064612(2000); R. E. Warner, I. J. Thompson, and J. A. Tostevin, *Phys. Rev.* **65**, 044617(2002).
- [8] W. Horiuchi, Y. Suzuki, B. Abu-Ibrahim and A. Kohama, *Phys. Rev. C* **75**, 044607 (2007).
- [9] R.J. Glauber and G. Matthiae, *Nucl. Phys.* **B21**, 135 (1970).
- [10] R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks and R. Schiavilla, *Phys. Rev.* **C51**, 38 (1995).
- [11] S. J. Wallace, *Ann. Phys.* **78**, 190 (1973); *Phys. Rev. D* **8**, 1934 (1973) and references therein.
- [12] C. W. Wong and S. K. Young, *Phys. Rev. C* **12** (1975) 1301; **C15** (1977) 2146; S. K. Young and C. W. Wong, *Phys. Lett.* **77B** (1978), 41.
- [13] S. J. Wallace, in *Advances in Nuclear Physics*, edited by E. Vogt and J. Negele (Plenum, NewYork, 1981), Vol. XII, p.135 and references cited therein.
- [14] K. M. Watson, *Phys. Rev.* **89** (1953), 115.
- [15] A. K. Kerman, H. McManus, and A. M. Thaler, *Ann. Phys.(N.Y.)* **8**, **51** (1959).
- [16] N. M. Queen, *Nucl. Phys.* **55**, 177 (1964); D. R. Harrington, *Phys. Rev.* **184**, 1745 (1969); J. M. Eisenberg, *Ann. Phys.(N. Y.)* **71**, 542 (1972). V. B. Mandelzweig and S. J. Wallace, *Phys. Rev. C* **25**, 61 (1982).
- [17] G. Takeda and K. M. Watson, *Phys. Rev.* **97**, 1336(1955).
- [18] A. Picklesimer and R. M. Thaler, *Phys. Rev. C* **23**, 42(1981).
- [19] L. Ray, *Phys. Rev. C* **41**(1990), 2816; L. Ray, G. W. Hoffmann and W. R. Coker, *Phys. Rep.* **212**, 223(1992), and references cited therein.
- [20] R. Tamagaki, *Prog. Theor. Phys.* **39**, 91(1968).

- [21] H. F. Arellano, F. A. Brieva, and W. G. Love, Phys. Rev. C **52**, 301(1995).
- [22] G. Bertsch, J. Borysowicz, M. McManus, and W.G. Love, Nucl. Phys. A**284**, 399(1977).
- [23] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. C**16**, 80 (1977); *ibid.* Phys. Rep. **25**, 83 (1976).
- [24] F.A. Brieva and J.R. Rook, Nucl. Phys. A**291**, 299 (1977); *ibid.* 291, 317 (1977); *ibid.* 297, 206 (1978).
- [25] G. R. Satchler, "Direct Nuclear Reactions", Oxford University Press, (1983) and the references cited therein.
- [26] N. Yamaguchi, S. Nagata and T. Matsuda, Prog. Theor. Phys. **70**, 459 (1983); N. Yamaguchi, S. Nagata and J. Michiyama, Prog. Theor. Phys. **76**, 1289 (1986).
- [27] L. Rikus, K. Nakano and H. V. von Geramb, Nucl. Phys. A**414**, 413 (1984). L. Rikus and H.V. von Geramb, Nucl. Phys. A**426**, 496 (1984).
- [28] K. Amos, P. J. Dortmans, H. V. von Geramb, S. Karataglidis, and J. Raynal, Adv. Nucl. Phys. **25**, 275 (2000).
- [29] M. Kamimura, *et al.*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, 1 (1986).
- [30] N. Austern, *et al.*, Phys. Rep. **154**, 125 (1987).
- [31] K. Ogata, *et al.*, Phys. Rev. C **68**, 064609 (2003).
- [32] I.J. Thompson and Y. Suzuki, Nucl. Phys. A **693**, 424 (2001).
- [33] K. Hencken, G. Bertsch and H. Esbensen Phys. Rev. C **54**, 3043(1996).
- [34] A. Gade, *et al.*, Phys. Rev. C **77**, 044306 (2008).
- [35] J. Mortimer, I. J. Thompson, and J. A. Tostevin Phys. Rev. C **65**, 064619 (2002).
- [36] W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, and D. Baye, Phys. Rev. C **81**, 024606 (2010).
- [37] S. Hashimoto, M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo and S. Chiba, Phys. Rev. C **83**, 054617 (2011) [arXiv:1104.1567 [nucl-th]].

CDCC法による3体・4体分解反応の系統的解析

松本 琢磨¹

北海道大学ベンチャービジネスラボラトリ

1 はじめに

現在、不安定核の構造を探るために不安定核分解反応は非常に有効な方法であり盛んに行われている。不安定核分解反応における断面積、例えば弾性散乱、非弾性散乱の角分布、または放出粒子の運動量分布などはその不安定核の構造の情報を含んでいる為、それらの物理量を解析することで不安定核の構造を知ることができる。その情報を正確に引き出す為にも、不安定核分解反応を精密にかつ系統的に解析する理論的手法が必要となる。特に比較的軽い中性子過剰核は、コアとなる原子核の周りに1つまたは2つの中性子が弱く束縛された構造で記述され、標的核まで含めると反応としては3体、4体系となる。

このような分解反応を純量子力学的に記述する方法として、九州大学原子核理論グループが1981年に提唱した連続状態離散化チャンネル結合法 (Continuum-Discretized Coupled-Channel: CDCC 法)[1]がある。CDCC法では分解状態である連続状態を近似的に有限個の離散化した状態で記述し、その遷移をチャンネル結合法により求める。これまでにCDCC法は2体系を成す弱束縛な安定核である d (重陽子)や ${}^6\text{Li}$ 、1核子ハロー核である ${}^{11}\text{Be}$ 、 ${}^8\text{B}$ などの分解反応の解析に用いられ多くの成功を収めている。

