

Master equation for the Unruh-DeWitt detector and the universal relaxation time in de Sitter space

京都大学理学研究科 杉下宗太郎¹

E-mail: sotaro@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

京都産業大学益川塾 酒谷雄峰

E-mail: yuho@cc.kyoto-su.ac.jp

京都大学理学研究科 福間将文

E-mail: fukuma@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

重力の持つ熱力学的性質を理解することは、量子重力理論の定式化に対する重要な示唆を与えると考えられる。この重力の熱力学的性質は、固定した古典背景時空中での場の量子論を考えることで調べることができ、ブラックホールは量子効果まで考えると熱輻射を出し得ることなどがわかる [2]。de Sitter 時空も熱力学的性質をもつと信じられている。これは、de Sitter 時空中の場と相互作用する検出器 (Unruh-DeWitt 検出器 [3, 4]) の振る舞いを見ることで調べることができる。ここで、Unruh-DeWitt 検出器とは、古典軌道を描きながら、曲がった時空中の場と点状相互作用する量子力学系である。

次のような半径 ℓ の d 次元 de Sitter 時空のポアンカレ座標系 (η, \mathbf{x}) ,

$$ds^2 = \ell^2 \frac{-d\eta^2 + d\mathbf{x}^2}{\eta^2} \quad (-\infty < \eta < 0, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d-1}), \quad (1)$$

を考える。この座標系で見て静止している検出器が、de Sitter 時空上のスカラー場と相互作用している場合、もし場が Bunch-Davies vacuum と呼ばれる状態 (以下、BD vacuum と略す) にあったときには、この検出器は温度 $T_{\text{dS}} = 1/(2\pi\ell)$ に対応するボルツマン分布で平衡になるということが知られている。つまり、検出器はあたかも温度 T_{dS} の熱浴にいるかのように振る舞うのである。

一方、de Sitter 時空は global に定義された timelike Killing vector を持たず、上記の時間座標 η の並進に対応するハミルトニアンは陽に時間依存する。そして、BD vacuum はこのハミルトニアンの無限の過去 ($\eta = -\infty$) の基底状態ではあるが、有限時刻では基底状態には対応しない [5]。そこで、スカラー場の初期状態が有限の時刻 η_0 でのハミルトニアンの基底状態であった場合を考えてみる。このスカラー場と相互作用する検出器は、スカラー場の初期状態が BD vacuum と異なるために、どんなに急速に緩和する検出器であっても、すぐには熱平衡には至らないことが予想される。そして、スカラー場の初期状態が有限時刻 η_0 での基底状態であったことと無限の過去の基底状態である BD vacuum であったこととの区別がつかなくなるほど十分時間が経ったのち

¹講演者。本講演は [1] の論文に基づくものである。

に、検出器の分布関数は温度 T_{dS} の熱平衡分布になると考えられる。つまり、検出器は初めは熱平衡でない媒質中にいるかのように感じ、だんだんとその媒質が温度 T_{dS} の熱浴に近づいていくように感じるという予想がつく。

これらの予想を確かめるために、我々はまず、一般の時空上でのスカラー場と相互作用する Unruh-DeWitt 検出器の密度行列の時間発展を記述するマスター方程式を導出した。そして、その方程式を de Sitter 時空上の検出器に適用することで、上記の予想通り、スカラー場の初期状態が BD vacuum ではない有限時刻での基底状態であっても、十分時間が経てば、検出器の密度行列は温度 T_{dS} のボルツマン分布で定常になるということがわかった。

このボルツマン分布への緩和過程は一般に検出器の詳細に依存する。しかし、まわりとすぐに順応する理想的な検出器を考えることで、検出器のまわりを媒質とみなしたときの、その媒質が熱平衡に至る緩和の様子を調べることができる。この“まわりの媒質”が熱平衡に至る緩和モードは検出器の詳細に依存せず、de Sitter 時空（あるいは de Sitter 時空上のスカラー場）固有の緩和過程であると考えられる。そして、その緩和時間は検出器に関するパラメータには依存しないと考えられる。実際、我々は理想的な検出器として 2 準位系を考え、まわりとすぐに順応するという仮定のもとで、その振る舞いを調べた。簡単のために検出器の密度行列の対角成分と非対角成分の時間発展方程式が分離するような相互作用をとって、その振る舞いを調べると、検出器の固有時間 τ で見て十分時間が経ったときの密度行列 $\rho_d(\tau)$ の振る舞いは、

$$\rho_d(\tau) \sim \rho_d^{\text{eq}} + \text{const.} \cdot e^{-\frac{2}{\ell}\tau} \quad (2)$$

となることがわかった。ここで、 ρ_d^{eq} は温度 T_{dS} で熱平衡なときの 2 準位系の密度行列である。従って、ここで考えたような場合には、平衡分布への緩和時間は $\ell/2$ で与えられ、検出器の詳細やスカラー場の質量には依存せず、de Sitter 時空の半径 ℓ のみに依存することがわかった。このように、本研究は de Sitter 時空の非平衡熱力学的性質を明らかにしたものとなっている。

References

- [1] M. Fukuma, Y. Sakatani and S. Sugishita, “Master equation for the Unruh-DeWitt detector and the universal relaxation time in de Sitter space,” arXiv:1305.0256 [hep-th].
- [2] S. W. Hawking, “Particle Creation by Black Holes,” *Commun. Math. Phys.* **43** (1975) 199 [Erratum-ibid. **46** (1976) 206].
- [3] W. G. Unruh, “Notes on black hole evaporation,” *Phys. Rev. D* **14**, 870 (1976).
- [4] B. S. DeWitt, “Quantum gravity: the new synthesis” in *General Relativity an Einstein centenary survey*, ed. S. W. Hawking, W. Israel, Cambridge University Press (Cambridge, 1979).
- [5] M. Fukuma, Y. Sakatani and S. Sugishita, “Propagators in de Sitter space,” *Phys. Rev. D* **88** (2013) 024041 [arXiv:1301.7352 [hep-th]].