

Effective Temperature of Brane Fluctuations in Non-equilibrium Steady States

Shin Nakamura (Nagoya Univ.)

Based on collaboration with

Hiroshi Ooguri (Caltech/KIPMU)

Ref. SN. and H. Ooguri, arXiv:1309.4089

非平衡系の物理学

現代物理学のフロンティアの一つ

非平衡系は、なぜ難しいのか？

非平衡系に関する問い：

- **非平衡系の分布関数**はどのような形をとるのか？
(通常の統計的手法で物理量の期待値を求める時には分布関数の情報が必要。)
- **平衡系の温度**のような、系を特徴付ける**巨視的パラメータ**が非平衡系に存在するか。また、存在するとしたらそれはどのような物理量か？

通常の平衡系の統計物理学の常識では、**分布関数**(マックスウェル分布)や系の**温度**などの情報がなければ、(平衡系でさえ)**物理量の期待値**を計算するのは**困難**であるように思われる。

本当にそうだろうか？

弦理論(AdS/CFT)研究者の手法

例題

$N=4$ large- N_c 強結合SYMのゲージ粒子のプラズマがエネルギー密度 ϵ で存在している時の、系のずり粘性の値を求めよ。

- 5次元の宇宙項が負のEinstein方程式を解く。
- GKP-W手法で系のエネルギー密度を読み取り、値が ϵ となるような解を選ぶ。
- Stress energy tensorの2点関数から、ずり粘性を読む。

- ゲージ粒子がマクスウェル分布をしている事実をどこで使ったか？
- 系の温度の情報をどこで使ったか？

ここで行ったことは、微分方程式を解いたこと。
むしろ、解が温度 $T(\epsilon)$ のブラックホールとなる事実から、温度や分布の情報が得られる。

重力理論は統計系の基本概念について、通常とは全く異なる方向から知見をもたらしてくれる可能性がある。

非平衡系に対する問い

- 非平衡定常系に対して「温度」に相当する概念は存在するか？
- 存在するとしたら、その振る舞いはどのようなものか？

AdS/CFT対応を用いて調べることの出来るモデルについて、重力側のpictureを用いて上記の問いについて考えてみる。

非平衡定常系

外力によって、散逸(熱の生成など)が存在する非平衡系。
しかし、巨視的には時間変化をしない定常状態にある。

代表的な非平衡定常系

- 外部電場と平行に定常電流が流れる導体(熱浴に接している)
- 熱浴中を一定速度で引きずられるブラウン粒子の系

重力側のセットアップ

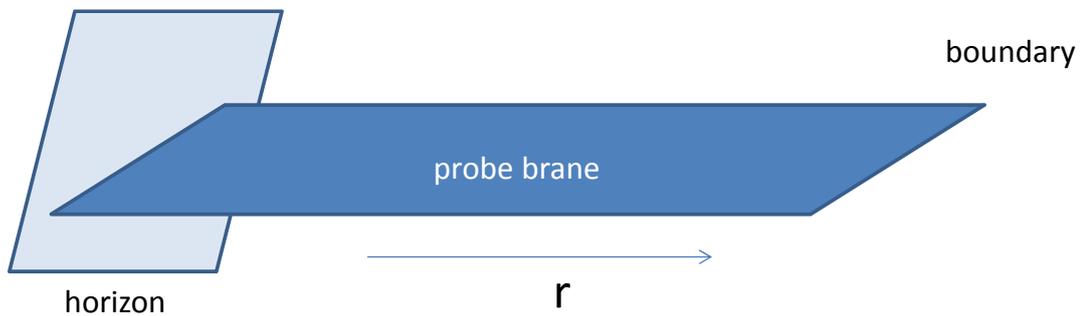
熱浴: Dp-brane background で構成する。 [Itzhaki-Maldacena-Sonnenschein-Yankielowicz, 1998]

$$ds^2 = r^{\frac{7-p}{2}} \left[- \left(1 - \frac{r_0^{7-p}}{r^{7-p}} \right) dt^2 + d\vec{x}^2 \right] + \frac{dr^2}{r^{\frac{7-p}{2}} \left(1 - \frac{r_0^{7-p}}{r^{7-p}} \right)} + r^{\frac{p-3}{2}} d\Omega_{8-p}^2$$

boundary方向 S^n をwrapする

着目系: D(q+1+n)-brane のプローブで構成する。

$$L = e^{-\phi} \sqrt{-\det(\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu} + F_{ab})}$$



定常電流の系

Probe brane のworldvolume上に電場 E をかける。

$$A_1 = -Et + h(r) \quad \longrightarrow \quad J = \frac{\partial L}{\partial F_{r1}}$$

$$(F_{r1})^2 = J^2 \frac{g_{rr}}{|g_{tt}|} \frac{E^2 - |g_{tt}|g_{xx}}{J^2 - e^{-2\phi}|g_{tt}|g_{xx}^{q-1}}$$

