

要旨

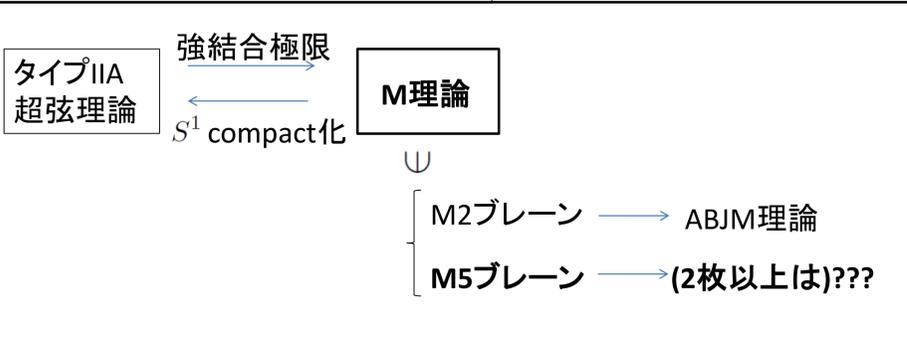
M5ブレーンの理解はM理論の理解において重要である。
だが、(2枚以上の)M5ブレーンの世界体積理論はまだ分かっていない。

我々は、M2-M5束縛状態をM2ブレーン(ABJM理論)側から調べることで、M5ブレーンの世界体積理論に関する手がかりを掴もうと試みている。

このためには、束縛状態を表す具体的なABJM理論のBPS解が必要である。

今回、新たなM2-M5束縛状態を表すBPS解を構成した。特に、解のうちの一つは2枚のM5ブレーンを表している。さらに、ABJM理論のBPS解とNahm dataとの興味深い対応を発見した。

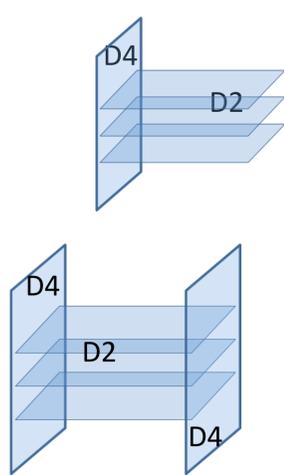
M理論とMブレーン



ブレーン束縛状態

IIA超弦理論には
D2-D4 束縛状態がBPS状態として存在する。

0	1	2	3	4	5
D2	x	x	x		
D4	x	x		x	x



D4ブレーン上での描像
5次元 $U(m)$ YM理論 (m :D4ブレーンの枚数)
monopole ($\times \mathbb{R}^1$)で表される。
monopole方程式:
 $F_{IJ} = \epsilon_{IJK} \nabla_K \phi$
 F_{IJ} :ゲージ場
 ϕ :スカラー場(D4ブレーンの x^2 方向の位置)

解の例をあげると
・D4ブレーンが1枚の場合,
Dirac monopole:
$$\phi = \frac{n}{\sqrt{x^3{}^2 + x^4{}^2 + x^5{}^2}}$$

・2枚の場合,
't Hooft Polyakov monopole

D2ブレーン上での描像
3次元 $U(n)$ YM理論(n :D2ブレーンの枚数)

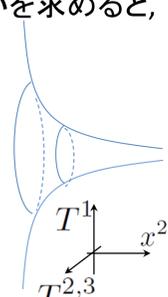
Nahm方程式
$$\frac{dT^I}{dx^2} = \frac{i}{2} \epsilon_{IJK} [T^J, T^K]$$

 $T^I (I=1, 2, 3)$:スカラー場
※ T^I を $U(n)$ ゲージ変換で対角化した時の対角値が、D2ブレーンの $x^{3,4,5}$ 方向の位置を表す。

の解(Nahm data)によって記述される。

D4ブレーンは T^I の発散で表される
 T^I の発散している所での振る舞いを求めると,
$$T^I \sim -\frac{1}{s} J^I$$

where $[J^I, J^J] = \epsilon_{IJK} J^K$
:同時対角化できない
→ “fuzzy”に広がって D4ブレーンを形成。



Nahm構成法

強結合極限

D4→M5, D2→M2

M理論にも、M2-M5束縛状態がBPS状態として存在する。

0	1	2	3	4	5	6
M2	x	x	x			
M5	x	x		x	x	x

M5ブレーン上では...