また最近の研究において、我々は3体系に分解するような2中性子ハロー核である ${}^6\text{He}$ の反応のCDCC解析を行ない弾性散乱の実験データを良く再現することを示した[2, 3]。また、分解反応の連続断面積を計算する方法として、複素スケーリング法 (Complex-Scaling Method: CSM 法) [4, 5]を用いた新しい方法を開発し、3体系、4体系の反応に対し、非常に有用な方法であることを示した[6]。今回の講演では、3体系、4体系の分解反応の解析方法とその結果について報告した。

2 CSM法を用いた分解反応断面積の計算

ここではCDCC法の詳細については省略し、CDCC法における分解反応断面積の計算方法について簡単に説明する。CDCC法では、分解状態である連続状態を近似的に有限個の離散的状态で記述する。その為、分解断面積はその離散的状态への遷移として離散的な断面積とし

¹現在 九州大学理論核物理研究室

て表される. 従って, 実験で測定される連続状態への微分断面積を求める為に, 離散的な断面積から連続状態への断面積に変換することが必要となる.

終状態の離散的状態を ϕ_i , 励起エネルギー ϵ の連続状態を $\psi(\epsilon)$ とすると, それぞれへの遷移行列 T は

$$T_i = \langle \phi_i \chi^{(-)}(\epsilon_i) | V | \Psi^{\text{CDCC}} \rangle \quad (1)$$

$$T(\epsilon) = \langle \psi^{(-)}(\epsilon) \chi^{(-)}(\epsilon) | V | \Psi^{\text{CDCC}} \rangle \quad (2)$$

となる. Ψ^{CDCC} は CDCC 計算による全系の波動関数, χ は終状態での入射核と標的核の相対波動関数で, 右肩の $(-)$ は内向き球面波の境界条件を満すことを示している. T_i が CDCC 法で計算される遷移行列である.

$T(\epsilon)$ を用いると, 連続状態への微分断面積は,

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \int d\epsilon' |T(\epsilon')|^2 \delta(\epsilon - \epsilon') \quad (3)$$

$$= \frac{1}{\pi} \text{Im} \mathcal{R}(\epsilon) \quad (4)$$

と記述でき, \mathcal{R} は応答関数で,

$$\mathcal{R}(\epsilon) = \int d\xi' d\xi \langle \Psi^{\text{CDCC}} | V^* | \chi^{(-)}(\epsilon) \rangle G^{(-)}(\epsilon, \xi', \xi) \langle \chi^{(-)}(\epsilon) | V | \Psi^{\text{CDCC}} \rangle \quad (5)$$

定義されている. ξ は入射核の内部座標を示し, $G^{(-)}$ は入射核の内部ハミルトニアン H_P に対するグリーン関数である.

式 (2) が直接計算可能な場合, つまり入射核の連続分解状態 $\psi(\epsilon)$ が計算できれば, 式 (3) により連続的な微分断面積を計算できる. ただし, $\psi(\epsilon)$ が簡単に計算可能な場合は, 入射核が 2 体系に分解する 3 体分解反応系のみであり, 入射核が 3 体系に分解する 4 体分解反応においてその計算は容易でない. そこで $\psi(\epsilon)$ の計算を必要としない式 (4) と (5) に従って微分断面積の計算を行なう. 式 (4) と (5) には, $\psi(\epsilon)$ の表記は無いが, その代わりグリーン関数を $G^{(-)}$ 求める必要がある. 実際に $G^{(-)}$ を求めることは $\psi(\epsilon)$ を解くことではあるが, CSM 法を用いると $G^{(-)}$ を近似的に離散的状態により記述できる:

$$G^{(-)}(\epsilon, \xi', \xi) \approx \sum_{\nu} U^{-\theta} \frac{|\Phi_{\nu}^{\theta}\rangle \langle \tilde{\Phi}_{\nu}^{\theta}|}{\epsilon - \epsilon_{\nu}^{\theta}} U^{\theta} \quad (6)$$

ここで U^{θ} は複素スケーリング演算子, ϕ_{ν}^{θ} は複素スケーリングしたハミルトニアン $H_P^{\theta} = U^{-\theta} H_P U^{\theta}$ の固有値である. これらの詳細な定義, 計算方法については参考文献 [4, 5, 6] を参照して頂きたい. この表記を用いると, 式 (5) は,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\epsilon) &\approx \sum_{\nu} \sum_i \sum_j \langle \Psi^{\text{CDCC}} | V^* | \chi^{(-)}(\epsilon) \phi_i \rangle \\ &\quad \frac{\langle \phi_i | U^{-\theta} | \Phi_{\nu}^{\theta} \rangle \langle \tilde{\Phi}_{\nu}^{\theta} | U^{\theta} | \phi_j \rangle}{\epsilon - \epsilon_{\nu}^{\theta}} \langle \phi_j \chi^{(-)}(\epsilon) | V | \Psi^{\text{CDCC}} \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

$$\approx \sum_{\nu} \sum_i \sum_j T_i^{\dagger} \frac{\langle \phi_i | U^{-\theta} | \Phi_{\nu}^{\theta} \rangle \langle \tilde{\Phi}_{\nu}^{\theta} | U^{\theta} | \phi_j \rangle}{\epsilon - \epsilon_{\nu}^{\theta}} T_j \quad (8)$$

となる. ここで式 (7) において離散的状態の組 $\{\phi_i\}$ が近似的に完全系を成すことを使った. 以上から連続状態への微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{\nu} \sum_i \sum_j T_i^{\dagger} \frac{\langle \phi_i | U^{-\theta} | \Phi_{\nu}^{\theta} \rangle \langle \tilde{\Phi}_{\nu}^{\theta} | U^{\theta} | \phi_j \rangle}{\epsilon - \epsilon_{\nu}^{\theta}} T_j \quad (9)$$

となる. 式 (9) から分るように, この表式の下では連続状態の波動関数は必要なく, 離散的状態の和で微分断面積が表現できる. 次節でこの方法の計算例と実験値との比較を示す.

