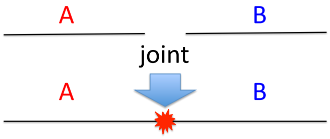
Holographic Local Quenches and Entanglement Density

Tokiro Numasawa (YITP) collaborated with Masahiro Nozaki, Tadashi Takayanagi, on JHEP 1305 (2013) 080 (arXiv: 1302.5703 [hep-th])

Motivation: 1.Local QuenchのHolographic dualを構成したい
2.励起状態に対するエンタングルメント・エントロピーの振る舞いを調べたい
3.エンタングルメントの構造を解明したい

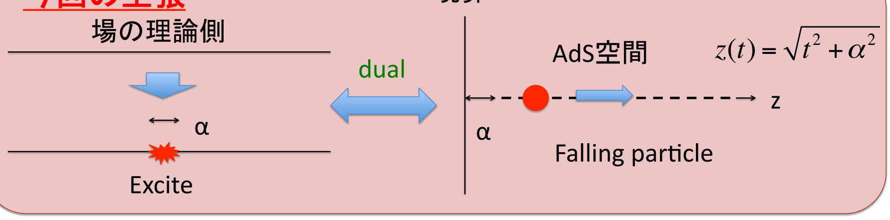
Local Quenchの設定 (P.Calabrese and J.Cardy, 2007)



ハミルトニアン
$H(\lambda_0)$
↓
$H(\lambda)$

状態
$|\psi\rangle$ は$H(\lambda_0)$の基底状態
↓
$|\psi\rangle$ は $H(\lambda)$の励起状態

今回の主張



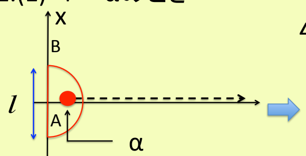
エンタングルメント・エントロピーを
AdS/CFT対応を用いて計算するための公式：$S_A = \dfrac{A_{minimal}}{4G_N}$ (S.Ryu and T.Takayanagi,2006)

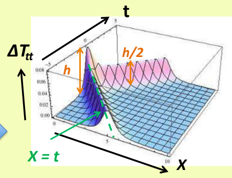
$A_{minimal}$: Aと境界を共有する極小曲面

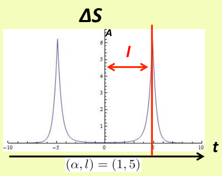
結果

E.Eの時間発展 (AdS_3/CFT_2 のとき)

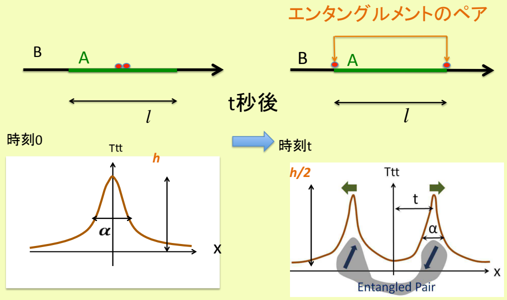
1.(1) l>> αのとき





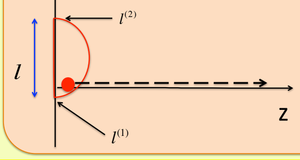


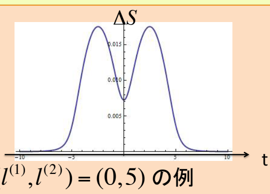
解釈



E.Eの時間発展は、エンタングルメントのペアの伝搬だととらえられる！

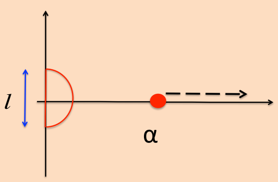
cf)一般の区間Aに対しても求められる

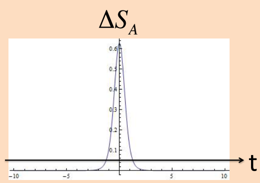




$(l^{(1)}, l^{(2)}) = (0,5)$ の例

(2)l<<αのとき





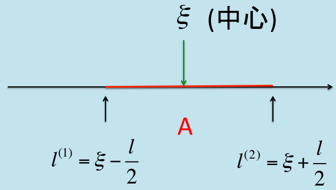
$$\Delta E_A = T\Delta S_A$$

$$T_{eff} = \frac{3}{2\pi l}$$

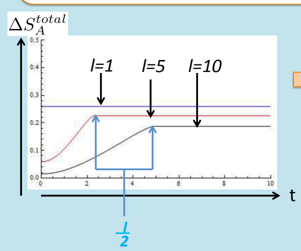
熱力学第一法則に類似した関係式！

$$\Delta E_A = c\times\frac{\alpha^2 l}{2\pi(t^2+\alpha^2)^2}\ ,\quad \Delta S_A = c\times\frac{\alpha^2 l^2}{3(t^2+\alpha^2)^2}$$

