蒸発するブラックホールの時空構造

京都大学素粒子論研究室 横倉祐貴
E-mail: yokokura@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

Hawking 輻射の発見以来、ブラックホールの熱力学と情報喪失問題は量子論と重力理論を結ぶ重要な鍵として多くの人々により議論されてきた。本研究では、ある仮定の下で、蒸発の back reaction を含む半古典的 Einstein 方程式の self-consistent な解を構成した。このとき、ホライズンが存在していなくても Hawking 輻射が生じることを利用することにより、従来のモデルとは異なり、我々のモデルではホライズンも特異点も生じることなく蒸発できるため、情報喪失は生じないと考えられる。また、gray-body factor の寄与を含む解も構成した。さらに、熱浴に浸っている定常ブラックホールに対応する解を調べた。その場合もホライズンは存在せず、その内側のエントロピー密度を体積積分することにより、エントロピー面積則が再現できる [1]。

古典的な重力崩壊では、外の人には無限の時間がかかってホライズンや特異点が生じる。量子効果を考慮する場合、もし外の人から見て有限時間でブラックホールが蒸発するならば、ホライズンも特異点も最終的に生じないと期待される。

我々はこの描像を記述する１つのモデルを構成した。つまり、半古典的 Einstein 方程式

$$0 = \frac{\delta S_{\rm eff}}{\delta \hat{g}^{\mu\nu}} = \hat{G}_{\mu\nu} - \kappa^2 \langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle \quad (1)$$

の、蒸発の back reaction を含む self-consistent な解 $\hat{g}_{\mu\nu}$ を、ある仮定の下で、構築した。ここで $\langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle$ は Hawking 輻射である。

このような解の構成は一般に次のようにすればよい（図 1 を参照）。まずブラックホールの

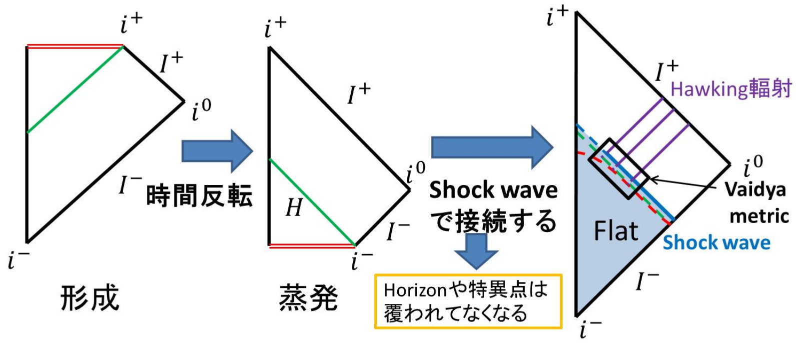

Figure 1: ブラックホールの形成から蒸発までを表す解の構成法

形成過程を表現する解を用意し、その時間反転を考える。そして shock wave を用いて平坦時空と接続する。このときホライズンや特異点は平坦時空に置き換わる。こうして出来上がった時空

は、shock wave による重力崩壊から始まり、ホライズンや特異点を形成することなく、そのエネルギーを Hawking 輻射として消費し、蒸発して平坦時空になることを表していている。ここで崩壊物質として massless の shock wave を考えているのは、外の人から見て、massive な物質が自らの Schwarzschild 半径に近づくと、null geodesic に従うからである。

我々はこのような輻射の back reaction を表現する具体的で最も簡単な解として、outgoing Vaidya metric を用いた：

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{a(u)}{r}\right) du^2 - 2dudr + r^2 d\Omega^2 \tag{2}$$

これは外向きの massless の輻射を表現し、Einstein テンソルはトレースレスで、ゼロではない成分は $G_{uu} = -\dot{a}(u)/r^2$ だけである。ここで、まずは gray-body factor は考慮しない。

これが実際に self-consistent な解であるためには２つの仮定が必要である。それを調べるために、Schwarzschild 時空上でのスカラー場のエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ のホライズン近くでの振る舞いを考える。スカラー場を部分波展開し、アイコナール近似を用いると、$T^\mu_\mu = 0$ となり、古典論の範囲では Vaidya 解は正しく思える。だが、量子論まで考慮すると、一般にはその物質場の種類に応じて、Weyl アノマリーが存在するので、正しい解ではない。しかし、具体的に解けるモデルの構成のために、１つ目の仮定として、「Weyl アノマリーは無視する」とする。（実際に超対称性をもつある理論では Weyl アノマリーはキャンセルされている。）また、もし角運動量にある上限値 l_c が存在すれば、ホライズン近くでは、T^θ_θ は他の成分に比べて十分小さいことがわかる。従って、２つ目の仮定は「この角運動量の上限値 l_c が存在する」ことである。