3 ${}^6\text{He}$ の核力およびクーロン力分解反応の解析

${}^6\text{He}$ 入射分解反応の CDCC 解析において, ${}^6\text{He}$ を $n + n + {}^4\text{He}$ の 3 体模型によって記述した. また, 標的核との反応において n -標的核, ${}^4\text{He}$ -標的核間の相互作用は, Melbourne g 行列 [7] を用いた 2 重畳み込み模型によって計算された微視的光学ポテンシャル [8] を用いた. 図. 1(左) に ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ 散乱の分解微分断面積, 図. 1(右) に ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ 散乱の分解微分断面積を示す. 入射エネルギーは両者共に $240 \text{ MeV}/A$ である. 実線が計算された分解断面積を, 一点破線, 破線, 点線はそれぞれ, ${}^6\text{He}$ の分解状態のスピン・パリティが 0^+ , 1^- , 2^+ への寄与を表している.

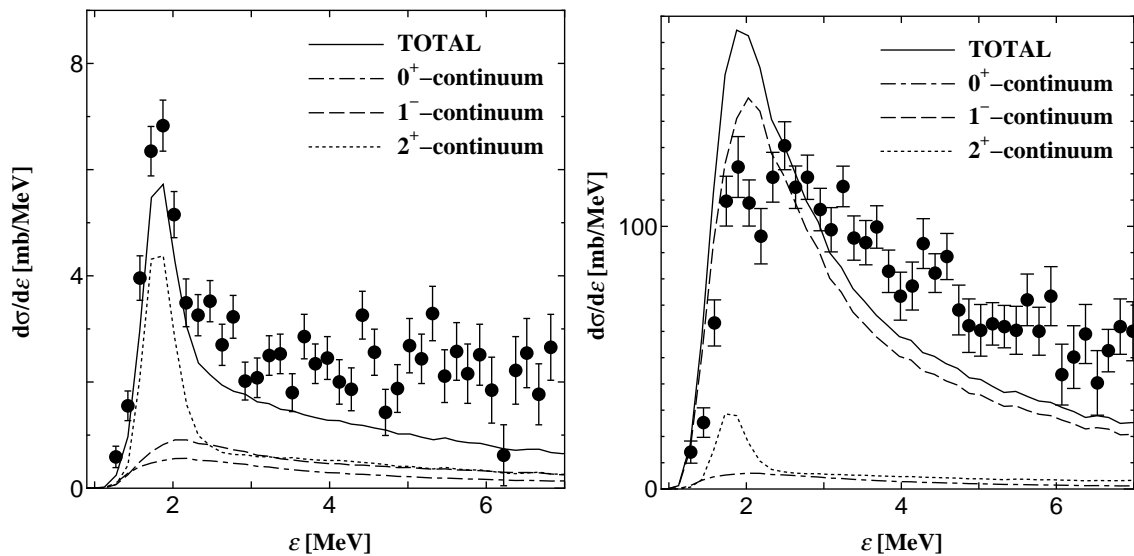


図 1: 左: ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ 散乱における分解状態への微分断面積. 右: ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ 散乱における分解状態への微分断面積. 両者共に入射エネルギーは $240 \text{ MeV}/A$ で実験データは論文 [9] から引用した.

標的核が ${}^{12}\text{C}$ の場合, 微分断面積は ${}^6\text{He}$ の 2^+ への共鳴の寄与が大きい. これは標的核が軽いためクーロン分解の効果が小さく, 核力分解の効果が大きく影響している為である. 一方, ${}^{208}\text{Pb}$ 標的の場合は, クーロン分解の効果, つまり $E1$ 遷移が強く出ており, 1^- への分解断面

積が 0^+ , 2^+ の寄与に比べ非常に大きくなっていることが分る. 実験値との比較では, 計算結果が少し過小評価しており, この1つの理由として, 実験値には非弾性分解断面積, 標的核が励起して ${}^6\text{He}$ が分解する断面積が含まれている為であると思われる. 計算にはその寄与が含まれていない. しかし, ${}^{208}\text{Pb}$ の場合には低励起エネルギー領域で実験値を過大評価している. この点に関しては, その他の模型計算においても同様の結果が得られており, さらなる研究が必要であると考えられる.

4 最後に

本講演の中では陽子標的の ${}^6\text{He}$ の反応, また中性子入射の ${}^6\text{Li}$ 分解反応の解析についても報告した. この解析では JLM 有効相互作用 [10] を用いて微視的チャネル結合計算の結果が, 実験値を良く再現することを示した. 以上のように連続状態離散化チャネル結合法 (CDCC 法) は 3 体分解反応だけでなく 4 体分解反応の解析にも有効な手法である. 今後は軽い中性子過剰核の分解反応の解析を進めていく.

