

Non-axisymmetric solutions in the baby-Skyrme model

Yves Brihaye and Terence Delsate
Theoretical and Mathematical Physics Dpt., Université de Mons – Umons,
20, Place du Parc, 7000 Mons – Belgium

Masahiro Hayasaka and Nobuyuki Sawado
Department of Physics, Faculty of Science and Technology,
Tokyo University of Science, Noda, Chiba 278-8510, Japan

0. Abstract

6次元時空におけるインフレーション・ブレン模型を構築するにあたり、従来の軸対称な渦糸解の代わりに非軸対称なbaby-Skyrmionをブレンに用いた。非軸対称なbaby-Skyrmionを計算するにあたり、従来の様にアニーリング法(モンテカルロ法)を用いてエネルギーが最小となる状態を目指すのではなく、アニーリング法の結果から適切な境界条件を抽出することで、運動方程式を解く手法を確立した。その結果、 Z_2 の対称性を持つブレン解の構築に成功した。

1. Model

1. Action

$$S = S_{grav} + S_{baby}$$

$$S_{grav} = \int d^6x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2\chi^{(6)}} R - \Lambda_{(6)} \right)$$

$\Lambda_{(6)}$: bulk cosmological constant

$$S_{baby} = \int d^6x \sqrt{-g} \left[\frac{\kappa_2}{2} (\partial_M \mathbf{n}) \cdot (\partial^M \mathbf{n}) - \frac{\kappa_4}{4} (\partial_M \mathbf{n} \times \partial_N \mathbf{n})^2 - \kappa_0 V(\mathbf{n}) \right]$$

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3) \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$$

2. The ansatz

$$ds^2 = M^2(\rho, \theta) ds_{(4)}^2 - \frac{L^2(\rho, \theta)}{M^2(\rho, \theta)} (d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2)$$

$$\rho \in [0, \infty) \quad \theta \in (-\pi, \pi]$$

$$ds_{(4)}^2 = dt^2 - \delta_{ij} e^{2H(t)} dx^i dx^j$$

H : Hubble parameter

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3) + (\sin F(\rho, \theta) \cos \Theta(\rho, \theta), \sin F(\rho, \theta) \sin \Theta(\rho, \theta), \cos F(\rho, \theta))$$

3. The potential

$$V = \mu^2(1 + n_3) = \mu^2(1 + \cos F)$$

4. Topological charge

$$B = \int \mathbf{n} \cdot (\partial_1 \mathbf{n} \times \partial_2 \mathbf{n}) d^2x = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dr \int_{-\pi}^\pi d\theta [\partial_r (\cos F \partial_\theta \Theta) - \partial_\theta (\cos F \partial_r \Theta)]$$

Dimensionless quantities

$$r := \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_4}} \rho \quad \gamma t := \sqrt{\frac{\kappa_4}{\kappa_2}} H(t)$$

Scalar curvature

$$R = \frac{M^2}{L^2} \left(\frac{2\partial_r L}{rL} - 2 \left(\frac{\partial_r L}{L} \right)^2 + \frac{6\partial_r M}{rM} + 14 \left(\frac{\partial_r M}{M} \right)^2 + 2 \frac{\partial_r^2 L}{L} + 6 \frac{\partial_r^2 M}{M} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{M^2}{L^2} \left(-2 \left(\frac{\partial_\theta L}{L} \right)^2 + 14 \left(\frac{\partial_\theta M}{M} \right)^2 + 2 \frac{\partial_\theta^2 L}{L} + 6 \frac{\partial_\theta^2 M}{M} \right) - \frac{12\gamma^2}{M^2}$$

