弦の場の理論の重力結合におけるInversion symmetry

(京大理 小路田)

Topological structure in CSFT

開弦の場の理論**C**ubic **S**tring **F**ield **T**heory (CSFT)において、
Pure-gauge型解で多重ブレイン解を探索する。

action: $S = \frac{1}{2}\int \Psi * Q_B\Psi + \frac{1}{3}\int \Psi * \Psi * \Psi$

solution: $\Psi[G(K)] = UQ_BU^{-1}$ with $U = 1 - Bc(1 - G(K))$

KBc代数 $\left[\begin{array}{lll} [K,B]=0 & \{B,c\}=1 & B^2=c^2=0 \\ Q_BK=0 & Q_BB=K & Q_Bc=cKc \end{array}\right]$

Pure gauge型のEnergy density: $E = \frac{N}{2\pi^2}$ with $N = \frac{\pi^2}{3}\int (UQ_BU^{-1})^3$

$1/2\pi^2$はブレーン一枚のエネルギー密度なのでNはブレインの枚数

⇒ 多重ブレイン解の探索とは"整数のNを与える$G(K)$を見つけること"

Chern-Simons 理論とのアナロジー

Winding number:

$N = \int_M tr(gdg^{-1})^3 = \int_M d(\cdots) =$整数

演算子の満たす性質

$Q_B(\Psi * \Phi) = (Q_B\Psi) * \Phi + (-1)^{\Psi}\Psi * Q_B\Phi$ (Leibniz)

$(\Psi * \Phi) * \Sigma = \Psi * (\Phi * \Sigma)$ (結合則)

$\int Q_B(\cdots) = 0$ etc

エネルギーと運動方程式は$G(K)$の$K=0$と$K=\infty$における振る舞いだけで決まる

$$\begin{cases} G(K) \sim K^{n_0} & (K \cong 0) \\ G(K) \sim (1/K)^{n_\infty} & (K \cong \infty) \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Energy:} \quad N = -n_0 + A(n_0) - n_\infty + A(n_\infty) \\ \text{EOM:} \quad \int \Psi * (Q_B\Psi + \Psi^2) = B(n_0) + B(n_\infty) \end{array}$$

Inversion symmetry

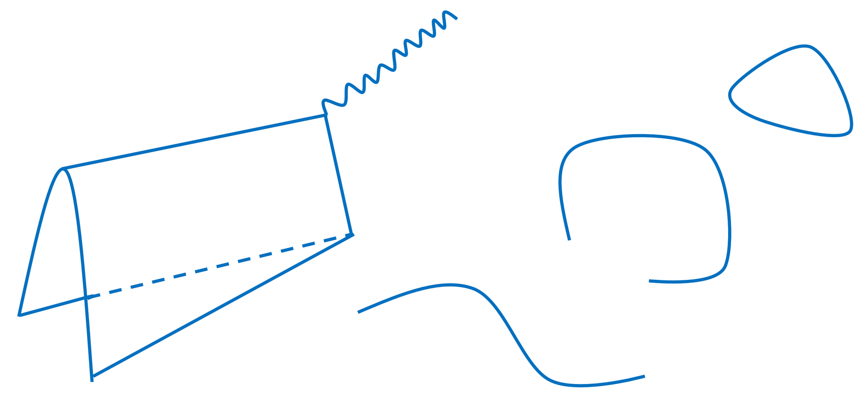
$K=0$と$K=\infty$は等価 (∵任意の幅のKBc相関関数がK→1/K不変性を持つ)

Gravitational coupling in CSFT

Gauge **I**nvariant **O**bservable(GIO) [Hashimoto&Itzhaki,Gaiotto etal]

$\int V_{\text{mid}}\Psi \qquad V_{\text{mid}} = \frac{2}{\pi i}c\partial X(i\infty)c\bar{\partial}X(-i\infty)$

開弦の中点に
on-shell vertex挿入



・開弦から閉弦への転化
・ゲージ不変量

Inversion symmetry is broken in GIO

$G(K)$	singularity	N		GIO
$K/(1+K)$	$(n_0,n_\infty)=(1,0)$	-1		-1
$1/(1+K)$	$(0,1)$	-1		0
$1+1/K$	$(-1,0)$	1		1
$1+K$	$(0,-1)$	1		0
$K/(1+K)^2$	$(1,1)$	-2	$\times\frac{1}{2}$	-1
$(1+K)^2/K$	$(-1,-1)$	2		1

・この矛盾を解くために、正準エネルギーとGIOを関係付けたBaba&Ishibashiの研究に注目。
・Inversion symmetricな重力結合エネルギーの形は？

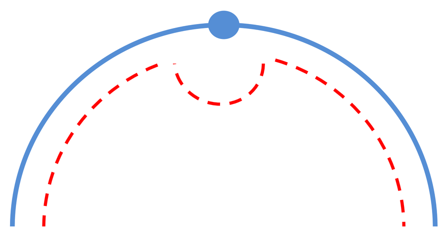
Relation between canonical energy and GIO [Baba & Ishibashi]