参考文献

- [1] M. Kamimura, M. Yahiro, Y. Iseri, Y. Sakuragi, H. Kameyama, and M. Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, 1 (1986).
- [2] T. Matsumoto, E. Hiyama, K. Ogata, Y. Iseri, M. Kamimura, S. Chiba and M. Yahiro, Phys. Rev. C **70**, 061601(R) (2004).
- [3] T. Matsumoto, T. Egami, K. Ogata, Y. Iseri, M. Kamimura, and M. Yahiro, Phys. Rev. C **73**, 051602(R) (2006).
- [4] J. Aguilar and J.M. Combes, Commun. Math. Phys., 22, 1971, 269. E. Balslev and J.M. Combes, *ibid*, 22, 1971, 280.
- [5] S. Aoyama, T. Myo, K. Katō, and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **116**, 1 (2006).
- [6] T. Matsumoto, K. Katō, and M. Yahiro, Phys. Rev. C **82**, 051602(R) (2010).
- [7] Amos K, Dortmans P J, von Geramb H V, Karataglidis S and Raynal J 2000 Adv. Nucl. Phys. **25**, 275.
- [8] K. Minomo, K. Ogata, M. Kohno, Y. R. Shimizu, and M. Yahiro, J. Phys. G, Nucl. Part. Phys. **37**, 085011 (2010).
- [9] T. Aumann *et al.*, Phys. Rev. C **59**, 1252 (1999).
- [10] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune, and C. Mahaux, Phys. Rev. C **16**, 80 (1977).

複素座標スケーリング法を用いた散乱状態の記述と 2中性子ハロー核のクーロン分解反応への適用

菊地右馬¹、明孝之^{2,1}、高階正彰^{3,1}、加藤幾芳⁴、池田清美⁵

¹ 大阪大学 核物理研究センター

² 大阪工業大学 工学部 一般教育科

³ 大阪大学 大学院 医学系研究科

⁴ 北海道大学 大学院 理学研究科

⁵ 理化学研究所

1 はじめに

^{11}Be や ^6He 、 ^{11}Li など観測された中性子ハロー構造の発見 [1] 以降、ハロー核内の弱束縛な中性子が引き起こす特異な構造を理解するために様々な研究がなされてきた [2–5]。中性子ハロー核は中性子が芯核に弱く束縛されて空間的に広がった構造をした原子核であり、そのような構造を持つことから、理論的には芯核+多中性子模型を用いてハロー核の束縛機構や基底状態の構造などが調べられてきた。特に2中性子ハロー核においては、ハロー核内の2中性子相関が観測されている2中性子分離エネルギーや物質半径を再現する上で重要であることが示されている [3]。また、芯核+2中性子模型による計算では、2中性子相関が空間的に局在した中性子対、いわゆるダイニュートロン、として特徴付けられるということが示唆されている [2,5]。このようなハロー核における特異な中性子相関を理解することは中性子過剰核における重要な課題の一つとなっており、理論、実験の双方から精力的に調べられている。

実験的にはハロー核の構造はクーロン分解反応を用いて調べられてきた [6–10]。クーロン分解反応において主要となるのは $E1$ 遷移であり、ハロー核内の弱束縛な中性子が $E1$ 遷移に対してどのような応答を見せるかは興味深い問題である。観測されたクーロン分解反応断面積は低エネルギー領域に安定核では見られないピーク構造を持つため、それらクーロン分解反応を調べることによって、基底状態のハロー構造やその励起機構などの理解を得ることができると期待されている。特に2中性子ハロー核においてはダイニュートロンなどの2中性子相関に関する情報を引き出せる可能性があり、クーロン分解反応断面積と2中性子ハロー核の構造との関係を調べることは重要である。

しかしながら、理論的に2中性子ハロー核のクーロン分解を調べるためにはいくつかの問題点がある。最も大きな問題は、2中性子ハロー核が非常に弱束縛であり、また2中性

子ハロー核が部分系に束縛状態を持たないボロミアン系であることから、クーロン分解によって3体に分解してしまうことである。したがって、2中性子ハロー核のクーロン分解を理論的に調べるためには、2中性子ハロー核における芯核+2中性子の共鳴状態や連続状態といった様々な多体の散乱状態を記述する必要がある。

これまで我々は、 ${}^6\text{He}$ や ${}^{11}\text{Li}$ のクーロン分解反応を芯核+2中性子模型と複素座標スケーリング法 (Complex scaling method; CSM) を用いて調べてきた [4,5]。これらの分析において、我々はクーロン分解反応断面積を応答関数と CSM の枠組みを用いて計算し、それぞれの系における計算結果が実験で得られたクーロン分解反応断面積をよく再現することを示した。しかしながら、これまでの分析では断面積において n - n などの部分系の相関が与える影響については十分議論してこなかった。このような部分系の相関を議論するには部分系のエネルギーの関数として物理量を計算することが有用であり、それらを計算するためには芯核+2中性子の散乱状態を記述する枠組みが必要である。そこで我々は CSM と Lippmann-Schwinger 方程式を組み合わせた複素座標スケーリングされた Lippmann-Schwinger 方程式の解 (Complex-scaled solutions of the Lippmann-Schwinger equation; CSLS) という方法を提案し、CSLS が3体の散乱状態を記述するのに有効であることを示してきた [11,12]。

本研究では、2中性子ハロー核における部分系の相関を調べるために、CSLS を ${}^6\text{He}$ 核のクーロン分解反応に適用し、クーロン分解反応においてどのような相関が見えるかを調べる。特にここでは、部分系の相関を調べるために、 ${}^4\text{He}$ - n 系と n - n 系の不変質量分布を計算し、各部分系の相関が物理量としてどのように観測されるかを議論する。

2 模型

2.1 ${}^6\text{He}$ における芯核+2中性子模型

ここでは ${}^4\text{He} + n + n$ 模型について簡単に説明する。模型の詳細については文献 [4] を参照されたい。この模型では、 ${}^4\text{He}$ 核を $(0s)^4$ の配位の調和振動子波動関数で記述し、振動子長 b_c は観測された ${}^4\text{He}$ の荷電半径 1.68 fm を再現するように $b_c = 1.4$ fm としている。また、 ${}^6\text{He}$ 核の分解反応を分析するために重要である ${}^4\text{He} + n + n$ 系の各崩壊チャンネルの閾値エネルギーと部分系の散乱を正しく記述できるよう、ここでは直交条件模型を採用する。