2. E.Eを、部分系の長さを固定したまま中心位置で和を取った次の量を考える



$$\Delta S_A^{total} \equiv \frac{1}{l^2}\int d\xi \Delta S_A(l,\xi,t)$$



・lが小さいとき、また十分時間が経過した後では時刻によらない
→第一法則から理解できる
・lが大きいときで、時間が十分経過する前は非自明な振る舞いをする。時刻t=l/2で一定になる。

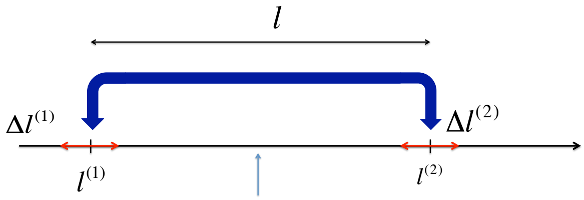
エンタングルメント密度による説明！

二枚目へ

エンタングルメント密度(Entanglement Density)

E.Eを、エンタングルメントの対の集まりとして表す

エンタングルメントのペア



$\xi = \dfrac{l^{(1)} + l^{(2)}}{2}$ (部分系Aの中心)

Entanglement Density

$$n(l,\xi,t) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 S_A}{\partial l^{(1)}\partial l^{(2)}}$$

この量は、エンタングルメントのペアの数の密度を数えている！

Local Quenchにおけるエンタングルメント密度

グラフより、

$\xi = \pm\sqrt{l^2/4 - t^2 - \alpha^2}\left(l^{(2)} = -l^{(1)} = \sqrt{\alpha^2 + t^2}\right)$

でピークを持つことが分かる。

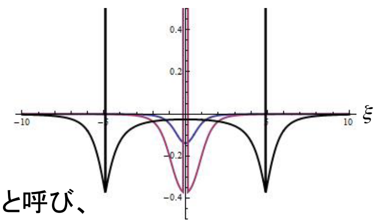
このペアの寄与が非常に大きい

Dominant entanglement pair(DEP) と呼び、

これからの寄与を主に考える

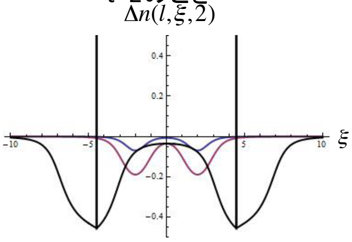
t=0のとき

$\Delta n(l,\xi,0)$



t=2のとき

$\Delta n(l,\xi,2)$



青はl=1のとき

赤はl=2のとき

黒はl=10のとき

α=1としてある

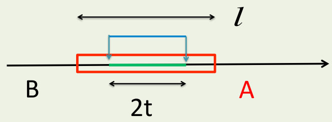
2.の説明

中心ξを動かしたときにどのようなものに分類できるかを考える

・t<l/2のとき、次の2パターン

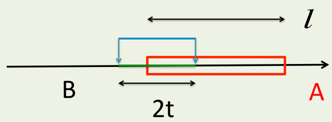
(1)DEPは領域Aの中に収まってしまう

→E.Eには寄与しない！



(2)DEPは両方をAとBをまたぐ

→E.Eに寄与する！

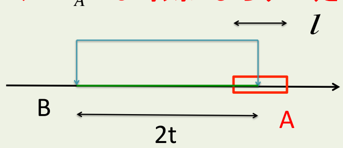


時間が経過するにつれて、(2)の寄与の方が大きくなる

・t>l/2のとき

DEPは常にAとBをまたぐ

→ΔS_A^{total}は時刻によらず一定



エンタングルメント密度で、非自明な振る舞いを説明することが出来た！

まとめ

・Local Quenchのホログラフィックな双対を構成した。

・エンタングルメントの構造を特徴付ける、より基本的な量であるエンタングルメント密度という量を定義し、それがE.Eの振る舞いを記述していることを示した

今後の課題

・エンタングルメント密度を3点以上に拡張する

・エンタングルメント密度を高次元の場合にも拡張する

・Calabrese &Cardyの設定のようなLocal Quenchの場合にもホログラフィックな双対を構成する