5. The boundary conditions

$$F(0, \theta) = 0 \quad F(\infty, \theta) = \pi \quad \partial_\theta F(r, \theta)|_{\theta=\pm\frac{\pi}{2}} = 0 \quad \text{for } 0 < r < r_0, r_0 < r < \infty$$

$$\partial_r \Theta(r, \theta)|_{r=0} = 0 \quad \partial_r \Theta(r, \theta)|_{r=\infty} = 0 \quad F(r_0, \pm\frac{\pi}{2}) = 0$$

$$L(0, \theta) = 1 \quad \partial_r L(r, \theta)|_{r=0} = 0$$

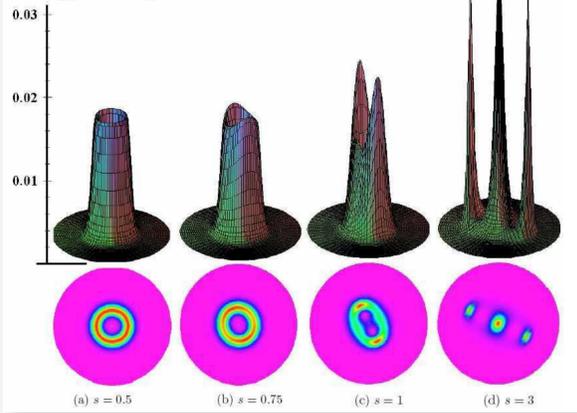
$$M(0, \theta) = 1 \quad \partial_r M(r, \theta)|_{r=0} = 0$$

$$\Theta(r, \pm\frac{\pi}{2}) = \begin{cases} \pm\frac{\pi}{2} & \text{for } 0 < r < r_0 \\ \pm\frac{3}{2}\pi & \text{for } r_0 < r < \infty \end{cases}$$

チャージ3のbaby-Skyrmionブレンは3世代のフェルミオンを局在化させることができるので、本ポスターでは特にチャージ3の解について解析を行った。

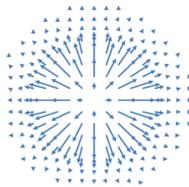
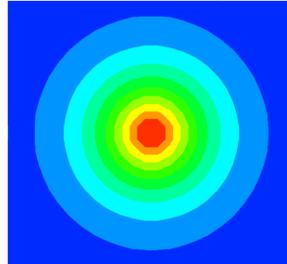
2. Matter field

Energy Density

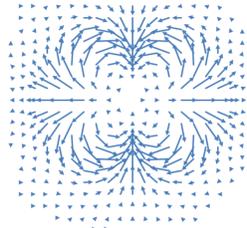
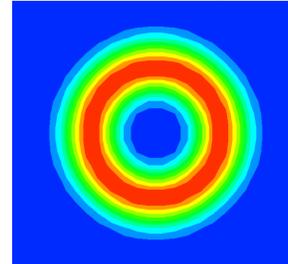


Marek Karliner & Italy Hen,
Rotational symmetry breaking in baby Skyrme models,
Nonlinearity 21 (2008)399-408

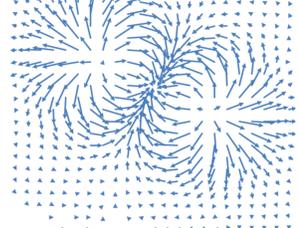
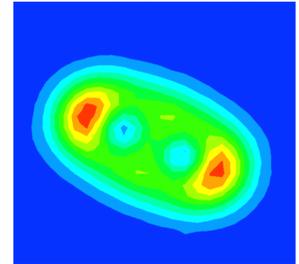
B=1 軸対称解



B=3 軸対称解



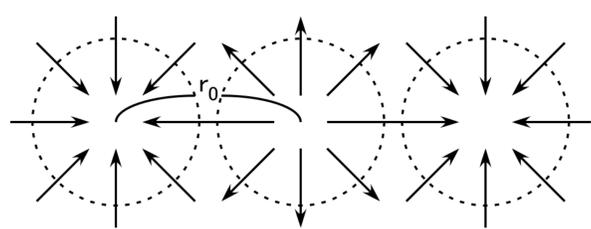
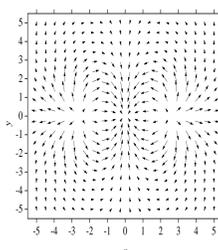
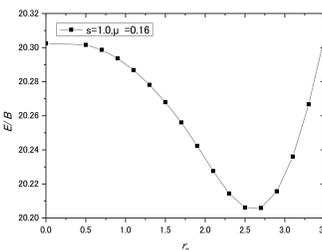
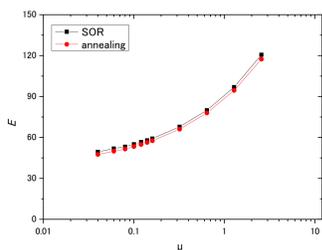
B=3 非軸対称解