${}^6\text{He}$ 系の波動関数を求めるために以下の Schrödinger 方程式を解く。

$$\hat{H}\chi^{J^\pi}(nn) = E\chi^{J^\pi}(nn) \quad (1)$$

ここで、 $\chi^{J^\pi}(nn)$ は ${}^4\text{He} + n + n$ 系の相対波動関数であり、ハミルトニアン \hat{H} は以下で与えられる。

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^3 t_i - T_G + \sum_{i=1}^2 V_{\alpha n}(\mathbf{r}_i) + V_{nn} + V_{\alpha nn}^3 + V_{\text{PF}} \quad (2)$$

演算子 t_i と T_G はそれぞれ各粒子と全系の重心の運動エネルギーであり、 \mathbf{r}_i ($i = 1$ または 2) は ${}^4\text{He}$ 核と i 番目の中性子間の相対座標を表している。 ${}^4\text{He}$ - n 間と n - n 間の相互作用、 $V_{\alpha n}$ と V_{nn} 、としてはそれぞれ KKNN ポテンシャル [13] と Minnesota ポテンシャル [14] を採用する。これらの相互作用は各部分系の散乱の物理量を非常によく再現する。また、3体分解の閾値エネルギーを再現するためにここでは現象論的な ${}^4\text{He}$ - n - n 間に作用する三体力 $V_{\alpha nn}^3$ を導入する。この三体力は

$$V_{\alpha nn}^3 = V_3 e^{-\nu(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2)} \quad (3)$$

で与えられ、 $V_3 = -1.503$ MeV、 $\nu = 0.07/b_c^2$ fm $^{-2}$ である。

また、 ${}^4\text{He}$ - n 間のパウリ原理に関しては V_{PF} によって考慮する。 V_{PF} は ${}^4\text{He} + n + n$ の相対運動からパウリ禁止状態 ϕ_{PF} 、ここでは ${}^4\text{He}$ 核に占有されている $0s$ 軌道、を除くための射影演算子であり、

$$V_{\text{PF}} = \lambda |\phi_{\text{PF}}\rangle \langle \phi_{\text{PF}}| \quad (4)$$

で与えられる。今回の計算では λ として 10^6 MeV を採用する。

式 (1) で与えられる Schrödinger 方程式を hybrid-TV 模型 [3] によって解く。この模型では相対波動関数 χ^{J^π} は Cluster orbital shell model (COSM; V-type) と Extended cluster model (ECM; T-type) の基底関数の重ね合わせ

$$\chi^{J^\pi}(nn) = \chi_V^{J^\pi}(\boldsymbol{\xi}_V) + \chi_T^{J^\pi}(\boldsymbol{\xi}_T) \quad (5)$$

で記述する。ここで、 $\chi_{V,T}^{J^\pi}(\boldsymbol{\xi}_{V,T})$ は COSM と ECM における相対波動関数、 $\boldsymbol{\xi}_{V,T}$ はそれぞれにおける座標の組を表す。それぞれの基底関数の動径成分をガウス展開法 [15] によって用意する。ここでは、散乱状態を記述するためにガウス基底関数の幅を 20 fm までとることとする。

この模型は ${}^6\text{He}$ の基底状態の性質はよく再現する。計算された 2 中性子分離エネルギー S_{2n} 、物質半径 r_m 、荷電半径 r_{ch} はそれぞれ、 $S_{2n} = 0.975$ MeV、 $r_m = 2.46$ fm、 $r_{\text{ch}} = 2.04$ fm であり、いずれも実験値を再現する。

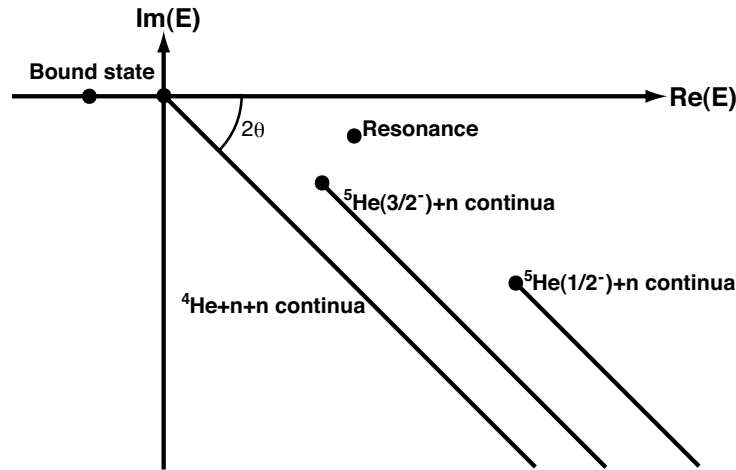


図 1 CSM を用いて得られる ${}^6\text{He}$ のエネルギースペクトルの模式図。原点は ${}^4\text{He} + n + n$ の崩壊閾値エネルギーにとった。

2.2 複素座標スケーリング法 (CSM)

散乱状態を記述するために、ここでは CSM [16] を用いる。CSM では多体系の相対座標と相対運動量は次のように変換される。

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}e^{i\theta} \quad \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}e^{-i\theta} \quad (6)$$

ここで、 θ はスケーリング角であり、実数で与えられる。この変換を式 (2) 適用すると、複素座標スケーリングされたハミルトニアン \hat{H}^θ が得られ、式 (1) が次のように変換される。

$$\hat{H}^\theta = E^\theta \chi^\theta, \quad \chi^\theta = e^{(3/2)i\theta \cdot f} \chi(\mathbf{r}e^{i\theta}) \quad (7)$$

χ^θ は複素座標スケーリングされた相対波動関数であり、 $e^{(3/2)i\theta \cdot f}$ は体積積分のヤコビアンに由来する (3体系の場合は $f = 2$)。