鍵となるのがDilatation 演算子 $[D,X] = -X \quad [D,P] = P$

$$D = \int_{P_{L,\Lambda,\delta}} \frac{dz}{2\pi i} g_z(z,\bar{z}) - \int_{\bar{P}_{L,\Lambda,\delta}} \frac{d\bar{z}}{2\pi i} g_{\bar{z}}(z,\bar{z})$$

with $g_z(z,\bar{z}) = 2{:}\left(X(z,\bar{z}) - X(z_0,\bar{z}_0)\partial X(z)\right){:}$

midpoint



Dの満たす重要な性質

$\int \Psi_1 * \Psi_2 * \Psi_3 = \int (D\Psi_1) * \Psi_2 * \Psi_3 + \int \Psi_1 * (D\Psi_2) * \Psi_3 + \int \Psi_1 * \Psi_2 * (D\Psi_3)$

$\int \Psi_1 * \Psi_2 = \int (D\Psi_1) * \Psi_2 + \int \Psi_1 * (D\Psi_2)$

NとGIOを結びつける ～ DにQ_Bを二回作用させる

$\Psi * \Psi = -Q_B\Psi$から供給

$\rightarrow \quad [Q_B, D] = \chi_L - \chi_R, \quad \{Q_B, \chi_L\} = -V_{\text{mid}}$

証明

$$= \frac{2}{3}\int \Psi^3$$

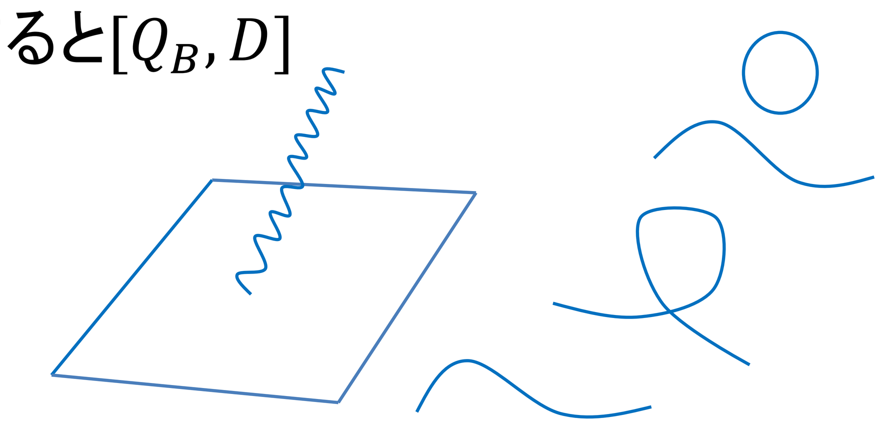
$$\frac{1}{3}\int \Psi^3 = \underbrace{\int \Psi^2 * D\Psi}_{g\text{の導入}} = -\int (Q_B\Psi) * D\Psi = -\underbrace{\int \Psi[Q_B,D]\Psi}_{Q_B(1\text{回目})} - \int \Psi * DQ_B\Psi$$

$$\int \Psi[Q_B,D]\Psi = \int \Psi * (\chi_L - \chi_R)\Psi = 2\int \chi_L\Psi^2 = -2\underbrace{\int \chi_L Q_B\Psi}_{Q_B(2\text{回目})} = 2\int V_{\text{mid}}\Psi$$

但し、$\int Q_B(\cdots)$ とEOM項は落とした。(多重ブレイン解に対してはゼロになる。)

Q_Bを計量によって変分すると$[Q_B, D]$

$\int \Psi[Q_B,D]\Psi \sim T_{\mu\nu}$



Gravitonの放出

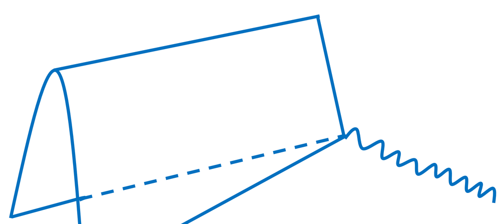
結論

$$N = \int \Psi[Q_B, g]\Psi = 2\int (V_{\text{mid}} - V_{\text{end}})\Psi$$

New term

$K=0$の特異性 $\int V_{\text{mid}}\Psi$ が拾う
$K=\infty$の特異性 $\int V_{\text{end}}\Psi$ が拾う

Inversion symmetry



End pointに結合

$G(K)$	singularity	N	GIO	$\int V_{\text{end}}\Psi$
$K/(1+K)$	$(n_0,n_\infty)=(1,0)$	-1	-1	0
$1/(1+K)$	$(0,1)$	-1	0	1
$1+1/K$	$(-1,0)$	1	1	0
$1+K$	$(0,-1)$	1	0	-1
$K/(1+K)^2$	$(1,1)$	-2	-1	1
$(1+K)^2/K$	$(-1,-1)$	2	1	-1

Conclusion

・正準エネルギーの持つInversion symmetryが重力結合で破れている矛盾を解決。
・$K=0,\infty$の特異性は重力結合ではそれぞれ中点と端点に対応している。
・$\int V_{\text{end}}\Psi$にはGIOのような強いゲージ対称性は無い。
$\int \Psi[Q_B,D]\Psi$にはup to EOMのゲージ対称性(Nと同じ)有り。