分母・分子がゼロとなるのは同じ点 ($r=r_*$)であることが要請され、 J と E の関係(伝導度)が決まる。 [Karch-O'Bannon, 2007]

$r=r_*$ はどのような点か？

Worldvolume horizon

Eや $F_{r1} \sim J$ が存在する背景のもとで、brane上のゲージ場の微小揺らぎ δA_b やスカラー場の微小揺らぎ δX^μ の従う運動方程式:

$$\partial_a \left(\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}^{ab} \partial_b \delta X^\mu \right) = 0,$$

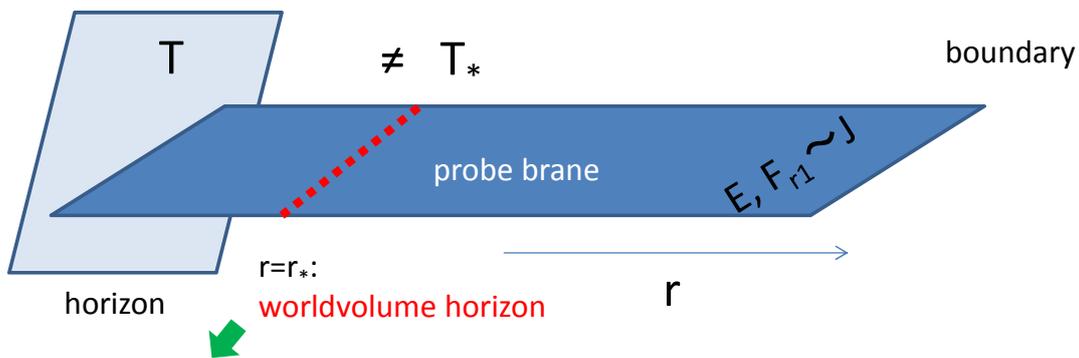
$$\partial_a \left(\sqrt{-\bar{g}} \bar{g}^{ab} \delta f_{bc} \bar{g}^{cd} \right) = 0, \quad \delta f_{bc} = \partial_b \delta A_a - \partial_a \delta A_b.$$

の形に従い、有効計量で支配されるgeometryを「見る」。

Overall factorが異なるが、いずれもbrane上のopen-string metric に比例している。

$r=r_*$: このgeometryのhorizonとなっている。

(先行研究: [Kim-Shock-Tarrio 2011, Sonner-Green 2012])



このHawking温度は、(我々のモデルの範囲では)全ての揺らぎに共通:

$$T_* = c_0^{-1} \frac{\left((c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}} + CE^2 \right)^{1/2}}{\left((c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}} + E^2 \right)^{\frac{1}{7-p}}} = T + \frac{1}{2} \left(C - \frac{2}{7-p} \right) \frac{E^2}{(c_0 T)^{\frac{14-2p}{5-p}}} T + O(E^4)$$

$$c_0 = \frac{4\pi}{7-p}, \quad C = \frac{1}{2} \left(q+3-p + \frac{p-3}{7-p} n \right)$$

ここが負になる場合がある!
例: D4-D2系 (p=4, q=2, n=0)

$T_* < T$ となり得る。

外力で非平衡に駆動することにより、揺らぎの見る温度が下がる場合がある。

そんなことが許されるのか？

許される。

非平衡定常系の有効温度が熱浴の温度よりも低くなる物性モデルの例

[K. Sasaki and S. Amari, J. Phys. Soc. Jpn. 74, 2226 (2005)]

揺らぎと(微分)電気伝導度の関係

Johnson-Nyquistの関係式(揺動散逸定理の一つ)の一般化

電流雑音
current 揺らぎのi成分とj成分
の相関の長波長極限

$$\kappa_{ij} = 2T_* \left. \frac{\partial J_i}{\partial E^j} \right|_{E \neq 0}$$

r=r*でのingoing-wave
境界条件を用いた計算
により直接確認できる。

非平衡にドライブすることによる、雑音の変化と非線形微分伝導度の変化の競合により、有効温度の振る舞いが決まっている。

Summary

少なくとも我々が調べた範囲の非平衡定常系について

- 非平衡定常系の微小揺らぎが見る(有用な)「有効温度」の概念が、有効metricで定義されるHawking温度の形で明示的に得られた。
- 一般に $T^* \neq T$ であるが、条件によっては $T^* < T$ となる場合がある。そのような具体例を数多く示すことができた。

(Drag forceの系での先行する結果:

[Gubser 2006, Casalderrey-Solana and Teany 2007, Gursoy-Kiritsis-Mazzanti-Nitti 2010])

- 実は、 $T^* < T$ の場合のみならず、 $T^* > T$ の場合でも、非平衡に駆動することで電流雑音が減少する例も示すことができる。(これは、物性ではNegative Excess Noiseと呼ばれている。)

通常の方法ではアプローチが難しい、非線形領域の非平衡定常系に関する、非常に基本的な概念に関してAdS/CFT対応は大変興味深い示唆を与えてくれる。