式 (7) を有限個の L^2 型の基底関数を用いて解くことで、複素座標スケーリングされたハミルトニアン \hat{H}^θ の固有状態とエネルギー固有値の組がそれぞれ $\{\chi_n^\theta\}$ と $\{E_n^\theta\}$ として得られる。ここで n は離散化された状態を指定する番号である。CSM では、全ての非束縛な状態についてエネルギー固有値が複素エネルギー平面の下半面に得られ、その虚部は外向きの境界条件を示す (図 1 参照)。特に共鳴状態に対しては境界条件により漸近領域での波動関数の発散が抑えられるため、束縛状態と同様の手法で共鳴状態を求めることができる。共鳴状態のエネルギー固有値は、共鳴エネルギーを E_n^r 、崩壊幅を Γ_n としたと

き、スケーリング角 θ に依らず $E_n^\theta = E_n^r - i\Gamma_n/2$ で与えられる。一方、連続状態のエネルギー固有値は -2θ 回転した線上に得られる。この共鳴状態と連続状態のエネルギー固有値の振る舞いの違いから、CSM では共鳴状態を連続状態から分離して求められる。これら束縛、共鳴、連続状態の固有状態は次式で与えられる拡張された完全系 (Extended completeness relation; ECR) を満たす。

$$\mathbf{1} = \sum_n^f |\chi_n^\theta\rangle\langle\tilde{\chi}_n^\theta| \quad (8)$$

ここで、 $\{\tilde{\chi}_n^\theta, \chi_n^\theta\}$ は双直交基底の組である。

また、CSM では連続状態をそれぞれの崩壊チャンネルに分類することが可能である。連続状態のエネルギー固有値は、 ${}^5\text{He} + n$ や ${}^4\text{He} + n + n$ といった2体や3体の崩壊閾値エネルギーからはじまる -2θ 回転した線上に分布する (図1参照)。この振る舞いは多体散乱の境界条件が連続状態のエネルギー固有値の虚部によって自動的に考慮されることを示しており、CSM によって陽に境界条件を課すことなしに3体の散乱状態を記述することを可能にしている。

2.3 複素座標スケーリングされた Lippmann-Schwinger 方程式の解 (CSLS) におけるクーロン分解反応断面積と不変質量分布

まず、3体の散乱状態を記述するために用いる複素座標スケーリングされた Lippmann-Schwinger 方程式の解 (Complex-scaled solutions of the Lippmann-Schwinger equation; CSLS) について説明する。CSLS は Lippmann-Schwinger 方程式の形式解

$$\Psi^{(\pm)} = \Phi_0 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E - \hat{H} \pm i\varepsilon} \hat{V} \Phi_0 \quad (9)$$

から出発する。ここで、 Φ_0 は漸近ハミルトニアン \hat{H}_0 の解である。全ハミルトニアン \hat{H} は式(2)と同じ ${}^4\text{He} + n + n$ 系のハミルトニアンであり、相互作用 \hat{V} は \hat{H} から \hat{H}_0 を差し引いたものである。

${}^6\text{He}$ の ${}^4\text{He} + n + n$ の3体への分解反応を記述する場合、3体のいかなる部分系も束縛状態を持たないため、漸近ハミルトニアン \hat{H}_0 は3体の運動エネルギーの項で定義される。漸近ハミルトニアン \hat{H}_0 とその解 Φ_0 の具体的な表式はそれぞれ次で与えられる。

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^3 t_i - T_{\text{cm}} \quad \Phi_0 = \frac{1}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{k} と \mathbf{K} 、 \mathbf{r} と \mathbf{R} はそれぞれ 3 体のヤコビ座標における相対運動量と相対座標を表している。以下では Φ_0 を漸近領域での相対運動量を陽に表すために、bra 表示と ket 表示に対して $\langle \mathbf{k}, \mathbf{K} |$ 、 $|\mathbf{k}, \mathbf{K}\rangle$ と表すこととする。

ここで、クーロン分解反応の終状態である bra 状態での内向き散乱状態を考える。式 (9) は次のように書き替えられる。

$$\langle \Psi^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{K}) | = \langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | + \langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | \hat{V} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E - \hat{H} + i\varepsilon} \quad (11)$$

散乱状態 $\Psi^{(-)}$ を求めるためには、式 (11) 中のグリーン関数を計算する必要がある。

CSLS では、複素座標スケーリングされたグリーン関数を用いる。複素座標スケーリングされたグリーン関数 $\mathcal{G}^\theta(E)$ は外向き境界条件を持っており、スケーリングされていないグリーン関数 $\mathcal{G}(E)$ と次のような関係性がある。

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E - \hat{H} + i\varepsilon} = \mathcal{G}(E) = U^{-1}(\theta) \mathcal{G}^\theta(E) U(\theta) \quad (12)$$

ここで、 $U(\theta)$ はスケーリングの演算子である。 $\mathcal{G}^\theta(E)$ は式 (8) の ECR を用いることで、次のように計算できる。

$$\mathcal{G}^\theta(E) = \frac{1}{E - \hat{H}^\theta} = \sum_n^f \frac{|\chi_n^\theta\rangle \langle \tilde{\chi}_n^\theta|}{E - E_n^\theta} \quad (13)$$

式 (12) と (13) を用いて、式 (11) の散乱状態 $\Psi^{(-)}$ は次のように与えられる。

$$\langle \Psi^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{K}) | = \langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | + \sum_n^f \langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | \hat{V} U^{-1}(\theta) |\chi_n^\theta\rangle \frac{1}{E - E_n^\theta} \langle \tilde{\chi}_n^\theta | U(\theta) \quad (14)$$