左上が先行研究、右上がモンテカルロ法で追試した結果である。

チャージが2以上の場合、軸対称解より対称性の低い状態の方がより安定であることがアニーリング法を用いた数値計算により明らかになった。

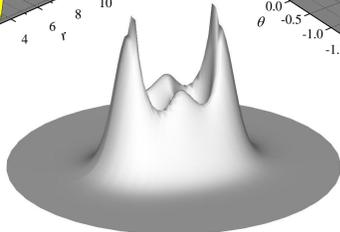
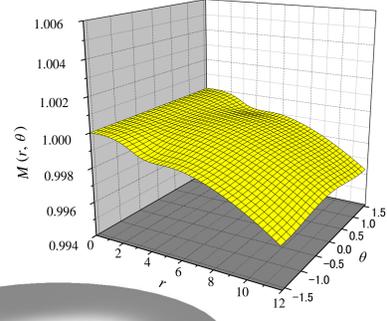
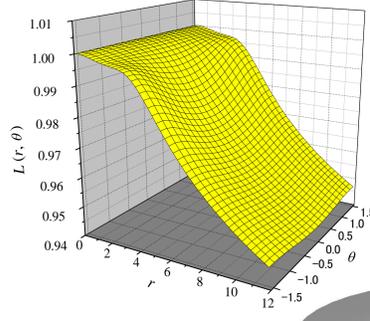
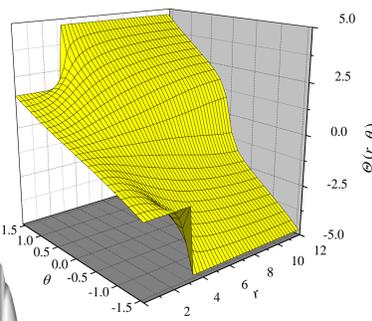
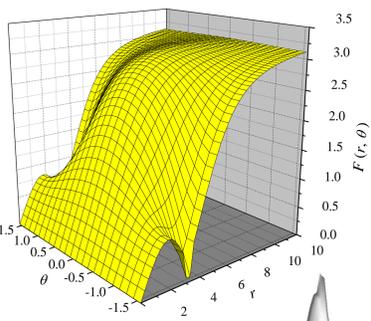
エネルギー密度の等エネルギー曲線を色別に表現し、各座標におけるn場を n_1 が水平、 n_2 が鉛直、 n_3 が紙面に垂直な成分の矢印で表現している。



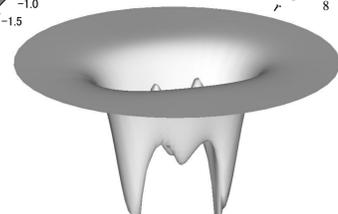
右上の図がモンテカルロ法の結果から推定されるn場の模式図である。以降はこの模式図から抽出した境界条件の下で運動方程式を解いた結果である。

変数である r_0 はエネルギー/チャージが極小となる値に決定する。左上の図は運動方程式を解いた結果がアニーリング法の結果を十分再現している事を示している。

3. Coupled system



energy density



scalar curvature

baby-Skyrmionを重力とカップルさせた結果である。

baby-Skyrmion (物質場)の幾何学的な変形が

余剰次元(空間)に対称性の破れをもたらしている。

将来的には、余剰次元における幾何学的な対称性の破れが4次元時空の物理量に及ぼす影響について順次調べていく。