我々は実際にこの２つの仮定の下で、「平坦時空＋ shock wave ＋ Vaidya 時空」が self-consistent な解であることを示した。このときに「Hawking 輻射はホライズンが存在しなくても生じる」[2] という事実が重要になる。我々は、この解の中で $a(u)$ が十分ゆっくり変化することに注意して、このことを具体的に示した。

さらに、保存則 $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ と境界条件「gray-body factor を無視すれば、ホライズンの外では外向きの Hawking 輻射だけが存在し、内向きの流れはない」を用いることにより、くりこまれたエネルギー運動量テンソルを全時空で求め、Vaidya 時空が self-consistent であることを確認した。また shock wave 自体の持つエネルギー運動量テンソルも調べると、shock wave 自体から直接 Hawking 輻射が出ていることがわかる。

次に gray-body factor も考慮した解を構成した。それは外向きだけでなく内向きの流れも表現できる解であり、ホライズン近傍での条件 $G^\mu_\mu = G_{\theta\theta} = 0$ を用いて決定される：

$$ds^2 = -\partial_r p(u,r) \left(\frac{p(u,r)}{r} du^2 + 2dudr\right) + r^2 d\Omega^2 \tag{3}$$

ここで関数 $p(u,r)$ は条件 $G_{\theta\theta} = 0$ を、時間変化が十分ゆっくりである下で、解析的に決定される。それはほとんど先ほどの Vaidya 解と同じであることがわかる。

最後に、ブラックホールが熱浴と定常状態になっている場合に相当する解を構成した。それは

(3) の解で時間依存性を落とし、そして u の代わりに t で書いたものである：

$$ds^2 = -\partial_r p(r) \left(\frac{p(r)}{r} dt^2 - \frac{r}{p(r)} r^2 \right) + r^2 d\Omega^2 \tag{4}$$

ここで関数 $p(r)$ は図 2 に示すように、外側 $(r > a)$ は Schwarzschild metric のような振る舞いをし、だいたい Schwarzschild 半径 $(r \sim a)$ のところでゼロにならずにとても小さな一定値 $\sim 1/a$ をとる。従って、この計量は全時空を記述できる。この系のエントロピーを求めるには、局所平衡の

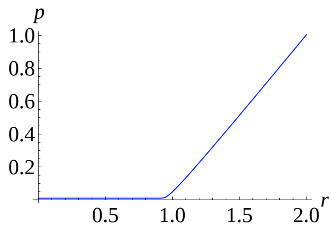

Figure 2: 関数 $p(r)$

関係式 $\rho + P = Ts$ を利用する。さらに圧力 P が無視できると仮定し、エントロピー密度 $s = \rho/T$ を半径 a 内で体積積分すると、ブラックホールのエントロピー面積則が再現される：

$$S = \int_0^a d^3x \sqrt{h} s = \frac{1}{4} A \tag{5}$$

このことはブラックホールのエントロピーに寄与するミクロな自由度は表面ではなく内側に住んでいることを示唆している。

以上の結果はホライズンや特異点が生じることなく蒸発できることを示しているが、どのように内部の情報が外に出てくるのかは明らかになっていない。また使用した仮定の妥当性も明確ではない。しかし、現在、そのような仮定をせずにこのようなシナリオを描くことができ、そして情報がどのように返ってくるかがわかりつつある [3]。

References

[1] H. Kawai, Y. Matsuo and Y. Yokokura, arXiv:1203.5719 [hep-th].

[2] C. Barcelo, S. Liberati, S. Sonego and M. Visser, JHEP **1102**, 003 (2011) [arXiv:1011.5911 [gr-qc]]; Phys. Rev. D **83**, 041501 (2011) [arXiv:1011.5593 [gr-qc]].

[3] H. Kawai, and Y. Matsuo and Y. Yokokura, work in progress.