式 (14) で得られた解を CSLS と呼ぶこととする。

式 (14) の散乱状態は二つの項から成っている。第 1 項は相互作用のない平面波としての連続状態を記述しており、第二項が全ての終状態相互作用の効果を含んでいる。このような表式を用いることでクーロン分解反応においてそれぞれの寄与がどの程度重要かを議論することができる。第 1 項の寄与が大きい場合には、1 中性子ハロー核で議論されているのと同様に [6, 7]、基底状態の構造が平面波との応答を通してクーロン分解反応から直接引き出せる可能性がある。一方、第 2 項の効果が大きい場合には、クーロン分解反応においては終状態相互作用が重要であり、基底状態の構造は終状態相互作用によって見えなくなってしまうと考えられる。

CSLS を用いて ${}^6\text{He}$ のクーロン分解反応断面積と部分系の不変質量分布を計算する。ここでは $E1$ 遷移強度と Equivalent photon method [17] を用いて断面積を計算する。式

(14) の $\Psi^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{K})$ を用いれば、 $E1$ 遷移強度は次のように与えられる。

$$\frac{d^6 B(E1)}{d\mathbf{k}d\mathbf{K}} = \frac{1}{2J_{\text{gs}} + 1} \left| \langle \Psi^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{K}) | \hat{O}(E1) | \Phi_{\text{gs}} \rangle \right|^2 \quad (15)$$

ここで、 Φ_{gs} と J_{gs} はそれぞれ ${}^6\text{He}$ の基底状態の波動関数とその全スピンであり、 $\hat{O}(E1)$ は $E1$ 遷移の演算子である。

次に $E1$ 遷移強度の 2次元エネルギー分布を次のように定義する。

$$\frac{d^2 B(E1)}{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2} = \iint d\mathbf{k}d\mathbf{K} \frac{d^6 B(E1)}{d\mathbf{k}d\mathbf{K}} \delta\left(\varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}\right) \delta\left(\varepsilon_2 - \frac{\hbar^2 K^2}{2M}\right) \quad (16)$$

ここで ε_1 は ${}^4\text{He} + n$ や $n-n$ の 2体の部分系のエネルギー、 ε_2 は 2体の部分系ともう一つの粒子の間の相対エネルギーである。また、 μ と M はそれぞれ \mathbf{k} と \mathbf{K} に対応する換算質量である。同様にして全エネルギーに対する分布は次のように与えられる。

$$\frac{dB(E1)}{dE} = \iint d\mathbf{k}d\mathbf{K} \frac{d^6 B(E1)}{d\mathbf{k}d\mathbf{K}} \delta\left(E - \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} - \frac{\hbar^2 K^2}{2M}\right) \quad (17)$$

式 (16)、(17) と Equivalent photon method を用いて、クーロン分反応断面積が計算する。断面積の 2次元エネルギー分布と全エネルギーに対する微分断面積はそれぞれ次のように得られる。

$$\frac{d^2 \sigma}{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2} = \frac{16\pi^3}{9\hbar c} N_{E1}(E_\gamma) \frac{d^2 B(E1)}{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2} \quad (18)$$

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{16\pi^3}{9\hbar c} N_{E1}(E_\gamma) \frac{dB(E1)}{dE} \quad (19)$$

ここで $N_{E1}(E_\gamma)$ は光子のエネルギー E_γ に対する仮想光子数であり、光子のエネルギーは ${}^6\text{He}$ の 2中性子分離エネルギーを S_{2n} とすれば $E_\gamma = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + S_{2n} = E + S_{2n}$ で与えられる。また、不変質量分布は式 (18) より、

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_1} = \int d\varepsilon_2 \frac{d^2 \sigma}{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2} \quad (20)$$

で与えられる。

3 結果

まず、 ${}^6\text{He}$ の全エネルギーに対するクーロン分解反応断面積を示す。ここで断面積は式 (19) で計算し、実験における分解能についても考慮した。図 2 に計算で得られた断面

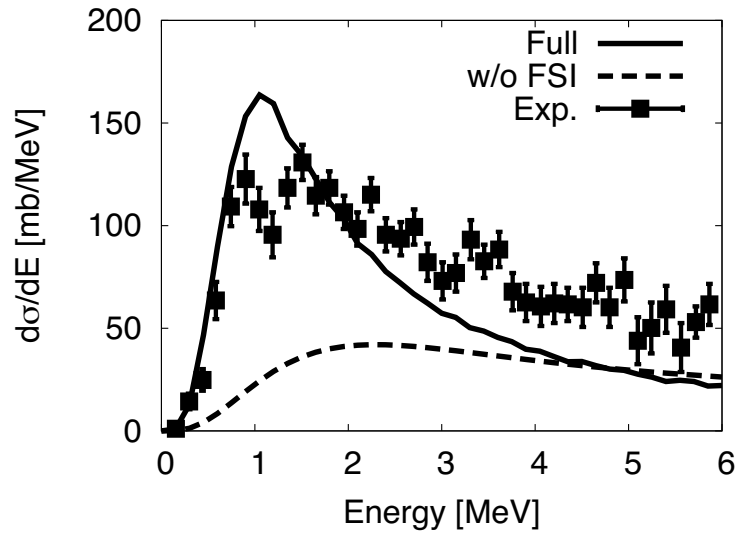


図2 ${}^4\text{He} + n + n$ 閾値から測ったクーロン分解反応断面積。実線と破線はそれぞれ終状態相互作用を含めた場合と含めない場合の計算結果を表している。実験値 [8] は誤差棒付きの点で示した。

積を実験値 [8] とともに示した。図2の結果から、得られた断面積は ${}^4\text{He} + n + n$ の閾値から 1 MeV 程度のところにピークを持ち、特に 2 MeV 以下の低エネルギー領域では実験値をよく再現していることが分かる。

