Vortex counting and exact superpotential in two-dimensional $\mathcal{N} = (2, 2)$ theories

National Taiwan University Toshiaki Fujimori
E-mail: fujimori@nut.edu.tw

4 次元のゲージ理論と 2 次元の非線形シグマ模型の間には漸近的自由性やアノマリーなどの類似性が古くから知られている。特に超対称理論におけるインスタントンによる非摂動効果は非常に似通った構造を持っている。4 次元超対称 $\mathcal{N} = 2$ ゲージ理論における BPS 質量は prepotantial から定められるが、その非摂動部分は Nekrasov の分配関数を用いて次のように表される

$$\mathcal{F}_{\mathrm{inst}} = \lim_{\epsilon_i \to 0} \epsilon_1 \epsilon_2 \log Z_{\mathrm{inst}}. \tag{1}$$

ここで ϵ_1, ϵ_2 はいわゆる Ω-deformation のパラメーターである。一方、2 次元 $\mathcal{N} = (2, 2)$ 非線形シグマ模型もしくはそれをゲージ理論に持ち上げた模型において、BPS 粒子の質量は dynamically generated twisted superpotential の各真空における値 (on-shell value) によって定まり、それらは各々の真空における vortex 分配関数を用いて次のように表される

$$\widetilde{\mathcal{W}}_{\mathrm{vortex}} = \lim_{\epsilon \to 0} \epsilon \log Z_{\mathrm{vortex}}. \tag{2}$$

ここで ϵ は 2 次元平面上の Ω-deformation のパラメーターである。vortex の分配関数は様々な方法で計算することができるが、我々はこれを「モジュライ行列の方法 [1]」を用いて計算をした。例えば質量 m_i $(i = 1, \cdots, N)$ を持つ charged chiral multiplet に結合した $U(1)$ ゲージ理論 (低エネルギーで $\mathbf{C}P^{N-1}$ シグマ模型) の i 番目 flavor が凝縮した真空における分配関数は超幾何関数を用いて表すことができる。それらから求まる twisted superpotential を、これまでに知られている off-shell twisted superpotential(vector multiplet scalar σ の関数) と比較したいのであるが、そのためには F-term 条件 $P(\sigma) = 0$ を解かなければならない。しかし $P(\sigma)$ は一般には高次の多項式であるため解が求められず直接的な比較は難しい。そこで我々は Z_{vortex} が満たすべき方程式を求め、両者が同一の方程式の解になっていることを示した [2]。摂動部分を考慮に入れた場合、一般に分配関数が満たすべき方程式は次のようになる

$$P(\hat{\sigma}) Z_{\mathrm{full}} = 0, \qquad \hat{\sigma} = \frac{\epsilon}{2\pi i N} \Lambda \frac{\partial}{\partial \Lambda}. \tag{3}$$

我々は $P(\hat{\sigma})$ は微分演算子 $\hat{\sigma}$ の多項式で「古典極限」$\epsilon \to 0$ において F-term 条件 $P(\sigma) = 0$ に一致することを示した。

References

[1] T. Fujimori, T. Kimura, M. Nitta and K. Ohashi, JHEP **1206**, 028 (2012)

[2] T. Fujimori, T. Kimura, M. Nitta and K. Ohashi, in preparation