超弦理論とモジュライ積分

東京大学素粒子論研究室(本郷)　大森寛太郎
[KO, Yuji Tachikawa, arXiv:1303.7299]

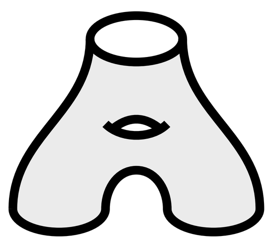
Introduction

- brane, AdS/CFT, mirror sym. etc. : 非摂動
- 摂動論 (RNS string) は放置してよいのか？
- conventional な方法 (FMS, Polchinski etc.)
  ⇒Ambiguity
- Full use of supergeometry [Witten]

Abstract

- 超弦理論の世界面理論: SCFT
- SCFT としての構造が重要
- モジュライ積分の構造がboson弦と違う
  ⇒Topological amplitudeへのreduction?

摂動論



- 弦理論の摂動論 : 第一量子化
- 散乱振幅 → リーマン面のモジュライ上の積分
- 超弦理論 : 世界面の超対称性
  ⇒ 超リーマン面 (curved superspace)
  ⇒ 超モジュライ空間

超リーマン面

- リーマン面 : 2d surface + metric (gravity)
- 超リーマン面 : 2d surface + 2d supergravity
  $(z, \theta) \in \Sigma$

超モジュライ空間

- モジュライ空間M :リーマン面の共形同値類全体
- 無限小変形 : μ_i (beltrami differential)
- 超モジュライ空間SM :
  超リーマン面の超共形同値類全体
- 無限小変形 : μ_i (even) + χ_σ (gravitino, odd)

散乱振幅

- $\mathcal{A} = \int_{SM} dm d\tilde{m} d\eta d\tilde{\eta}\, F(m, \tilde{m}|\eta, \tilde{\eta})$
- $F = \left\langle e^{(\int \chi T_F)} \prod_\sigma \delta\left(\int \chi_\sigma \beta\right) \cdots \right\rangle, \chi = \sum_\sigma \chi_\sigma \eta^\sigma$
- $\chi_\sigma = \delta(p_\sigma) \to \mathcal{Y}(p_\sigma) = \delta(\beta(p_\sigma)) T_F(p_\sigma)$
  (picture changing operator, PCO)

超モジュライ上の積分

- $\int_{SM} F(m, \tilde{m}|\eta, \tilde{\eta}) \overset{\text{int. out. } \eta}{\Rightarrow} \int_M G(m, \tilde{m})?$
- $g \geq 5$ では正則性を壊す [Donagi, Witten]
- 正則性は重要 (Feynmann $i\varepsilon$ etc.)
- m, η (座標)は大域的に取る事はできない
- patchの張り合わせ : $m' = m + \eta_1 \eta_2$
- ナイーブな Grasmann 積分ではダメ

超多様体上の積分の例

- $E = \{(m|\eta_1, \eta_2)\}/\sim$
  $m \sim m + \tau + \eta_1\eta_2 \sim m + 1$
- $\int_E (a + b\eta_1\eta_2)\, dm d\tilde{m} d\eta_1 d\eta_2 = b\, \mathrm{Im}\tau + \sqrt{-1}\frac{a}{2}$
- 張り合わせでmと $\eta_1\eta_2$ が混ざる
  ⇒ aがmの $\eta_1\eta_2$ 依存性を通じて積分に寄与する

Topological Amplitude

- Type II on $\mathbb{R}^{1,3} \times Y$ (CY3)
- $\mathcal{A}_g =$ g−2graviphotons + 2gravitons (g loop)
- Topological string on Y
- g loop vac. amp. : $F_g = \int_M \cdots$
- $\lim_{\text{momenta}\to 0} \mathcal{A}_g \propto F_g$ [Antoniadis et. al., BCOV]

Reduction condition

- $F(m, \tilde{m}|\eta, \tilde{\eta}) = G(m, \tilde{m}) \prod_{\text{all}} \eta_i \tilde{\eta}_i$
- $m \to m' = m + \eta_1\eta_2$ で不変
- 正則性を壊さずにreduce する

Check of the reduction

- $\left\langle e^{\int \chi T_F} \cdots \right\rangle$ の展開のfull term 以外が0ならよい
- $U(1)_R$ のcharge counting から言える
- 相関関数が χ_σ に依存しない
- PCO のときは相関関数の p_σ への非依存性
- Antoniadis et. al. の計算がglobalに正しい