次に実験で観測されたピークが ${}^6\text{He}$ のどのような構造に依るものかを調べる。ここでは特に終状態相互作用の効果について着目し、終状態相互作用の有無によって断面積がどのように変化するかを明らかにする。2.3 節で述べた通り、CSLS では散乱状態は二つの項から成っており、式 (14) 右辺の第 1 項は平面波を記述し、第 2 項が相互作用の効果である。式 (14) の第 1 項だけを終状態として取り扱った場合の断面積の結果を図2に破線で示した。得られた結果から、終状態相互作用がない場合では実験で観測されているピーク構造を再現しないことが分かる。このことは ${}^4\text{He}-n$ と $n-n$ の終状態相互作用が ${}^6\text{He}$ のクーロン分解反応断面積を再現する上で重要であり、基底状態の構造は終状態相互作用の効果によって見えないであろうことを示唆している。

最後に ${}^6\text{He}$ のクーロン分解反応においてどのような終状態相互作用が重要であるかを調べるために、式 (20) を用いて部分系の不変質量分布を計算する。図3に計算された不変質量分布を示した。左図は ${}^4\text{He}-n$ 、右図は $n-n$ の部分系についての結果であり、それぞれ実験値 [8] と比較した。得られた結果は、 ${}^4\text{He}-n$ 、 $n-n$ とともに実験で観測された傾向をよく再現していることが分かる。 ${}^4\text{He}-n$ に関しては、不変質量分布が ${}^5\text{He}(3/2^-)$ の共鳴

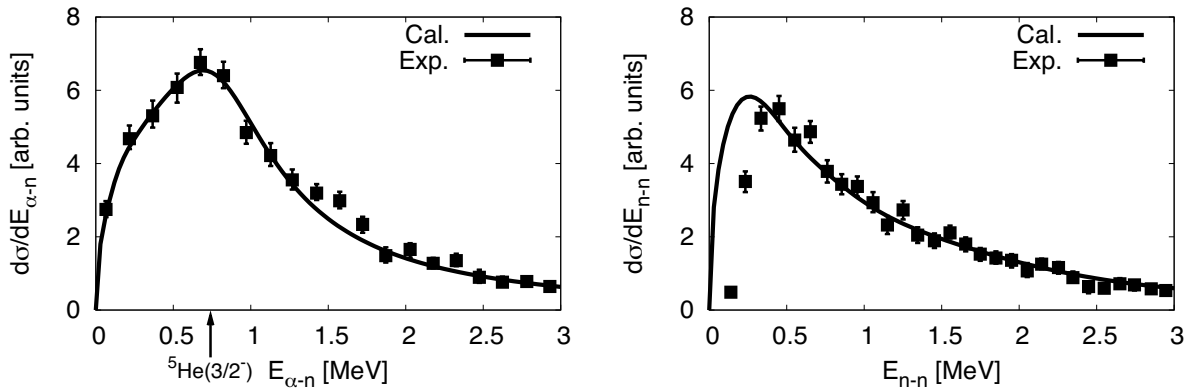


図3 ${}^6\text{He}$ のクーロン分解反応での不変質量分布。左図は ${}^4\text{He}-n$ 、右図は $n-n$ の部分系の分布である。誤差棒付きの点は実験値 [8] を、左図中の矢印は ${}^5\text{He}(3/2^-)$ の共鳴エネルギーを示している。

状エネルギーとほぼ同じエネルギー領域でピークを持つことから、 ${}^5\text{He}(3/2^-)$ の共鳴状態が重要であることが分かる。また、 $n-n$ に関しては、不変質量分布が 0 MeV 付近に集中していることが分かり、これは $n-n$ の s 波の仮想状態の効果が見えているものと考えられる。

4 まとめ

本研究では CSLS を用いて ${}^6\text{He}$ のクーロン分解反応断面積を分析した。我々の計算結果は実験で観測された断面積と不変質量分布をともに再現した。クーロン分解反応断面積の分析から、観測されたピーク構造を再現するためには終状態相互作用が重要な役割を果たすことが示された。また、不変質量分布の分析からは終状態相互作用の中でも ${}^5\text{He}(3/2^-)$ の共鳴状態と $n-n$ の仮想状態の効果が見られることが示唆された。

参考文献

- [1] I. Tanihata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **55** (1985), 2676.
- [2] M. V. Zhukov *et al.*, Phys. Rep. **231** (1993), 151.
- [3] S. Aoyama, S. Mukai, K. Katō and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **93** (1995), 99.
- [4] T. Myo, K. Katō, S. Aoyama and K. Ikeda, Phys. Rev. C **63** (2001), 054313.
- [5] T. Myo, Y. Kikuchi, K. Katō, Hiroshi Toki and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **119** (2008), 561.

- [6] T. Nakamura *et al.*, Phys. Lett. B **331** (1994), 296.
- [7] T. Nakamura *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 1112.
- [8] T. Aumann *et al.*, Phys. Rev. C **59** (1999), 1252.
- [9] J. Wang *et al.*, Phys. Rev. C **65** (2002), 034306.
- [10] T. Nakamura, Nucl. Phys. A **788** (2007), 243c.
- [11] Y. Kikuchi, T. Myo, M. Takashina, K. Katō and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **122** (2009), 499.
- [12] Y. Kikuchi, K. Katō, T. Myo, M. Takashina and K. Ikeda, Phys. Rev. C **81** (2010), 044308.
- [13] H. Kanada, T. Kaneko, S. Nagata, and M. Nomoto, Prog. Theor. Phys. **61** (1979), 1327.
- [14] Y. C. Tang, M. LeMere, and D. R. Thompson, Phys. Rep. **47** (1978), 167.
- [15] E. Hiyama, Y. Kino, and M. Kamimura, Prog. Part. Nucl. Phys. **51** (2003), 223.
- [16] S. Aoyama, T. Myo, K. Katō and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **116** (2006), 1, and references therein.
- [17] C. A. Bertulani and G. Baur, Phys. Rep. **163** (1988), 299.