M5ブレーン 1枚の場合,
“self-dual string”

2枚以上:???

???

M2ブレーン上では

ABJM理論のBPS方程式の解。

M2ブレーンN枚の世界体積理論:ABJM理論

[Aharony,Bergman,Jafferis,Maldacena 08]

ABJM理論:3次元Chern-Simons理論

ゲージ群:

$$U(N)_L \times U(N)_R \quad \text{Chern-Simons level: } k, -k$$

ABJM理論の場合:

$Y^A (A = 1, 2, 3, 4)$:M2ブレーンの位置を表す
複素スカラー場 ((N, \bar{N}) 表現)

他にも

ψ_A :スピノル, $A_\mu^L, A_\mu^R (\mu = 0, 1, 2)$:ゲージ場

がある。

M2-M5束縛状態を表すBPS方程式:

ブレーン配置 $\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \text{M2} & \times & \times & \times & & & \\ \text{M5} & \times & \times & & \times & \times & \times \end{matrix}$ に対応するansatzをとると,

- $Y^3 = Y^4 = 0$
- $Y^{1,2}$: x^2 のみの関数

SUSY変換 $\delta\psi_A = 0$

$$\text{BPS方程式: } \frac{dY^a}{dx^2} = \frac{2\pi}{k} (Y^a \bar{Y}_b Y^b - Y^b \bar{Y}_b Y^a) \quad (a = 1, 2)$$

[Terashima 08] [Gomis, Rodriguez-Gomez, Van Raamsdonk, Verlinde 08]

結果:ABJM理論のBPS解

Funnel type solution

M2ブレーンがN枚の束縛状態(M5ブレーンは1枚)に対応する、非対称な(=非自明な)解を構成した。

$$\text{解: } \begin{aligned} Y^1 &= \sqrt{\frac{k}{4\pi}} G^1 \cdot \frac{C \exp[-C^2 x^2/2]}{\sqrt{1 - \exp[-C^2 x^2]}} \\ Y^2 &= \sqrt{\frac{k}{4\pi}} G^2 \cdot \frac{C}{\sqrt{1 - \exp[-C^2 x^2]}} \end{aligned}$$

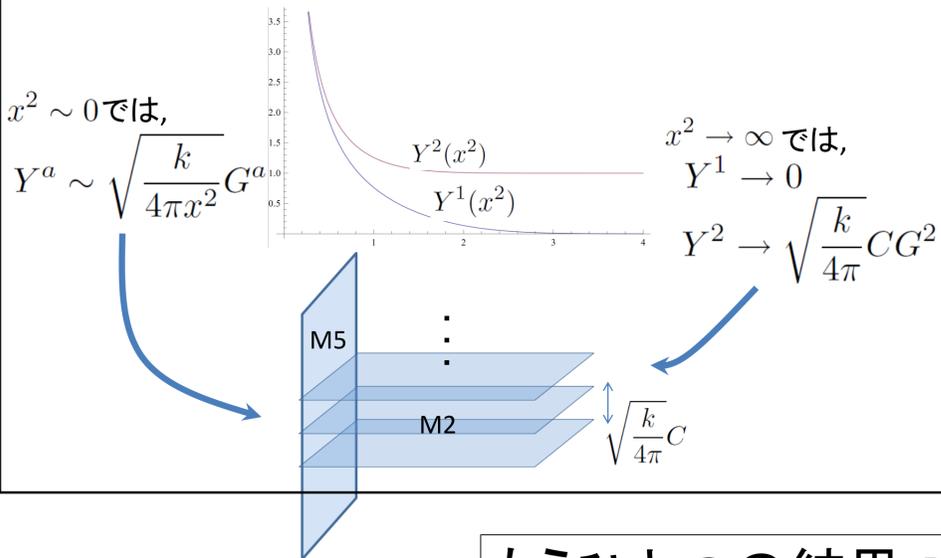
where

C:定数

$$G^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & & & \\ & 0 & 2 & & & & \\ & & \ddots & \ddots & & & \\ & & & 0 & \sqrt{N-1} & & \\ & & & & 0 & & \end{pmatrix} \quad G^2 = \begin{pmatrix} \sqrt{N-1} & & & & & & \\ & \sqrt{N-2} & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

BPS解がM2-M5束縛状態を形作っている様子:

$Y^{1,2}$ (の係数関数)の振る舞いを見ると,



't Hooft Polyakov type solution

M5ブレーンが2枚ある束縛状態を表す解をM2ブレーンが2枚(N=2)の場合で構成した。

$$\text{解: } \begin{aligned} Y^1 &= \sqrt{\frac{k}{4\pi}} (f_1 \sigma^1 + i f_2 \sigma^2) \\ Y^2 &= \sqrt{\frac{k}{4\pi}} (f_3 \sigma^3 + f_4) \end{aligned}$$

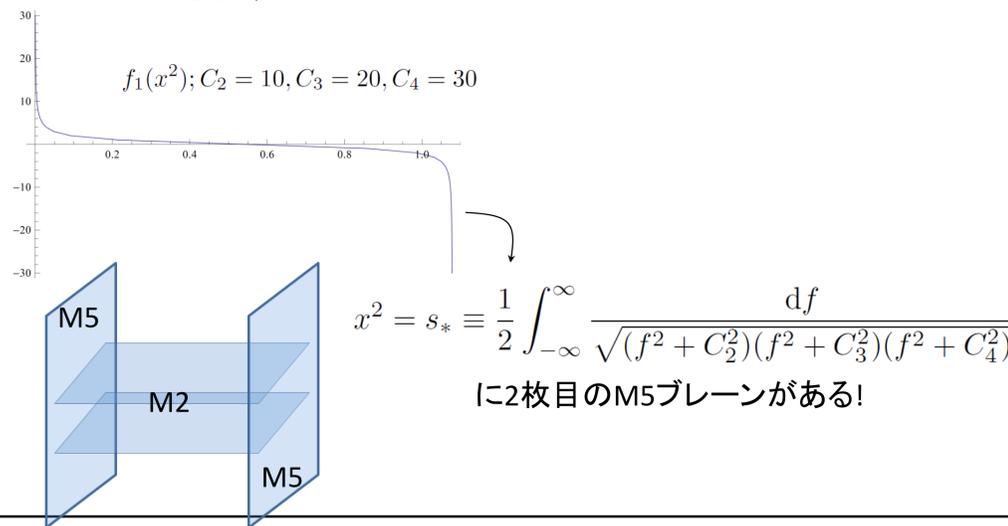
where

$$f_1 = \frac{C_2 \text{sn}_k(C_3 \sqrt{C_4^2 - C_2^2} (s_* - 2x^2))}{\sqrt{\frac{C_4^2 - C_2^2}{C_4^2} - \{\text{sn}_k(C_3 \sqrt{C_4^2 - C_2^2} (s_* - 2x^2))\}^2}}, \quad f_i = \sqrt{C_i^2 + f_1^2} (i = 2, 3, 4)$$

or $x^2 = \int_{f_1(x^2)}^{\infty} \frac{df}{\sqrt{(f^2 + C_2^2)(f^2 + C_3^2)(f^2 + C_4^2)}}$

$C_i (i = 2, 3, 4), s_*$:定数, $k = \frac{C_4}{C_3} \sqrt{\frac{(C_3^2 - C_2^2)}{(C_4^2 - C_2^2)}}$

解の振る舞いを見ると,



もうひとつの結果:BPS解→Nahm data

M2-M5束縛状態を表すBPS方程式の解からNahm dataが構成できることを発見した。

Yのbifundamentalの足の片方を縮約して、もう一方のU(N)についてadj.な場を作る。

$$\begin{aligned} T^I &\equiv \frac{2\pi}{k} \sigma_{ab}^I Y^b \bar{Y}_a : U(N)_L \text{ adj.表現} \\ \tilde{T}^I &\equiv \frac{2\pi}{k} \sigma_{ab}^I \bar{Y}_a Y^b : U(N)_R \text{ adj.表現} \end{aligned} \quad (\sigma^I : \text{Pauli行列})$$

すると,

$$\text{ABJM理論のBPS方程式} \implies \begin{cases} \frac{dT^I}{dx^2} = \frac{i}{2} \epsilon_{IJK} [T^J, T^K] \\ \frac{d\tilde{T}^I}{dx^2} = \frac{i}{2} \epsilon_{IJK} [\tilde{T}^J, \tilde{T}^K] \end{cases} \quad \text{:Nahm方程式 (1枚目参照)}$$

物理的意味は... Future work